

شكراً لتحميلك هذا الملف من موقع المناهج الإماراتية



أوراق عمل الوحدة السابعة طرق التكامل وتدريبات متبوعة بالإجابات

[موقع المناهج](#) ⇨ [المناهج الإماراتية](#) ⇨ [الصف الثاني عشر المتقدم](#) ⇨ [رياضيات](#) ⇨ [الفصل الثالث](#) ⇨ [الملف](#)

تاريخ إضافة الملف على موقع المناهج: 2024-05-03 13:00:11

إعداد: محمد عمر الخطيب

التواصل الاجتماعي بحسب الصف الثاني عشر المتقدم



اضغط هنا للحصول على جميع روابط "الصف الثاني عشر المتقدم"

روابط مواد الصف الثاني عشر المتقدم على تلغرام

[الرياضيات](#)

[اللغة الانجليزية](#)

[اللغة العربية](#)

[التربية الاسلامية](#)

المزيد من الملفات بحسب الصف الثاني عشر المتقدم والمادة رياضيات في الفصل الثالث

[أوراق عمل الدرس الثاني الأحكام بالتقطيع من الوحدة السادسة](#)

1

[أوراق عمل الدرس الأول المساحة المحصورة بين منحنيين من الوحدة السادسة](#)

2

[أوراق عمل الوحدة السادسة الجزء الثاني المساحة السطحية وطول قوس المنحني](#)

3

المزيد من الملفات بحسب الصف الثاني عشر المتقدم والمادة رياضيات في الفصل الثالث

أوراق عمل الوحدة السابعة طرائق التكامل	4
الحل التفصيلي لأوراق عمل دروس الوحدة السادسة تطبيقات التكامل	5

الصف الثاني عشر متقدم

2024/2023

الوحدة السابعة

طرائق التكامل

مع تمنياتي لكم بالنجاح والتفوق

إعداد : محمد عمر الخطيب

الوحدة السابعة: طرق التكامل /// الدرس الأول: مراجعة الصيغ وطرق التكامل

ملاحظة: راجع قواعد التكامل

صيغ وقواعد التكامل

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(1) \int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + c, n \neq -1$$

$$* \int (ax+b)^n dx = \frac{(ax+b)^{n+1}}{a(n+1)} + c$$

$$(2) \int x^{-1} dx = \int \frac{1}{x} dx = \ln|x| + c$$

$$(3) \int \sin x dx = -\cos x + c$$

$$* \int \sin(ax+b) dx = \frac{-\cos(ax+b)}{a} + c$$

$$(4) \int \cos x dx = \sin x + c$$

$$(5) \int \sec^2 x dx = \tan x + c$$

$$(6) \int \csc^2 x dx = -\cot x + c$$

$$(7) \int \sec x \tan x dx = \sec x + c$$

$$(8) \int \csc x \cot x dx = -\csc x + c$$

$$(9) \int e^x dx = e^x + c$$

$$* \int e^{ax+b} dx = \frac{1}{a} e^{ax+b} + c$$

$$* \int f'(x) e^{f(x)} dx = e^{f(x)} + c$$

$$(10) \int \frac{1}{x} dx = \ln|x| + c$$

$$* \int \frac{f'(x)}{f(x)} dx = \ln|f(x)| + c$$

$$(11) \int \frac{1}{x^2+1} dx = \tan^{-1} x + c$$

$$* \int \frac{1}{x^2+a^2} dx = \frac{1}{a} \tan^{-1}\left(\frac{x}{a}\right) + c$$

$$(12) \int \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} dx = \sin^{-1} x + c$$

$$* \int \frac{1}{\sqrt{a^2-x^2}} dx = \sin^{-1}\left(\frac{x}{a}\right) + c$$

$$(13) \int \frac{1}{|x|\sqrt{x^2-1}} dx = \sec^{-1} x + c$$

$$* \int \frac{1}{|x|\sqrt{x^2-a^2}} dx = \frac{1}{a} \sec^{-1}\left(\frac{x}{a}\right) + c$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

خواص التكامل غير المحدود

$$(1) \int k f(x) dx = k \int f(x) dx$$

$$(2) \int (f(x) \pm g(x)) dx = \int f(x) dx \pm \int g(x) dx$$

يتوزع التكامل على الجمع والطرح

ولا يتوزع على الضرب أو القسمة

أوجد التكاملات التالية:

(1) $\int e^{ax} dx \quad a \neq 0$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(2) $\int \sin 6t dt$

(3) $\int \sec 2t \tan 2t dt$

(4) $\int \cos(ax) dx \quad a \neq 0$

(5) $\int (x^2 + 4)^2 dx$

(6) $\int \frac{2}{4+4x^2} dx$

(7) $\int \frac{1}{\sqrt{4-4x^2}} dx$

(8) $\int x\sqrt{x} + \frac{1}{2x} dx$

(9) $\int e^{3-2x} - \frac{1}{x^2} dx$

(10) $\int \frac{x^2 + 1}{\sqrt{x}} dx$

(11) $\int \frac{\sin t + 1}{\cos^2 t} dt$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(1) \int \frac{4x^3 - 1}{x^4 - x} dx$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(2) \int \frac{x^5}{1 + x^6} dx$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(3) \int \frac{e^{2x}}{7 + e^{2x}} dx$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(4) \int \frac{t+1}{t^2 + 2t + 2} dt$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(5) \int \tan x dx$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(6) \int \cot 2x dx$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(7) \int \frac{1+x}{1+x^2} dx$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(1) \int x(x^2 - 1)^3 dx$$

محمد عمر الخطيب

$$(2) \int \frac{2x^3}{\sqrt{1-x^4}} dx$$

محمد عمر الخطيب

$$(3) \int \frac{\ln x}{2x} dx$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(4) \int \frac{3}{16+x^2} dx$$

ملاحظة: هذه صيغة تكامل (الافضل حفظها)

$$\int \frac{1}{a^2 + x^2} dx = \frac{1}{a} \tan^{-1} \left(\frac{x}{a} \right) + c$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(1) \int \frac{\sin \sqrt{x}}{\sqrt{x}} dx$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(2) \int \frac{\cos(1/x)}{x^2} dx$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(3) \int \frac{\tan^{-1} 2x}{1+4x^2} dx$$

محمد عمر الخطيب

$$(4) \int \frac{\sin x \cos x}{\sin^2 x - 4} dx$$

محمد عمر الخطيب

$$(1) \int \frac{e^{x^2}}{x^3} dx$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(2) \int \frac{e^{\tan x}}{1 - \sin^2 x} dx$$

محمد عمر الخطيب

$$(3) \int \frac{e^x}{\sqrt{1 - e^{2x}}} dx$$

محمد عمر الخطيب

$$(4) \int \frac{e^x}{1 + e^{2x}} dx$$

محمد عمر الخطيب

$$(1) \int \frac{x^2}{x^6 + 1} dx$$

محمد عمر الخطيب

$$(2) \int \frac{x^3}{x^8 + 1} dx$$

محمد عمر الخطيب

$$(3) \int \frac{x}{\sqrt{4 - x^4}} dx$$

محمد عمر الخطيب

$$(1) \int x(x-1)^5 dx$$

محمد عمر الخطيب

$$(2) \int x\sqrt{x-3} dx$$

محمد عمر الخطيب

$$(3) \int \frac{3}{x + \sqrt{x}} dx$$

محمد عمر الخطيب

$$(1) \int x^3 \sqrt{x^2 - 1} dx$$

محمد عمر الخطيب

$$(2) \int \frac{\sqrt{x}}{x+1} dx$$

محمد عمر الخطيب

ملاحظة: هذه صيغة تكامل (الافضل حفظها)

$$\int \frac{1}{a^2 + x^2} dx = \frac{1}{a} \tan^{-1}\left(\frac{x}{a}\right) + c$$

$$(1) \int \frac{1}{x^2 + a^2} dx$$

ملاحظة: هذه صيغة تكامل (الافضل حفظها)

$$\int \frac{1}{\sqrt{a^2 - x^2}} dx = \sin^{-1}\left(\frac{x}{a}\right) + c$$

$$(2) \int \frac{1}{\sqrt{a^2 - x^2}} dx$$

ملاحظة: هذه صيغة تكامل (الافضل حفظها)

$$\int \frac{1}{|x|\sqrt{x^2 - a^2}} dx = \frac{1}{a} \sec^{-1}\left(\frac{x}{a}\right) + c$$

$$(3) \int \frac{1}{|x|\sqrt{x^2 - a^2}} dx$$

أوجد التكاملات التالية:

(1)
$$\int \frac{4}{5+2x+x^2} dx$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

إكمال المربع

محمد عمر الخطيب

المقام من الدرجة الثاني ولا يحلل
عند إكمال المربع يجب إضافة وطرح
نصف معامل x تربيع
بشرط أن معامل x تربيع واحد

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(2)
$$\int \frac{1}{x^2 - 4x + 8} dx$$

محمد عمر الخطيب

(3)
$$\int \frac{1}{2x^2 + 20x + 52} dx$$

محمد عمر الخطيب

$$(1) \int \frac{2t}{t^2 + 2t + 5} dt$$

محمد عمر الخطيب

$$(2) \int \frac{x+1}{x^2 + 6x + 10} dx$$

محمد عمر الخطيب

$$(1) \int \frac{1}{\sqrt{2x - x^2}} dx$$

محمد عمر الخطيب

$$(2) \int \frac{1}{\sqrt{3 - 2x - x^2}} dx$$

محمد عمر الخطيب

أوجد التكاملات التالية:

يمكن كتابة الدالة النسبية $f(x)$ التي فيها درجة البسط أكبر من أو تساوي درجة المقام على الشكل التالي

$$f(x) = \frac{\text{الناتج}}{\text{المقسوم عليه}} + \frac{\text{الباقى}}{\text{المقسوم عليه}}$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(1) \int \frac{x+2}{x-1} dx$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(2) \int \frac{x^2+7}{x^2+1} dx$$

محمد عمر الخطيب

$$(3) \int \frac{2x^3}{x^2+1} dx$$

محمد عمر الخطيب

$$(1) \int \sin^2 2x dx$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(2) \int \sin^2 x - \cos^2 x dx$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(3) \int (\sin x + \cos x)^2 dx$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(4) \int (\sec x + \tan x)^2 dx$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(5) \int \cos^3 x dx = \int \cos x \cos^2 x dx = \int \cos x (1 - \sin^2 x) dx$$

محمد عمر الخطيب

$$(1) \int \frac{1}{1 + \cos 2x} dx$$

محمد عمر الخطيب

$$(2) \int \frac{1}{1 - \sin x} dx$$

محمد عمر الخطيب

$$(3) \int \sec x dx$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(4) \int \csc x dx$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(1) \sin A \cos B = \frac{1}{2} [\sin(A - B) + \sin(A + B)]$$

$$(2) \sin A \sin B = \frac{1}{2} [\cos(A - B) - \cos(A + B)]$$

$$(3) \cos A \cos B = \frac{1}{2} [\cos(A - B) + \cos(A + B)]$$

هذه التمارين من الدرس الثاني... لكن الافضل أن تكون بهذا الدرس

$$(1) \int \sin 3x \cos 2x dx$$

محمد عمر الخطيب

$$(2) \int \cos mx \cos nx dx$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(3) \int \sin 2x \cos x dx$$

محمد عمر الخطيب

$$(1) \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos x}{\sqrt{1 + \sin x}} dx$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(2) \int_0^{\ln 2} \frac{e^x}{(3 - e^x)^2} dx$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(3) \int_3^4 x \sqrt{x-3} dx$$

محمد عمر الخطيب

$$(4) \int_0^1 x (x-3)^2 dx$$

محمد عمر الخطيب

الوحدة السابعة : طرق التكامل //// الدرس الثاني : التكامل بالأجزاء

التكامل بالأجزاء

$$\int u dv = u v - \int v du$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(1) \int x \sin x dx$$

$$\begin{array}{ccc} u = x & + & dv = \sin x dx \\ du = dx & \leftarrow & v = -\cos x \end{array}$$

-∫

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$\int x \sin x dx = -x \cos x + \int \cos x dx = -x \cos x + \sin x + C$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

ويمكن استخدام التكامل الجدولي لتسهيل عملية التكامل وهو كالآتي

$$(2) \int x^2 \cos x dx$$

$f(x)$ ومشتقاتها		$g(x)$ وتكاملاتها
$f \Rightarrow x^2$	+	$\cos x$
$f' \Rightarrow 2x$	-	$\sin x$
$f'' \Rightarrow 2$	+	$-\cos x$
$f''' \Rightarrow 0$	←	$-\sin x$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

السهم الراجع (الأفقي) يجب أن يكون معه تكامل

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$\int x^2 \cos x dx = x^2 \sin x + 2x \cos x - 2 \sin x + C$$

ملاحظة: يمكن استخدام التكامل الجدولي

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

لكل التكاملات بالأجزاء مع الإنتباه إلى

استخدام التكامل عند التوقف في أي صف (نفس المستوى)

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(1) \int x^2 \sin ax \, dx \quad a \neq 0$$

محمد عمر الخطيب

$$(2) \int x^2 e^{2x} \, dx$$

محمد عمر الخطيب

$$(3) \int \frac{x^2 + x}{\sec 3x} \, dx$$

محمد عمر الخطيب

$$(1) \int 8x \sin x \cos x \, dx$$

محمد عمر الخطيب

$$(2) \int x \sec^2 x \, dx$$

محمد عمر الخطيب

$$(3) \int x(2x-1)^5 \, dx$$

محمد عمر الخطيب

$$(1) \int \ln x \, dx$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(2) \int \ln(x-1) \, dx$$

محمد عمر الخطيب

$$(3) \int x^4 \ln x \, dx$$

محمد عمر الخطيب

$$(4) \int x \ln x^2 \, dx$$

محمد عمر الخطيب

$$(1) \int \tan^{-1} x dx$$

محمد عمر الخطيب

$$(2) \int \sin^{-1} x dx$$

محمد عمر الخطيب

$$(3) \int x \tan^{-1} x dx$$

محمد عمر الخطيب

التكامل بالتعويض ثم الأجزاء

$$(1) \int \cos x \ln(\sin x) dx$$

محمد عمر الخطيب

$$(2) \int x \ln(4 + x^2) dx$$

محمد عمر الخطيب

$$(3) \int e^{\sqrt{x}} dx$$

محمد عمر الخطيب

$$(1) \int \sin \sqrt{x} dx$$

محمد عمر الخطيب

$$(2) \int (\ln x)^2 dx$$

محمد عمر الخطيب

$$(3) \int 2x^3 e^{x^2} dx$$

محمد عمر الخطيب

$$(1) \int e^x \sin x dx$$

محمد عمر الخطيب

$$(2) \int \sin^3 x dx$$

محمد عمر الخطيب

$$(1) \int \sec^3 x dx$$

محمد عمر الخطيب

يمكن حل السؤال عن طريقة المتطابقات

$$(2) \int \cos x \cos 2x dx$$

محمد عمر الخطيب

$$(1) \int_0^1 x^2 \cos \pi x \, dx$$

محمد عمر الخطيب

$$(2) \int_0^1 x^2 e^{3x} \, dx$$

محمد عمر الخطيب

$$(3) \int_1^2 x \ln x \, dx$$

محمد عمر الخطيب

$$\int x^n \ln x dx$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب
(2) أوجد صيغة الاختزال للتكامل

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$\int x^n e^x dx$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(3) أثبت صيغة الاختزال التالية :

$$\int \sec^n x dx = \frac{1}{n-1} \sec^{n-2} \tan x + \frac{n-2}{n-1} \int \sec^{n-2} x dx$$

محمد عمر الخطيب

$$\int_1^4 (2x+3)f'(x) dx$$

فأوجد

$$f(4) = -8, f(1) = 3, \int_1^4 f(x) dx = 12$$

(1) إذا كان

محمد عمر الخطيب

$$f'(5) = f(5) = -6, f'(1) = f(1) = 2, \int_1^5 f(x) dx = 10$$

(2) إذا كان

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$\int_1^5 x^2 f''(x) dx$$

فأوجد

محمد عمر الخطيب

$$\int_0^1 e^x f(x) + e^x f'(x) dx$$

أوجد

(2) إذا كانت f و g دوال متصلة وقابلة للاشتقاق مرتين حيث $f(0) = g(0) = 0, f(1) = g(1) = 0$

$$\int_0^1 f''(x) g(x) dx = \int_0^1 f(x) g''(x) dx$$

اكتب طريقة التكامل (1) تعويض (2) أجزاء (3) تعويض ثم أجزاء (4) أجزاء ثم تعويض

(1) $\int x \ln x dx$

.....

(2) $\int x^2 \cos 2x dx$

.....

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(3) $\int x \sin x^2 dx$

.....

(4) $\int x^3 e^{2x} dx$

.....

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(5) $\int \frac{e^{1/x}}{x^2} dx$

.....

(6) $\int \frac{\ln x}{x} dx$

.....

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(7) $\int \sin x \ln(\cos x) dx$

.....

(8) $\int e^{\sqrt[3]{x}} dx$

.....

(9) $\int e^x \sin 2x dx$

.....

(10) $\int \tan^{-1} x dx$

.....

(11) $\int x^5 e^{x^3} dx$

.....

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(12) $\int \sin(\ln x) dx$

.....

(13) $\int (\ln x)^2 dx$

.....

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(14) $\int x \csc^2 x dx$

.....

(15) $\int \sin^{-1} x dx$

.....

(16) $\int \sin 2x \cos 3x dx$

.....

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

الوحدة السابعة : طرق التكامل /// الدرس الثالث : طرائق تكامل الدوال المثلثية

$$\int \sin^m x \cos^n x dx$$

الصيغة الأولى

افرض u

الدالة ذات القوى غير الفردية

الحالة الأولى : إذا كانت m, n أحدهما عدد فردي

أوجد التكاملات التالية:

(1) $\int \cos^4 x \sin x dx$

محمد عمر الخطيب

(2) $\int \sin^2 x \cos^3 x dx$

محمد عمر الخطيب

$$(1) \int \cos^3 x \sqrt{\sin x} dx$$

محمد عمر الخطيب

$$(2) \int \cos^4 x \sin^3 x dx$$

محمد عمر الخطيب

$$(3) \int \sin 2x \cos^4 2x dx$$

محمد عمر الخطيب

$$(1) \int_0^{\pi/2} \cos^2 x \sin x \, dx$$

محمد عمر الخطيب

$$(2) \int_{-\pi/3}^0 \sqrt{\cos x} \sin^3 x \, dx$$

محمد عمر الخطيب

$$(3) \int_{\pi/4}^{\pi/3} \cos^3 3x \sin^3 3x \, dx$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب m, n كلاهما أعداد زوجية الحالة الثانية: إذا كانت

أوجد التكاملات التالية:

$$\sin^2 x = \frac{1}{2}(1 - \cos 2x)$$

$$\cos^2 x = \frac{1}{2}(1 + \cos 2x)$$

$$(1) \int \sin^2 2x \, dx$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(2) \int \cos^2(x+1) \, dx$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(3) \int \cos^4 x \, dx$$

محمد عمر الخطيب

$$(4) \int \sin^2 x \cos^2 x \, dx$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب $\int \cot^m x \csc^n x dx$ او $\int \tan^m x \sec^n x dx$ محمد عمر الخطيب

الصيغة الثانية

افرض $u = \tan x$

الحالة الأولى : إذا كانت n (قوة \sec) عدد زوجي

(1) $\int \tan^3 x \sec^2 x dx$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

أوجد التكاملات التالية:
محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(2) $\int \sqrt{\tan x} \sec^4 x dx$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(3) $\int \cot^2(2x-1) \csc^2(2x-1) dx$ محمد عمر الخطيب

(4) $\int \sec^4 dx$

محمد عمر الخطيب

الحالة الثانية: إذا كانت m (قوة \tan) عدد فردي

افرض $u = \sec x$

أوجد التكاملات التالية:

(1) $\int \tan x \sec^5 x dx$

محمد عمر الخطيب

(2) $\int \tan^3 x \sec^3 x dx$

محمد عمر الخطيب

(3) $\int \cot x \csc^3 x dx$

محمد عمر الخطيب

$$(1) \int \cot x \csc^4 x \, dx$$

محمد عمر الخطيب

$$(2) \int x \tan^3(x^2 + 1) \sec(x^2 + 1) \, dx$$

محمد عمر الخطيب

$$(3) \int_{\pi/4}^{\pi/2} \cot^2 x \csc^4 x \, dx$$

محمد عمر الخطيب

تكاملات خاصة

(1) $\int \sec x \, dx$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(2) $\int \csc x \, dx$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(3) $\int \frac{1}{\cos x - 1} \, dx$

محمد عمر الخطيب

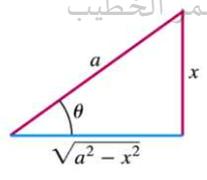
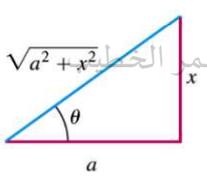
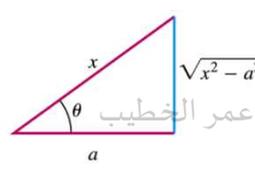
أوجد قيمة n حيث $n \geq 2$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$\int \tan^3 x \sec^n x \, dx = \frac{1}{5} \sec^5 x - \frac{1}{3} \sec^3 x + c$$

محمد عمر الخطيب

الصيغة	التعويض	الفترة	المثلث
$\sqrt{a^2 - x^2}$	$x = a \sin \theta$	$-\frac{\pi}{2} \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$	
$\sqrt{a^2 + x^2}$	$x = a \tan \theta$	$-\frac{\pi}{2} < \theta < \frac{\pi}{2}$	
$\sqrt{x^2 - a^2}$	$x = a \sec \theta$	$0 \leq \theta \leq \pi, x \neq \frac{\pi}{2}$	

اكتب التعويض المثلثي المناسب لإيجاد كل من التكاملات التالية (دون إجراء عملية التكامل):

(1) $\int \frac{x^2}{\sqrt{1-x^2}} dx$

(2) $\int \frac{x^2}{\sqrt{x^2-9}} dx$

(3) $\int \frac{1}{\sqrt{3+x^2}} dx$

$$(1) \int \frac{x^2}{\sqrt{4-9x^2}} dx$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(2) \int \sqrt{2-3x^2} dx$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(3) \int \frac{x}{\sqrt{x^2+4x+5}} dx$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(4) \int \frac{x}{\sqrt{x^2+4x}} dx$$

محمد عمر الخطيب

$$(5) \int \frac{x}{\sqrt{3-2x-x^2}} dx$$

محمد عمر الخطيب

أوجد التكامل

$$(1) \int \frac{1}{x^2 \sqrt{1-x^2}} dx$$

محمد عمر الخطيب

$$(2) \int \frac{\sqrt{4-x^2}}{x^2} dx$$

محمد عمر الخطيب

$$(1) \int \frac{x^2}{\sqrt{1-x^2}} dx$$

محمد عمر الخطيب

$$(2) \int \sqrt{9-x^2} dx$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب
(1) $\int \frac{1}{\sqrt{16+x^2}} dx$

محمد عمر الخطيب

(2) $\int x^3 \sqrt{1+x^2} dx$

محمد عمر الخطيب

أوجد التكاملات التالية:

$$(1) \int \frac{1}{x\sqrt{1+x^2}} dx$$

محمد عمر الخطيب

$$(2) \int \frac{x}{\sqrt{x^2 + 2x + 2}} dx$$

محمد عمر الخطيب

$$(1) \int \frac{\sqrt{x^2-1}}{x} dx$$

أوجد التكاملات التالية:

محمد عمر الخطيب

$$(2) \int \frac{x^3}{\sqrt{x^2-9}} dx$$

محمد عمر الخطيب

$$(1) \int_0^2 \sqrt{4-x^2} dx$$

محمد عمر الخطيب

$$(2) \int_0^1 \frac{x}{\sqrt{4-x^2}} dx$$

محمد عمر الخطيب

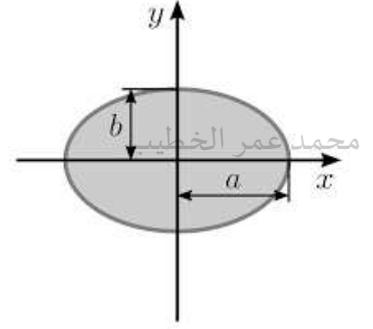
$$(3) \int_{-a}^a \sqrt{a^2-x^2} dx$$

محمد عمر الخطيب

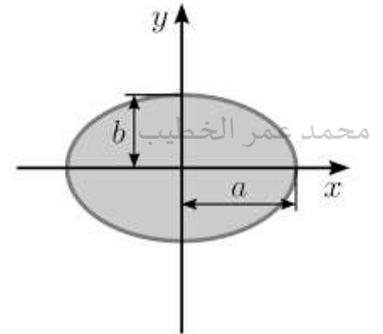
$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

حول محور x

(1) أوجد حجم الجسم الناتج عن دوران القطع الناقص الذي معادلته



(2) أثبت أن مساحة القطع الناقص الذي معادلته $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ هي πab



الوحدة السابعة : طرق التكامل /// الدرس الرابع : التكامل بالكسور الجزئية

تكامل الدوال النسبية

درجة البسط أصغر من درجة المقام

درجة البسط أكبر من أو تساوي درجة المقام

البسط مشتقة المقام

قسمة مطولة

المقام يحل

ln (المقام)

كسور جزئية

الكسور الجزئية هي العملية العكسية لتوحيد المقامات

المقام لا يحل (تربيعي)

ملاحظة : يجب التأكد من أن الكسور في أبسط صورة قبل كتابة الكسور الجزئية له

اكمال مربع

حالات الكسور الجزئية

عندما يكون المقام

(1) عوامل خطية مختلفة

(2) عوامل خطية منها مكرر

(3) عوامل خطية وتربيعية مختلفة

(4) عوامل خطية وتربيعية منها مكرر

$$\frac{x}{x^2-3x+2} = \frac{x}{(x-1)(x-2)} = \frac{A}{x-1} + \frac{B}{x-2}$$

$$\frac{1}{x^2(x+3)} = \frac{A}{x} + \frac{B}{x^2} + \frac{C}{x+3}$$

$$\frac{1}{x(x-2)(x^2+4)} = \frac{A}{x} + \frac{B}{x-2} + \frac{Cx+D}{x^2+4}$$

$$\frac{1}{x(x-2)^2(x^2+4)^2} = \frac{A}{x} + \frac{B}{x-2} + \frac{C}{(x-2)^2} + \frac{Dx+E}{x^2+4} + \frac{Fx+G}{(x^2+4)^2}$$

$$(1) \frac{2}{x^2 - 3x}$$

$$(2) \frac{x}{x^2 - 4}$$

$$(3) \frac{5}{x^2 - 2x - 8}$$

$$(4) \frac{x}{(x+1)(x-3)(x+5)}$$

$$(5) \frac{x+7}{x^2(x+1)}$$

$$(6) \frac{2x+3}{(x^2-1)^2}$$

$$(7) \frac{-1}{x^3-4x}$$

$$(8) \frac{x}{x^3-4x}$$

$$(9) \frac{3}{x(x^2+1)}$$

$$(10) \frac{5x+7}{(x-1)^2(x^2+1)}$$

$$(11) \frac{5}{x^2(x^2+2)^2}$$

$$(12) \frac{1}{x^4-1}$$

$$(1) \frac{2}{x^2 - 1}$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(2) \frac{3x}{x^2 + x - 2}$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(3) \frac{5x - 23}{6x^2 - 11x - 7}$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(4) \frac{1}{x(x-1)(x+2)}$$

محمد عمر الخطيب

$$(1) \frac{8x-8}{x^3-2x^2-8x}$$

محمد عمر الخطيب

$$(2) \frac{12}{x^3+2x^2}$$

محمد عمر الخطيب

$$(3) \frac{x+4}{(x+1)(x-2)^2}$$

محمد عمر الخطيب

$$(1) \frac{9x+7}{(x+3)(x^2+1)}$$

محمد عمر الخطيب

$$(2) \frac{12}{x^2(x^2+1)}$$

محمد عمر الخطيب

$$(1) \int \frac{x+1}{x^2+2x+1} dx$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(2) \int \frac{4}{x^2-4} dx$$

محمد عمر الخطيب

$$(3) \int \frac{5x-23}{6x^2-11x-7} dx$$

محمد عمر الخطيب

$$(1) \int \frac{3x^2 - 7x - 2}{x^3 - x} dx$$

محمد عمر الخطيب

$$(2) \int \frac{3x + 2}{x^3 + x} dx$$

محمد عمر الخطيب

$$(3) \int \frac{3x^2 + 1}{x^3 - x^2 + x - 1} dx$$

محمد عمر الخطيب

$$(1) \int \frac{x-1}{(x+1)^2} dx$$

محمد عمر الخطيب

$$(2) \int \frac{x+1}{x(x-1)^2} dx$$

محمد عمر الخطيب

$$(3) \int \frac{12}{x^3 + 2x^2} dx$$

محمد عمر الخطيب

أوجد التكاملات التالية:

يمكن كتابة الدالة النسبية $f(x)$ التي فيها درجة البسط أكبر من أو تساوي درجة المقام على الشكل التالي

$$f(x) = \text{الناتج} + \frac{\text{الباقى}}{\text{المقسوم عليه}}$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(1) \int \frac{x+3}{x+1} dx$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(2) \int \frac{x^2+3}{x^2+1} dx$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(3) \int \frac{x^3}{x^2+1} dx$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(4) \int \frac{x^2+1}{x^2-1} dx$$

محمد عمر الخطيب

$$(1) \int \frac{x^3 + x + 2}{x^2 + 2x - 8} dx$$

محمد عمر الخطيب

$$(2) \int \frac{x+4}{x^2 + x + 1} dx$$

محمد عمر الخطيب

$$(1) \int \frac{4 \cos x}{\sin^2 x - 4} dx$$

محمد عمر الخطيب

$$(2) \int \frac{2e^x}{e^{2x} - 1} dx$$

محمد عمر الخطيب

ملاحظة : تم ترتيب الدرس السادس والسابع بطريقة مختلفة حيث تم تقديم بعض التمارين من الدرس السابع وتأخير تمارين من الدرس السادس الى السابع

تسمى المعادلة التي تحتوي على مشتقة من اي درجة بالمعادلة التفاضلية

ويقصد بحل المعادلة التفاضلية هو ايجاد قيمة y التي تحقق المعادلة التفاضلية ، وذلك باستخدام التكامل ، ومن اشهر الطرق لحل المعادلات التفاضلية هي طريقة فصل المتغيرات.

ملاحظة : (من خارج الكتاب)

(1) رتبة المعادلة التفاضلية هي أعلى رتبة للمشتقة (أكبر مشتقة)

(2) درجة المعادلة التفاضلية هي أعلى أس معامل تفاضلي (أس أكبر مشتقة)

مثال : $(y'')^5 + x(y''')^4 = xy^7$ معادلة تفاضلية من الرتبة : 3 والدرجة : 4

(1) بين أن الدالة $y = x - \frac{1}{2} + c e^{-2x}$ حيث c عدد ثابت هي حل للمعادلة التفاضلية $y' + 2y = 2x$

(2) إذا كانت الدالة $y = e^{kx}$ حيث k عدد ثابت هي حل للمعادلة التفاضلية $y'' + y' - 6y = 0$

$$(1) y' = \frac{xy}{x^2 + 1}$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(2) y' = 2x \cos y + x$$

محمد عمر الخطيب

$$(3) y' = 2y^2 + 2$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(4) \frac{y'}{x} = \frac{\cos x}{y}$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(5) y' = 3 \cos(x + y)$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(6) y' = 3x(x + y)$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(1) y' = e^{x+\ln y}$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(2) y'(xy + y) = 2$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(3) y' = \sqrt{xy + y}$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(4) y' = 1 - \frac{x}{y}$$

محمد عمر الخطيب

$$(5) y' = \ln(x^2 y)$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(6) y' - y + 1 = 0$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

تأكد أن الحل يحقق الشرط

$$(1) y' = 2e^{2x}, \quad y(0) = 3$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(2) y' = \frac{1}{x^2} + 2x, \quad y(1) = 3$$

محمد عمر الخطيب

$$(3) y' = \frac{x}{x^2 + 1}, \quad y(0) = 2$$

محمد عمر الخطيب

$$(4) y' = \frac{4x}{\cos y}, \quad y(0) = 0$$

محمد عمر الخطيب

أوجد حل كل من المعادلات التفاضلية التالية بصورة صريحة التي تحقق الشرط الابتدائي

$$(1) \quad y' = 2y \quad , \quad y(0) = 5$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(2) \quad y' = -2y \quad , \quad y(1) = 2$$

محمد عمر الخطيب

$$(3) \quad y' = y - 50 \quad , \quad y(0) = 70$$

محمد عمر الخطيب

$$(4) \quad y' = -0.1y - 10 \quad , \quad y(0) = 80$$

محمد عمر الخطيب

أوجد حل كل من المعادلات التفاضلية التالية بصورة صريحة التي تحقق الشرط الابتدائي

$$(1) \quad y' = \frac{4x}{y}, \quad y(1) = 5$$

محمد عمر الخطيب

$$(2) \quad y' = \frac{\cos 2x}{y}, \quad y(0) = -1$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(3) \quad y' = x \sin x, \quad y(0) = 2$$

محمد عمر الخطيب

$$(4) \quad y' = \frac{\tan y}{x}, \quad y(-1) = \frac{\pi}{2}$$

محمد عمر الخطيب

$$(1) y' = y^2 + 1$$

محمد عمر الخطيب

$$(2) y' = \frac{\cos x}{3y^2}$$

محمد عمر الخطيب

$$(3) y' = \frac{6x^2}{y(1+x^3)}$$

محمد عمر الخطيب

$$(1) y' = \sqrt{1-y^2}$$

محمد عمر الخطيب

$$(2) y' = xe^{x-y}$$

محمد عمر الخطيب

$$(3) y' = \frac{e^{-2y}}{x+1}$$

محمد عمر الخطيب

$$(1) y'(xy + y) = 2$$

محمد عمر الخطيب

$$(2) y' = \tan y$$

محمد عمر الخطيب

$$(3) y' = (y + 1) \cos x$$

محمد عمر الخطيب

$$(1) y' = x \cos^2 y$$

محمد عمر الخطيب

$$(2) y' = \sin x + y^2 \sin x$$

محمد عمر الخطيب

$$(3) y' = \frac{2y \ln x}{x}$$

محمد عمر الخطيب

$$(1) \quad y' = \frac{3x}{y+1}$$

محمد عمر الخطيب

$$(2) \quad y' = \frac{\sqrt{1-y^2}}{x \ln x}$$

محمد عمر الخطيب

$$(1) \quad y' = \frac{2\sqrt{y}}{x^2 - 1}$$

محمد عمر الخطيب

$$(2) \quad y' = y(y - 2)$$

محمد عمر الخطيب

$$(1) \quad y' = \frac{\sec^2 x - \sin x}{\cos y + 5e^y}, \quad y(0) = \pi$$

محمد عمر الخطيب

$$(2) \quad y' = \frac{\sin x}{y \cos y}, \quad y(0) = \pi$$

محمد عمر الخطيب

$$(3) \quad y' = \frac{2x}{y} e^{x-y}, \quad y(1) = 1$$

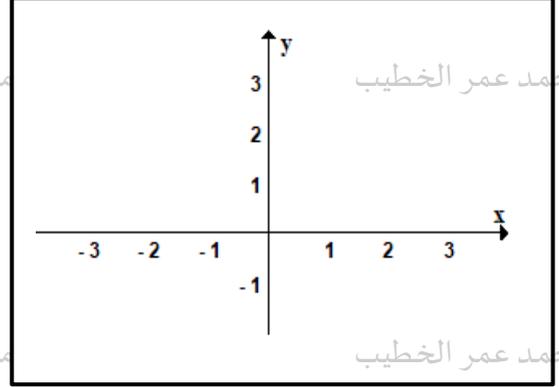
محمد عمر الخطيب

ثم ارسم عائلة المنحنيات التي تمثل حلول المعادلة

(1) $y' = y - 2$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

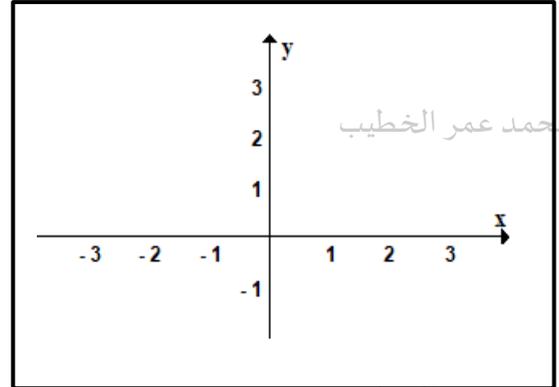


محمد عمر الخطيب

(2) $y' = \frac{2xy}{1+x^2}$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب



محمد عمر الخطيب

تطبيقات المعادلات التفاضلية

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

معادلة النمو اللوجستي

قانون نيوتن بالتبريد

النمو والتضائل الأسي

المعادلة التفاضلية

محمد عمر الخطيب

$$y' = ky(M - y)$$

$$y(0) = A$$

المعادلة التفاضلية

محمد عمر الخطيب

$$y' = k[y(t) - T_a]$$

$$y(0) = A$$

المعادلة التفاضلية

محمد عمر الخطيب

$$y'(t) = k y(t)$$

$$y(0) = A$$

محمد عمر الخطيب

حل المعادلة

$$y(t) = \frac{AM e^{kMt}}{1 + Ae^{kMt}}$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

حل المعادلة

$$y(t) = A e^{kt} + T_a$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

حل المعادلة

$$y(t) = A e^{kt}$$

محمد عمر الخطيب

ممکن إيجاد الثوابت في كل معادلة من خلال الشروط المعطى

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

يوجد معادلات مرتبطة بالنمو والتضائل الأسي مثل المربحة والاستهلاك

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

النمو والتضائل الأسي (النسبة الثابتة)

إذا كانت $y(t)$ تمثل عدد أفراد مجتمع معين (مثل البكتيريا...) فإن معدل التغير $y'(t)$ يتناسب مع عدد المجتمع الأصلي $y(t)$ أي إن

$$y'(t) = k y(t) \quad \text{حيث } k \text{ عدد ثابت يسمى معامل النمو أو معامل التضائل}$$

إذا كانت $k > 0$ يكون نمو أسي (زيادة بنسبة ثابتة)

إذا كانت $k < 0$ يكون تضائل أسي (تناقص بنسبة ثابتة)

ملاحظة:

$$T_d = \frac{\ln 2}{k}$$

(1) الزمن الذي تصبح الكمية ضعف الكمية الأصلية يسمى عمر الضعف ويساوي

$$T_h = \frac{\ln \frac{1}{2}}{k} = \frac{-\ln 2}{k}$$

(2) الزمن الذي تصبح الكمية نصف الكمية الأصلية يسمى عمر النصف ويساوي

حل المعادلة التفاضلية $y'(t) = k y(t)$

محمد عمر الخطيب
محمد عمر الخطيب
محمد عمر الخطيب
عند تشخيص حالة مريض وجد أن 200 خلية من البكتيريا تنمو على حلقه ، وبعد مرور 3 ساعات أصبحت عدد البكتيريا 600 خلية ، إذا كان معدل نمو الخلايا هو نمو أسي.

(أ) اكتب المعادلة التفاضلية مع الشروط التي تتمذج عدد الخلايا في أي زمن t بالساعات وحل المعادلة

محمد عمر الخطيب
محمد عمر الخطيب
محمد عمر الخطيب
$$y'(t) = k y(t) \quad , y(0) = 200 \quad y(3) = 600$$

محمد عمر الخطيب
محمد عمر الخطيب
محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب
محمد عمر الخطيب
محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب
محمد عمر الخطيب
محمد عمر الخطيب
(ب) أوجد عدد الخلايا بعد مرور 5 ساعات

محمد عمر الخطيب
محمد عمر الخطيب
محمد عمر الخطيب

(ج) أوجد الزمن المضاعف (الزمن الذي يصبح عدد الخلايا ضعف العدد الابتدائي)

محمد عمر الخطيب
محمد عمر الخطيب
محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب
محمد عمر الخطيب
محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب
محمد عمر الخطيب
محمد عمر الخطيب
(1) مستتبت بكتيري عدده 200 خلية ويتضاعف كل أربع ساعات ، إذا كان معدل نمو الخلايا هو نمو أسّي ، أوجد عدد الخلايا بعد مرور 7 ساعات.

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب
محمد عمر الخطيب
محمد عمر الخطيب
(2) مستتبت بكتيري عدده 200 خلية ويتضاعف تعداده ثلاث مرات كل خمس ساعات، إذا كان معدل نمو الخلايا هو نمو أسّي،

(أ) أوجد عدد الخلايا (معادلة المجتمع) في أي زمن بالساعات.

محمد عمر الخطيب

(ب) أوجد عدد الخلايا بعد مرور 15 ساعة.

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(ج) حدد متى يصل المجتمع إلى 20000 .

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب (1) عينة كربون ^{14}C مكونة من 50 g ، تتحلل بمعدل أسي ، إذا كان عمر النصف له هو

6000 سنة

(أ) اكتب المعادلة التفاضلية مع الشروط التي تتمزج وزن العينة في أي زمن t السنوات

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$y'(t) = k y(t) \quad , y(0) = 50 \quad , y(6000) = 25 \Leftrightarrow T_h = 6000$$

(ب) حل المعادلة التفاضلية

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

ملاحظة: إذا كان السؤال اختيار من متعدد
نطبق المعادلة مباشرة لحل السؤال

$$y(t) = A e^{kt}$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(ج) أوجد كتلة العينة بعد مرور 8000 سنة

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(2) إذا تم حقن دم مريض بكمية من المورفين هي 0.4 g ، وتتحلل بالدم بمعدل أسي ، إذا كان عمر

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

النصف للمورفين هو 3 ساعات ، فأوجد كمية المورفين في الدم بعد مرور 10 ساعات

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب
(1) يعتبر الاسترنتيوم (90) من أحد النظائر المشعة الخطرة ويتحلل بمعدل أسي حيث يبلغ عمر النصف له

28 عام، إذا امتص جسم كمية منه فأوجد النسبة المئوية المتبقية في الجسم بعد مرور 84 عام

النسبة المئوية المتبقية تساوي
الكمية المتبقية على
الكمية الأصلية $\times 100\%$

محمد عمر الخطيب

(2) إذا تبقى من كربون ^{14}C 14 في أحد الأحافير 20% من الكمية الأصلية، حيث تحلل

بمعدل أسي ، إذا كان عمر النصف له 5730 سنة فأوجد عمر الأحفورة

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب
محمد عمر الخطيب
محمد عمر الخطيب
(1) أصيب جسم بالبكتريا وعددها 10^8 خلية ، تم اعطاء الشخص المريض علاج (حقنه) لمقاومة هذه البكتريا حيث يقتل العلاج 90% من هذه الخلايا . اذا كان عدد الخلايا يتضاعف كل 20 دقيقة وبعد مرور الفترة الزمنية T وجد ان عدد الخلايا رجع الى 10^8 ، اوجد T

محمد عمر الخطيب

(2) تشير ابحاث العلماء عام 1950 ($t = 0$) الى ان مساحة اليابسة التي احتاجها عدد سكان الارض لزراعتها هي 10^9 هكتار وفي عام 1980 ($t = 30$) احتاجوا الى 2×10^9 هكتار اذا كان مساحة اليابسة الصالحة للزراعة تنمو بنسبة مئوية ثابتة . اوجد في اي سنة يكفي عدد السكان زراعة 3.2×10^9 هكتار

محمد عمر الخطيب

الاستهلاك (انخفاض القيمة) وهو من أنواع التضاؤل

(1) إذا كانت قيمة سيارة 40000 درهم وتتناقص بنسبة مئوية ثابتة (أسي مستمر) مقداره 10% سنوي أوجد قيمة السيارة بعد مرور 8 سنوات

محمد عمر الخطيب

(2) كانت قيمة سيارة 40000 درهم وتتناقص بمعدل خطي، أوجد قيمة السيارة بعد مرور 8 سنوات

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

حيث أن قيمة السيارة تصبح صفر بعد عشرين سنة

$$\frac{dy}{dt} = r \quad , \quad y(0) = 40000, \quad y(20) = 0$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب
إذا كانت قيمة بيع آلة جديدة هو 14000 درهم وتتناقص بمعدل أسي ، وتصبح قيمتها 8000 درهم بعد مرور 4 سنوات ، حيث أن قيمة الآلة خرده تصبح 1000 درهم ، أوجد قيمة الآلة في أي زمن

ملاحظة: تتناقص قيمة إعادة البيع للآلة بمعدل يتناسب مع الفرق بين السعر الحالي وقيمة الخردة لها

سؤال الخردة

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

افترض أن $y(t)$ ثمن الآلة بعد t سنة

فإن معدل تغير قيمة الآلة السنوي يحقق المعادلة التفاضلية

$$\frac{dy}{dt} = k(y(t) - 1000) , \quad y(0) = 14000, \quad y(4) = 8000$$

محمد عمر الخطيب

الفائدة (المرابحة) المركبة والفائدة المركبة المستمرة وهو من أنواع النمو

الفائدة المركبة: إجمالي المبلغ في الربح المركب يعطى بالمعادلة

$$A = P \left(1 + \frac{r}{n}\right)^{nt}$$

حيث

A إجمالي المبلغ بعد t سنة

P المبلغ الذي تم استثماره

r الفائدة المركبة

n عدد مرات توزيع الأرباح بالسنة الواحدة

محمد عمر الخطيب

مإذا تم استثمار 100000 درهم في أحد البنوك بفائدة مركبة تساوي 3%، فأوجد إجمالي المبلغ بعد 5 سنوات في الحالات التالية

(أ) توزيع الأرباح سنوي

$$n = 1$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(ب) توزيع الأرباح نصف سنوي

$$n = 2$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(ج) توزيع الأرباح ربع سنوي

$$n = 4$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(د) توزيع الأرباح شهري

$$n = 12$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(هـ) توزيع الأرباح يومي

$$n = 365$$

الفائدة المركبة المستمرة: إجمالي المبلغ في الربح المركب المستمر يعطى بالمعادلة

المعادلة التفاضلية والشروط هي

$$A = Pe^{rt}$$

$$y' = ry$$

$$y(0) = P$$

حيث

A إجمالي المبلغ بعد t سنة

P المبلغ الذي تم استثماره

r الفائدة المركبة

إذا تم استثمار 100000 درهم في أحد البنوك بفائدة مركبة مستمرة (نمو أسي) هي 3%

(أ) اكتب المعادلة التفاضلية مع الشروط التي تتمزج إجمالي المبلغ في أي زمن t السنوات

(ب) حل المعادلة التفاضلية

(ج) أوجد إجمالي المبلغ بعد 5 سنوات

(د) أوجد متى يتضاعف المبلغ الذي تم استثماره

محمد عمر الخطيب
محمد عمر الخطيب
محمد عمر الخطيب
(1) إذا استثمر خالد 10000 عام 1990 في أحد البنوك بفائدة مركبة مستمرة ، وأصبح لديه 20000 عام 2000 ، أوجد معدل المربحة المركبة المستمرة

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب
محمد عمر الخطيب
محمد عمر الخطيب
(2) إذا استثمر سلطان مبلغ من المال P في أحد البنوك بفائدة مركبة مستمرة (نمو أسي) هي 4% وأصبح المبلغ 90000 درهم بعد 5 سنوات ، أوجد المبلغ الذي تم استثماره

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب
محمد عمر الخطيب
محمد عمر الخطيب
(3) في عام 1985 ($t = 0$) اشترى شخص بطاقات تذكارية بمبلغ 34 درهم ، فإذا كانت قيمة البطاقات تزيد بنسبة مئوية ثابتة (نمو أسي) وأصبحت قيمتها 9800 درهم في عام 1995 فأوجد معادلة تعطي قيمة هذه البطاقات في أي زمن t

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب
إذا تم استثمار مبلغ من المال P في أحد البنوك بفائدة مركبة مستمرة (نمو أسي) هي 8% ويتم إيداع مبلغ 2000 درهم سنوياً، أوجد المبلغ الذي تم استثماره إذا وصل إجمالي المبلغ مليون درهم بعد 20 سنة.

سؤال المليون

افتراض أن $y(t)$ إجمالي المبلغ بعد t سنة

محمد عمر الخطيب

فإن معدل تغير المبلغ السنوي يحقق المعادلة التفاضلية لخطيب

$$\frac{dy}{dt} = 0.08y(t) + 2000, \quad y(20) = 1,000,000, \quad y(0) = P$$

$$\frac{dy}{dt} = 0.08[y + 25000]$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$\frac{dy}{y + 25000} = 0.08 dt$$

$$\int \frac{dy}{y + 25000} = \int 0.08 dt$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$\ln|y + 25000| = 0.08t + c$$

$$y + 25000 = e^{0.08t+c} = Ae^{0.08t}$$

$$y = Ae^{0.08t} - 25000$$

$$y(0) = P \Rightarrow$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$p = Ae^{0.08 \times 0} - 25000 \Rightarrow p = A - 25000 \Rightarrow A = P + 25000$$

$$\Rightarrow y(t) = (P + 25000)e^{0.08t} - 25000$$

$$y(20) = 1000000 \Rightarrow$$

$$1000000 = (P + 25000)e^{0.08 \times 20} - 25000$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$1000000 + 25000 = (P + 25000)e^{0.08 \times 20}$$

$$P + 25000 = \frac{1000000 + 25000}{e^{0.08 \times 20}}$$

$$P = \frac{1000000 + 25000}{e^{0.08 \times 20}} - 25000$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$= 181944$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب
إذا تم اقتراض 150000 دولار لشراء بيت على أن يسدد المبلغ على 30 سنة بفائدة مركبة قدرها

8% ويقسط شهري هو P ، أوجد القسط الشهري.

الرهن العقاري

افترض أن $y(t)$ المبلغ المتبقي بعد t سنة

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب فإنه يحقق المعادلة التفاضلية

$$\frac{dy}{dt} = 0.08y(t) - 12p, \quad y(0) = 150000, \quad y(30) = 0$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$\frac{dy}{dt} = 0.08[y - 150p]$$

$$\frac{dy}{y - 150p} = 0.08 dt$$

$$\int \frac{dy}{y - 150p} = \int 0.08 dt$$

$$\ln|y - 150p| = 0.08t + c$$

$$y - 150p = e^{0.08t+c} = Ae^{0.08t}$$

$$y = Ae^{0.08t} + 150p$$

$$y(0) = 150000 \Rightarrow$$

$$150000 = A + 150p \Rightarrow A = 150000 - 150P$$

\Rightarrow

$$y(t) = (150000 - 150p)e^{0.08t} + 150p$$

$$y(30) = 0$$

\Rightarrow

$$0 = (150000 - 150p)e^{0.08 \times 30} + 150p$$

$$0 = (150000 - 150p)e^{2.4} + 150p$$

$$0 = 150000e^{2.4} - 150e^{2.4}p + 150p$$

$$0 = 150000e^{2.4} - 150p(e^{2.4} - 1)$$

$$150p(e^{2.4} - 1) = 150000e^{2.4}$$

$$P = \frac{150000e^{2.4}}{150(e^{2.4} - 1)}$$

$$\approx 1100$$

قانون نيوتن بالتبريد

$$y' = k [y(t) - T_a]$$

تعطى درجة حرارة مشروب القهوة داخل كوب في غرفة درجة حرارتها T_a

$$y' = k [y(t) - T_a]$$

بالمعادلة التفاضلية

حيث $y(t)$ درجة حرارة مشروب القهوة في أي زمن t بالدقائق ، k ثابت المعادلة

ملاحظة: تتناقص قيمة درجة الحرارة بمعدل يتناسب مع الفرق بين درجة الحرارة الحالية ودرجة حرارة المحيط بها

إذا علمت أن درجة حرارة مشروب القهوة عند سكبها هي $80C^\circ$ ، وأصبحت بعد دقيقتين $75C^\circ$ في غرفة درجة حرارتها 20°

(أ) اكتب المعادلة التفاضلية مع الشروط التي تتمذج درجة حرارة المشروب عند أي زمن t بالدقائق

(ب) حل المعادلة التفاضلية

(ج) أوجد درجة حرارة مشروب القهوة بعد 10 دقائق

(د) أوجد الزمن الذي تصبح درجة حرارة القهوة عندها $50C^\circ$

محمد عمر الخطيب
محمد عمر الخطيب
محمد عمر الخطيب
(1) تم صب مشروب مثلج حرارته $10C^{\circ}$ في غرفة درجة حرارتها $21C^{\circ}$ ، وبعد دقيقتين أصبحت درجة حرارته $13C^{\circ}$ اوجد درجة حرارته بعد 10 دقائق

محمد عمر الخطيب

(2) وضع وعاء حساء درجة حرارته $93C^{\circ}$ في غرفة درجة حرارتها $21C^{\circ}$ ، وبعد دقيقة واحدة أصبحت درجة حرارته $82C^{\circ}$ اوجد متى تصل درجة حرارته الى $49C^{\circ}$

محمد عمر الخطيب

تتم نمذجة عدد السكان $y(t)$ لمجتمع معين بعد أي زمن t بالسنوات بالمعادلة التفاضلية

$$y' = ky(M - y)$$

حيث M ثابت القدرة الإستيعابية لعدد السكان (الحد الأقصى) ، و k ثابت يرتبط بمعدل النمو السكاني (معدل النمو السكاني $r = kM$)

تمت نمذجة عدد السكان $y(t)$ لمجتمع معين بعد أي زمن t بالسنوات بالمعادلة

$$y' = ky(M - y)$$

حيث M ثابت القدرة الاستيعابية لعدد السكان (الحد الأقصى) ، و k ثابت يرتبط بمعدل النمو السكاني (معدل النمو السكاني $r = kM$)

بين أن حل المعادلة التفاضلية لإيجاد عدد السكان في أي زمن t بالسنوات هو

$$y(t) = \frac{AM e^{kMt}}{1 + Ae^{kMt}} \quad \text{Or} \quad y = \frac{AM}{A + e^{-kMt}}$$

حيث A عدد ثابت يمكن إيجاده من خلال الشرط $y(0)$ يساوي عدد السكان الأصلي

$$y' = ky(M - y)$$

$$\frac{dy}{dt} = ky(M - y)$$

$$\frac{dy}{y(M - y)} = k dt$$

$$\int \frac{dy}{y(M - y)} = \int k dt$$

$$\int \left[\frac{1}{My} + \frac{1}{M(m - y)} \right] dy = \int k dt$$

$$\frac{1}{M} \ln|y| - \frac{1}{M} \ln|M - y| = k t + c$$

$$\ln|y| - \ln|M - y| = kM t + c$$

$$\ln \left| \frac{y}{M - y} \right| = kM t + c$$

$$\frac{y}{M - y} = e^{kMt + c} = e^{kMt} \times e^c$$

$$\frac{y}{M - y} = Ae^{kMt}$$

$$y = Ae^{kMt} (M - y)$$

$$y = AMe^{kMt} - Aye^{kMt}$$

$$y + Aye^{kMt} = AMe^{kMt}$$

$$y(1 + Ae^{kMt}) = AMe^{kMt}$$

$$y = \frac{AMe^{kMt}}{1 + Ae^{kMt}}$$

$$y = \frac{AM}{A + e^{-kMt}}$$

محمد عمر الخطيب
محمد عمر الخطيب
محمد عمر الخطيب
وضعت 350 سمكة في حوض لتربية الاسماك وتتمو سنوياً بفرضية النمو اللوجستي حيث $k = 0.007$ وقدرت الحوض الاستيعابية 1000 سمكة،

(أ) اكتب المعادلة التي تمثل معدل نمو الاسماك في الحوض مع الشروط (المعادلة التفاضلية)

محمد عمر الخطيب

$$y'(t) = ky(M - y)$$

محمد عمر الخطيب

$$y' = 0.007 y(1000 - y) \quad , y(0) = 350$$

(ب) اكتب المعادلة التي تمثل عدد الأسماك في الحوض مع مرور الزمن (حل المعادلة التفاضلية)

محمد عمر الخطيب

(ج) أوجد عدد الأسماك في الحوض بعد مرور 6 أشهر (0.5 سنة)

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

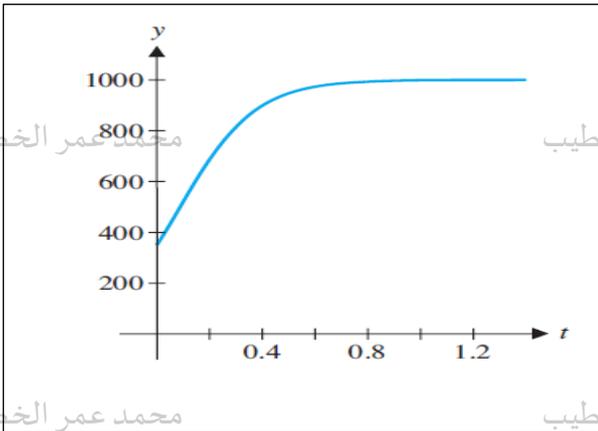
محمد عمر الخطيب

(د) ارسم دالة النمو اللوجستي

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب



محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب
محمد عمر الخطيب
محمد عمر الخطيب
(1) إذا كان عدد سكان إحدى الدول 10 مليون نسمة وينمو بفرضية النمو اللوجستي حيث

$k = 0.001$ ، وقدرته الاستيعابية 20 مليون نسمة، أوجد عدد السكان بعد خمس سنوات

محمد عمر الخطيب

معادلة نمو لوجستي

$$y(0) = 4 , \quad y' = 2y(5 - y)$$

(2) حل المعادلة التفاضلية التالية

محمد عمر الخطيب

انتهت الوحدة السابعة بحمد الله

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

اجابات التمارين العامة موجودة
في آخر صفحة بالوحدة

تمارين عامة على الوحدة السابعة

الوحدة السابع اسئلة الدرس الأول

اختر الاجابة الصحيحة لكل فقرة من الفقرات التالية

$$(1) \int \sec 3x \tan 3x \, dx$$

(a) $\frac{1}{9} \sec 3x + c$

(b) $\frac{1}{3} \sec 3x + c$

محمد عمر الخطيب

(c) $\frac{1}{9} \sec 3x \tan 3x + c$

(d) $\frac{1}{3} \sec 3x \tan 3x + c$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(2) \int \sin^2 2x \, dx =$$

(a) $\frac{1}{2} (1 - \sin 4x) + c$

(b) $\frac{1}{2} (2x - \sin 2x) + c$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(c) $\frac{1}{2} (1 - \cos 4x) + c$

(d) $\frac{1}{8} (4x - \sin 4x) + c$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(3) \int \frac{\sin^2 x}{1 - \cos x} \, dx =$$

(a) $x + \cos x + c$

(b) $x - \cos x + c$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(c) $x - \sin x + c$

(d) $x + \sin x + c$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(4) \int \frac{1}{2x} + \frac{\sin x}{\cos^2 x} dx =$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(a) $\frac{1}{2} \ln x + \sec x + c$

(b) $\ln 2x + \sec x + c$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(c) $\frac{1}{2} \ln x + \sec x \tan x + c$

(d) $\frac{1}{2} \ln x + \tan x + c$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(5) \int 15x^2 (x^3 + 1)^4 dx =$$

(a) $(x^3 + 1)^6 + c$

(b) $15(x^3 + 1)^6 + c$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(c) $(x^3 + 1)^5 + c$

(d) $6(x^3 + 1)^6 + c$

$$(6) \int \frac{x}{\sqrt{3x^2 + 5}} dx =$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(a) $\frac{1}{9}(3x^2 + 5)^{\frac{3}{2}} + c$

(b) $\frac{1}{4}(3x^2 + 5)^{\frac{3}{2}} + c$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(c) $\frac{1}{3}(3x^2 + 5)^{\frac{1}{2}} + c$

(d) $\frac{3}{2}(3x^2 + 5)^{\frac{3}{2}} + c$

$$(7) \int \sin x \cos^6 x dx =$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(a) $\frac{1}{7} \cos^7 x + c$

(b) $-\frac{1}{7} \cos^7 x + c$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(c) $\frac{1}{14} \sin^2 x \cos^7 x + c$

(d) $\frac{1}{2} \sin^2 x + c$

محمد عمر الخطيب
(8) $\int x^2 \cos x^3 dx =$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(a) $\frac{1}{3} \sin x^3 + c$

(b) $-\frac{1}{3} \sin^3 x + c$

محمد عمر الخطيب
(c) $\frac{1}{3} x^3 \sin x^3 + c$

محمد عمر الخطيب
(d) $-\frac{1}{3} x^3 \sin x^3 + c$

محمد عمر الخطيب

(9) $\int \frac{1}{x^2 + a^2} dx$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(a) $\frac{1}{a^2} \tan^{-1}\left(\frac{x}{a}\right) + c$

(b) $\frac{1}{a} \tan^{-1}(x) + c$

محمد عمر الخطيب
(c) $\frac{1}{a} \tan^{-1}\left(\frac{x}{a}\right) + c$

محمد عمر الخطيب
(d) $\frac{1}{a^2} \tan^{-1}\left(\frac{x}{a^2}\right) + c$

محمد عمر الخطيب

(10) $\int 3x e^{x^2+1} dx =$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(a) $6e^{x^2+1} + c$

(b) $2xe^{x^2} + c$

محمد عمر الخطيب
(c) $2e^{x^2} + c$

محمد عمر الخطيب
(d) $\frac{3}{2}e^{x^2+1} + c$

محمد عمر الخطيب

(11) $\int \frac{(\tan^{-1} x)^2}{x^2 + 1} dx =$

محمد عمر الخطيب
(a) $(\tan^{-1} x)^3 + c$

محمد عمر الخطيب
(b) $(x^2 + 1)^3 + c$

محمد عمر الخطيب

(c) $\frac{1}{3}(\tan^{-1} x)^3 + c$

(d) $\frac{1}{3}(x^2 + 1)^3 + c$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب
(12) $\int \sec^2 x \sqrt{\tan x} dx =$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(a) $\frac{2}{3}(\tan x)^{\frac{3}{2}} + c$

(b) $\frac{3}{2}(\tan x)^{\frac{3}{2}} + c$

محمد عمر الخطيب
(c) $\frac{1}{3}(\sec x)^3 + c$

محمد عمر الخطيب
(d) $-\frac{1}{3}(\sec x)^3 + c$

محمد عمر الخطيب

(13) $\int x\sqrt{x-1} dx =$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(a) $2x^2(x-1)^{\frac{3}{2}} + c$

(b) $(x-1)^{\frac{5}{2}} + (x-1)^{\frac{3}{2}} + c$

محمد عمر الخطيب
(c) $\frac{2}{3}(x^2-x)^{\frac{3}{2}} + c$

محمد عمر الخطيب
(d) $\frac{2}{5}(x-1)^{\frac{5}{2}} + \frac{2}{3}(x-1)^{\frac{3}{2}} + c$

(14) $\int \frac{1}{\sqrt{x+x}} dx =$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(a) $\ln|1+\sqrt{x}| + c$

(b) $2\ln|1+\sqrt{x}| + c$

(c) $\ln|\sqrt{x}+x| + c$

(d) $2\ln|\sqrt{x}+x| + c$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(15) $\int \frac{1}{9x^2+4} dx =$

محمد عمر الخطيب
(a) $\frac{1}{6}\tan^{-1}\left(\frac{3}{2}x\right) + c$

محمد عمر الخطيب
(b) $\frac{2}{3}\tan^{-1}\left(\frac{3}{2}x\right) + c$

محمد عمر الخطيب

(c) $\frac{1}{6}\tan^{-1}\left(\frac{2}{3}x\right) + c$

(d) $\frac{1}{9}\tan^{-1}\left(\frac{9}{4}x\right) + c$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(16) \int \frac{1}{x^2 - 6x + 10} dx =$$

$$(a) \tan^{-1}(x+3) + c$$

$$(b) \sec^{-1}(x+3) + c$$

$$(c) \tan^{-1}(x-3) + c$$

$$(d) \sin^{-1}(x-3) + c$$

$$(17) \int \frac{x^3}{x^8 + 1} dx =$$

$$(a) \frac{1}{2} \tan^{-1}(x^4) + c$$

$$(b) \frac{1}{2} \tan(x^4) + c$$

$$(c) \tan^{-1}(x^4) + c -$$

$$(d) \frac{1}{4} \tan^{-1}(x^4) + c$$

$$(18) \int \frac{3}{(x-2)^2 + 5} dx$$

$$(a) \frac{3}{\sqrt{5}} \tan^{-1} \frac{(x-2)}{\sqrt{5}} + c$$

$$(b) \frac{6}{\sqrt{5}} \tan^{-1} \frac{(x-2)}{\sqrt{5}} + c$$

$$(c) \frac{3}{5} \tan^{-1} \frac{(x-2)}{\sqrt{5}} + c$$

$$(d) \frac{3}{\sqrt{5}} \tan^{-1} \frac{(x-5)}{\sqrt{2}} + c$$

$$(19) \int (1 + e^{\tan 2x}) \sec^2 2x dx =$$

$$(a) \tan x + e^{\tan 2x} + c$$

$$(b) x + e^{\tan 2x} + c$$

$$(c) \frac{1}{2} (\tan 2x + e^{\tan 2x}) + c$$

$$(d) x + \frac{1}{2} e^{\tan 2x} + c$$

$$(20) \int 2(\tan x + \tan^3 x) dx =$$

$$(a) \tan^2 x + c$$

$$(b) \sec^2 x + c$$

$$(c) \sec^3 x + c$$

$$(d) 2x + c$$

$$(21) \int 4e^{x^2 + \ln x} dx =$$

$$(a) e^{x^2} + c$$

$$(b) 2xe^{x^2} + c$$

$$(c) 2e^{x^2} + c$$

$$(d) xe^{x^2} + c$$

$$(22) \int \frac{1}{\sqrt{x^4 - x^2}} dx =$$

$$(a) \sec^{-1} x + c$$

$$(b) \csc^{-1} x + c$$

$$(c) \sin^{-1} x + c$$

$$(d) \cos^{-1} x + c$$

$$(23) \int x(2x+1)^5 dx =$$

$$(a) \frac{1}{28}(2x+1)^7 - \frac{1}{24}(2x+1)^6 + c$$

$$(b) \frac{1}{28}(2x+1)^7 + \frac{1}{24}(2x+1)^6 + c$$

$$(c) \frac{1}{28}(2x+1)^8 - \frac{1}{24}(2x+1)^7 + c$$

$$(d) \frac{1}{14}(2x+1)^7 - \frac{1}{12}(2x+1)^6 + c$$

محمد عمر الخطيب
(24) $\int \sec x dx =$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(a) $\ln|\sec x + \tan x| + c$

(b) $\ln|\sec x - \tan x| + c$

محمد عمر الخطيب
(c) $\ln|\sec x \tan x| + c$

محمد عمر الخطيب
(d) $\ln|\sec x| + c$

محمد عمر الخطيب

(25) $\int \csc x dx =$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(a) $\ln|\csc x - \cot x| + c$

(b) $\ln|\csc x \cot x| + c$

محمد عمر الخطيب
(c) $\ln|\csc x| + c$

محمد عمر الخطيب
(d) $-\cot^2 x + c$

محمد عمر الخطيب

(26) $\int \frac{x+1}{\sqrt{3-2x-x^2}} dx$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(a) $\sqrt{3-2x-x^2} + c$

(b) $-\sqrt{3-2x-x^2} + c$

محمد عمر الخطيب
(c) $\sin^{-1}\left(\frac{x+1}{2}\right) + c$

محمد عمر الخطيب
(d) $2\sin^{-1}\left(\frac{x+1}{2}\right) + c$

محمد عمر الخطيب

(27) $\int \frac{2}{\sqrt{e^{4x}-1}} dx =$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(a) $\sec^{-1}(e^{4x}) + c$

(b) $\sin^{-1}(e^{4x}) + c$

(c) $\sec^{-1}(e^{2x}) + c$

(d) $\sin^{-1}(e^{2x}) + c$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(28) \int \frac{e^x}{1+e^{2x}} dx$$

$$(a) \ln(e^{2x} + 1) + c$$

$$(b) \tan^{-1}(e^x) + c$$

$$(c) \tan^{-1}(e^{2x} + 1) + c$$

$$(d) \tan^{-1}(e^x + 1) + c$$

$$(29) \int \frac{1}{x^2 + x + 1} dx$$

$$(a) \frac{2}{3} \tan^{-1} \frac{2x+1}{3} + c$$

$$(b) \frac{2}{\sqrt{3}} \tan^{-1} \frac{x+1}{\sqrt{3}} + c$$

$$(c) \frac{2}{\sqrt{3}} \tan^{-1} \frac{2x+1}{\sqrt{3}} + c$$

$$(d) \frac{2}{\sqrt{3}} \tan^{-1} \frac{x}{\sqrt{3}} + c$$

$$(30) \int \frac{1}{\sqrt{2x - x^2}} dx$$

$$(a) \sin^{-1} x + c$$

$$(b) \sin^{-1}(x-1) + c$$

$$(c) \sin^{-1}(x+1) + c$$

$$(d) \sin^{-1}(1-x) + c$$

$$(31) \int \frac{1}{|x|\sqrt{x^2 - a^2}} dx, a > 0$$

$$(a) \frac{1}{a^2} \sec^{-1}\left(\frac{x}{a}\right) + c$$

$$(b) \frac{1}{a} \sec^{-1}(x) + c$$

$$(c) \frac{1}{a} \sec^{-1}\left(\frac{x}{a}\right) + c$$

$$(d) \frac{1}{a^2} \sec^{-1}\left(\frac{x}{a^2}\right) + c$$

$$(32) \int \frac{3}{x^{1/4} + x} dx =$$

$$(a) 4 \ln |1 + x^{3/4}| + c$$

$$(b) 2 \ln |1 + x^{3/4}| + c$$

$$(c) 4 \ln |x^{1/4} + x| + c$$

$$(d) 2 \ln |x^{1/4} + x| + c$$

$$(33) \int 3^{x^2} x dx =$$

$$(a) \frac{3^{x^2}}{2} + c$$

$$(b) \frac{3^{x^2+1}}{x^2+1} + c$$

$$(c) \frac{3^{x^2}}{\ln 9} + c$$

$$(d) \frac{3^{x^2}}{\ln 3} + c$$

$$(34) \int \sqrt[3]{x^5 - x^3} dx =$$

$$(a) \frac{3}{4} (x^5 - x^3)^{\frac{4}{3}} + c$$

$$(b) \frac{3}{4} (x^2 - 1)^{\frac{4}{3}} + c$$

$$(c) \frac{3}{8} (x^2 - 1)^{\frac{4}{3}} + c$$

$$(d) -\frac{3}{8} (x^2 - 1)^{\frac{4}{3}} + c$$

$$(35) \int \sin 3x \cos 2x dx =$$

$$(a) \frac{1}{2} \left[\cos x + \frac{1}{5} \cos 5x \right] + c$$

$$(b) \frac{1}{2} \left[\cos x + \frac{1}{5} \cos 5x \right] + c$$

$$(c) -\frac{1}{2} \left[\cos x - \frac{1}{5} \cos 5x \right] + c$$

$$(d) \frac{1}{2} \left[\cos x - \frac{1}{5} \cos 5x \right] + c$$

$$(36) \int_0^1 x(x-1)^3 dx$$

$$(a) \frac{1}{20}$$

$$(b) -\frac{1}{20}$$

$$(c) \frac{1}{8}$$

$$(d) -\frac{1}{8}$$

$$(37) \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^2 x \sin x dx =$$

$$(a) -1$$

$$(b) 1$$

$$(c) \frac{1}{3}$$

$$(d) -\frac{1}{3}$$

$$(38) \int_0^1 \sqrt{1-x^2} dx =$$

$$(a) \pi$$

$$(b) 2\pi$$

$$(c) \frac{\pi}{2}$$

$$(d) \frac{\pi}{4}$$

$$(39) \int_1^4 \frac{e^{\sqrt{x}}}{\sqrt{x}} dx =$$

$$(a) \frac{1}{2} \int_1^4 e^u du$$

$$(b) \frac{1}{2} \int_1^2 e^u du$$

$$(c) 2 \int_1^2 e^u du$$

$$(d) 2 \int_1^4 e^u du$$

$$(40) \int_0^1 \frac{x}{x^2+1} dx =$$

(a) 1

(b) $\ln\sqrt{2}$

(c) $\frac{\pi}{4}$

(d) $-\tan^{-1}\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$

$$(41) \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \sin^3 x \cos x dx =$$

(a) $-\frac{1}{8}$

(b) $\frac{1}{8}$

(c) $\frac{3}{16}$

(d) $\frac{3}{16}$

$$(42) \int_0^1 \frac{e^x}{(3-e^x)^2} dx =$$

(a) $\frac{\ln(e-3)}{3}$

(b) $\frac{1}{3-e}$

(c) $\frac{e-1}{2(3-e)}$

(d) $\frac{e-2}{3-e}$

$$(43) \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos x}{\sqrt{1+\sin x}} dx =$$

(a) $2\sqrt{2}$

(b) $-2\sqrt{2}$

(c) $2(\sqrt{2}-1)$

(d) $2(\sqrt{2}+1)$

(a) $\int u e^u du$

(b) $\int u^2 e^u du$

(c) $\int u^3 du$

(d) $\int e^{2u} du$

(45) إذا كان $\int_3^5 x \sqrt{2x-1} dx = k \int_a^b (u+1) \sqrt{u} du$ فإن قيمة الثابت k تساوي

(a) 4

(b) 2

(c) $\frac{1}{2}$

(d) $\frac{1}{4}$

(d) $\frac{1}{4}$

(46) إذا كان $\int_3^5 x \sqrt{2x-1} dx = k \int_a^b (u+1) \sqrt{u} du$ فإن قيمة الثابت b تساوي

(a) 5

(b) 9

(c) 11

(d) 8

(47) إذا كانت $\int_0^k \frac{\sec^2 x}{1 + \tan x} dx = \ln 2$ فإن قيمة الثابت k حيث $0 \leq k \leq \pi$ يساوي

(a) $\frac{\pi}{6}$

(b) $\frac{\pi}{4}$

(b) $\frac{\pi}{4}$

(c) $\frac{\pi}{3}$

(d) $\frac{\pi}{2}$

(48) إذا كان $f(x)$ دالة متصلة على R ، فإن $\int_0^{\pi} \cos x f'(\sin x) dx$ يساوي

(a) 1

(b) π

(c) 0

(d) 2π

(49) إذا كان $f(0) = -2, f(1) = 2$ ، فإن $\int_0^1 \frac{f'(x)}{f(x)+1} dx$ يساوي

(a) 0

(b) 4

(c) $\ln 3$ (d) $\ln 4$

(50) $\int \frac{x^3}{(4+x^2)^{3/2}} dx$ ، $u = 4+x^2$

(a) $\sqrt{4+x^2} + \frac{4}{\sqrt{4+x^2}} + c$

(b) $\sqrt{4+x^2} + \frac{1}{\sqrt{4+x^2}} + c$

(c) $5\sqrt{4+x^2} + c$ (d) $\sqrt{4+x^2} + 4 + c$

(1) $\int x \sin x \, dx$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(a) $\frac{x^2}{2} \cos x + c$

(b) $-\frac{1}{4} x^2 \cos^2 x + c$

(c) $-x \cos x + \sin x + c$

(d) $x \cos x - \sin x + c$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(2) $\int e^{ax} x^2 \, dx = \int x^2 e^{ax} \, dx \quad a \neq 0$

محمد عمر الخطيب

(a) $\frac{1}{a} x^2 e^{ax} - \frac{2}{a^2} x e^{ax} + \frac{2}{a^3} e^{ax} + c$

محمد عمر الخطيب

(b) $\frac{1}{a} x^2 e^{ax} + \frac{2}{a^2} x e^{ax} + \frac{2}{a^3} e^{ax} + c$

محمد عمر الخطيب

(c) $\frac{1}{a^2} x^2 e^{ax} - \frac{1}{a^3} x e^{ax} + \frac{1}{a^4} e^{ax} + c$

خ

محمد عمر الخطيب

(d) $\frac{1}{3a} x^3 e^{ax} + c$

خ

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(3) $\int x \sec^2 x \, dx =$

(a) $\frac{x^2}{2} (\sec^2 x - \tan^2 x) + c$

محمد عمر الخطيب

(b) $x \tan x + \ln |\cos x| + c$

محمد عمر الخطيب

(c) $\frac{1}{2} x^2 \sec^2 x - \frac{1}{6} x^3 \tan^2 x + c$

(d) $\frac{1}{2} x^2 \sec^2 x + \tan^2 x + c$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(4) \int \sin^{-1} x \, dx =$$

$$(a) \, x - \int \frac{x}{\sqrt{1-x^2}} \, dx$$

$$(b) \, x \sin^{-1} x - \int \frac{x}{\sqrt{1-x^2}} \, dx$$

$$(c) \, x \sin^{-1} x + \int \frac{x}{\sqrt{1-x^2}} \, dx$$

$$(d) \, \sin^{-1} x - \int \frac{x}{\sqrt{1-x^2}} \, dx$$

$$(5) \int \frac{x}{\sqrt{e^x}} \, dx$$

$$(a) \frac{2x-4}{\sqrt{e^x}} + c$$

$$(b) \frac{-2x-4}{\sqrt{e^x}} + c$$

$$(c) \frac{2x+4}{\sqrt{e^x}} + c$$

$$(d) \frac{-2x+4}{\sqrt{e^x}} + c$$

$$(6) \int \sin \sqrt{x} \, dx$$

$$(a) \, \sqrt{x} \cos \sqrt{x} - 2 \sin \sqrt{x} + c$$

$$(b) \, -2\sqrt{x} \cos \sqrt{x} + 2 \sin \sqrt{x} + c$$

$$(c) \, \sqrt{x} \sin \sqrt{x} + 2 \cos \sqrt{x} + c$$

$$(d) \, 2\sqrt{x} \sin \sqrt{x} + 2 \sin \sqrt{x} + c$$

$$(7) \int e^{\sqrt{x}} \, dx$$

$$(a) \, \sqrt{x} e^{\sqrt{x}} - e^{\sqrt{x}} + c$$

$$(b) \, \sqrt{x} e^{\sqrt{x}} + 2e^{\sqrt{x}} + c$$

$$(c) \, 2x e^x - 2e^x + c$$

$$(d) \, 2\sqrt{x} e^{\sqrt{x}} - 2e^{\sqrt{x}} + c$$

$$(8) \int e^{2x} \sin e^x dx$$

$$(a) -e^x \cos e^x + \sin e^x + c$$

$$(b) e^x \cos e^x - \sin e^x + c$$

$$(c) e^x \sin e^x + \cos e^x + c$$

$$(d) \cos e^x - e^x \sin e^x + c$$

$$(9) \int (\ln x)^2 dx$$

$$(a) x(\ln x)^2 - 2x \ln x + 2x + c$$

$$(b) x(\ln x)^2 + 2x \ln x + 2x + c$$

$$(c) \frac{1}{3}(\ln x)^3 + c$$

$$(d) 2(x \ln x - x) + c$$

$$(10) \int \sec^3 x dx =$$

$$(a) \frac{1}{2} [\sec x \tan x + \ln |\sec x + \tan x|] + c$$

$$(b) \frac{1}{2} [\sec x \tan x - \ln |\sec x + \tan x|] + c$$

$$(c) \frac{1}{2} [\sec x + \tan x + \ln |\sec x + \tan x|] + c$$

$$(d) \frac{1}{2} [\sec x \tan x + \ln |\sec x \tan x|] + c$$

$$(11) \int 2x^3 e^{x^2} dx =$$

$$(a) x^2 e^{x^2} - e^{x^2} + c$$

$$(b) x^2 e^{x^2} + e^{x^2} + c$$

$$(c) \frac{1}{3} x^3 e^{x^2} - e^{x^2} + c$$

$$(d) \frac{1}{3} x^3 e^{x^2} + c$$

$$(12) \int 2x^3 \sin x^2 dx$$

$$(a) x^2 \cos x^2 + \sin x + c$$

$$(b) -x^2 \cos x^2 + \sin x^2 + c$$

$$(c) -\cos x^4 + c$$

$$(d) x \cos x + \sin x + c$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(13) \int_0^{\pi} 2x \cos x dx$$

$$(a) 4$$

$$(b) 6$$

$$(c) -4$$

$$(d) 0$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(14) \int_1^2 \ln x dx$$

$$(a) \ln 4 - 1$$

$$(b) \ln 2 - 1$$

$$(c) \ln 4 + 1$$

$$(d) 2 \ln 2$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(15) \int_0^1 x e^{-x} dx =$$

$$(a) 1 - 2e$$

$$(b) 1 - 2e^{-1}$$

$$(c) 1 + 2e$$

$$(d) 1 + 2e^{-1}$$

محمد عمر الخطيب

$$\int x^2 \ln x \, dx \quad \text{فإن}$$

(16) عند استخدام التكامل بالأجزاء لإيجاد التكامل

(a) $u = x^2, dv = \ln x$

(b) $u = \ln x, dv = x^2$

(c) $u = x^2 \ln x, dv = 1$

(d) $u = x, dv = x \ln x$

(17) إذا كان

$$\int \sec^3 x \, dx = \sec x \tan x - \int g(x) \tan x \, dx$$

محمد عمر الخطيب
فإن $g(x)$ تساوي

(a) $\sec x$

(b) $\sec^2 x$

(c) $\sec^3 x$

(d) $\sec x \tan x$

$$f(x) \quad \text{فإن} \quad \int f(x) \sin x \, dx = -f(x) \cos x + \int 3x^2 \cos x \, dx \quad (18) \quad \text{إذا كان}$$

(a) $-x^3 + c$

(b) $x^3 + c$

(c) $3x^2 + c$

(d) $-3x^2 + c$

$$f(4) = 8, f(1) = 3, \int_1^4 f(x) \, dx = 12 \quad (19) \quad \text{إذا كانت}$$

$$\int_1^4 (2x + 3) f'(x) \, dx \quad \text{فإن قيمة}$$

(a) -88

(b) -24

(c) -127

(d) -137

محمد عمر الخطيب (20) اعتمد على الجدول المجاور وقيمة التكامل

x	-3	-1	2	4	5
$f(x)$	2	4	1	-3	3
$g(x)$	-1	-2	0	7	4

$$\int_{-3}^5 f(x) g'(x) dx = 9$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

فإن $\int_{-3}^5 f'(x) g(x) dx$ يساوي

(a) -2

(b) 5

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(c) 12

(d) 17

(21) إذا كانت $f(2) = 3, f(5) = 7, g(2) = 4, g(5) = 2$

وكانت كل من:

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$T_1 = \int_2^5 f'(x)g(x)dx, \quad T_2 = \int_2^5 f(x)g'(x)dx$$

فإن قيمة $T_1 + T_2$ تساوي

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(a) -4

(b) 4

(c) -2

(d) 2

محمد عمر الخطيب

(22) إذا كانت f دالة متصلة وقابلة للإشتقاق حيث $f(0) = -1, f(1) = 2$

$$\int_0^1 e^x f(x) + e^x f'(x) dx$$

يساوي فإن

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(a) $2e+1$

(b) $2e-1$

(c) 2

(d) 3

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(1) $\int \tan^3 x \sec x \, dx$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(a) $\frac{1}{2} \sec^2 x - \sec x + c$

(b) $\frac{1}{3} \sec^3 x - \sec x + c$

(c) $\frac{1}{2} \sec^2 x + \sec x + c$

(d) $-\frac{1}{3} \sec^3 x + \sec x + c$

(2) $\int \cos^2(x+1) \, dx$

(a) $\frac{1}{2} x + \frac{1}{2} \sin 2(x+1) + c$

(b) $\frac{1}{2} x - \frac{1}{2} \sin 2(x+1) + c$

(c) $\frac{1}{2} x + \frac{1}{2} \sin(x+1) + c$

(d) $\frac{1}{2} x + \frac{1}{4} \sin 2(x+1) + c$

(3) $\int \sin^2 x \cos^3 x \, dx =$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(a) $\frac{2}{3} \sin^3 x \cos^3 x + c$

(b) $\frac{1}{4} \sin x \cos^4 x - \frac{1}{3} \sin^3 x \cos^5 x + c$

(c) $\frac{1}{4} \sin x \cos^4 x - \frac{1}{5} \cos^5 x + c$

(d) $\frac{1}{3} \sin^3 x - \frac{1}{5} \sin^5 x + c$

(4) $\int \sin^3 x \, dx =$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(a) $\frac{1}{3} \cos x \sin^2 x - \cos x + c$

(b) $\frac{1}{4} \sin^4 x + c$

(c) $\frac{1}{3} \cos^3 x - \cos x + c$

(d) $\frac{1}{4} \cos^4 x + c$

محمد عمر الخطيب
(5) $\int \sec^4 x \sqrt{\tan x} dx =$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(a) $\frac{2}{3}(\tan x)^{\frac{3}{2}} - \frac{2}{7}(\tan x)^{\frac{7}{2}} + c$

(b) $\frac{2}{3}(\tan x)^{\frac{3}{2}} + \frac{2}{7}(\tan x)^{\frac{7}{2}} + c$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(c) $\frac{1}{2}(\tan x)^{\frac{1}{2}} - \frac{1}{7}(\tan x)^{\frac{7}{2}} + c$

(d) $\frac{1}{3}(\tan x)^{\frac{3}{2}} - \frac{1}{7}(\tan x)^{\frac{7}{2}} + c$

(6) $\int \tan x \sec^3 x dx =$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(a) $-\frac{1}{3}\sec^3 x + c$

(b) $\frac{1}{3}\sec^3 x + c$

(c) $\frac{1}{4}\sec^4 x + c$

(d) $\frac{1}{3}\tan^3 x + c$

محمد عمر الخطيب

(7) $\int \cot^3 x dx$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(a) $-\frac{1}{2}\cot^2 x - \ln|\sin x| + c$

(b) $\frac{1}{2}\cot^2 x + \ln|\sin x| + c$

(c) $\frac{1}{4}\cot^4 x + c$

(d) $-\frac{1}{4}\csc^4 x + c$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(8) $\int \sec^4 x dx =$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(a) $\frac{1}{3}\tan^3 x - \tan x + c$

(b) $\frac{1}{5}\sec^5 x + c$

(c) $\frac{1}{3}\tan^3 x + \tan x + c$

(d) $4\sec^4 x \tan x + c$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب
(9) $\int \cot^2 x \csc^2 x dx =$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(a) $\frac{1}{3} \cot^3 x + c$

(b) $\frac{1}{3} \csc^3 x + c$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(c) $-\frac{1}{3} \cot^3 x + c$

(d) $\frac{1}{9} \cot^3 x \csc^3 x + c$

(10) $\int \sin^2 x \cos^2 x dx$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(a) $\frac{1}{8} x - \frac{1}{32} \sin 4x + c$

(b) $\frac{1}{4} x - \frac{1}{16} \sin 4x + c$

(c) $\frac{1}{8} x - \frac{1}{32} \sin 2x + c$

(d) $\frac{1}{8} x + \frac{1}{32} \sin 4x + c$

(11) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos x}{\sqrt{1 + \sin x}} dx =$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(a) $2\sqrt{2}$

(b) $-2\sqrt{2}$

(c) $2(\sqrt{2} - 1)$

(d) $2(\sqrt{2} + 1)$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(12) $\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \sin^3 x \cos x dx =$

(a) $-\frac{1}{8}$

(b) $\frac{1}{8}$

محمد عمر الخطيب

(c) $-\frac{3}{16}$

(d) $\frac{3}{16}$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(13) \int_0^{\pi/4} \tan^4 x \sec^4 x dx$$

$$(a) \frac{2}{5}$$

$$(b) \frac{12}{35}$$

$$(c) \frac{17}{21}$$

$$(d) \frac{24}{35}$$

$$(14) \int_{\pi/4}^{\pi/3} \cos^3 3x \sin^3 3x dx$$

$$(a) -72$$

$$(b) 2\pi$$

$$(c) \frac{-1}{72}$$

$$(d) \frac{-1}{36}$$

$$(15) \int \frac{\sqrt{x^2 - 9}}{x} dx$$

نستخدم التعويض

لإيجاد التكامل

$$(a) x = 3 \sin \theta$$

$$(b) x = 3 \sec^2 \theta$$

$$(c) x = 3 \sec \theta$$

$$(d) x = 3 \tan \theta$$

$$(16) \int \sqrt{x^2 - 4x} dx$$

نستخدم التعويض

لإيجاد التكامل

$$(a) x = 2 \sin \theta - 2$$

$$(b) x = 2 \sec^2 \theta - 4$$

$$(c) x = 2 \sec \theta + 2$$

$$(d) x = 2 \sec \theta - 2$$

(17) باستخدام التعويض المناسب يمكن كتابة التكامل $\int \sqrt{2x-x^2} dx$ بالصورة

(a) $\int \cos \theta d\theta$

(b) $\int \cos^2 \theta d\theta$

(c) $\int \sin^2 \theta d\theta$

(d) $\int \cos \theta d\theta$

(18) باستخدام التعويض المناسب يمكن كتابة التكامل $\int \frac{\sqrt{4-x^2}}{x} dx$ بالصورة

(a) $-\int \tan \theta d\theta$

(b) $\frac{1}{2} \int \sec \theta \tan \theta d\theta$

(c) $2 \int \frac{\cos^2 \theta}{\sin \theta} d\theta$

(d) $2 \int \frac{\sin^2 \theta}{\cos \theta} d\theta$

(19) $\int \frac{1}{x^2 \sqrt{1-x^2}} dx$

(a) $\frac{x}{\sqrt{1-x^2}} + c$

(b) $\frac{-x}{\sqrt{1-x^2}} + c$

(c) $\frac{\sqrt{1-x^2}}{x} + c$

(d) $-\frac{\sqrt{1-x^2}}{x} + c$

(20) $\int \frac{1}{(x^2+1)^{3/2}} dx$

(a) $\frac{x}{\sqrt{1-x^2}} + c$

(b) $\frac{\sqrt{x^2+1}}{x^2} + c$

(c) $\frac{x}{\sqrt{x^2+1}} + c$

(d) $-\frac{\sqrt{x^2+1}}{x} + c$

$$(21) \int \frac{\sqrt{x^2-1}}{x} dx$$

$$(a) \sqrt{x^2-1} + \sec^{-1} x + c$$

$$(b) \sqrt{x^2+1} + \sec^{-1} x + c$$

محمد عمر الخطيب

$$(c) \sqrt{x^2-1} - \sec^{-1} x + c$$

محمد عمر الخطيب

$$(d) \sqrt{x^2-1} - \cos^{-1} x + c$$

محمد عمر الخطيب

$$(22) \int \frac{1}{x^2 \sqrt{9-x^2}} dx$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(a) \frac{\sqrt{9-x^2}}{9x} + c$$

$$(b) -\frac{\sqrt{9-x^2}}{9x} + c$$

محمد عمر الخطيب

$$(c) \frac{9x}{\sqrt{9-x^2}} + c$$

محمد عمر الخطيب

$$(d) -\frac{9x}{\sqrt{9-x^2}} + c$$

محمد عمر الخطيب

$$(23) \int_0^{\frac{1}{2}} \frac{x^2}{\sqrt{1-x^2}} dx =$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(a) \int_0^{\frac{1}{2}} \frac{\sin^2 \theta}{\cos \theta} d\theta$$

$$(b) \int_0^{\frac{1}{2}} \frac{\cos^2 \theta}{\sin \theta} d\theta$$

$$(c) \int_0^{\frac{\pi}{3}} \sin^2 \theta d\theta$$

$$(d) \int_0^{\frac{\pi}{6}} \sin^2 \theta d\theta$$

محمد عمر الخطيب

$$(24) \int_0^2 \sqrt{4-x^2} dx$$

محمد عمر الخطيب

$$(a) \pi$$

محمد عمر الخطيب

$$(b) 2\pi$$

محمد عمر الخطيب

$$(c) \frac{\pi}{4}$$

$$(d) \frac{\pi}{2}$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$\int \sin^3 x \cos^n x \, dx = \frac{1}{6} \cos^6 x - \frac{1}{4} \cos^4 x + c \quad (25) \text{ إذا كان } n \text{ تساوي}$$

(a) 1

(b) 2

محمد عمر الخطيب (c) 3

محمد عمر الخطيب (d) 4

محمد عمر الخطيب

(1) الكسور الجزئية المكافئة للكسر $\frac{5x+7}{(x+1)^2(x^2+1)}$ (بدون حساب الثوابت) هي

(a) $\frac{A}{x+1} + \frac{Bx+C}{x^2+1}$

(b) $\frac{A}{(x+1)^2} + \frac{Bx+C}{x^2+1}$

(c) $\frac{A}{x+1} + \frac{B}{(x+1)^2} + \frac{Cx+D}{x^2+1}$

(d) $\frac{A}{x+1} + \frac{B}{(x+1)^2} + \frac{C}{x^2+1}$

(2) الكسور الجزئية المكافئة للكسر $\frac{4x-5}{2x^2-5x-3}$

(a) $\frac{2}{2x+1} + \frac{1}{x-3}$

(b) $\frac{1}{2x+1} + \frac{2}{x-3}$

(c) $\frac{2}{2x+1} + \frac{-1}{x-3}$

(d) $\frac{-2}{2x+1} + \frac{1}{x-3}$

(3) لايجاد التكامل $\int \frac{1}{x^2-1} dx$ نستخدم طريقة

(a) التعويض

(b) الأجزاء

محمد عمر الخطيب

(c) الكسور الجزئية

(d) التعويضات المثلثية

(4) لايجاد التكامل $\int \frac{x^2}{x^2+1} dx$ نستخدم طريقة

(a) التعويض

(b) الأجزاء

(c) الكسور الجزئية

(d) القسمة المطولة

$$(5) \int \frac{1}{(x-1)(x+2)} dx =$$

$$(a) \frac{1}{3} \ln \left| \frac{x-1}{x+2} \right| + c$$

$$(b) \frac{1}{3} \ln \left| \frac{x+2}{x-1} \right| + c$$

$$(c) \frac{1}{3} \ln |(x-1)(x+2)| + c$$

$$(d) \frac{\ln|x-1|}{3 \ln|x+2|}$$

$$(6) \int \frac{1}{x^2 + x} dx =$$

$$(a) \frac{1}{2} \tan^{-1} \left(x + \frac{1}{2} \right) + c$$

$$(b) \frac{1}{2} \ln |x^2 + x| + c$$

$$(c) \ln \left| \frac{x+1}{x} \right| + c$$

$$(d) \ln \left| \frac{x}{x+1} \right| + c$$

$$(7) \int \frac{1}{(x^2 + x)(x+1)} dx =$$

$$(a) A \ln|x| + B \ln|x+1| - \frac{C}{x+1} + c \quad (b) A \ln|x| + B \ln|x+1| + \frac{C}{(x+1)^2} + c$$

$$(c) A \ln|x^2 + x| + B \ln|x+1| + c$$

$$(d) A \ln|x| + B \ln|x^2 + 1| + c$$

حيث C, B, A ثوابت

$$\int \frac{3x}{(x-1)(x+2)} dx = A \ln|x-1| + B \ln|x+2| + c$$

(a) $A = 1, B = 2$

(b) $A = 2, B = 1$

(c) $A = -1, B = 2$

(d) $A = 1, B = -2$

(9) $\int \frac{x^2 + x + 1}{x^3 + x} dx$

(a) $\ln|x| + \tan^{-1} x + c$

(b) $\ln|x| + \tan^{-1} x^2 + c$

(c) $\ln|x| + \ln|x+1| + c$

(d) $\ln|x| + \ln|x^2 + 1| + c$

(10) $\int \frac{-x+5}{x^3 - x^2 - 2x} dx$

(a) $\frac{5}{2} \ln|x| + \frac{1}{2} \ln|x-2| - 2 \ln|x+1| + c$

(b) $-\frac{5}{2} \ln|x| + \frac{1}{2} \ln|x-2| + \ln|x+1| + c$

(c) $\frac{5}{2} \ln|x| + \frac{1}{2} \ln|x-2| + 2 \ln|x-1| + c$

(d) $-\frac{5}{2} \ln|x| + \frac{1}{2} \ln|x-2| + 2 \ln|x-1| + c$

(11) $\int \frac{4x-5}{x^3 - x^2} dx$

(a) $\ln \left| \frac{x}{x-1} \right| - \frac{5}{x} + c$

(b) $\ln \left| \frac{x-1}{x} \right| - \frac{5}{x} + c$

(c) $\ln \left| \frac{x}{x-1} \right| + \frac{5}{x} + c$

(d) $\ln \left| \frac{x}{x-1} \right| - 5 \ln|x| + c$

$$(12) \int_2^3 \frac{x+1}{x^2+2x-3} dx =$$

$$(a) \frac{1}{2} \ln 3$$

$$(b) \frac{1}{2} \ln \frac{12}{5}$$

$$(c) \ln 12$$

$$(d) \frac{1-\ln 3}{2} \ln \frac{6}{5}$$

$$(13) \int \frac{x}{x+2} dx =$$

$$(a) x \ln|x+2| + c$$

$$(b) x + 2 \ln|x+2| + c$$

$$(c) x - 2 \ln|x+2| + c$$

$$(d) x + \ln|x+2| + c$$

$$(14) \int_0^1 \frac{x^2}{x^2+1} dx =$$

$$(a) 0$$

$$(b) \ln 2$$

$$(c) \frac{\ln 2}{2}$$

$$(d) \frac{4-\pi}{4}$$

$$(15) \int \frac{2 \cos x}{\sin^2 x - 1} dx =$$

$$(a) \frac{1}{2} \ln \left| \frac{\sin x - 2}{\sin x + 2} \right| + c$$

$$(b) \frac{1}{2} \ln \left| \frac{\sin x - 2}{\sin x + 2} \right| + c$$

$$(c) \frac{1}{2} \ln |\sin^2 x - 4| + c$$

$$(d) \frac{1}{2} \ln |\sin^2 x + 4| + c$$

(1) إحدى المعادلات التفاضلية التالية قابلة للفصل

(a) $y' = 3x(x + y)$

(b) $y' = e^{x+\ln y}$

(c) $y' = 3x \cos(x + y)$

(d) $y' = \frac{3xy}{x^2 + y^2}$

(2) أي من المعادلات التفاضلية التالية غير قابلة للفصل

(a) $y' = \sin(x + y)$

(b) $y' = e^{x+\ln y}$

(c) $y' = \frac{xy}{x^2 + 1}$

(d) $\frac{y'}{x} = \frac{\cos x}{y}$

(3) أي من الدوال التالية هو حل للمعادلة التفاضلية $y'' - 4y = 0$

(a) $y = e^{2x}$

(b) $y = 2e^x$

(c) $y = \sin 2x$

(d) $y = \cos 2x$

(4) إن حل المعادلة التفاضلية $y(0) = A, y' = k y$ حيث $A > 0$ هو

(a) $y = A e^{kt}$

(b) $y = A kt + c$

(c) $y = e^{Akt}$

(d) $y = e^{kt} + A$

(a) $y = 5e^{2t}$

(b) $y = 5e^{-2t}$

(c) $y = -5e^{2t}$

(d) $y = e^{2t} - 5$

(6) إن حل المعادلة التفاضلية $y(1) = 1, y' = 2y$ هو

(a) $y = 2e^{2t-1}$

(b) $y = 2t - 1$

(c) $y = e^{2t-2}$

(d) $y = 2e^{2t} - 1$

(7) إن حل المعادلة التفاضلية $y' = y^2 + 1$ هي

(a) $y = e^x + A$

(b) $y = Ae^x$

(c) $y = \tan(x + c)$

(d) $y = \tan x + c$

(8) إن حل المعادلة التفاضلية $y' = \sqrt{1 - y^2}$ هي

(a) $y = \cos(x + c)$

(b) $y = \sin x + c$

(c) $y = \sin^{-1} x + c$

(d) $y = \sin(x + c)$

(9) إن حل المعادلة التفاضلية $y(0) = \frac{3\pi}{4}, y' = \cos^2 y$ بصورة صريحة هو

(a) $y = \tan^{-1}(x - 1)$

(b) $y = \tan^{-1} x - 1$

(c) $y = \tan^{-1}(x + 1)$

(d) $y = \tan^{-1}(x + c)$

(10) إن حل المعادلة التفاضلية $y' = \frac{x}{x^2 + 1}$ ، $y(0) = 2$ هي

(a) $y = \frac{1}{2} \ln|x^2 + 1| + c$

(b) $y = \frac{1}{2} \ln|x^2 + 1| + 2$

(c) $y = \frac{1}{2} \ln|x^2 + 1|$

(d) $y = \frac{1}{2} \tan^{-1} x + 2$

(11) إن حل المعادلة التفاضلية $y' = \frac{2xy}{x^2 + 1}$ هي

(a) $y = A(x^2 + 1)$

(b) $y = (x^2 + 1) + A$

(c) $y = \ln(x^2 + 1) + c$

(d) $y = A \ln(x^2 + 1)$

(12) إن حل المعادلة التفاضلية $y' = xy^2 + x$ بصورة صريحة هو

(a) $y = \tan\left(\frac{1}{2}x^2 + c\right)$

(b) $y = \tan\left(\frac{1}{2}x^2\right) + c$

(c) $y = A \tan\left(\frac{1}{2}x^2\right)$

(d) $y = \tan(Ax^2)$

(13) إن حل المعادلة التفاضلية $y' = \frac{8}{x^2 + 1} + \sec^2 x$ هي

(a) $y = \tan^{-1} x + 8 \tan x + c$

(b) $y = 8 \tan^{-1} x + \sec x + c$

(c) $y = \sin^{-1} x + \sec x + c$

(d) $y = 8 \tan^{-1} x + \tan x + c$

(14) إن حل المعادلة التفاضلية $y' = e^{x-y}$ هي

(a) $y = \ln e^x + c$

(b) $y = \ln(e^x + c)$

(c) $y = A \ln e^x$

(d) $y = x^2 + 1$

(15) إذا كانت $y' = e^{x-y}$ ، $y(0) = 0$ فإن $y(2)$ تساوي

(a) 4

(b) $2e$

(c) $2e^2$

(d) 2

(16) إن حل المعادلة التفاضلية $y' = 2x \cos^2 y$ بصورة صريحة هي

(a) $y = \tan^{-1} x + c$

(b) $y = \tan^{-1}(x + c)$

(c) $y = \tan^{-1} x^2 + c$

(d) $y = \tan^{-1}(x^2 + c)$

(17) إن حل المعادلة التفاضلية $y' = -0.1y - 10$ ، $y(0) = 80$ هو

(a) $y = 100 - 20e^{-0.1t}$

(b) $y = 180e^{-0.1t} - 100$

(c) $y = 10 + 70e^{0.1t}$

(d) $y = 70e^{-0.1t} + 10$

(18) إن حل المعادلة التفاضلية $y(1) = 1, y' = \frac{3x}{y+1}$ بصورة صريحة هو

(a) $y = -1 + \sqrt{3x^2 + 1}$

(b) $y = -1 - \sqrt{3x^2 + 1}$

(c) $y = -1 \pm \sqrt{3x^2 + 1}$

(d) $y = -1 + \sqrt{3x^2 - 1}$

(19) إن حل المعادلة التفاضلية $y(0) = 1, y' = x \sin x$ هي

(a) $y = x \cos x + \sin x + 1$

(b) $y = -x^2 \cos x + 1$

(c) $y = \frac{1}{4} x^2 \sin^2 x + 1$

(d)

$y = -x \cos x + \sin x + 1$

(20) إن حل المعادلة التفاضلية $y(0) = -1, y' = \frac{-x \sin x^2}{y}$ بصورة صريحة هي

(a) $y = -\sqrt{\cos x^2}$

(b) $y = \sqrt{\cos x^2}$

(c) $y = \pm \sqrt{\cos x^2}$

(d) $y^2 = \cos x^2$

(21) إن حل المعادلة التفاضلية $y(0) = 1, y' = \frac{-x}{ye^{x^2}}$ بصورة ضمنية هي

(a) $y^2 = 1 + e^{-x^2}$

(b) $y = 1 - e^{-2x}$

(c) $y = e^{-x}$

(d) $y^2 = e^{-x^2}$

(22) إن حل المعادلة التفاضلية $y(0) = \pi$ ، $y' = \frac{\sin x}{y \cos y}$ بصورة ضمنية هي

(a) $y \cos y + \sin y = \sin x$

(b) $y \cos y - \sin y = -\sin x + \pi$

(c) $y \sin y + \sin y = -\cos x$

(d) $y \sin y + \cos y = -\cos x$

(23) إذا كان $f'(x) = f(x)$ حيث $f(1) = 1$ فإن $f(x)$ تساوي

(a) $e^x + c$

(b) e^{x+c}

(c) $e^x - 1$

(d) e^{x-1}

(24) إذا كان $f'(x) = 3x^2 + 2x$ حيث $f(2) = 3$ فإن $f(1)$ تساوي

(a) -10

(b) -7

(c) 10

(d) 13

(25) إذا كانت $y(\frac{\pi}{2}) = 0$ ، $y' = \sin x \cos^2 x$ فإن $y(0)$ تساوي

(a) -1

(b) 1

(c) $\frac{1}{3}$

(d) $-\frac{1}{3}$

(1) مجتمع سكاني ينمو حسب المعادلة التفاضلية $y' = ky$ ويتضاعف كل 10 سنوات ،

إن قيمة k تساوي

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(a) 0.069

(b) 0.2

(c) 5

(d) 3.22

(2) عند تشخيص حالة مريض وجد ان عدد الخلايا على حلقه تنمو بالمعادلة $y(t) = 300 e^{0.231t}$

فإن الزمن المضاعف لعدد الخلايا تقريباً يساوي

(a) 300

(b) 30

(c) 3

(d) 0.3

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(3) يحتفظ الجسم بمادة الكفاين بعد شرب فنجان من القوة حسب المعادلة التفاضلية التالية

$y'(t) = -0.14 y(t)$ حيث الزمن بالساعات ، فإن الزمن بالساعات الذي يبقى فيه نصف كمية

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

الكفاين في الجسم تساوي تقريباً

(a) 5

(b) 2.5

(c) 10

(d) 8

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(4) مجتمع بكتيري عدده 100 ويتضاعف كل أربع ساعات ، إذا كان معدل نمو الخلايا هو نمو

أسي، فإن عدد الخلايا بعد مرور 7 ساعات يساوي

(a) 673

(b) 336

(c) 700

(d) 400

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب
(5) عينة كربون ^{14}C مكونة من 50 g ، تتحلل بمعدل أسي، إذا كان عمر النصف

له هو 6000 سنة فإن كتلة العينة بعد مرور 8000 سنة تساوي تقريباً

(a) 20 g

(b) 0 g

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(c) 2 g

(d) 10 g

(6) إذا تم حقن دم مريض بكمية من المورفين هي 0.4 g ، وتتحلل بالدم بمعدل أسي، إذا كان

عمر النصف للمورفين هو 3 ساعات ، فإن كمية المورفين في الدم بعد مرور 24 ساعة
تساوي

(a) 0.00156 g

(b) 0.008 g

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(c) 0.00321 g

(d) 0.00052 g

(7) إذا تم حقن دم مريض بكمية من المورفين هي 0.8 g ، وتتحلل بالدم بمعدل أسي، إذا كان

عمر النصف للمورفين هو 3 ساعات ، فإن الزمن بالساعات التي تصبح كمية المورفين في
الدم تساوي 0.1 g هي

(a) 6

(b) 9

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(c) 12

(d) 15

(8) إذا تم استثمار 100000 درهم في أحد البنوك بفائدة مركبة مستمرة هي 3% ، فإن

المعادلة التي تمثل إجمالي المبلغ عند أي زمن بالسنوات هي

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(a) $y = 100000e^{0.03t}$

(b) $y = 1000e^{0.03t}$

(c) $y = 100000(1.03)^t$

(d) $y = 100000e^{3t}$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب
(9) إذا كانت قيمة سيارة 60000 درهم وتتناقص بمعدل أسّي مستمر هو 10% ، فإن قيمة

السيارة بعد مرور 5 سنوات هو (لا يوجد قيمة خردة لها)

(a) 30000

(b) 57000

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(c) 40738

(d) 36391

محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب
(10) إذا تم استثمار 100000 درهم في أحد البنوك بفائدة مركبة هي 3% ، وتوزع الأرباح شهرياً فإن إجمالي المبلغ بعد 5 سنوات يعطي بالقيمة

(a) $A = 100000(1 + \frac{0.03}{60})^{60}$

(b) $A = 100000(1 + \frac{0.03}{12})^{60}$

(c) $A = 100000(1 + \frac{3}{12})^{60}$

(d) $A = 100000(1 + \frac{0.03}{12})^5$

محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب
(11) يعتبر الاسترنتيوم (90) من أحد النظائر المشعة الخطرة ويتحلل بمعدل أسّي حيث يبلغ عمر النصف له 28 عام ، إذا امتص جسم كمية منه فإن النسبة المتبقية في الجسم بعد مرور 84 عام هي

(a) 12.5%

(b) 25%

(c) 14.5%

(d) 29%

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب
(12) إذا تبقى من كربون 14 (^{14}C) في أحد الأحافير هو 20% من الكمية الأصلية حيث يتحلل بمعدل أسّي مستمر ، إذا كان عمر النصف له 5730 سنة فإن عمر الاحفورة بالسنوات هو

(a) 13304

(b) 6652

(c) 26609

(d) 6876

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(13) في عام 1985 ($t = 0$) اشترى شخص بطاقات تذكارية بمبلغ 34 درهم فإذا كانت قيمة البطاقات تزيد بنسبة مئوية ثابتة (نمو أسي) وأصبحت قيمتها 9800 درهم عام 1995 ($t = 10$) فإن المعادلة التي تعطي قيمة هذه البطاقات في أي زمن t هي

- (a) $y = 34e^{10 \ln(\frac{9800}{34})t}$ محمد عمر الخطيب
 (b) $y = 34e^{\ln(\frac{9800}{34})t}$ محمد عمر الخطيب
 (c) $y = 34e^{\ln(\frac{34}{9800})t}$ محمد عمر الخطيب
 (d) $y = 9800e^{\ln(\frac{34}{9800})t}$ محمد عمر الخطيب

(14) إذا استثمر خالد 10000 عام 1990 في أحد البنوك بفائدة مركبة مستمرة ، وأصبح لديه 20000 عام 2000 فإن معدل (الفائدة) المرابحة المركبة المستمرة هي

- (a) 6.9% محمد عمر الخطيب
 (b) 69% محمد عمر الخطيب
 (c) 3.45% محمد عمر الخطيب
 (d) 0.069% محمد عمر الخطيب

(15) عند تشخيص حالة مريض وجد أن 300 خلية تنمو على حلق المريض ، وبعد مرور 30 دقيقة أصبحت عدد الخلايا 900 خلية ، إذا كان معدل نمو الخلايا هو نمو أسي ، فإن عدد الخلايا بعد مرور 3 ساعات يساوي

- (a) 218700 محمد عمر الخطيب
 (b) 139968 محمد عمر الخطيب
 (c) 64800 محمد عمر الخطيب
 (d) 21870 محمد عمر الخطيب

(16) يتم نمذجة درجة حرارة مشروب القهوة $y(t)$ داخل كوب في غرفة درجة حرارتها 30° بالمعادلة

- (a) $y' = 30y$ محمد عمر الخطيب
 (b) $y' = 30(y - 30)$ محمد عمر الخطيب
 (c) $y' = k(y - 30)$ محمد عمر الخطيب
 (d) $y' = ky$ محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب
(17) إذا تمت نمذجة درجة حرارة مشروب القهوة داخل كوب في غرفة درجة حرارتها $20C^{\circ}$ بالمعادلة

$$y' = k[y(t) - 20]$$

حيث $y(t)$ درجة حرارة مشروب القهوة في أي زمن t بالدقائق ، k ثابت المعادلة
محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب

إذا علمت ان حرارة مشروب القهوة عند سكبها هي $80C^{\circ}$ ، وأصبحت بعد دقيقتين $75C^{\circ}$ فإن درجة حرارة القهوة بعد مرور 5 دقائق تساوي

(a) $67.5C^{\circ}$ محمد عمر الخطيب (b) $68.3C^{\circ}$ محمد عمر الخطيب

(c) $73C^{\circ}$ (d) $70.1C^{\circ}$

محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب
(18) إذا كان عدد سكان إحدى الدول 20 مليون نسمة وينمو بفرضية النمو اللوجستي حيث

$k = 0.001$ وقدرته الاستيعابية 100 مليون نسمة ، فان عدد السكان بعد مرور 5 سنوات هو

محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب
(a) 116 million (b) 23.4 million

(c) 29.2 million (d) 21.1 million

محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب

(19) إذا كان عدد سكان إحدى الدول ينمو بفرضية النمو اللوجستي فإن المعادلة التفاضلية مع مرور

الزمن التي تمثل هذا النموذج ممكن أن تكون
محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب

(a) $y'(t) = 0.025t$ (b) $y'(t) = 0.025y$

(c) $y'(t) = 0.025t(5000 - y)$ (d) $y'(t) = 0.025y(5000 - y)$

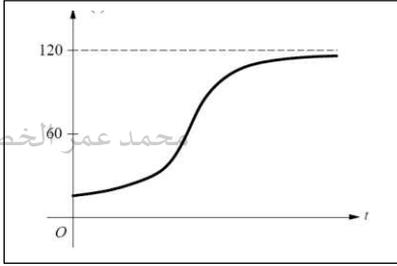
محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب

(a) $y = \frac{5e^{5t}}{1 + 4e^{5t}}$

(b) $y = \frac{20e^{5t}}{1 + 4e^{5t}}$

(c) $y = \frac{2e^{5t}}{1 + e^{5t}}$

(d) $y = \frac{4e^{5t}}{1 + 5e^{5t}}$



(21) الشكل المجاور يمثل حل لاحدى المعادلة التفاضلية التالية

(a) $y' = ky(120 - y)$

(b) $y' = ky + 120$

(c) $y' = k(y - 120)$

(d) $y' = 120k$

انتهت اسئلة الوحدة السابعة ، ، ، بحمد الله

إجابات تمارين الوحدة السابعة

الدرس الأول	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
	B	D	D	A	C	C	B	A	C	D	C	A	D	B	A	C	D	A	C	A
	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
	C	A	A	A	A	B	C	B	C	B	C	A	C	C	A	B	C	A	C	B
	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
D	C	C	B	D	B	B	C	C	A											

الدرس الثاني	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
	C	A	B	B	B	B	D	A	A	A	A	B	C	A	B	B	D	B	C	B
	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
	D	A																		

الدرس الثالث	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
	B	D	D	C	B	B	A	C	C	A	C	D	B	C	C	C	B	C	D	C
	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
	C	B	D	A	C															

الدرس الرابع	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14						
	C	A	C	D	A	D	A	A	A	D	A	B	C	D						

الدرس السادس	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
	B	A	B	A	C	C	C	D	A	B	A	A	D	B	C	D	B	A	D	A
	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
D	D	D	B	D																

الدرس السابع	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
	A	C	A	B	A	A	B	A	D	B	A	A	A	A	A	C	B	C	D	B
	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
A																				

مع تمنياتي لكم بالنجاح والتفوق