تم تحميل هذا الملف من موقع المناهج الإماراتية

أوراق عمل جميع دروس الوحدة الثالثة التفاضل

موقع المناهج ⇦ المناهج الإماراتية ⇦ الصف الثاني عشر المتقدم ⇦ رياضيات ⇦ الفصل الأول ⇦ أوراق عمل ⇦ الملف

تاريخ إضافة الملف على موقع المناهج: 2024-10-13 22:02:15

المزيد من مادة رياضيات:	ملفات ا كتب للمعلم ا كتب للطالب ا اختبارات الكترونية ا اختبارات ا حلول ا عروض بوربوينت ا أوراق عمل منهج انجليزي ا ملخصات وتقارير ا مذكرات وبنوك ا الامتحان النهائي ا للمدرس
	إعداد: عماد عودة

التواصل الاجتماعي بحسب الصف الثاني عشر المتقدم

صفحة المناهج الإماراتية على فيسبوك					
المواد على تلغرام	التربية الاسلامية	اللغة العربية	اللغة الانجليزية	الرياضيات	

المزيد من الملفات بحسب الصف الثاني عشر المتقدم والمادة رياضيات في الفصل الأول

1	أوراق عمل الدرس الثالث حساب المشتقات من الوحدة الثالثة الاشتقاق
2	مراجعة الدرسين الأول والثاني المماسات والسرعة المتجهة الاشتقاق من الوحدة الثالثة
3	أوراق عمل شاملة الوحدة الثالثة Differentiation التفاضل
4	أوراق عمل الدرس الثاني The limit of concept من الوحدة الثانية متبوعة بالإجابات
5	أوراق عمل شاملة الوحدة الثانية continuity and Limits النهايات والاتصال

Imad Odeh

الرياضيات

MATHEMATICS

2024-2025

الصف الثاني عشر متقدم

12 Advanced

الفصل الاول

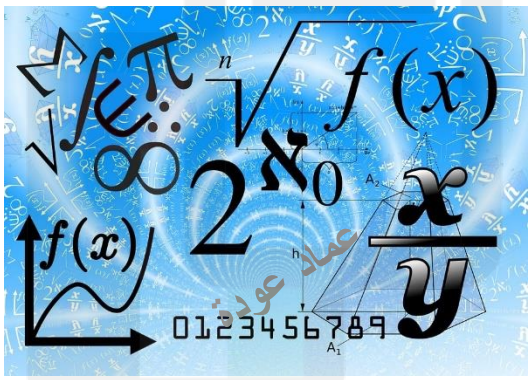
الوحدة(3) Chapter

Differentiation

Teacher الاستاذ

عماد عودة

IMAD ODEH



اسم الطالب: -

الأستاذ عماد عودة 0507614804

https://t.me/+v1n4wuNV2B83NDA0 http://www.youtube.com/@imaths2022

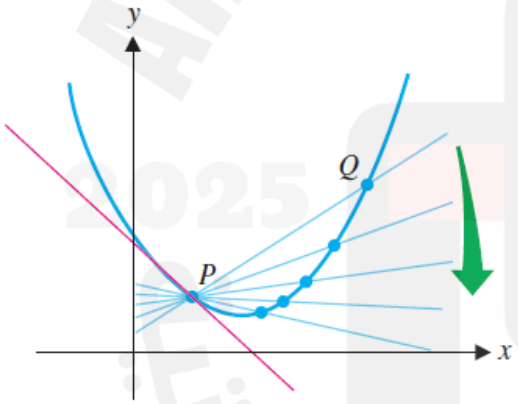
Imad Odeh

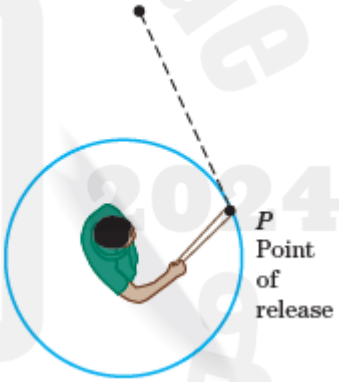
Differentiation
الوحدة الثالثة: التفاضل

3-1 Tangent Lines and Velocity
3-2 The Derivative
3-3 Computation of Derivatives: The Power Rule
3-4 The Product and Quotient Rules
3-5 The Chain Rule
3-6 Derivatives of Trigonometric Functions
3-7 Derivatives of Exponential and Logarithmic Functions
3-8 Implicit Differentiation and Inverse Trigonometric Functions
3-10 The Mean Value Theorem

3-1 المماسات والسرعة المتجهة
3-1 الاشتقاق
3-3 حساب المشتقات: قاعدة القوى
3-4 قواعد الضرب والقسمة
3-5 قاعدة السلسة
3-6 مشتقة الدوال المثلثية
3-7 اشتقاق الدوال الأسية والدوال اللوغاريتمية
3-8 الاشتقاق الضمني والدوال المثلثية العكسية
3-10 نظرية القيمة المتوسطة

Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh





Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

تدرب هنا واختبر نفسك في الملزمة المرافقة (ملزمة اختبر نفسك)

ملزمة اختبر نفسك ملزمة أسبوعية تصدر في نهاية كل درس وتقدم لك الفرصة لاختبار نفسك
احرص على تحميلها من موقعنا على التلجرام

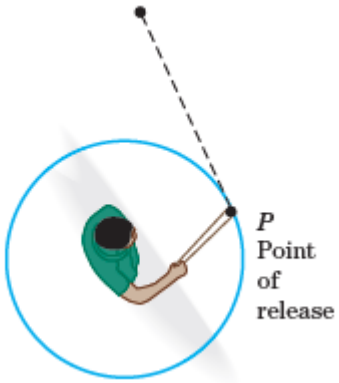
مع اطيب الامنيات بالتوفيق

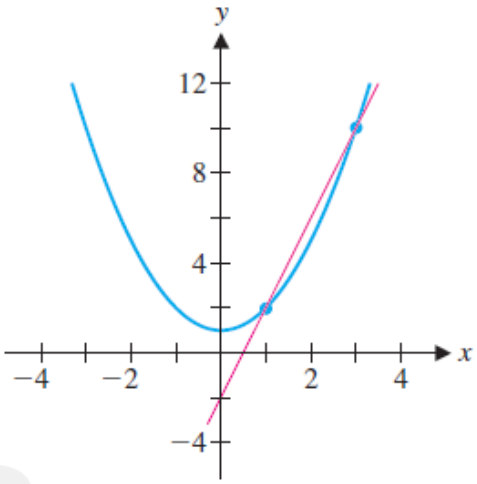
الأستاذ عماد عودة 0507614804
https://t.me/+v1n4wuNV2B83NDA0 http://www.youtube.com/@imaths2022

2.1 TANGENT LINES AND VELOCITY

In this lesson we just need to understand the concept of **tangent line** and **instantaneous velocity** just focus on average velocity

في هذا الدرس فقط سنقوم بتعلم **مفهوم المماس والسرعة اللحظية** ونناقش مثال واحد فقط لكل منها حيث سيتم إيجاد الميل ومعادلة المماس والسرعة اللحظية في الدروس اللاحقة وبشكل مبسط **فقط نركز على إيجاد السرعة المتوسطة**





$$m_{\text{sec}} = \frac{f(a+h)-f(a)}{(a+h)-a} = \frac{f(a+h)-f(a)}{h}.$$

DEFINITION 1.1

The **slope** $m_{\tan}$ of the tangent line to $y = f(x)$ at $x = a$ is given by

$$m_{\tan} = \lim_{h\to 0} \frac{f(a+h)-f(a)}{h}, \tag{1.2}$$

provided the limit exists.

$$y = m_{\tan}(x-a) + f(a).$$

نؤكد ان هذا السؤال يحل بطريقة وخطوات أسهل في الدروس اللاحقة فقط نحتاج هنا ان نتعرف المفهوم

Solved Example Find an equation of the tangent line to

مثال محلول اوجد معادلة المماس للدالة عند النقطة المعطاة

$$y = x^2 + 1 \quad at \quad x = 1.$$

Solution We compute the slope using (1.2):

$$\begin{aligned} m_{\tan} &= \lim_{h\to 0} \frac{f(1+h)-f(1)}{h} \\ &= \lim_{h\to 0} \frac{[(1+h)^2+1]-(1+1)}{h} \\ &= \lim_{h\to 0} \frac{1+2h+h^2+1-2}{h} \\ &= \lim_{h\to 0} \frac{2h+h^2}{h} = \lim_{h\to 0} \frac{h(2+h)}{h} \\ &= \lim_{h\to 0} (2+h) = 2. \end{aligned}$$

Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

$$y = m(x-1) + f(1)$$

$m_{tan} = 2,$ $\quad f(1) = 1^2 + 1 = 2$

$$y = m(x-1) + f(1) = 2(x-1) + 2$$
$$y = 2x - 2 + 2$$
$$y = 2x$$

Velocity

$$v_{\text{avg}} = \frac{\text{signed distance}}{\text{time}} = \frac{s(b)-s(a)}{b-a}.$$

Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

DEFINITION 1.2

If $s(t)$ represents the position of an object relative to some fixed location at time t as the object moves along a straight line, then the **instantaneous velocity** at time $t = a$ is given by

$$v(a) = \lim_{h\to 0} \frac{s(a+h)-s(a)}{(a+h)-a} = \lim_{h\to 0} \frac{s(a+h)-s(a)}{h}, \qquad (1.5)$$

provided the limit exists. The **speed** is the absolute value of the velocity.

Solved Example Suppose that the height of a falling object t seconds after being dropped from a height of 64 $feet$ is given by $s(t)$

$$s(t) = 64 - 16t^2.$$

مثال محلول افرض ان ارتفاع جسم يسقط من الاعلى في الزمن t يعطى بالعلاقة

1) Find the average velocity between times $t = 1$ and $t = 2$.

اوجد السرعة المتوسطة فالفترة بين $t = 1$ و $t = 2$

Solution The average velocity between times $t = 1$ and $t = 2$ is

$$v_{avg} = \frac{s(2) - s(1)}{2 - 1}$$
$$= \frac{[64 - 16(2)^2] - [64 - 16(1)^2]}{1}$$

$$v_{avg} = -48ft/s$$

---

2) Find the average velocity between times $t = 1.5$ and $t = 2$.

اوجد السرعة المتوسطة فالفترة بين $t = 1.5$ و $t = 2$

Solution The average velocity between times $t = 1.5$ and $t = 2$ is

$$v_{avg} = \frac{s(2) - s(1.5)}{2 - 1.5}$$
$$= \frac{[64 - 16(2)^2] - [64 - 16(1.5)^2]}{0.5}$$

$$v_{avg} = -56ft/s$$

---

3) Find the average velocity between times $t = 1.9$ and $t = 2$.

اوجد السرعة المتوسطة فالفترة بين $t = 1.9$ و $t = 2$

Solution The average velocity between times $t = 1.9$ and $t = 2$ is

$$v_{avg} = \frac{s(2) - s(1.9)}{2 - 1.9}$$

$$= \frac{[64 - 16(2)^2] - [64 - 16(1.9)^2]}{0.1}$$

$$v_{avg} = -62.4ft/s$$

أيضا هنا نؤكد ان السؤال يحل بطريقة وخطوات أسهل في الدروس اللاحقة فقط نحتاج هنا ان نتعرف مفهوم السرعة اللحظية

4) and the instantaneous velocity at time $t = 2$.

اوجد السرعة اللحظية عند $t = 2$.

Solution

$$v(2) = \lim_{h\to 0} \frac{s(2+h) - s(2)}{(2+h) - 2}$$

$$= \lim_{h\to 0} \frac{[64 - 16(2+h)^2] - [64 - 16(2)^2]}{h}$$

$$= \lim_{h\to 0} \frac{[64 - 16(4 + 4h + h^2)] - [64 - 16(2)^2]}{h}$$

$$= \lim_{h\to 0} \frac{-64h - 16h^2}{h} = \lim_{h\to 0} \frac{-16h(h+4)}{h}$$

$$= \lim_{h\to 0} [-16(h+4)] = -64 \text{ ft/s}.$$

Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q1 The function s(t) represents the position of an object. Find the average velocity between $t = 0$ *an* $t = 2$

س1 تمثل الدالة دالة الموقع لجسم ما اوجد السرعة المتوسطة بين $t = 0 , t = 2$

$$s(t) = 3t^3 + t$$

Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q2 The function s(t) represents the position of an object. Find the average velocity between $t = 0$ *an* $t = 2$

س2 تمثل الدالة دالة الموقع لجسم ما اوجد السرعة المتوسطة بين $t = 0 , t = 2$

$$s(t) = 4t^3 + 10$$

Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q3 The function s(t) represents the position of an object. Find the average velocity between t=0 an t=1

س3 تمثل الدالة دالة الموقع لجسم ما اوجد السرعة المتوسطة بين t=0 , t=1

$$s(t) = \sqrt{t^2 + 8t} \quad (in\ meter)$$

Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q4 The function s(t) represents the position of an object. Find the average velocity between $t = 0$ *and* $t = \pi$

س4 تمثل الدالة دالة الموقع لجسم ما اوجد السرعة المتوسطة بين $t = 0 , t = \pi$

$$s(t) = 3sin\left(t - \frac{\pi}{2}\right)$$

Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

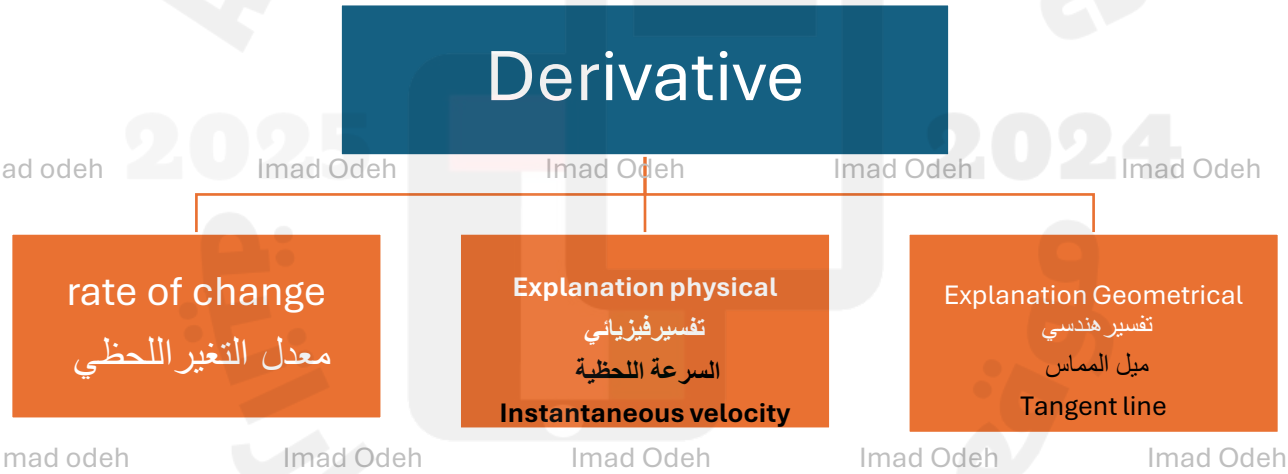
2.2 THE DERIVATIVE

تفسير مفهوم المشتقة

Explanation of the concept of derivative

ماهي المشتقة ؟ متى نوجد المشتقة ؟

What is derivative ? when we need to calculate derivaitive



Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh
Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Derivaitve notations		رمز المشتقة	
$f'(x)$	y'	$\frac{dy}{dx}$	$\frac{df}{dx}$

how could we find derivaive ؟ كيف نحسب المشتقة

Defintion (Limit)	Rules	
مشتقة الدالة عند نقطة Derivative of a function at a point $x = a$ $f'(a) = \lim_{h\to 0} \frac{f(a+h)-f(a)}{h}$	$y = c$	$\frac{dy}{dx} = 0$
	$y = ax$	$\frac{dy}{dx} = a$
	$y = x^n$	$\frac{dy}{dx} = nx^{n-1}$
	$y = f(x)g(x)$	$\frac{dy}{dx} = f'(x)g(x) + f(x)g'(x)$
The **derivative** of the function f is the function مشتقة دالة كدالة $f'(x) = \lim_{h\to 0} \frac{f(x+h)-f(x)}{h}$	$y = \frac{f(x)}{g(x)}$	$\frac{dy}{dx} = \frac{f'(x)g(x) - f(x)g'(x)}{(g(x))^2}$
	$y = f(x)g(x)$	$\frac{dy}{dx} = f'(x)g(x) + f(x)g'(x)$
	$y = f(g(x))$	$\frac{dy}{dx} = f'(g(x))g'(x)$
Altrnative definition **التعريف البديل للمشتقة** $f'(a) = \lim_{x\to a} \frac{f(x)-f(a)}{x-a}$ $f'(a) = \lim_{b\to a} \frac{f(b)-f(a)}{b-a}$	$y = \frac{1}{f(x)}$	$\frac{dy}{dx} = \frac{f'(x)}{f(x)}$
	$y = cos\ x$	$\frac{dy}{dx} = sin\ x$
	$y = tan\ x$	$\frac{dy}{dx} = sec^2 x$
	$y = sec\ x$	$\frac{dy}{dx} = secx\ tan\ s$
	$y = cot\ x$	$\frac{dy}{dx} = -csc^2\ x$
	$y = csc\ x$	$\frac{dy}{dx} = -csc\ x\ cot\ x$
	$y = a^x$	$\frac{dy}{dx} = a^x lna$
	$y = e^x$	$\frac{dy}{dx} = e^x$
	$y = \ln x$	$\frac{dy}{dx} = \frac{1}{x}$

قواعد خاصة

Defintion (Limit)	Rules	
	$y = \sqrt{x}$	$\frac{dy}{dx} = \frac{1}{2\sqrt{x}}$
	$y = \sqrt{f(x)}$	$\frac{dy}{dx} = \frac{f'(x)}{2\sqrt{f(x)}}$
	$y = \frac{a}{f(x)}$	$\frac{dy}{dx} = \frac{-af(x)}{2\sqrt{f(x)}}$
	$y = e^{f(x)}$	$\frac{dy}{dx} = e^{f(x)}.f'(x)$
	$y = ln\,(f(x))$	$\frac{dy}{dx} = \frac{f'(x)}{f(x)}$

Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

First by difention (limit)	أولا باستخدام تعريف المشتقة

DEFINITION 2.1

The **derivative** of the function f at the point $x = a$ is defined as

$$f'(a) = \lim_{h \to 0} \frac{f(a+h) - f(a)}{h}, \qquad (2.1)$$

provided the limit exists. If the limit exists, we say that f is **differentiable** at $x = a$.

Solved Example Use **definition** to compute the derivative of

مثال محلول استخدم تعريف المشتقة (النهايات) لإيجاد

$$f(x) = 3x + 1 \text{ at } a = 1.$$

$$f'(1) = \lim_{h \to 0} \frac{f(1+h) - f(1)}{h}$$

$$f'(1) = \lim_{h \to 0} \frac{[3(1+h)+1] - [3(1)+1]}{h}$$

$$f'(1) = \lim_{h \to 0} \frac{[3+3h+1] - [4]}{h}$$

$$f'(1) = \lim_{h \to 0} \frac{[4+3h] - [4]}{h}$$

$$f'(1) = \lim_{h \to 0} \frac{3h}{h} = 3$$

Solved Example Use **definition** to compute the derivative of

مثال محلول استخدم تعريف المشتقة (النهايات) لإيجاد

$$f(x) = 3x^2 + 1 \ \ at \ a = 1.$$

$$f'(1) = \lim_{h\to 0} \frac{f(1+h) - f(1)}{h}$$

$$f'(1) = \lim_{h\to 0} \frac{[3(1+h)^2 + 1] - [3(1)^2 + 1]}{h}$$

$$f'(1) = \lim_{h\to 0} \frac{[3(1+2h+h^2) + 1] - [4]}{h}$$

$$f'(1) = \lim_{h\to 0} \frac{[3+6h+3h^2 + 1] - [4]}{h}$$

$$f'(1) = \lim_{h\to 0} \frac{[4+6h+3h^2] - [4]}{h}$$

$$f'(1) = \lim_{h\to 0} \frac{[6h+3h^2]]}{h}$$

$$f'(1) = \lim_{h\to 0} \frac{h[6+3h]}{h}$$

$$\lim_{h\to 0}[6+3h] = 6$$

Solved Example Use **definition** to compute the derivative of

مثال محلول استخدم تعريف المشتقة (النهايات) لإيجاد

$$f(x) = x^2 + 5 \ \ at \ a = 2.$$

Alternative definition

في هذا السؤال سوف نستخدم التعريف البديل للمشتقة

$$\boldsymbol{f'(a) = \lim_{x\to a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a}}$$

$$\boldsymbol{f'(2) = \lim_{x\to 2} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2}}$$

$$\boldsymbol{f'(2) = \lim_{x\to 2} \frac{(x^2+5) - (9)}{x - 2}}$$

$$\boldsymbol{f'(2) = \lim_{x\to 2} \frac{x^2 - 4}{x - 2}}$$

$$\boldsymbol{f'(2) = \lim_{x\to 2} \frac{(x-2)(x+2)}{x - 2}}$$

$$\boldsymbol{f'(2) = \lim_{x\to 2} (x+2) = 2+2 = 4}$$

Imad Odeh
Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh
Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh
Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh
Imad Odeh

Q1 Use **definition** (limit) to compute the derivative of

س1 استخدم تعريف المشتقة (النهايات) لإيجاد

$$f(x) = 2x^2 - 1 \ \ at \ a = 3.$$

Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Solved Example Use **definition** (limit) to compute the derivative of

مثال محلول استخدم تعريف المشتقة (النهايات) لإيجاد

$$f(x) = \sqrt{3x+1} \ \ at \ a = 1.$$

Alternative definition

في هذا السؤال سوف نستخدم التعريف البديل للمشتقة

$$f'(a) = \lim_{x \to a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a}$$

Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

$$f'(1) = \lim_{x \to 1} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1}$$

$$f'(1) = \lim_{x \to 1} \frac{\sqrt{3x+1} - \sqrt{3(1)+1}}{x - 1}$$

$$f'(1) = \lim_{x \to 1} \frac{\sqrt{3x+1} - \sqrt{4}}{x - 1}$$

$$f'(1) = \lim_{x \to 1} \frac{\sqrt{3x+1} - 2}{x - 1} \cdot \frac{\sqrt{3x+1} + 2}{\sqrt{3x+1} + 2}$$

Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

$$f'(1) = \lim_{x \to 1} \frac{3x + 1 - 4}{x - 1} \cdot \frac{1}{\sqrt{3x+1} + 2}$$

$$f'(1) = \lim_{x \to 1} \frac{3x - 3}{x - 1} \cdot \frac{1}{\sqrt{3x+1} + 2}$$

$$f'(1) = \lim_{x \to 1} \frac{3(x - 1)}{x - 1} \cdot \frac{1}{\sqrt{3x+1} + 2}$$

$$f'(1) = \lim_{x \to 1} 3 \cdot \frac{1}{\sqrt{3x+1} + 2} = 3 \cdot \frac{1}{2.2} = \frac{3}{4}$$

Q2 Use **definition** (limit) to compute the derivative of

س2 استخدم تعريف المشتقة (النهايات) لإيجاد

$$f(x) = \sqrt{2x-1} \ \ at \ a = 5.$$

Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q3 Use **definition** (limit) to compute the derivative of

س3 استخدم تعريف المشتقة (النهايات) لإيجاد

$$f(x) = \frac{3}{x+1} \ \ at \ a = 2.$$

Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Solved Example Use **definition** (limit) to compute the derivative of

مثال محلول استخدم تعريف المشتقة (النهايات) لإيجاد

$$f(x) = x^2 - 2x \ \ at \ x = 3.$$

$$f'(3) = \lim_{h\to 0} \frac{f(3+h) - f(3)}{h}$$

$$f'(3) = \lim_{h\to 0} \frac{[(3+h)^2 - 2(3+h)] - [(3)^2 - 2(3)]}{h}$$

$$f'(3) = \lim_{h\to 0} \frac{[9 + 6h + h^2 - 6 - 2h] - [3]}{h}$$

$$f'(3) = \lim_{h\to 0} \frac{[3 + 4h + h^2] - [3]}{h}$$

$$f'(3) = \lim_{h\to 0} \frac{h(4+h)}{h}$$

$$f'(3) = \lim_{h\to 0} (4+h)$$

$$f'(3) = 4$$

Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

مثال محلول استخدم تعريف المشتقة (النهايات) لإيجاد

Use **definition** (limit) to compute the derivative of

$$f(x) = 3x^3 + 2x - 1 \text{ at } x = 1.$$

$$\begin{aligned} f'(1) &= \lim_{h\to 0} \frac{f(1+h) - f(1)}{h} \\ &= \lim_{h\to 0} \frac{[3(1+h)^3 + 2(1+h) - 1] - (3+2-1)}{h} \\ &= \lim_{h\to 0} \frac{3(1+3h+3h^2+h^3) + (2+2h) - 1 - 4}{h} \\ &= \lim_{h\to 0} \frac{11h + 9h^2 + 3h^3}{h} \\ &= \lim_{h\to 0} (11 + 9h + 3h^2) = 11. \end{aligned}$$

Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

DEFINITION 2.2

The **derivative** of the function f is the function f' given by

$$f'(x) = \lim_{h\to 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}. \tag{2.3}$$

The domain of f' is the set of all x's for which this limit exists. The process of computing a derivative is called **differentiation.** Further, f is **differentiable on an open interval** I if it is differentiable at every point in I.

Solved Example **مثال محلول** استخدم تعريف المشتقة (النهايات) لإيجاد مشتقة

Use **definition** (limit) to compute the derivative of

$$f(x) = 2x + 5$$

$$f'(x) = \lim_{h\to 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

$$f'(x) = \lim_{h\to 0} \frac{[2(x+h)+5] - [2x+5]}{h}$$

$$f'(x) = \lim_{h\to 0} \frac{[2x+2h+5] - [2x+5]}{h}$$

$$f'(x) = \lim_{h\to 0} \frac{[2h]}{h} = 2$$

Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Solved Example Use **definition** (limit) to compute the derivative of

مثال محلول استخدم تعريف المشتقة (النهايات) لإيجاد مشتقة

$$f(x) = \frac{1}{x}, x \neq 0$$

$$f'(x) = \lim_{h\to 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

$$f'(x) = \lim_{h\to 0} \frac{\frac{1}{x+h} - \frac{1}{x}}{h}$$

$$f'(x) = \lim_{h\to 0} \frac{\frac{x-(x+h)}{x(x+h)}}{h}$$

$$f'(x) = \lim_{h\to 0} \frac{-h}{x(x+h)h}$$

$$f'(x) = \lim_{h\to 0} \frac{-1}{x(x+h)} = -\frac{1}{x^2}$$

Q1 Use **definition** (limit) to compute the derivative of

س1 استخدم تعريف المشتقة (النهايات) لإيجاد

$$f(x) = \sqrt{x}, x \geq 0$$

Q2 Use **definition** (limit) to compute the derivative of

س2 استخدم تعريف المشتقة (النهايات) لإيجاد

$$f(x) = 3x^2 + 1$$

Q3 Use **definition** (limit) to compute the derivative of

س3 استخدم تعريف المشتقة (النهايات) لإيجاد

$$f(x) = x^2 - 2x + 1$$

Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q4 Use **definition** (limit) to compute the derivative of

س4 استخدم تعريف المشتقة (النهايات) لإيجاد

$$f(x) = x^3 + 2x - 1$$

Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q5 Use **definition** (limit) to compute the derivative of

س5 استخدم تعريف المشتقة (النهايات) لإيجاد

$$f(x) = \frac{3}{x+1}$$

Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q6 Use **definition** (limit) to compute the derivative of

س6 استخدم تعريف المشتقة (النهايات) لإيجاد

$$f(x) = \frac{2}{2x-1}$$

Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q7 Use **definition** (limit) to compute the derivative of

س7 استخدم تعريف المشتقة (النهايات) لإيجاد

$$f(x) = \sqrt{3t+1}$$

Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q8 Use **definition** (limit) to compute the derivative of

س8 استخدم تعريف المشتقة (النهايات) لإيجاد

$$f(x) = \sqrt{2t+4}$$

Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

ربط مفهوم المشتقة بالنهايات
Link derivative with limit

Q9 Let س9

$$f'(2)=3, f'(-3)=5, f'(1)=2$$

Solved Example **مثال محلول**

1) Find 1) اوجد

$$\lim_{h\to 0}\frac{f(2+h)-f(2)}{h}$$

Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

$$\lim_{h\to 0}\frac{f(2+h)-f(2)}{h}=f'(2)=3$$

---

2) Find 2) اوجد

$$\lim_{h\to 0}\frac{f(1+h)-f(1)}{h}$$

Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

---

3) Find 3) اوجد

$$\lim_{h\to 0}\frac{f(2)-f(2+h)}{h}$$

Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

---

4) Find 4) اوجد

$$\lim_{h\to 0}\frac{f(1+h)-f(1-h)}{h}$$

Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

5) Find اوجد (5

$$\lim_{h\to 0}\frac{f(-3-h)-f(-3)}{5h}$$

Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

6) Find اوجد (6

$$\lim_{h\to 0}\frac{f(1-2h)-f(1)}{h}$$

Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

7) Find اوجد (7

$$\lim_{x\to 3}\frac{f(x)-f(-3)}{x+3}$$

Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

8) Find اوجد (8

$$\lim_{h\to 1}\frac{f(x)-f(1)}{\sqrt{x}-1}$$

Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

سيتم تأجيل بقية التمارين الى حين استكمال درس قواعد الاشتقاق

Other question will be postponed after completing the derivative rules lesson

Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

2.3 COMPUTATION OF DERIVATIVES: THE POWER RULE

Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

رمز المشتقة

$$f'(x), \quad y', \quad \frac{dy}{dx}, \quad \frac{df(x)}{dx}$$

	Function	Derivative
For any constant c	$y = c$	$\frac{dy}{dx} = 0$
Linear	$y = ax$	$\frac{dy}{dx} = a$
Power Rule	$y = x^n$	$\frac{dy}{dx} = nx^{n-1}$

Solved Example Find the derivative of

a) $f(x) = x^8$

$f'(x) = 8x^7$

مثال محلول اوجد المشتقة

b) $g(t) = t^{107}$

$g'(x) = 107x^{106}$

Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

THEOREM 3.3

If $f(x)$ and $g(x)$ are differentiable at x and c is any constant, then

(i) $\frac{d}{dx}[f(x) + g(x)] = f'(x) + g'(x)$,

(ii) $\frac{d}{dx}[f(x) - g(x)] = f'(x) - g'(x)$ and

(iii) $\frac{d}{dx}[cf(x)] = cf'(x)$.

Imad Odeh
Imad Odeh
Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Solved Example Find the derivative of

a) $f(x) = \frac{1}{x^{19}}$

$f(x) = x^{-19}$

$f'(x) = -19x^{-20}$

c) $h(x) = x^{\pi}$

$h'(x) = \pi x^{\pi-1}$

مثال محلول اوجد المشتقة

b) $g(x) = \sqrt[3]{x^2}$

$g(x) = x^{\frac{3}{2}}$

$g'(x) = \frac{3}{2}x^{\frac{1}{2}}$

d) $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x}}$

Q1 Find the derivative of

س1 اوجد مشتقة

$$f(x) = x^3 - 2x + 1$$

Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q2 Find the derivative of

س2 اوجد مشتقة

$$f(x) = 2x^6 + 3\sqrt{x}$$

Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q3 Find the derivative of

س3 اوجد مشتقة

$$f(x) = \frac{4x^2 - 3x + 2\sqrt{x}}{x}$$

Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q4 Find the derivative of

س4 اوجد مشتقة

$$f(t) = 3t^3 - 2\sqrt{t}$$

Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q5 Find the derivative of

س5 اوجد مشتقة

$$f(s) = 5\sqrt{s} - 4s^2 + 3$$

Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q6 Find the derivative of

س6 اوجد مشتقة

$$f(x) = \frac{3}{x} - 8x + 1$$

Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q7 Find the derivative of

س7 اوجد مشتقة

$$f(x) = \frac{2}{x^4} - x^3 + 2$$

Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q8 Find the derivative of

س8 اوجد مشتقة

$$f(x) = \frac{10}{\sqrt[3]{x}} - 2x + \pi$$

Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q9 Find the derivative of

س9 اوجد مشتقة

$$f(t) = 2t^{\pi} - 2t^{1.3}$$

Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q10 Find the derivative of

س10 اوجد مشتقة

$$f(x) = \frac{3x^2 - 3x + 1}{2x}$$

Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q11 Find the derivative of

س11 اوجد مشتقة

$$f(x) = \frac{4x^2 - x + 3}{\sqrt{x}}$$

Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Equation of the tangent line

$$y = m(x - x_1) + y_1$$

$$m = f'(x_1), \qquad y_1 = f(x_1)$$

Solved Example Find an equation of the tangent line to the graph of

اوجد معادلة المماس للدالة عند النقطة المعطاة

$$f(x) = 4x^2 - 3x + 2 \quad at\ x = 1$$

$$y = m(x - x_1) + y_1$$

$f'(x) = 8x - 3$

$f'(1) = 8(1) - 3 = 5 \quad m = 5$

$f(1) = 4(1)^2 - 3(1) + 2 = 3 \quad , \quad y_1 = 3$

$y = 5(x - 1) + 3$

$$y = 5x - 2$$

Solved Example Find an equation of the tangent line to the graph of

اوجد معادلة المماس للدالة عند النقطة المعطاة

$$f(x) = 4 - 4x + \frac{2}{x} \ at\ x = 1$$

$$y = m(x - x_1) + y_1$$

$f(x) = 4 - 4x + 2x^{-1}$

$f'(x) = -4 - 2x^{-2}$

$f'(1) = -4 - 2(-1)^{-1} = -2 \quad m = -2$

$f(1) = 4 - 4(1) + \frac{2}{1} = 2 \quad , \quad y_1 = 2$

$y = -2(x - 1) + 2$

$$y = -2x + 4$$

Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q1 find the slope of the tangent line to the function of $f(x)$ below at the given point: **س1** اوجد مميل المماس للدالة عند النقطة المعطاة

$$f(x) = 2x^2 - 2 \quad at \quad x = -1$$

Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q2 Find he equation of the tangent line of the function **س2** اوجد معادلة المماس للدالة عند النقطة المعطاة

$$f(x) = 2x^2 - 4x - 1 \; at \; x = 3$$

Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q3 Find he equation of the tangent line of the function **س3** اوجد معادلة المماس للدالة عند النقطة المعطاة

$$f(x) = x^2 - 2 \; at \; a = 1$$

Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q4 Find he equation of the tangent line of the function **س4** اوجد معادلة المماس للدالة عند النقطة المعطاة

$$f(x) = x^2 - 3x \; at \; a = -2$$

Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q5 Find he equation of the tangent line of the function

س5 اوجد معادلة المماس للدالة عند النقطة المعطاة

$$f(x) = 4\sqrt{x} - 2x \quad at \quad a = 4$$

Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q6 Determine the values of x for which the tangent line of the function **is horizontal**

س6 اوجد قيم x والتي يكون للدالة عندها مماس **افقي**

$$f(x) = x^4 - 4x + 2$$

Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Solved Example Suppose that the height of a falling object t seconds after being dropped from a height of $64\ feet$ is given by

مثال محلول إذا كان ارتفاع جسم يسقط من مكان ثابت في الزمن t يساوي 64 قدم معطى بالعلاقة التالية

$$s(t) = 64 - 16t^2\ feet.$$

Find instantaneous velocity at time $t = 2$.

اوجد السرعة اللحظية عندما $t = 2$

$$v = s'(t)$$

$$v = s'(t) = -23t$$

$$v = s'(2) = -32(2) = -64\ ft/sec$$

Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q1 The function

$$h(t) = 10t^2 - 24t$$

represent the height of an object. Compute the velocity at time $t = 1$

س1 لتكن الدالة

تمثل ارتفاع جسم معين اوجد سرعة الجسم عندما $t = 1$

Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q2 Find the velocity at time $t = 1$ seconds, using the following position function

$$s(t) = 4t - 4.9t^2$$

س2 اوجد سرعة الجسم عند $t = 1$ **باستخدام دالة الموقع**

Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q3 Find the velocity at time $t = 2$ seconds, using the following position function

$$s(t) = \frac{4}{t}$$

س3 اوجد سرعة الجسم عند $t = 1$ **باستخدام دالة الموقع**

Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q4 The following function $h(t)$ represents the highest of an object in meter

$$h(t) = 10 - \frac{10}{t}$$

Find velocity of the object at $t = 1$ second

س4

Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q5 Use position function to find the velocity at time $t = a$ — **س5** استخدم دالة الموقع لإيجاد السرعة عندما $t = a$

$$s(t) = -4.9t^2 + 5 \quad a = 2$$

Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q6 Use position function to find the velocity at time $t = a$ — **س6** استخدم دالة الموقع لإيجاد السرعة عندما $t = a$

$$s(t) = 4t - 4.9t^2 \quad a = 1$$

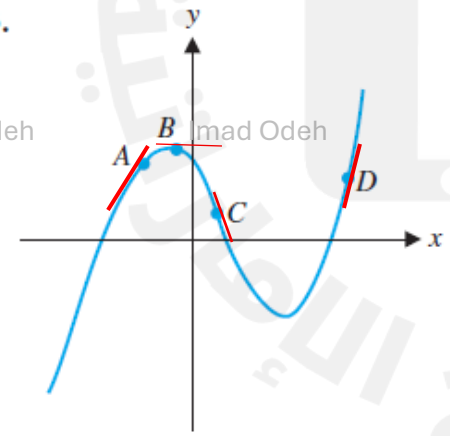
Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

في الأسئلة التالية يطلب منك ترتيب النقاط حسب الميل أي من النقطة التي يكون عندها الميل أصغر الى النقطة التي يكون عندها الميل الكبر حيث نقوم برسم خط يمس النقطة ومن ثم نقدر الميل

Solved Example In exercises 13 and 14, list the points A, B, C and D in order of increasing slope of the tangent line.

مثال محلول رتب النقاط التالية حسب تزايد ميل المماس

13.

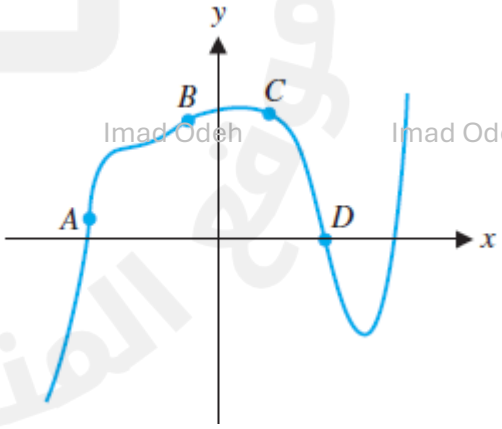


C, B, A,D

In exercises 13 and 14, list the points A,B,C and D in order of increasing slope of the tangent line.

رتب النقاط التالية حسب تزايد ميل المماس

14.

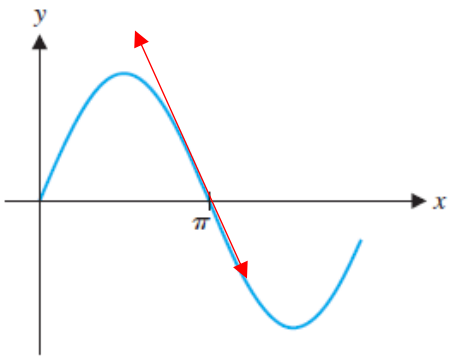


Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

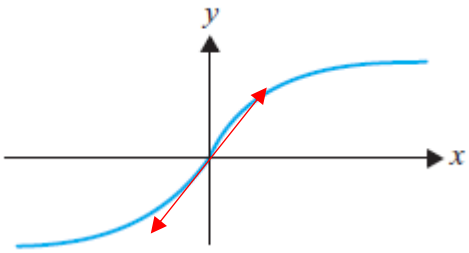
Solved Example sketch in a plausible tangent line at the given point, or state that there is no tangent line.

مثال محلول ارسم مماسا لمنحنى الدالة عند النقطة المعطاة

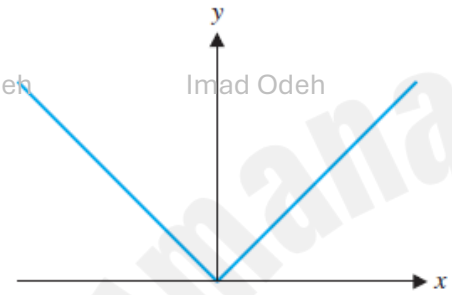
27. $y = \sin x$ at $x = \pi$



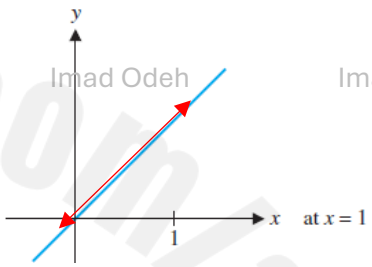
28. $y = \tan^{-1} x$ at $x = 0$



29. $y = |x|$ at $x = 0$



30. $y = x$ at $x = 1$



هنا رأس مدبب(زاوية) لا يمكن رسم مماس

We couldn't sketch a tangent line (corner)

بقية أسئلة الدرس سيتم نقلها الى نهاية الدرس الثالث حيث سيتم حلها بقواعد الاشتقاق وبطرق وخطوات أسهل

Imad Odeh
Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh
Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh
Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

الاتصال والاشتقاق
Continuity and differentiation

THEOREM 2.1

If f is differentiable at $x = a$, then f is continuous at $x = a$.

Prove
if f is differentiable at $x = a$, then f is continuous at $x = a$.

اثبت انه إذا كانت الدالة f قابلة للاشتقاق عند $x = a$ فان الدالة f تكون متصلة عند $x = a$

For f to be continuous at $x = a$, we need only show that

$$f(a) = \lim_{x\to a} f(x)$$

$$\lim_{x\to a}[f(x) - f(a)] =$$

$$\lim_{x\to a}[f(x) - f(a)] = \lim_{x\to a}\left[f(x) - f(a)\frac{x-a}{x-a}\right] = \lim_{x\to a}\left[\frac{f(x)-f(a)}{x-a}(x-a)\right]$$

$$\lim_{x\to a}[f(x) - f(a)] = \lim_{x\to a}\left[\frac{f(x)-f(a)}{x-a}\right]\lim_{x\to a}(x-a) =$$

$$\lim_{x\to a}[f(x) - f(a)] = f'(a).\lim_{x\to a}(x-a) =$$

$$\lim_{x\to a}[f(x) - f(a)] = f'(a).0 =$$

$$\lim_{x\to a}[f(x) - f(a)] = 0$$

$$\lim_{x\to a} f(x) = f(a)$$

Solved Example Show that

مثال محلول بين ان الدالة

$$f(x) = \begin{cases} 4, & x < 2 \\ 2x, & x \geq 2 \end{cases}$$

is not differentiable at $x = 2$.

غير قابلة للاشتقاق عند $x = 2$

أولا نبحث الاتصال عند $x = 2$
first, we must check continuity

شرط الاتصال

$$f(a) = \lim_{x\to a} f(x)$$

$$f(2) = 2(2) = 4$$

$$\lim_{x\to 2^-} f(x) = 4$$

$$\lim_{x\to 2^+} f(x) = 2(2) = 4$$

$$\lim_{x\to 2^-} f(x) = \lim_{x\to 2^+} f(x) = 4$$

$$\lim_{x\to 2} f(x) = 4$$

$$f(2) = \lim_{x\to 2} f(x) = 4$$

So $f(x)$ is continuous at $x = 2$

بما ان الدالة متصلة نبحث الان في الاشتقاق عند $x = 2$
Now we check differentiable at $x = 2$

$$f'(x) = \begin{cases} 0, & x < 2 \\ 2, & x > 2 \end{cases}$$

$$D_-f(2) = 0 \neq D_+(2) = 2$$

$f'(2)$ *does not exist*

Q1 Show that

س1 بين ان الدالة

$$f(x) = \begin{cases} 4\,, & x < 0 \\ 2x\,, & x \geq 0 \end{cases}$$

Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

is not differentiable at $x = 0$.

غير قابلة للاشتقاق عند $x = 0$

Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Imad Odeh

Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q2 Show that

س2 بين ان الدالة

$$f(x) = \begin{cases} 2x\,, & x < 0 \\ 3x + 1\,, & x \geq 0 \end{cases}$$

is not differentiable at $x = 0$.

غير قابلة للاشتقاق عند $x = 0$

Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Imad Odeh

Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q3 Show that

س3 بين ان الدالة

$$f(x) = \begin{cases} 2x\ , & x < 0 \\ x^2 + 2x\ , & x \geq 0 \end{cases}$$

Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

is not differentiable at $x = 0$.

غير قابلة للاشتقاق عند $x = 0$

Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q4 Show that

س4 بين ان الدالة

$$f(x) = \begin{cases} x^2\ , & x < 1 \\ 2x\ , & x \geq 1 \end{cases}$$

Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

is not differentiable at $x = 1$.

غير قابلة للاشتقاق عند $x = 1$

Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Q5 Show that

س5 بين ان الدالة

$$f(x) = \begin{cases} -\frac{1}{2}x^2 , & x < 3 \\ -3x , & x \geq 3 \end{cases}$$

Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

is not differentiable at $x = 3$.

غير قابلة للاشتقاق عند $x = 3$

Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Imad Odeh

Q6 Show that

س6 بين ان الدالة

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - x , & x \leq 2 \\ 2x - 2 , & x > 2 \end{cases}$$

Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

is not differentiable at $x = 2$.

غير قابلة للاشتقاق عند $x = 2$

Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Imad Odeh

Q7 Show that

س7 بين ان الدالة

$$f(x)=\begin{cases}4x\ , & x<1\\ 2x^2+2\ , & x\geq 1\end{cases}$$

Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

is differentiable at $x=1$.

قابلة للاشتقاق عند $x=1$

Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Imad Odeh

Solved Example For

مثال محلول في الدالة

$$f(x)=\begin{cases}x^2+2x\ , & x<0\\ ax+b\ , & x\geq 0\end{cases}$$

find all real numbers a and b such that $f'(0)$ exists.

اوجد جميع قيم a , b بحيث تكون $f'(0)$ موجودة

As $f(x)$ differentiable so $f(x)$ will be continuous

Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

$$\lim_{x\to 0} f(x)=f(0)$$

$$\lim_{x\to 0^-} f(x)=\lim_{x\to 0^+} f(x)$$

$$\lim_{x\to 0^-} x^2+2x=\lim_{x\to 0^+} ax+b$$

$$0=0+b\ \to b=0$$

$f(x)$ differentiable at $x=0$ so

$$f'(x)=\begin{cases}2x+2\ , & x<0\\ a\ , & x\geq 0\end{cases}$$

$$D_-f(0)=D_+f(0)$$

$$2(0)+2=a\ \to a=2$$

Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Imad Odeh

Q8 For $f(x)=\begin{cases} x^3 , & x\le 1 \\ ax+b , & x>1 \end{cases}$ **س8** في الدالة

find all real numbers a and b such that $f(x)$ differentiable at $x=1$.

اوجد جميع قيم a , b بحيث تكون قابلة للاشتقاق عند $x=1$

Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q9 For $f(x)=\begin{cases} mx^2-2 , & x\le 1 \\ k\sqrt{x} , & x>1 \end{cases}$ **س9** في الدالة

find all real numbers m and k such that $f'(1)$ exists.

اوجد جميع قيم m , k بحيث تكون $f'(1)$ **موجودة**

Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q10 For

س10 في الدالة

$$f(x)=\begin{cases} x^2-2\ , & x\le 2 \\ \boldsymbol{bx^2}+ax\ , & x>2 \end{cases}$$

Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

find all real numbers $\boldsymbol{a}$ and $\boldsymbol{b}$ such that $\boldsymbol{f(x)}$ differentiable at $\boldsymbol{x=2}$.

اوجد جميع قيم $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$ بحيث تكون قابلة للاشتقاق عند $x=2$

Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q11 For

س11 في الدالة

$$f(x)=\begin{cases} ax+b\ , & x\le 0 \\ \boldsymbol{x^2}-3x\ , & x>0 \end{cases}$$

Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

find all real numbers $\boldsymbol{a}$ and $\boldsymbol{b}$ such that $\boldsymbol{f'(x)}$ **exist**

اوجد جميع قيم $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$ بحيث تكون $f'(0)$ موجودة

Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q12 If $f(x)$ differentiable at $\boldsymbol{x = a}$, show that $g(x)$ is continuous at $x = a$

س12 إذا كانت الدالة $f(x)$ قابلة للاشتقاق عند $\boldsymbol{x = a}$ اثبت ان الدالة $g(x)$ متصلة عند $\boldsymbol{x = a}$

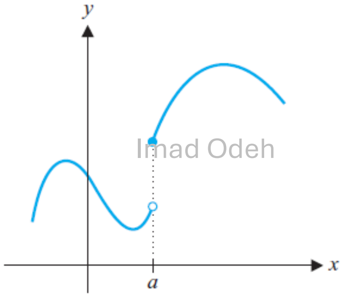
$$g(x) = \begin{cases} \dfrac{f(x) - f(a)}{x - a} & , \quad x \neq a \\ \boldsymbol{f'(a)} & , \quad x = a \end{cases}$$

Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh
Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh
Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh
Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh
Imad Odeh
Imad Odeh

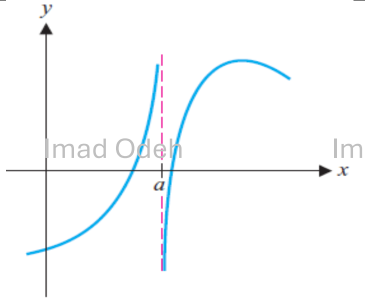
Imad Odeh

$f'(a)$ does not exist

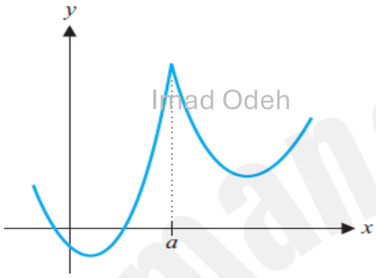
الحالات التي تكون عندها المشتقة غير موجودة

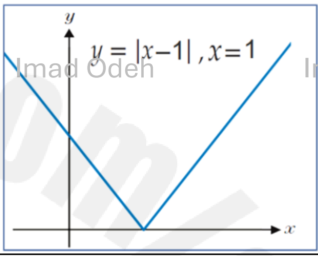


A jump discontinuity قفزة
دالة غير متصلة
$f'(a)$ does not exist

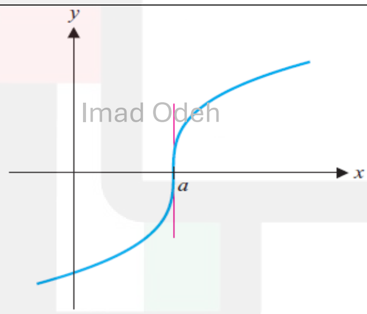


A vertical asymptote مماس عمودي
دالة غير متصلة
$f'(a)$ does not exist





A cusp رأس مدبب
دالة متصلة لكن
$f'(a)$ does not exist
$\boldsymbol{D_{-}f(a) \neq D_{+}(a)}$

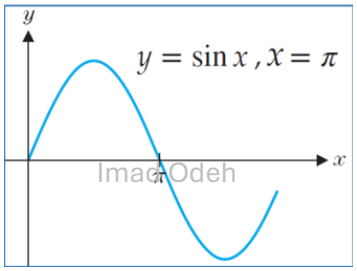


A vertical tangent line مماس عمودي
دالة متصلة لكن $f'(a)$ غير موجودة
$f'(a)$ does not exist

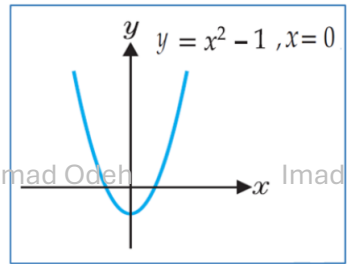
Q1 Which graph does not have a tangent line at a given point

س1 أي من الدوال التالية ليس لها مماس عند النقطة المعطاة

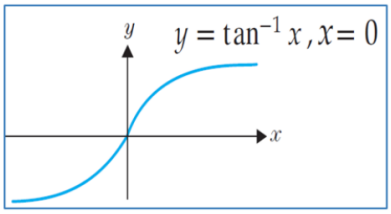
A)



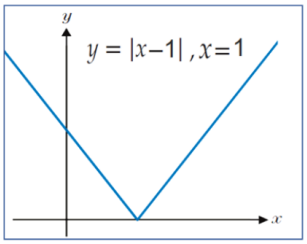
B)



C)



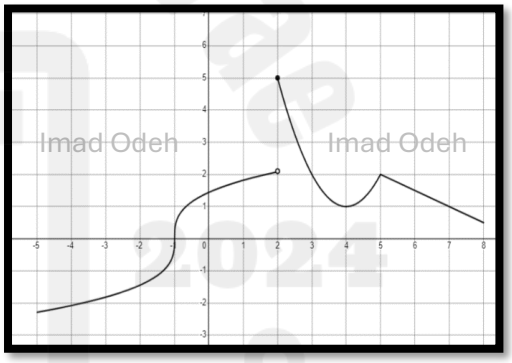
D)



Q2 Determine the value of x where $f(x)$ **not** differentiable.

س2 حدد قيم x التي تكون عندها الدالة **غير** قابلة للاشتقاق

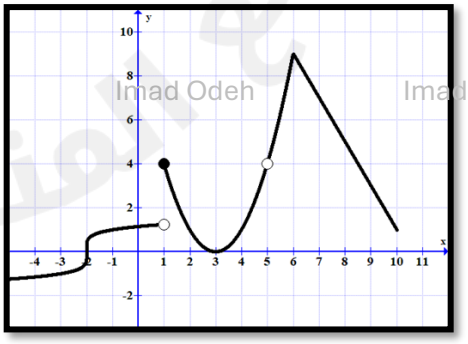
$x =$	Reason



Q3 Determine the value of x where $f(x)$ **not** differentiable.

س3 حدد قيم x التي تكون عندها الدالة **غير** قابلة للاشتقاق

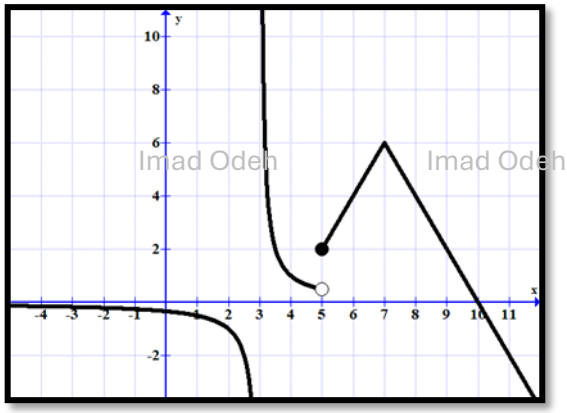
$x =$ Reason



Q4 Determine the value of x where $f(x)$ **not** differentiable.

س4 حدد قيم xالتي تكون عندها الدالة **غير** قابلة للاشتقاق

$x =$	Reason

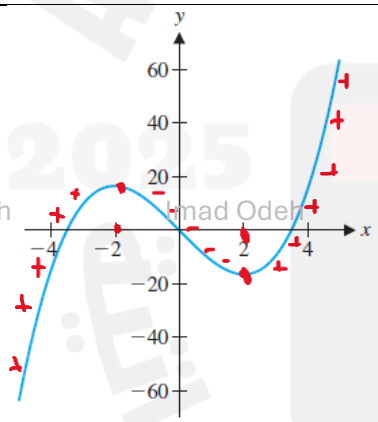
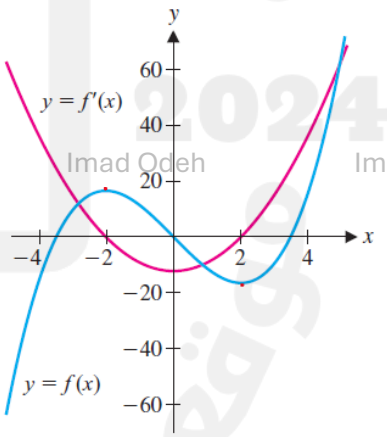


Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Sketching the Graph of f Given the Graph of f'

لرسم المشتقة من التمثيل البياني للدالة الاصلية نتبع ما يلي

1) نحدد على الرسم القيم القصوى (القمم والقيعان) ونسقطها ونحولها الى مقاطع على المحور الافقي
2) نحدد الفترات التي يكون عندها منحنى الدالة يتزايد أي يتجه الى الأعلى ومن ثم نرسمها فوق محور x والفترات التي يكون عندها المنحنى يتناقص يتجه للأسفل ونرسمها تحت محور x

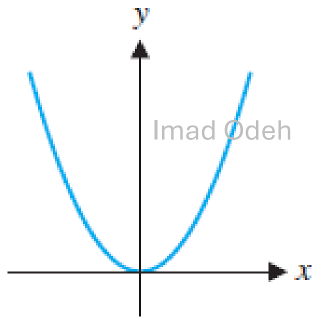
Solved example Given the graph of f sketch a plausible graph of f'	**مثال محلول** استخدم الرسم البياني للدالة f لرسم بيان مشتقتها f'
	**solution** 

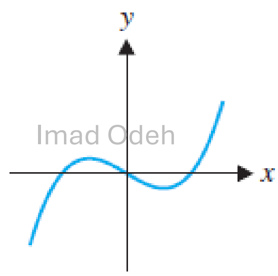
Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

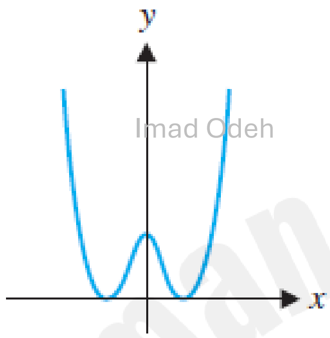
Imad Odeh

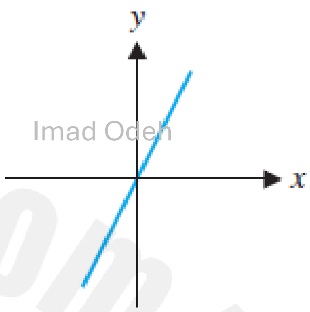
Q1 Given the graph of $\boldsymbol{f}$ sketch a plausible graph of f'

س1 استخدم التمثيل البياني للدالة $\boldsymbol{f}$ لرسم بيان مشتقتها $\boldsymbol{f'}$



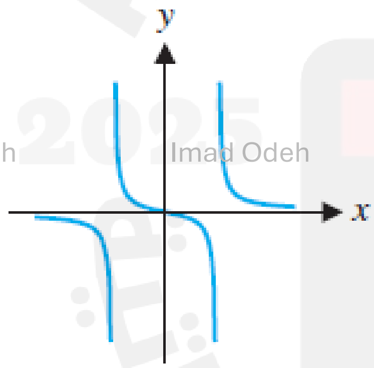


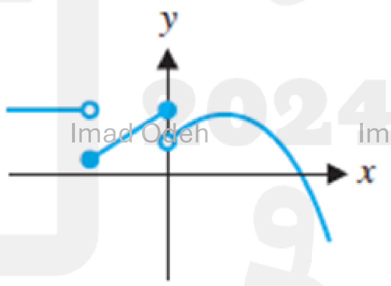


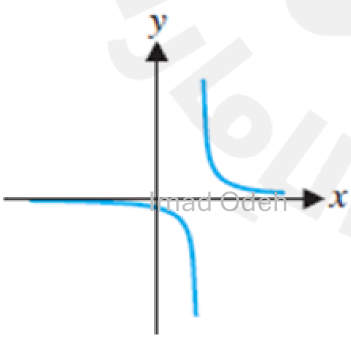


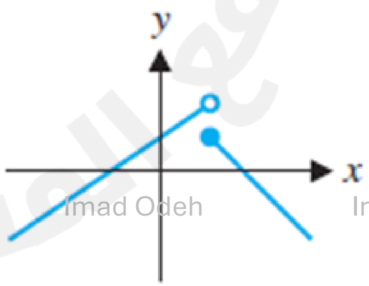
Q2 Given the graph of $\boldsymbol{f}$ sketch a plausible graph of f'

س2 استخدم التمثيل البياني للدالة $\boldsymbol{f}$ لرسم بيان مشتقتها $\boldsymbol{f'}$







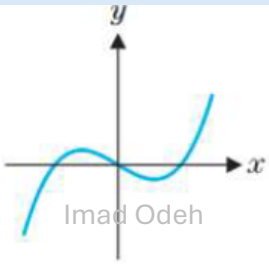


Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh
Imad Odeh

Imad Odeh

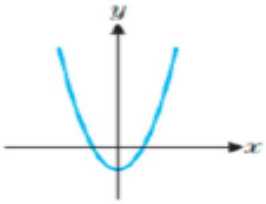
Q3 Given the graph of f sketch a plausible graph of f'

س3 استخدم التمثيل البياني للدالة f لرسم بيان مشتقتها f'

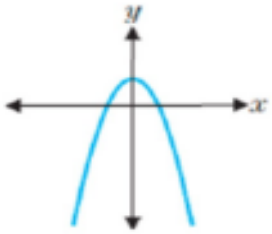


Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

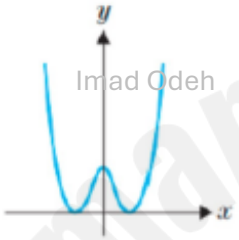
A)



B)



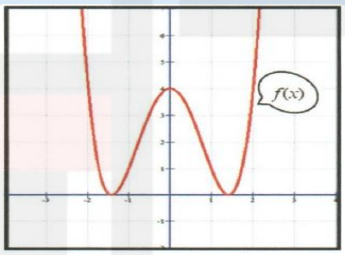
C)



D)

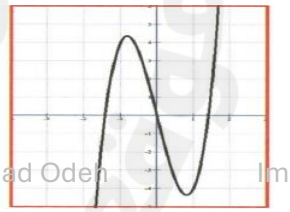
Q4 Given the graph of f sketch a plausible graph of f'

س4 استخدم التمثيل البياني للدالة f لرسم بيان مشتقتها f'

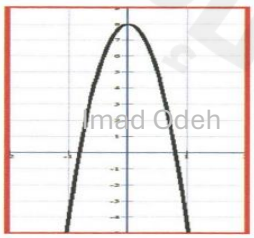


A)

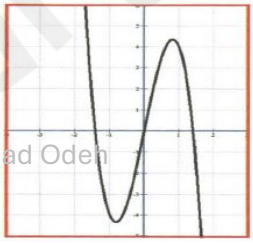
B)



C)



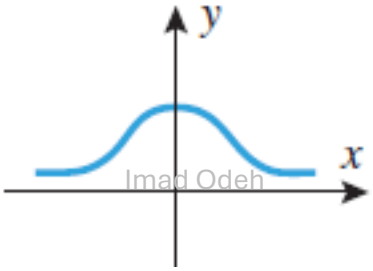
D)



Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q5 Given the graph of f sketch a plausible graph of f'

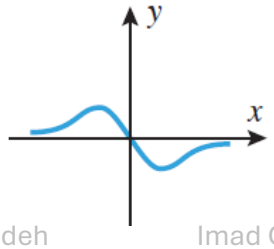
س5 استخدم التمثيل البياني للدالة f لرسم بيان مشتقتها f'



Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

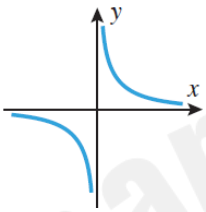
A)

B)

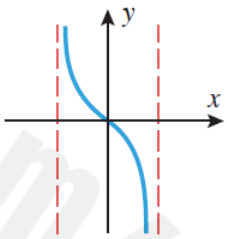


Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

C)



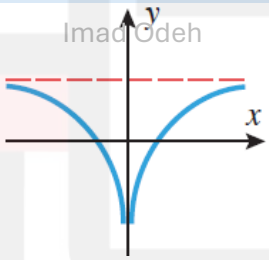
D)



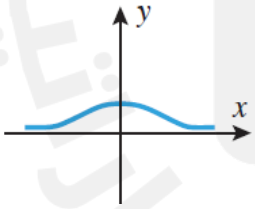
Q6 Given the graph of f sketch a plausible graph of f'

س6 استخدم التمثيل البياني للدالة f لرسم بيان مشتقتها f'

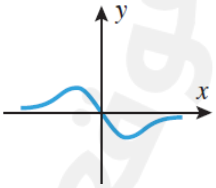
Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh



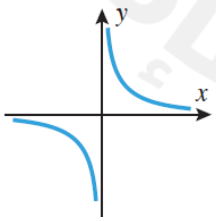
A)



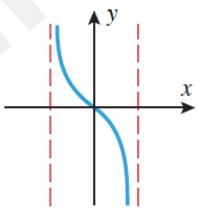
B)



C)



D)



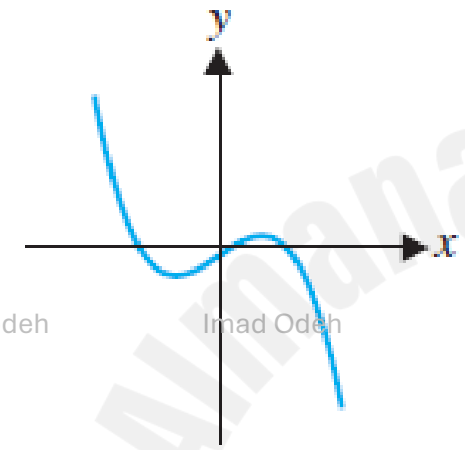
رسم الدالة من خلال بيان مشتقتها

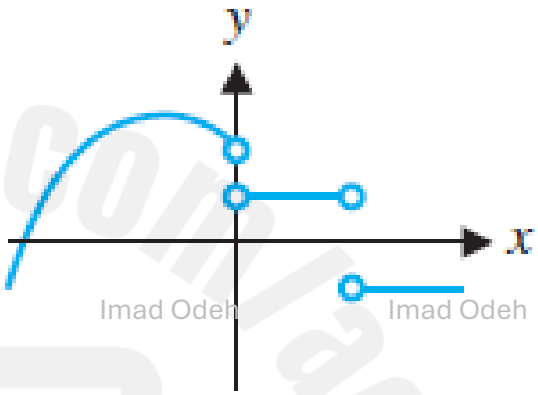
لرسم الدالة الاصلية بمعرفة مشتقتها نتبع الخطوات التالية

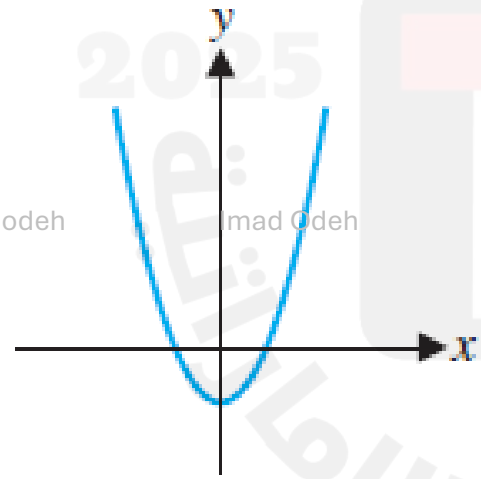
1) نحدد نقاط التقاطع مع محور x ونحولها الى قيم قصوى إذا كانت الرسم قبلها مرسوم تحت المحور وبعدها فوق المحور نضعها قيمة صغرى و بالعكس
2) نحدد الفترات التي تكون عندها المشتقة موجبة (فوق محور x) ونرسمها في حالة تزايد أي تتجه الى الأعلى والفترات التي تكون عندها المشتقة سالبة (تحت محور x) ونرسمها في حالة تناقص او تتجه الى الأسفل
3) النقاط التي تكون عندها قفزات (خطوط مستقيمة) نرسمها رؤوس مدببة وقد تكون ناب في حالات معينة
4) النقاط التي تكون عندها قفزات (خطوط ومنحنى) نرسمها ناب
5) النقاط التي تكون عندها مالانهاية نرسمها مماسات عمودية او ناب

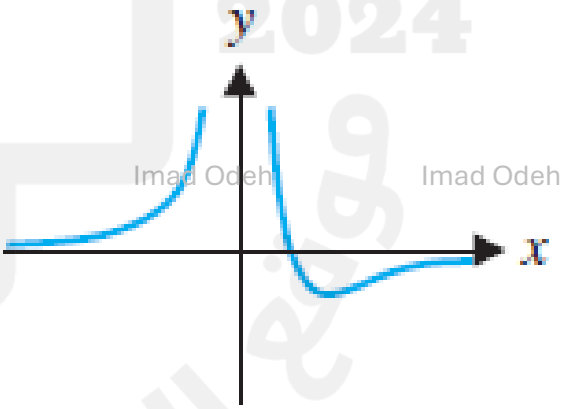
Q1 Given the graph of f' sketch a plausible graph of f

س1 استخدم التمثيل البياني لمشتقة الدالة f' لرسم بيان f





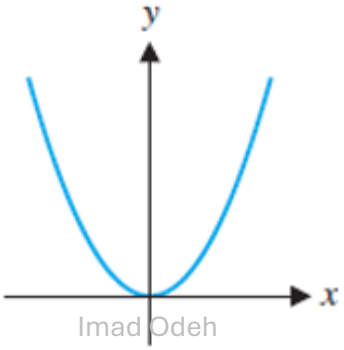




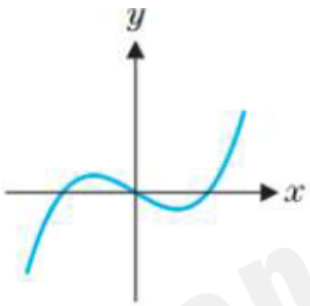
Imad Odeh
Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh
Almanahj.com
2025 2024

Q2 Given the graph of f' sketch a plausible graph of f

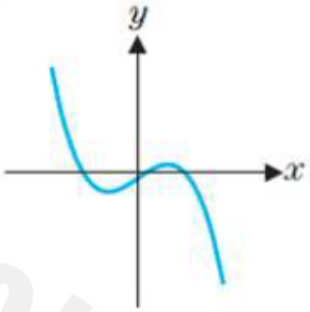
س2 استخدم التمثيل البياني لمشتقة الدالة f' لرسم بيان f



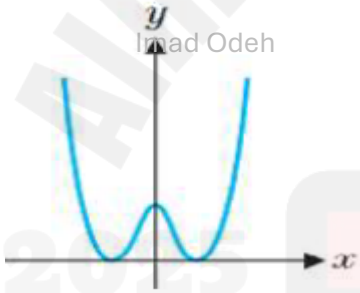
A)



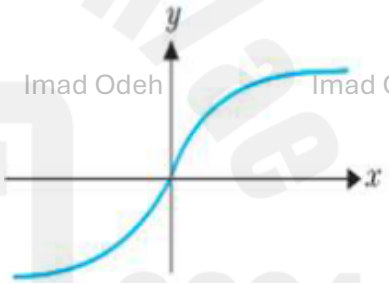
B)



C)



D)



Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh
Imad Odeh

مسائل منوعة لربط مفهوم المشتقة بقواعد الاشتقاق

Q1 If f is differentiable at $x = a \neq 0$, evaluate

س1 إذا كانت الدالة f قابلة للاشتقاق عند $x = a \neq 0$ اوجد

$$\lim_{x \to a} \frac{[f(x)^2] - [f(a)^2]}{x^2 - a^2}$$

Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q2 Prove that if f is differentiable at $x = a$, then

س2 اثبت انه اذا f كانت قابلة للاشتقاق عند $x = a$ فان

$$\lim_{h \to 0} \frac{f(a + ch) - f(a)}{h} = c\, f'(a)$$

Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q3 Evaluate

س3 اوجد قيمة

$$\lim_{h \to 0} \frac{(2 + h)^3 - 8}{h}$$

Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q4 Evaluate

س4 اوجد قيمة

$$\lim_{h \to 0} \frac{5(3 + h)^2 - 45}{h}$$

Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q5 Evaluate **س5** اوجد قيمة

$$\lim_{h\to 0}\frac{(-3+h)^2-9}{h}$$

Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q6 Evaluate **س6** اوجد قيمة

$$\lim_{h\to 0}\frac{(h-2)^4-16}{h}$$

Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q7 Evaluate **س7** اوجد قيمة

$$\lim_{h\to 0}\frac{\sqrt[3]{8+h}-2}{h}$$

Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q8 If **س8** لتكن

$$f(x)=x^2+1 \qquad find \qquad \lim_{h\to 0}\frac{f(3+h)-f(3-h)}{h}$$ اوجد

Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q9 Find value of a if

س9 اوجد قيمة a حيث

$$f(x) = x^2 + ax - 5 \quad and \quad \lim_{h\to 0} \frac{f(2+h) - f(2)}{h} = 3$$

Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q10 Find value of a if

س10 اوجد قيمة a حيث

$$f(x) = ax^3 - 7 \quad and \quad \lim_{h\to 0} \frac{f(1+h) - f(1)}{h} = -6$$

Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q11 Find value of b if

س11 اوجد قيمة b حيث

$$\lim_{x\to 0} \frac{f(x+h) - f(2)}{h} = 10 \ and \ f(x) = 2x^4 + bx + 3$$

Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q12 If

س12 لتكن

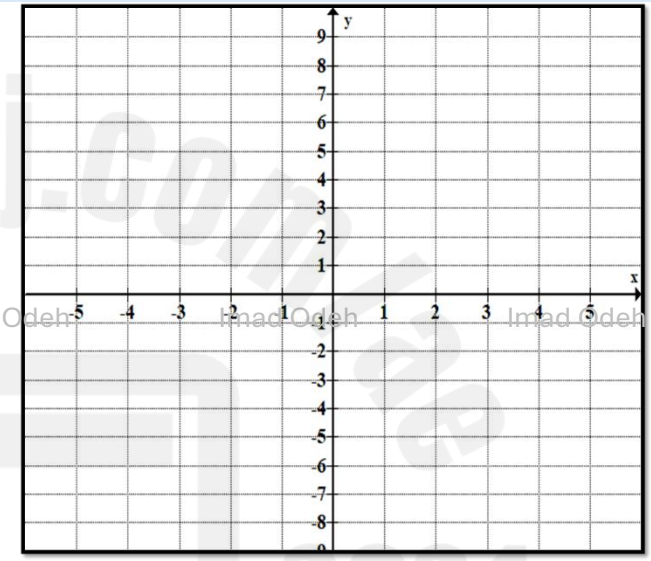
$$f'(4) = 6 \quad find \quad \lim_{x\to 4} \frac{f(x) - f(4)}{\sqrt{x} - 2}$$ اوجد

Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q13 Sketch the graph of a function with the following properties:

س13

$f(0) = 1, f(1) = 0, f(3) = 6$,
$f'(0) = 0, f'(1) = -1$ *and* $f'(3) = 4$

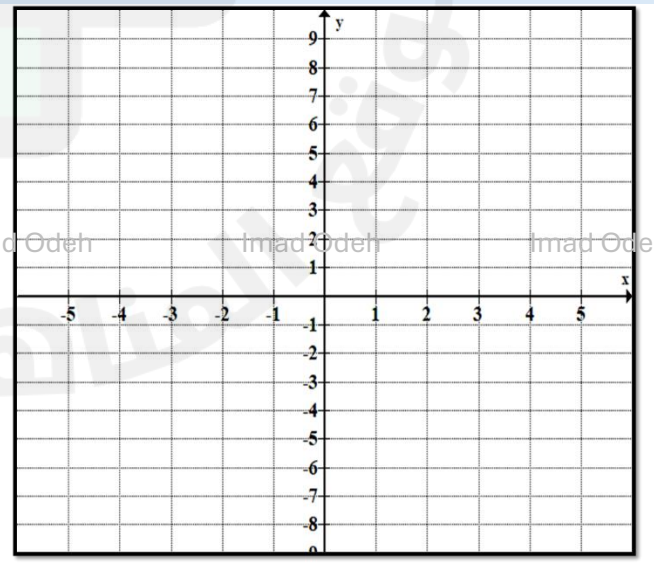


Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q14 Sketch the graph of a function with the following properties:

س14

$f(-2) = 4, f(0) = -2, f(2) = 1$,
$f'(-2) = -2, f'(0) = 2$ *and* $f'(2) = 1$



Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Higher Order Derivatives

Order	Prime Notation	Leibniz Notation
1	$y' = f'(x)$	$\frac{df}{dx}$
2	$y'' = f''(x)$	$\frac{d^2 f}{dx^2}$
3	$y''' = f'''(x)$	$\frac{d^3 f}{dx^3}$
4	$y^{(4)} = f^{(4)}(x)$	$\frac{d^4 f}{dx^4}$
5	$y^{(5)} = f^{(5)}(x)$	$\frac{d^5 f}{dx^5}$

Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Solved Example If	مثال محلول إذا كان
$f(x) = 3x^4 - 2x^2 + 1$	
Compute as many derivatives as possible.	اوجد المشتقات العليا الممكنة

$f(x) = 3x^4 - 2x^2 + 1$
$f'(x) = 12x^3 - 4x$
$f''(x) = 36x^2 - 4$
$f'''(x) = 72x$
$f^4(x) = 72$
$f^5(x) = 0$

Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q1 Compute the indicated derivative. س1 اوجد المشتقة المشار اليها

$$f'''(t) \quad for \quad f(t) = t^4 + 3t^2 - 2$$

Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q2 Compute the indicated derivative. س2 اوجد المشتقة المشار اليها

$$f'''(t) \quad for \quad f(t) = 4t^2 - 12 + \frac{4}{t^2}$$

Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q3 Compute the indicated derivative. **س3** اوجد المشتقة المشار اليها

$$\frac{d^2f}{dx^2} \quad for \ f(x) = 2x^4 - \frac{3}{\sqrt{x}}$$

Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q4 Compute the indicated derivative. **س4** اوجد المشتقة المشار اليها

$$\frac{d^2f}{dx^2} \quad for \ f(x) = x^6 - \sqrt{x}$$

Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q4 Compute the indicated derivative. **س4** اوجد المشتقة المشار اليها

$$f^5(x) \quad for \ f(x) = x^{10} - 3x^4 + 2x - 1$$

Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q5 If **س5** اوجد المشتقة المشار اليها

$$f(x) = 2x^3 - \frac{3}{x} \quad \text{then find} \quad \frac{d^2f}{dx^2}$$

Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q6 If س6

$$f(x) = -x^{-2} - 4x^4 \quad \text{then} \quad f^{(4)}(x)$$

Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Acceleration

$$a(t) = v'(t) = \frac{dv}{dt}$$

Solved example Suppose that the height of a skydiver t seconds after jumping from an airplane is given by.	**مثال محلول** افرض ان ارتفاع مظلي يعطى بالعلاقة
$f(t) = 640 - 20t - 16t^2 \ feet$	
Find the person's acceleration at time t.	اوجد تسارع المظلي في أي وقت t
$f(t) = 640 - 20t - 16t^2$ $v = f'(t) = -20 - 32t$ $a = f''(t) = -32$	

Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q1 The function s(t) represents the position of an object. Find the acceleration

س1 تمثل الدالة دالة الموقع لجسم ما اوجد دالة التسارع

$$s(t) = 2\sqrt{t} + 2t^2$$

Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q2 The function **س2** لتكن الدالة

$$h(t) = 10t^2 - 24t$$

represent the height of an object. Compute the velocity and acceleration at time $t = 1$

تمثل ارتفاع جسم اوجد التسارع عندما $t = 1$

Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q3 Use the given position function to find the velocity and acceleration functions. **س3** استخدم دالة الموقع لحساب دالة السرعة والتسارع

$$s(t) = -4.9t^2 - 12t - 3$$

Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q4 Use the given position function to find the velocity and acceleration functions. **س4** استخدم دالة الموقع لحساب دالة السرعة والتسارع

$$s(t) = \sqrt{t} + 2t^2$$

Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Imad Odeh
Imad Odeh

Q5 Use the given position function to find the velocity and acceleration function

س5 استخدم دالة الموقع لحساب دالة السرعة والتسارع

$$s(t) = \frac{4}{t}$$

Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q6 Use the given position function to find the velocity and acceleration functions.

س6 استخدم دالة الموقع لحساب دالة السرعة والتسارع

$$h(t) = 10 - \frac{10}{t}$$

Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q7 Compute the velocity and acceleration at time $t = t_0$. Is the object going up or down?

س7 احسب السرعة والتسارع عند الزمن المعطى ثم حدد فيما إذا كان الجسم يتحرك للأسفل ام لا

$$h(t) = -16t^2 + 40t + 5\,, t_0 = 1$$

Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q8	Compute the velocity and acceleration at time $t = t_0$. Is the object going up or down?	س8 احسب السرعة والتسارع عند الزمن المعطى ثم حدد فيما إذا كان الجسم يتحرك للأسفل ام لا

$$h(t) = 10t^2 - 24t \, , t_0 = 2$$

Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

حساب المشتقات العليا لدالة عند نقطة معطاة

Q1	if	س1 لتكن

$$f(x) = x^4 + 3x^2 - 2 \quad find \quad f''(\frac{1}{6})$$

Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q2	if	س2 لتكن

$$f(x) = 2x - x^5 + 1 \quad find \quad f''(-1)$$

Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

ربط المشتقة الثانية بمفهوم وتعريف المشتقة

Q1 if

س1 لتكن

$$\lim_{x\to 2}\frac{f'(x)-f'(2)}{x-2}=5 \quad find \quad f''(2)$$

Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q2 if

س3 لتكن

$$f(x)=x^4-5x^2 \quad find \quad \lim_{x\to 2}\frac{f'(x)-f'(2)}{x-2}$$ اوجد

Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q3 if

س3 لتكن

$$f'(4)=6 \quad find \quad \lim_{x\to 4}\frac{f(x)-f(4)}{\sqrt{x}-2}$$

Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q4 if

س4 لتكن

$$f(x)=ax^3+3x^2-2x+3 \quad and \quad \lim_{x\to 3}\frac{f'(x)-f'(3)}{x-3}=-12$$

Find value of a

اوجد قيمة a

Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

مفهوم اقصى ارتفاع

Q1 A ball is thrown upward then moves according to the relation

س1 قذفت كرة الى الأعلى حسب العلاقة التالية

$$S(t) = 56t - 4t^2$$

Where t in seconds and S in meters. What is the **maximum** height the ball can reach?

اوجد اقصى ارتفاع تصل اليه الكرة

Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q2 A ball is thrown upward then moves according to the relation

س2 قذفت كرة الى الأعلى حسب العلاقة التالية

$$S(t) = 48t - 4t^2$$

Where t in seconds and S in meters. What is the **maximum** height the ball can reach?

اوجد اقصى ارتفاع تصل اليه الكرة

Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q3 A ball is thrown upward then moves according to the relation

س3 قذفت كرة الى الأعلى حسب العلاقة التالية

$$S(t) = 16t - 4t^2$$

Where t in seconds and S in meters. What is the **maximum** height the ball can reach?

اوجد اقصى ارتفاع تصل اليه الكرة

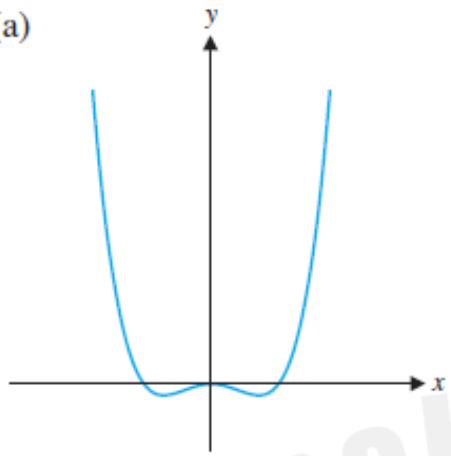
Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

رسم المشتقة الثانية باستخدام بيان الدالة الاصلية

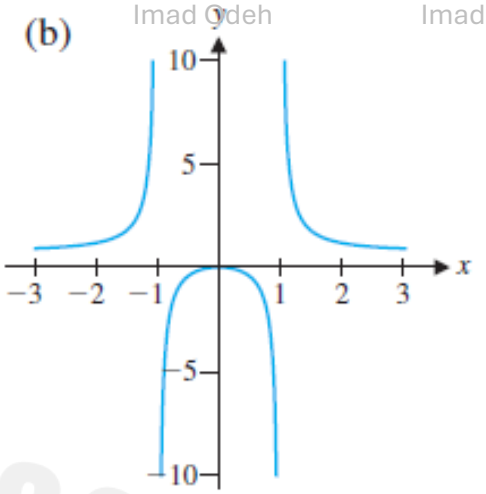
Q1 Use the graph of f to sketch a graph of f''. **س1**

Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

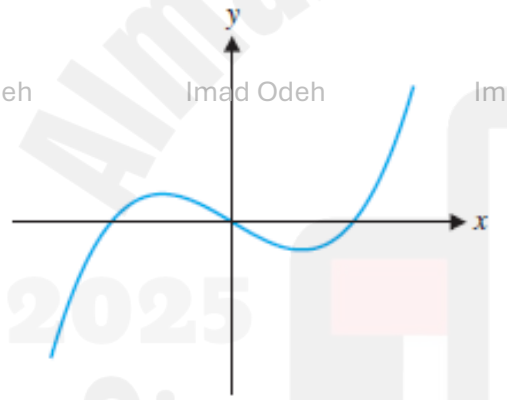
31. (a)



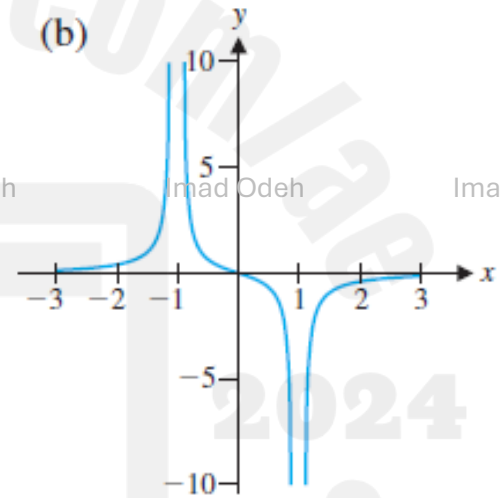
(b)



32. (a)



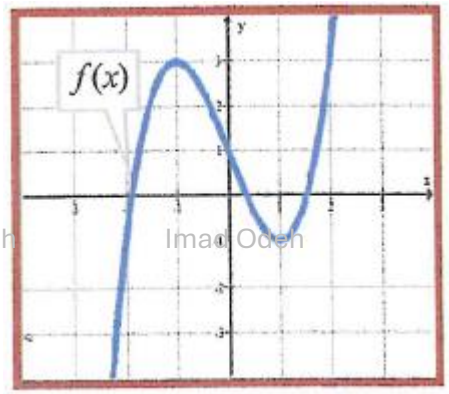
(b)

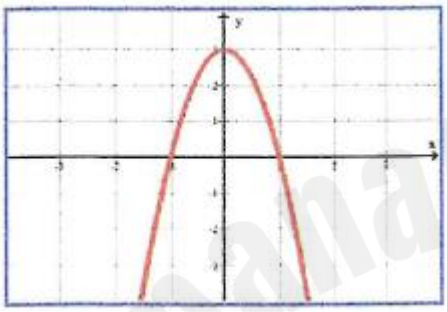


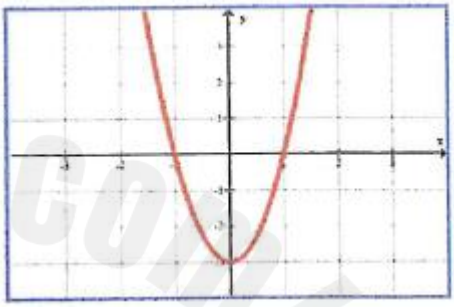
Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh
Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh
Imad Odeh
Imad Odeh

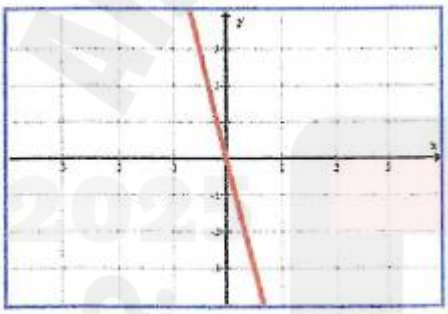
Q2 Given the graph of f sketch a plausible graph of f''

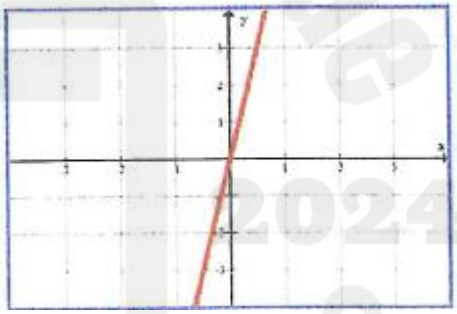
س2 استخدم التمثيل البياني للدالة f لرسم بيان مشتقتها f''











Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh
Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh
Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh
Imad Odeh
Imad Odeh

مسائل ربط المشتقة بمفهوم ميل المماس وزاوية الميل

Q1 Determine the value(s) of x for which the tangent line to $y = f(x)$ is horizontal

س1 حدد قيم x التي يكون عندها المماس افقيا

$$f(x) = x^3 - 3x + 1$$

Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q2 Determine the value(s) of x for which the tangent line to $y = f(x)$ is horizontal

س2 حدد قيم x التي يكون عندها المماس افقيا

$$f(x) = x^4 - 4x + 2$$

Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q2 Determine the value(s) of x for which the tangent line to $y = f(x)$ is horizontal

س2 حدد قيم x التي يكون عندها المماس افقيا

$$f(x) = 3x^4 - 6x^2 + 1$$

Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q2 Determine the value(s) of x for which the tangent line to $y = f(x)$ is horizontal

س2 حدد قيم x التي يكون عندها المماس افقيا

$$f(x) = x^4 - 2x^2 + 3$$

Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q3 Determine the value(s) of x for which the tangent line *to* $y = f(x)$ intersects the $x - axis$ at a 45° angle.

س3 حدد قيم x التي يصنع عندها مماس الدالة $y = f(x)$ زاوية مقدارها 45° مع محور x

$$f(x) = x^3 - 3x + 1$$

Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q4 Determine the value(s) of x for which the tangent line *to* $y = f(x)$ intersects the $x - axis$ at a 45° angle.

س4 حدد قيم x التي يصنع عندها مماس الدالة $y = f(x)$ زاوية مقدارها 45° مع محور x

$$f(x) = x^4 - 4x + 2$$

Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q5 Determine the value(s) of x for which the tangent line *to* $y = f(x)$ intersects the $x-$ *axis* at a 45° angle.

س5 حدد قيم x التي يصنع عندها مماس الدالة $y = f(x)$ زاوية مقدارها 45° مع محور x

$$y = x^3 - 3x + 1$$

Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q6 Determine the value(s) of x for which the tangent line *to* $y = f(x)$ intersects the $x-$ *axis* at a 45° angle.

س6 حدد قيم x التي يصنع عندها مماس الدالة $y = f(x)$ زاوية مقدارها 30° مع محور x

$$y = x^3 - 3x + 1$$

Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q4 Find all values of x for which the tangent lines to the two curves are parallel

س4 اوجد جميع قيم x والتي يكون عندها المماس لكل من المنحنيين التاليين متوازيا

$$y = x^3 + 2x + 1 \text{ and } y = x^4 + x^3 + 3$$

Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q5	Find all values of x for which the tangent lines to the two curves are perpendicular	س5 اوجد جميع قيم x والتي يكون عندها المماس لكل من المنحيين التاليين متعامدان

$$y = x^3 + 2x + 1 \text{ and } y = x^4 + x^3 + 3$$

Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh
Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Imad Odeh

Q6	Find a second-degree polynomial (of the form	س6 اوجد دالة من الدرجة الثانية

$$ax^2 + bx + c \text{ a}$$

such that بحيث ان

$$f(0) = -2,\ f'(0) = 2 \text{ and } f''(0) = 3$$

Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh
Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Imad Odeh

Q7 Find a second-degree polynomial (of the form $ax^2 + bx + c$ a such that

such that $f(0) = 0,\ f'(0) = 5\ and\ f''(0) = 1.$

س7 اوجد دالة من الدرجة الثانية بحيث ان

Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

إيجاد الصيغة العامة للمشتقة من الرتبة n

Q1 Find a general formula for the nth derivative $f^n(x)$ for $f(x) = \sqrt{x}$

س1 اوجد الصيغة العامة للمشتقة النونية للدالة

Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q2 Find a general formula for the nth derivative $f^n(x)$ for $f(x) = \frac{2}{x}$

س1 اوجد الصيغة العامة للمشتقة النونية للدالة

Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

2.4 THE PRODUCT AND QUOTIENT RULES

Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

	Function	Derivative
Product Rule	$y = f(x)g(x)$	$\frac{dy}{dx} = f'(x)g(x) + f(x)g'(x)$
Quotient Rule	$y = \frac{f(x)}{g(x)}$	$\frac{dy}{dx} = \frac{f'(x)g(x) - f(x)g'(x)}{(g(x))^2}$

Solved Example	مثال محلول
Find $f'(x)$	اوجد Find $f'(x)$

$$f(x) = (2x^4 - 3x + 5)(x^2 - 5)$$

Solution

$$f'(x) = (8x^3 - 3)(x^2 - 5) + (2x^4 - 3x + 5)(2x)$$

Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

$$f'(x) = (8x^5 - 40x^3 - 3x^2 + 15) + (4x^5 - 6x^2 + 10x)$$

$$f'(x) = (12x^5 - 40x^3 - 9x^2 + 10x + 15)$$

Q1 Find the derivative of each function **س1** اوجد مشتقة كل مما يلي

$$f(x) = (x^2 + 3)(x^3 - 3x + 1)$$

Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q2 Find the derivative of each function **س2** اوجد مشتقة كل مما يلي

$$f(x) = (x^3 - 2x^2 + 5)(x^4 - 3x^2 + 2)$$

Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q3 Find the derivative of each function **س3**

$$h(t) = t\left(\sqrt[3]{t} + 3\right)$$

Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q3 Find the derivative of each function **س3**

$$f(x) = (2x^4 - 3x + 5)\left(x^2 - \sqrt{x} + \frac{2}{x}\right)$$

Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q5 Find the derivative of each function **س5**

$$f(x) = \left(\sqrt{x} + 3x\right)\left(5x^2 - \frac{3}{x}\right)$$

Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q6 Find the derivative of each function **س6**

$$f(x) = \left(x^{\frac{3}{2}} - 4x\right)\left(x^4 - \frac{3}{x^2} + 2\right)$$

Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Solved example	مثال محلول
Find $f'(x)$	اوجد $f'(x)$

$$f(x) = \frac{x^2-2}{x^3+1}$$

Solution

Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

$$f'(x) = \frac{2x(x^3+1)-(x^2-2)(3x^2)}{(x^3+1)^2}$$

$$f'(x) = \frac{2x^4+2x-3x^4+6x^2}{(x^3+1)^2}$$

$$f'(x) = \frac{-x^4+6x^2+2x}{(x^3+1)^2}$$

Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q1 Find the derivative of each function **س1**

$$f(x) = \frac{3x-2}{5x+1}$$

Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q2 Find the derivative of each function **س2**

$$f(x) = \frac{x^2-2}{2x+3}$$

Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q3 Find the derivative of each function **س3**

$$f(x) = \frac{x^2-2x}{x^2+5x}$$

Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q4 Find the derivative of each function **س4**

$$g(t) = \frac{t^2 + 2t + 5}{t^2 - 5t + 1}$$

Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q5 Find the derivative of each function **س6**

$$f(x) = \frac{x^2 + 3x - 2}{\sqrt{x}}$$

Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q6 Find the derivative of each function **س6**

$$f(x) = \frac{6x - \frac{2}{x}}{x^2 + \sqrt{x}}$$

Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q7 Find the derivative of each function **س7**

$$f(x) = \frac{(x+1)(x-2)}{x^2 - 5x + 1}$$

Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q8 if

س8 لتكن

$$f(x) = \frac{6x}{\sqrt{x}+1}$$

$find$

اوجد

$$f'(x)$$

Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q9 if

س9 إذا كان

$$g(2) = 3 \text{ and } g'(2) = -1,$$

what is the value of

اوجد قيمة

$$\frac{d}{dx}\left(\frac{g(x)}{x^2}\right) \text{ at } x = 2 \text{ ?}$$

Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q9 if

س9 إذا كان

$$f(2) = 2 \text{ and } f'(2) = 1$$

$$h(x) = \frac{x^2}{f(x)}$$

what is the value of

اوجد قيمة

$$h'(2)$$

Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q10 if **س10** لتكن

$$h(x) = \frac{f(x)}{2x^2+1} \ , \quad f(1) = 1 \ , \quad f'(1) = -2$$

find **اوجد**

$h'(1)$

Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q11 If f and g are differentiable functions and **س11** لتكن الدالتان g, f قابلتان للاشتقاق وكان

$$h(x) = f(x).g(x) \ , \ f(0) = 1 \ , \ f'(0) = -2 \ , \ g(0) = 3 \ , \ g'(0) = 4$$

find **اوجد**

$h'(0)$

Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q12 If f and g are differentiable functions and **س12** لتكن الدالتان g, f قابلتان للاشتقاق وكان

$$h(x) = \frac{f(x)}{g(x)} \ , \ f(2) = -1 \ , \ f'(2) = 3 \ , \ g(2) = 2 \ , \ g'(2) = 5$$

find **اوجد**

$h'(5)$

Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q13 assume that f and g are differentiable with

س13 لتكن الدالتان g, f قابلتان للاشتقاق وكان

$f(0) = -1, f(1) = -2, f'(0) = -1, f'(1) = 3$

$g(0) = 3, g(1) = 1. g'(0) = -1, g'(1) = -2$

Find

اوجد

1) $h(x) = f(x)g(x)\ at\ x = 0$

Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

2) $h(x) = f(x)g(x)\ \ at\ x = 1$

Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Imad Odeh

Q14 assume that f and g are differentiable with

س14 لتكن الدالتان g, f قابلتان للاشتقاق وكان

$f(0) = -1, f(1) = -2, f'(0) = -1, f'(1) = 3$

$g(0) = 3, g(1) = 1. g'(0) = -1, g'(1) = -2$

Find

اوجد

Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

1) $h(x) = \frac{f(x)}{g(x)}, at\ x = 0$

Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

2) $h(x) = \frac{f(x)}{g(x)}, at\ x = 1$

Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Imad Odeh

Q15 assume that f and g are differentiable with

س15 لتكن الدالتان g, f قابلتان للاشتقاق وكان

$f(0) = -1, f(1) = -2, f'(0) = -1, f'(1) = 3$

$g(0) = 3, g(1) = 1. g'(0) = -1, g'(1) = -2$

اوجد

Find

Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

1) $h(x) = x^2 f(x);\ at\ x = 0$

Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

2) $h(x) = x^2 f(x);\ atx = 1$

Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q16 assume that f and g are differentiable with

س16

$f(0) = -1, f(1) = -2, f'(0) = -1, f'(1) = 3$

$g(0) = 3, g(1) = 1. g'(0) = -1, g'(1) = -2$

اوجد

Find

1) $h(x) = \frac{x^2}{g(x)}\ ;\ at\ x = 0$

Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

2) $h(x) = \frac{x^2}{g(x)}\ ;\ at\ x = 1$

Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

مسائل المماس

Q1 Find an equation of the tangent line to **س1** اوجد معادلة المماس للدالة

$$y = (x^4 - 3x^2 + 2x)(x^3 - 2x + 3) \text{ at } x = 0$$

Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q2 Find an equation of the tangent line to **س2** اوجد معادلة المماس للدالة

$$y = (x^2 + 2x)(x^4 + x^2 + 1) \text{ at } x = 0$$

Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q3 Find an equation of the tangent line to **س3** اوجد معادلة المماس للدالة

$$y = \frac{x+1}{x+2} \text{ at } x = 0$$

Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q4 Find an equation of the tangent line to

س1 اوجد معادلة المماس للدالة

$$y = \frac{x+3}{x^2+1} \quad at\ x = 1$$

Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

أسئلة تطبيقية

EXAMPLE

Suppose that a product currently sells for **AED25**, with the price increasing at the rate of **AED2** per year. At this current price, consumers will buy **150** thousand items, but the number sold is decreasing at the rate of **8** thousand per year. At what rate is the total revenue changing? Is the total revenue increasing or decreasing?

افترض ان سعر بيع منتج في الوقت الحالي AED25 مع زيادة في السعر بمعدل AED2 في العام فاذا بلغت المبيعات عند هذا السعر 150 ألف قطعة وكانت المبيعات تنخفض بمعدل 8 الالف قطعة في العام.
اوجد معدل تغير الايراد الإجمالي
هل يتزايد الايراد الاجمالي ام يتناقص

Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q1 Suppose the price of an object is $\boldsymbol{AED20}$ and $\mathbf{20,000}$ units are sold. If the price increases at a rate of $\boldsymbol{AED1.25}$ per year and the quantity sold increases at a rate of **2000** per year, at what rate

س1 افرض ان سعر احدى السلع AED20 للقطعة حيث بلغت المبيعات 20000 قطعة فاذا كان السعر يزداد بمعدل AED1.25 في العام وتزداد الكمية المباعة بمعدل 2000 قطعة في العام فبأي معدل سيزداد الايراد

Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q2 Suppose the price of an object is $\boldsymbol{AED14}$ and $\mathbf{12,000}$ units are sold. The company wants to increase the quantity sold by $\mathbf{1200}$ units per year, while increasing the revenue by $\boldsymbol{AED20,000}$ per year. At what rate would the price have to be increased to reach these goals?

س2 افرض ان سعر احدى السلع AED14 للقطعة حيث بلغت المبيعات 12000 قطعة تريد الشركة زيادة كمية المبيعات بمقدار 1200 قطعة في العام مع زيادة الإيرادات بمقدار AED20000 في العام فما المعدل الذي يتعين زيادة السعر به لتحقيق هذين الهدفين

Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q3 Revenue equals price times quantity. Suppose that the current price is $\boldsymbol{2.4AED}$ and $\mathbf{12,000}$ items are sold at that price. If the price is increasing at the rate of $\mathbf{10}$ cents per year and the quantity sold decreases at the rate of $\mathbf{1500}$ items per year, at what rate is the revenue changing?

س3 افرض ان سعر احدى السلع AED2.4 للقطعة حيث بلغت المبيعات 12000 قطعة فاذا كان السعر يزداد بمعدل 10 فلسات في العام وتقل الكمية المباعة بمعدل 1500 قطعة في العام فبأي معدل سيزداد الايراد

Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

قاعدة السلسلة

2.5 THE CHAIN RULE

Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

THEOREM 5.1 (Chain Rule)

If g is differentiable at x and f is differentiable at $g(x)$, then

$$\frac{d}{dx}[f(g(x))] = f'(g(x))\,g'(x).$$

Solved example	مثال محلول
Differentiate	اوجد المشتقة
$y = (x^2+1)^2$	$y = (x^3+x-1)^5$
$\frac{dy}{dx} = 2\,(x^2+1)(2x)$	$\frac{dy}{dx} = 5\,(x^3+x-1)^4(3x^2+1)$
$\frac{dy}{dx} = 4x\,(x^2+1)$	$\frac{dy}{dx} = 5(3x^2+1)\,(x^3+x-1)^2$

Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q1 Compute the derivative of — **س1** اوجد المشتقة

$$\frac{d}{dt}\left(\sqrt{100+8t}\right)$$

Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q2 Compute the derivative of — **س2** اوجد المشتقة

$$y = (x^3-1)^2$$

Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q3 Compute the derivative of — **س3** اوجد المشتقة

$$y = (x^2-5x+1)^4$$

Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q4 Compute the derivative of **س4** اوجد المشتقة

$f(x) = x^3\sqrt{4x+1}$

Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q5 Compute the derivative of **س5** اوجد المشتقة

$$f(x) = \frac{8x}{(x^3+1)^2}$$

Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q6 Compute the derivative of **س6** اوجد المشتقة

$$f(x) = \left(\sqrt{x^2+4} - 3x^2\right)^{\frac{3}{2}}$$

Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q7 Compute the derivative of **س7** اوجد المشتقة

$f(x) = \sqrt{x^2+4}$

Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q8 Compute the derivative of **س8** اوجد المشتقة

$f(t) = t^5\sqrt{t^3+2}$

Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q9 Compute the derivative of **س9** اوجد المشتقة

$f(x) = (x^4+2)\sqrt{x^2+1}$

Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q10 Compute the derivative of **س10** اوجد المشتقة

$f(x) = \dfrac{x}{\sqrt{x^2+1}}$

Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Imad Odeh
Imad Odeh
Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

THEOREM 5.2

If f is differentiable everywhere on its domain and has an inverse function $g = f^{-1}$, then

Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

$$g'(x) = \frac{1}{f'(g(x))},$$

for all x in the domain of g, provided $f'(g(x)) \neq 0$.

EXAMPLE لتكن الدالة

Given that the function

$$\boldsymbol{f\,(x) = x^5 + 3x^3 + 2x + 1}$$

has an inverse function g, compute $g'(7)$ لها دالة معكوسة هي $\boldsymbol{g}$ اوجد $\boldsymbol{g'(7)}$

Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q1 Given that **س1** لتكن الدالة

$$\boldsymbol{f(x) = x^3 + 5x + 6}$$

has an inverse function $g(x)$ determine $\boldsymbol{g'(6)}$ لها دالة معكوسة هي $\boldsymbol{g}$ اوجد $\boldsymbol{g'(6)}$

Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q2 Given that

س2 لتكن الدالة

$$f(x) = x^3 + 4x - 1$$

has an inverse function $g(x)$ determine $g'(-1)$

لها دالة معكوسة هي g اوجد $g'(-1)$

Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q3 Given that

س3 لتكن الدالة

$$f(x) = x^5 + 4x - 2$$

has an inverse function $g(x)$ determine $g'(-2)$

لها دالة معكوسة هي g اوجد $g'(-2)$

Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q4 Given that

س4 لتكن الدالة

$$f(x) = x^3 + 2x + 1$$

has an inverse function $g(x)$ determine $g'(-2)$

لها دالة معكوسة هي g اوجد $g'(-2)$

Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q5 Given that **س5** لتكن الدالة

$$f(x) = \sqrt{x^3 + 2x + 4}$$

has an inverse function $g(x)$ determine $\boldsymbol{g'(2)}$ لها دالة معكوسة هي $\boldsymbol{g}$ اوجد $\boldsymbol{g'(2)}$

Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

قواعد خاصة

Function	Derivative
$\boldsymbol{y = \sqrt{f(x)}}$	$\frac{dy}{dx} = \frac{f'(x)}{2\sqrt{f(x)}}$
$\boldsymbol{y = \frac{a}{f(x)}}$	$\frac{dy}{dx} = \frac{-af'(x)}{f(x)}$

Q1 Find the derivative **س1** اوجد مشتقة

$$f(x) = \sqrt{3x + 1}$$

Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q2 Find the derivative **س2** اوجد مشتقة

$$f(x) = \sqrt{x^2 + 3x - 5}$$

Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q3 Find the derivative **س3** اوجد مشتقة

$$f(x) = \frac{3}{x + 2}$$

Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q4 Find the derivative **س4** اوجد مشتقة

$$f(x) = \frac{3}{x^2 + 5}$$

Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q5 find an equation of the tangent line to the graph of $\boldsymbol{y = f(x) at\ x = a}$. **س5** اوجد معادلة المماس للدالة

$$\boldsymbol{f(x) = \sqrt{x+3}\ at\ x = -2}$$

Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q6 find an equation of the tangent line to the graph of $\boldsymbol{y = f(x) at\ x = a}$. **س6** اوجد معادلة المماس للدالة

$$\boldsymbol{f(x) = \sqrt{x^2 + 16} \quad a = 3}$$

Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q7 find an equation of the tangent line to the graph of $\boldsymbol{y = f(x) at\ x = a}$. **س7**

$$f(x) = \frac{2}{x+1} \quad x = 1$$

Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q8 find an equation of the tangent line to the graph of $y = f(x)$ at $x = a$. **س8**

$$f(x) = \frac{6}{x^2 + 4} \quad a = -2$$

Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q9	Use the position function to find the velocity at time $t = 2$.	$t = 2$ استخدم دالة الموقع لإيجاد السرعة عندما	**س9**

$$s(t) = \sqrt{t^2 + 8}$$

Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q10 Use the position function to find the velocity at time $t = 2$. $t = 2$ استخدم دالة الموقع لإيجاد السرعة عندما **س11**

$$s(t) = \frac{60t}{\sqrt{t^2 + 1}}$$

Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q12 Given that the function **س1 2** لتكن

$$h(x) = f(g(x))$$

$$f(2) = 1, f'(2) = -1, f'(3) = -3, g(2) = 3, g'(1) = 2, g'(2) = 4$$

Find اوجد

$h'(2)$

Q13 Given that the function **س13** لتكن

$$h(x) = f(g(x))$$

$$f(1) = 3, f'(1) = 4, f'(2) = 3, g(1) = 2, g'(1) = -2, g'(3) = 5$$

Find اوجد

$h'(1)$

Q14 Given the following table of values, find the indicated derivatives in (a) and (b). **س14** اعتمد على الجدول التالي في الإجابة عما يليه

x	$f(x)$	$f'(x)$
2	1	7
8	5	-3

a) $g'(2), where\ g(x) = [f(x)]^3$

b) $h'(2), where\ h(x) = f(x^3)$ اوجد

Q15 Find the derivative where f is an unspecified differentiable function.

س15 اوجد المشتقة لاي دالة f قابلة للاشتقاق

$$f(\sqrt{x})$$

Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q16 Find the derivative where f is an unspecified differentiable function.

س16 اوجد المشتقة لاي دالة f قابلة للاشتقاق

$$\sqrt{f(x)}$$

Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q17 Find the derivative where f is an unspecified differentiable function.

س17 اوجد المشتقة لاي دالة f قابلة للاشتقاق

$$1 + f(x^2)$$

Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q18 Find the derivative where f is an unspecified differentiable function.

س18 اوجد المشتقة لاي دالة f قابلة للاشتقاق

$$[1 + f(x)]^2$$

Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q19 If

س19 لتكن

$$h'(x) = n\sqrt{h(x)} \ \ where\ n > 0$$

and

وكانت

$$h''(x) = 9$$

at a given point x

عند نقطة معطاة

find the value of n

اوجد قيمة n

Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q20 If

س20 لتكن

$$h'(x) = n\sqrt{h(x)} \ where \ n > 0$$

and

وكانت

$$h''(x) = 18$$

at a given point x

عند نقطة معطاة

find the value of n

اوجد قيمة n

Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q21 Find $h'(1)$

س21 اوجد $h'(1)$

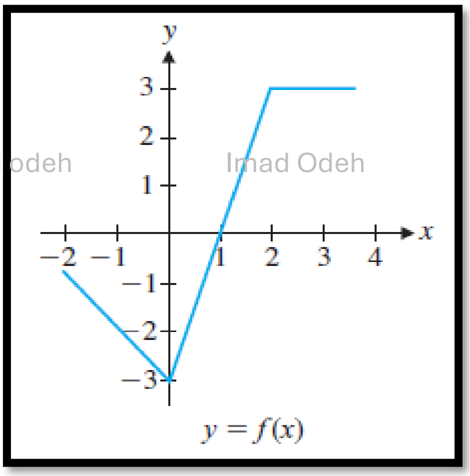
$$h(x) = \left(x^9 + f(x)\right)^{-2}$$

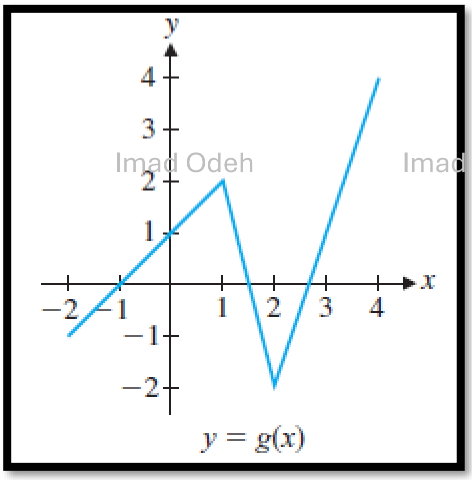
Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q22 use the graphs to find the derivative of the composite function at the point, if it exists.

س22 اعتمد على الرسم التالي لإيجاد مشتقة الدالة المركبة عند النقطة المعطاة





1) $f(g(x))$ at

a) $x = 0$

b) $x = 1$

c) $x = 3$

2) $g(f(x))$ at

a) $x = 0$

b) $x = 1$

c) $x = 3$

مشتقة الدوال المثلثية

2.6 DERIVATIVES OF TRIGONOMETRIC FUNCTIONS

Function	Derivative
$y = \sin x$	$\frac{dy}{dx} = \cos x$
$y = \cos x$	$\frac{dy}{dx} = \sin x$
$y = \tan x$	$\frac{dy}{dx} = \sec^2 x$
$y = \sec x$	$\frac{dy}{dx} = \sec x \tan x$
$y = \cot x$	$\frac{dy}{dx} = -\csc^2 x$
$y = \csc x$	$\frac{dy}{dx} = -\csc x \cot x$
$y = \sin g(x)$	$\frac{dy}{dx} = \cos g(x).g'(x)$
$y = \cos g(x)$	$\frac{dy}{dx} = -\sin g(x).g'(x)$
$y = \tan g(x)$	$\frac{dy}{dx} = \sec^2 g(x).g'(x).g'(x)$
$y = \sec g(x)$	$\frac{dy}{dx} = \sec g(x) \tan g(x).g'(x)$
$y = \csc g(x)$	$\frac{dy}{dx} = -\csc g(x)\cot g(x).g'(x)$
$y = \cot g(x)$	$\frac{dy}{dx} = -\csc^2 g(x).g'(x)$

Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh
Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh
Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh
Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh
Imad Odeh
Imad Odeh

Solved example **Find** the derivative of.

مثال محلول اوجد مشتقة

a) $f(x) = x^5 \cos x$

$f'(x) = 5x^4 \cos x + x^5(-\sin x)$

$f'(x) = 5x^4 \cos x - x^5 \sin x$

b) $f(x) = \sin^2 x$

$f'(x) = 2 \sin x \cdot \cos x$

و من الممكن استخدام المتطابقات المثلثية للتبسيط

$f'(x) = \sin 2x$

Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q1 find the derivative of each function.

س1 اوجد مشتقة كل مما يأتي

$g(x) = 4 \tan x - 5 \csc x.$

$f(x) = \cos x^3$

Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q2 find the derivative of each function.

س2 اوجد مشتقة كل مما يأتي

$g(x) = \cos^3 x$

$h(x) = cos\ 3x.$

Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q3 find the derivative of each function.

س3 اوجد مشتقة كل مما يأتي

$f(x) = 4 \sin 3x - x$

$f(x) = 4x^2 - 3tan2x$

Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q4 find the derivative of each function.

س4 اوجد مشتقة كل مما يأتي

$$f(x) = cos\frac{1}{x}$$

Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q5 find the derivative of each function. **س5**

$$f(x) = \cos\sqrt{x} \qquad f(x) = \sqrt{\cos x}$$

Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q6 Find the derivative اوجد مشتقة **س6**

$$f(x) = \sin^3\left(\cos\sqrt{x^3 + 2x^2}\right)$$

Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q7 Find the derivative اوجد مشتقة **س7**

$$g(x) = \tan^3 2t - \csc^4 3t.$$

Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q8 Find the derivative اوجد مشتقة **س8**

$$f(x) = 4\sin^2 3x + 4\cos^2 3x$$

Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q9 Find the derivative اوجد مشتقة **س9**

$$f(x) = 4x^2 \sin x \sec x$$

Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q10 Find the derivative **س10** اوجد مشتقة

$$f\ (x) = \sin\left(\frac{2x}{x+1}\right)$$

Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q11 Find the derivative **س11** اوجد مشتقة

$$\boldsymbol{f(x) = \frac{1}{sin4x}}$$

Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q12 Find the derivative **س12** اوجد مشتقة

$$\boldsymbol{f(x) = \frac{sin^2 x}{x^2}}$$

Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q13 Find the derivative **س13** اوجد مشتقة

$$\boldsymbol{f(x) = tan\ 3x - csc^2 x} \quad find \quad \boldsymbol{f'(x)}$$

Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q14 Find $f'(x)$ **س14** اوجد مشتقة

$$\boldsymbol{f(x) = \sqrt{tan\ (x^3 + 2x)}}$$

Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q15 Find the derivative of the function **س15**

$$f(x) = sin^2(tan\, x)$$

Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q16 Find **س16** اوجد

$$\lim_{h\to 0} \frac{\sin 2(x+h) - \sin 2x}{h}$$

Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q16 Find **س16** اوجد

$$\lim_{x\to \frac{\pi}{3}} \frac{\sin(x) - \sin\left(\frac{\pi}{3}\right)}{x - \frac{\pi}{3}}$$

Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

أسئلة معادلة المماس

Equation of tangent line

Q1 Find an equation of the tangent line to أوجد معادلة المماس للدالة عند النقطة المعطاة **س1**

$$y = \sin 2x \qquad at\ x = 0$$

Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q2 Find an equation of the tangent line to أوجد معادلة المماس للدالة عند النقطة المعطاة **س2**

$$y = \cos x \qquad at\ x = \frac{\pi}{6}$$

Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q3 Find an equation of the tangent line to أوجد معادلة المماس للدالة عند النقطة المعطاة **س3**

$$y = \tan 3x \qquad at\ x = 0$$

Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q4 Find an equation of the tangent line to أوجد معادلة المماس للدالة عند النقطة المعطاة **س4**

$$y = x^2 \cos x \qquad at\ x = \frac{\pi}{2}$$

Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q5 Find an equation of the tangent line to **س1** أوجد معادلة المماس للدالة عند النقطة المعطاة

$$y = x \sin x \qquad at\ x = \frac{\pi}{2}$$

Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh
Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q6 Find an equation of the tangent line to **س6** أوجد معادلة المماس للدالة عند النقطة المعطاة

$$y = 3\tan x - 2\csc x \qquad at\ x = \frac{\pi}{3}$$

Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh
Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh
Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

أسئلة السرعة والتسارع
Velocity and Acceleration

EXAMPLE
Suppose that $\boldsymbol{u(t)}$ measures the displacement (measured in inches) of a mass suspended from a spring t seconds after it is released and that

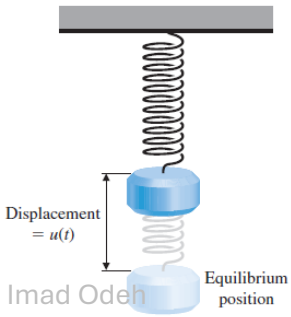


FIGURE 2.32
Spring-mass system

$$\boldsymbol{u(t) = 4\cos 2t.}$$

Find the velocity at any time t and determine the maximum velocity.

Q1 Use the position function to find the velocity at time $t = t_0$. Assume units of feet and seconds.

س1 لتكن $\boldsymbol{s(t)}$ دالة الموقع لجسم متحرك اوجد سرعة الجسم عند الزمن المعطى

$$\boldsymbol{s(t) = t^2 - \sin 2t \quad at\ t_0 = 0}$$

Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh
Imad Odeh
Almanahi.com/ae

Q2 Use the position function to find the velocity at time $t = t_0$. Assume units of feet and seconds.

س2 لتكن $s(t)$ دالة الموقع لجسم متحرك اوجد سرعة الجسم عند الزمن المعطى

$$s(t) = 4 + 3\sin t \quad at\ t_0 = \pi$$

Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q3 Use the position function to find the velocity at time $t = t_0$. Assume units of feet and seconds.

س3 لتكن $s(t)$ دالة الموقع لجسم متحرك اوجد سرعة الجسم عند الزمن المعطى

$$s(t) = \frac{\cos t}{t} \quad at\ t_0 = \pi$$

Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q4 Use the position function to find the velocity at time $t = t_0$. Assume units of feet and seconds.

س4 لتكن $s(t)$ دالة الموقع لجسم متحرك اوجد سرعة الجسم عند الزمن المعطى

$$s(t) = t\cos(t^2 + \pi) \quad at\ t_0 = 0$$

Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

مسائل المشتقات العليا

Higher order derivative

Q1 Find the indicated derivative **س1** اوجد المشتقة المشار اليها

$$f''(x) \quad for\ f(x) = \tan 2x$$

Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q2 Find the indicated derivative **س2** اوجد المشتقة المشار اليها

$$f^{(26)}(x) \quad for\ f(x) = \sin 3x$$

Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q3 Find the indicated derivative **س3** اوجد المشتقة المشار اليها

$$f^{(70)}(x) \quad for\ f\ (x)\ =\ \cos 3x.$$

Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Imad Odeh
Imad Odeh

مشتقة الدوال الاسية والدوال اللوغاريتمية

2.7 DERIVATIVES OF EXPONENTIAL AND LOGARITHMIC FUNCTIONS

Function	Derivative
$y = a^x$	$\frac{dy}{dx} = a^x \ln a$
$y = e^x$	$\frac{dy}{dx} = e^x$
$y = \ln x$	$\frac{dy}{dx} = \frac{1}{x}$
$y = a^{g(x)}$	$\frac{dy}{dx} = a^{g(x)} . g'(x) \ln a$
$y = e^{g(x)}$	$\frac{dy}{dx} = e^{g(x)} . g'(x)$
$y = \ln g(x)$	$\frac{dy}{dx} = \frac{g'(x)}{g(x)}$

Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh
Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh
Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

EXAMPLE

If the value of a 100-dollar investment doubles every year, its value after t years is given by $v(t) = 100\ 2^t$.

Find the instantaneous percentage rate of change of the value.

Imad Odeh
Imad Odeh

Solved example **Find** the derivative of

مثال محلول اوجد المشتقة

a) $f(x) = 3e^{x^2}$

$f'(x) = 3e^{x^2}(2x)$

$f'(x) = 6xe^{x^2}$

b) $g(x) = xe^{\frac{2}{x}}$

$g'(x) = e^{\frac{2}{x}}.x\, e^{\frac{2}{x}}\left(-\frac{2}{x^2}\right)$

$g'(x) = -\frac{2}{x}e^{\frac{4}{x}}$

c) $h(x) = 3^{2x^2}$

$h'^{(x)} = 3^{2x^2} \ln 3\ (4x)$

Derivative of the Natural Logarithm

Solved example **Find** the derivative of

مثال محلول اوجد المشتقة

a) $f(x) = x\, ln\, x$

$f'(x) = \ln x + x\left(\frac{1}{x}\right)$

$f'(x) = \ln x + 1$

b) $g(x) = ln\, x^3$

$g'(x) = \frac{3x^2}{x^3} = \frac{3}{x}$

c) $h(x) = ln(x^2 + 1).$

$h'(x) = \frac{2x}{x^2+1}$

Q1 differentiate each function. **س1** اشتق كل مما يلي

$f(x) = x^3 e^x$

$f(x) = e^{2x} \cos 4x$

Q2 differentiate each function. **س2** اشتق كل مما يلي

$f(t) = t + 2^t$

$f(t) = t4^{3t}$

Q3 differentiate each function. **س3** اشتق كل مما يلي

$f(x) = 2e^{4x+1}$

$f(x) = \left(\frac{1}{e}\right)^x$

Q4 differentiate each function. **س4** اشتق كل مما يلي

$h(x) = \left(\frac{1}{3}\right)^{x^2}$

$h(x) = 4^{-x^2}$

Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh
Nmanahj.com
2025 2024

Q5 differentiate each function. **س5** اشتق كل مما يلي

$f(u) = e^{u^2+4u}$

$f(u) = 3e^{\tan u}$

Q6 differentiate each function. **س6** اشتق كل مما يلي

$f(w) = \dfrac{e^{4w}}{w}$

$f(w) = \dfrac{w}{e^{6w}}$

Q7 differentiate each function. **س7** اشتق كل مما يلي

$f(x) = \ln 2x$

$f(x) = \ln \sqrt{8x}$

Q8 differentiate each function. **س8** اشتق كل مما يلي

$f(t) = \ln (t^3 + 3t)$

$f(t) = t^3 \ln t$

Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q9 differentiate each function. **س9** اشتق كل مما يلي

$g(x) = \ln(\cos x)$

$g(x) = \cos x \ln(x^2 + 1)$

Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q10 differentiate each function. **س10** اشتق كل مما يلي

$f(x) = \sin(\ln x^2)$

$g(t) = \ln(\sin t^2)$

Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q11 differentiate each function. **س11** اشتق كل مما يلي

$f(x) = \dfrac{\sqrt{\ln x}}{x}$

$g(t) = \dfrac{\ln\sqrt{t}}{t}$

Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q12 differentiate each function. **س12** اشتق كل مما يلي

$h(x) = e^x \ln x$

$f(x) = e^{\ln x}$

Q13 differentiate each function. **س13** اشتق كل مما يلي

$h(x) = 2^{e^x}$

$f(x) = \dfrac{e^x}{2^x}$

Q14 differentiate each function. **س14** اشتق كل مما يلي

$f(x) = \ln(\sin x)$

$f(t) = \ln(\sec t + \tan t)$

Q15 differentiate each function. **س15** اشتق كل مما يلي

$f(x) = \sqrt[3]{e^{2x}x^3}$

$f(w) = \sqrt[3]{e^{2w} + w^3}$

Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh
Imad Odeh
Almanahj.com/ps
2025 2024

Q16 Find the derivative of **س16** اوجد مشتقة

$$y = e^{\sqrt{x^2+1}}$$

Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q17 Find the derivative of **س17** اوجد مشتقة

$$f(x) = \frac{e^{\sqrt{x^3+1}}}{2x}$$

Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q18 Find **س18** اوجد

$$\lim_{h\to 0} \frac{\frac{1}{2}\left[\ln(e+h)-1\right]}{h} =$$

Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

أسئلة معادلة المماس
Tangent line Equation

Q1 Find an equation of the tangent line to $f(x) = 3e^{x^2}$

س1 اوجد معادلة المماس لمنحنى الدالة

Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q2 Find an equation of the tangent line to $f(x) = 3^{e^x}$

س2 اوجد معادلة المماس لمنحنى الدالة

Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q3 Find an equation of the tangent line to $f(x) = x^2 \ln x$

س3 اوجد معادلة المماس لمنحنى الدالة

Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q4 Find an equation of the tangent line to

$$f(x) = 2\ln x^3$$

س4 اوجد معادلة المماس لمنحنى الدالة

Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q5 Find all values of x for which the tangent line to $y = f(x)$ is horizontal.

$$f(x) = xe^{-2x}$$

س5 اوجد جميع قيم x والتي يكون لمنحنى الدالة عندها مماسا افقيا

Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q6 Find all values of x for which the tangent line to $y = f(x)$ is horizontal.

$$f(x) = x^2e^{-3x}$$

س6 اوجد جميع قيم x والتي يكون لمنحنى الدالة عندها مماسا افقيا

Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

مسائل تطبيقية

Q1 the value of an investment at time t is given by $v(t)$. Find the instantaneous percentage rate of change.

س1 إذا كانت قيمة الاستثمار في الزمن t تعطى بالعلاقة $v(t)$. اوجد النسبة المئوية للمعدل اللحظي للتغير

$$v(t) = 100\ 3^t.$$

Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q2 the value of an investment at time t is given by $v(t)$. Find the instantaneous percentage rate of change.

س2 إذا كانت قيمة الاستثمار في الزمن t تعطى بالعلاقة $v(t)$. اوجد النسبة المئوية للمعدل اللحظي للتغير

$$v(t) = 100\ 4^t.$$

Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q3 the value of an investment at time t is given by $v(t)$. Find the instantaneous percentage rate of change.

س3 إذا كانت قيمة الاستثمار في الزمن t تعطى بالعلاقة $v(t)$. اوجد النسبة المئوية للمعدل اللحظي للتغير

$$v(t) = 40\ e^{0.4t}.$$

Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q4 the value of an investment at time t is given by $v(t)$. Find the instantaneous percentage rate of change.

س4 إذا كانت قيمة الاستثمار في الزمن t تعطى بالعلاقة $v(t)$. اوجد النسبة المئوية للمعدل اللحظي للتغير

$$v(t) = 60\ e^{-0.2t}.$$

Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q5 **س5**

The value (in dollars) of an investment as a function of time (years) is given by $\mathbf{v(t)} = \mathbf{200}\left(\frac{2}{3}\right)^{t}$ Find the instantaneous percentage rate of change of the value of the investment.

Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Solved example

The concentration c of a certain chemical after t seconds of an autocatalytic reaction is given by

مثال محلول إذا كان تركيز محلول كيميائي بعد t ثانية يعطى بالعلاقة

$$c(t) = \frac{10}{9e^{-20t} + 1}$$

Show that $c'(t) > 0$ and use this information to determinethat the concentration of the chemical never exceeds 10.

$$c'(t) = \frac{-10(-180e^{-20t})}{(9e^{-20t} + 1)^2}$$

$$c'(t) = \frac{1800e^{-20t}}{(9e^{-20t} + 1)^2} > 0$$

For all value of x موجبة لجميع قيم

بين ان $c'(t) > 0$ ثم استخدم هذه المعلومات في اثبات ان تركيز المحلول لن يتجاوز 10

لاثبات ان التركيز لن يزيد عن 10 نقوم بحساب النهاية عندما تقترب x من اللانهاية

To show that the concetration will not exceed 10 we need to find

$$\lim_{t\to\infty} c(t)$$

$$\lim_{t\to\infty} \frac{10}{9e^{-20t} + 1} = \frac{10}{9(0) + 1} = 10$$

Q1 The concentration c of a certain chemical after t seconds of an autocatalytic reaction is given by

س1 إذا كان تركيز محلول كيميائي بعد t ثانية يعطى بالعلاقة

$$c(t) = \frac{6}{2e^{-8t} + 1}$$

Show that $c'(t) > 0$ and use this information to determine that the concentration of the chemical never exceeds **6**

بين ان $c'(t) > 0$ ثم استخدم هذه المعلومات في اثبات ان تركيز المحلول لن يتجاوز 6

Imad Odeh
Imad odeh
Imad Odeh
Imad Odeh
Imad Odeh
Imad Odeh
Imad odeh
Imad Odeh
Imad Odeh
Imad Odeh
Imad Odeh
Imad odeh
Imad Odeh
Imad Odeh
Imad Odeh
Imad Odeh
Imad Odeh
Imad Odeh

Q2	The concentration $\boldsymbol{c}$ of a certain chemical after $\boldsymbol{t}$ seconds of an autocatalytic reaction is given by	**س2**	إذا كان تركيز محلول كيميائي بعد t ثانية يعطى بالعلاقة

$$\boldsymbol{c(t) = \frac{10}{9e^{-10t} + 2}}$$

Show that $\boldsymbol{c'(t) > 0}$ and use this information to determine that the concentration of the chemical never exceeds $\boldsymbol{5}$.

بين ان $c'(t) > 0$ ثم استخدم هذه المعلومات في اثبات ان تركيز المحلول لن يتجاوز 5

Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh
Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh
Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh
Imad Odeh
Imad Odeh
Almanahj.com/ae 2025 2024 موقع المناهج الإماراتية

التفاضل اللوغاريتمي
Logarithmic Differentiation

Solved example Find the derivative of

مثال محلول اوجد مشتقة

$$f(x) = x^x \ , x > 0$$

$$\ln(f(x)) = \ln(x^x)$$
$$\ln(f(x)) = x\ln(x)$$
$$\frac{f'(x)}{f(x)} = \ln(x) + x.\frac{1}{x}$$
$$f'(x) = (\ln(x) + 1)f(x)$$
$$f'(x) = (\ln(x) + 1)\ln(x^x)$$

Q1 Use logarithmic differentiation to find the derivative.

س1 اوجد مشتقة باستخدام التفاضل اللوغاريتمي

$$f(x) = x^{\sin x}$$

Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q2 Use logarithmic differentiation to find the derivative.

س2 اوجد مشتقة باستخدام التفاضل اللوغاريتمي

$$f(x) = x^{4-x^2}$$

Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q3 Use logarithmic differentiation to find the derivative.

س3 اوجد مشتقة باستخدام التفاضل اللوغاريتمي

$$f(x) = (\sin x)^x$$

Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q4 Use logarithmic differentiation to find the derivative. **س4** اوجد مشتقة باستخدام التفاضل اللوغاريتمي

$$f\ (x) = (x^2)^{4x}$$

Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q5 Use logarithmic differentiation to find the derivative. **س5** اوجد مشتقة باستخدام التفاضل اللوغاريتمي

$$f\ (x) = x^{\ln x}$$

Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q6 Use logarithmic differentiation to find the derivative. **س6** اوجد مشتقة باستخدام التفاضل اللوغاريتمي

$$f\ (x) = x^{\sqrt{x}}$$

Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

الاشتقاق الضمني ومشتقة معكوس الدوال المثلثية

3.8 IMPLICIT DIFFERENTIATION AND Inverse TRIGONOMETRIC FUNCTIONS

$$\frac{d}{dx}g(y) = g'(y)y'(x).$$

مثال محلول اوجد $y'(x)$ Solved example Find $y'(x)$.

$$x^2 + y^3 - 2y = 3$$

$$2x + 3y^2y' - 2y' = 0$$
$$3y^2y' - 2y' = 0 - 2x$$
$$y'(3y^2 - 2) = -2x$$
$$y' = -\frac{2x}{(3y^2 - 2)}$$

Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

س1 اوجد المشتقة ضمنيا **Q1** Find the derivative y' (x) implicitly.

$$x^2y^2 + 3y = 4x$$

Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

س2 اوجد المشتقة ضمنيا **Q2** Find the derivative y' (x) implicitly.

$$3xy^3 - 4x = 10y^2$$

Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q3 Find the derivative y' (x) implicitly. **س3** اوجد المشتقة ضمنيا

$$xy^2 - 3y^3 = x^2 + 1$$

Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q4 Find the derivative y' (x) implicitly. **س4** اوجد المشتقة ضمنيا

$$\boldsymbol{xy^2 + 5x = (2y + 1)^2}$$

Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q5 Find the derivative y' (x) implicitly. **س5** اوجد المشتقة ضمنيا

$$\frac{\boldsymbol{x}}{\boldsymbol{y}} + \frac{\boldsymbol{2}}{\boldsymbol{x}} = \boldsymbol{5}$$

Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q6 Find the derivative y' (x) implicitly. **س6** اوجد المشتقة ضمنيا

$$\sqrt{xy} - 4y^2 = 12$$

Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q7 Find the derivative y' (x) implicitly. **س7** اوجد المشتقة ضمنيا

$$\sin xy = x^2 - 3$$

Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q8 Find the derivative y' (x) implicitly. **س8** اوجد المشتقة ضمنيا

$$\frac{x+3}{y} = 4x + y^2$$

Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q9 Find the derivative y' (x) implicitly. **س9** اوجد المشتقة ضمنيا

$$e^{x^2 y} - e^y = x$$

Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q10 Find the derivative y' (x) implicitly. **س10** اوجد المشتقة ضمنيا

$$xe^y - 3y \sin x = 1$$

Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q11 Find the derivative y' (x) implicitly. **س11** اوجد المشتقة ضمنيا

$$x\cos(x+y) - y^2 = 8$$

Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q12 Find the derivative y' (x) implicitly. **س12** اوجد المشتقة ضمنيا

$$e^{4y} - \ln(y^2+3) = 2x$$

Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Imad Odeh

Q13 Find the derivative y' (x) implicitly. **س13** اوجد المشتقة ضمنيا

$$e^{x^2}y - 3\sqrt{y^2+2} = x^2 + 1$$

Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Imad Odeh

Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

مسائل معادلة المماس

Solved example Find $y'(x)$. Then, find the equation of the tangent line at the point $(2, 1)$.

مثال محلول اوجد $y'(x)$ ثم اوجد معادلة المماس لمنحنى الدالة عند النقطة (2,1)

$$x^2 + y^3 - 2y = 3$$

$$2x + 3y^2y' - 2y' = 0$$
$$3y^2y' - 2y' = 0 - 2x$$
$$y'(3y^2 - 2) = -2x$$
$$y' = -\frac{2x}{(3y^2 - 2)}$$

Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

$$y' = -\frac{2x}{(3y^2 - 2)}$$

$$m = -\frac{2(2)}{(3(1)^2 - 2)} = \frac{4}{1} = 4$$

$$y = m(x - x_1) + y_1$$

$$y = 4(x - 2) + 1$$

Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

$$y = 4x - 7$$

Q1 Find $y'(x)$. Then, find the equation of the tangent line at the point $(2, -2)$.

س1 اوجد $y'(x)$ ثم اوجد معادلة المماس لمنحنى الدالة عند النقطة (2,-2)

$$x^2y^2 - 2x = 4 - 4y$$

Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q2 Find $y'(x)$. Then, find the equation of the tangent line at the point $(2, 1)$.

س2 اوجد $y'(x)$ ثم اوجد معادلة المماس لمنحنى الدالة عند النقطة $(2,1)$

$$x^2 - 4y^3 = 0$$

Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q3 Find $y'(x)$. Then, find the equation of the tangent line at the point $(1, 2)$.

س3 اوجد $y'(x)$ ثم اوجد معادلة المماس لمنحنى الدالة عند النقطة $(1,2)$

$$x^2y^2 = 4x$$

Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q4 Find $y'(x)$. Then, find the equation of the tangent line at the point $(2, 1)$.

س4 اوجد $y'(x)$ ثم اوجد معادلة المماس لمنحنى الدالة عند النقطة $(2,1)$

$$x^2y^2 = 3y + 1$$

Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Imad Odeh
Imad Odeh
Almanahj.com/ae 2025 2024 موقع المناهج الإماراتية

Q5 Find $y'(x)$. Then, find the equation of the tangent line at the point (-1, -3).

س5 اوجد $y'(x)$ ثم اوجد معادلة المماس لمنحنى الدالة عند النقطة (-1,-3)

$$x^3y^2 = -2xy - 3$$

Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q6 Find $y'(x)$. Then, find the equation of the tangent line at the point $\left(1, \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$.

س6 اوجد $y'(x)$ ثم اوجد معادلة المماس لمنحنى الدالة عند النقطة $\left(1, \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$

$$x^4 = 4(x^2 - y^2)$$

Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

المشتقات العليا
Higher order derivative

Q1 Find the second derivative $y''(x)$. **س1** اوجد المشتقة الثانية

$$y^2 + 2e^{-xy} = 6$$

Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q2 Find the second derivative $y''(x)$. **س2** اوجد المشتقة الثانية

$$x^2y^2 + 3x - 4y = 5$$

Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q3 Find the second derivative $y''(x)$. **س3** اوجد المشتقة الثانية

$$y^2 = x^3 - 6x + 4\cos y$$

Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q4 Find the second derivative $y''(x)$. **س4** اوجد المشتقة الثانية

$$e^{xy} + 2y - 3x = \sin y$$

Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q5 Find the second derivative $y''(x)$. **س5** اوجد المشتقة الثانية

$$(y-1)^2 = 3xy + e^{4y}$$

Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q6 Find the second derivative $y''(x)$. **س6** اوجد المشتقة الثانية

$$(y-1)^2 - e^{y+1} = 3x$$

Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q1 Find the locations of all horizontal and vertical tangents

س1 اوجد احداثيات جميع المماسات الافقية والعمودية

$$x^2 + y^2 - 3y = 0$$

Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q2 Find the locations of all horizontal and vertical tangents

س2 اوجد احداثيات جميع المماسات الافقية والعمودية

$$x^2 + y^2 - 2y = 3$$

Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q3 Find all points where the tangent line to the curve Is horizontal

س3 اوجد جميع القيم التي يكون عندها المماس افقي ل

$$x^2y^2 = 3y + 1$$

Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q4 Find all points where the tangent line to the curve Is horizontal

س4 اوجد جميع القيم التي يكون عندها المماس افقي ل

$$x^2 + y^2 + 2y = 0$$

Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

.

Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Derivatives of the Inverse Trigonometric Functions

Function	Derivative
$y = sin^{-1}x$	$\frac{dy}{dx} = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
$y = cos^{-1}x$	$\frac{dy}{dx} = \frac{-1}{\sqrt{1-x^2}}$
$y = tan^{-1}x$	$\frac{dy}{dx} = \frac{1}{1+x^2}$
$y = cot^{-1}x$	$\frac{dy}{dx} = \frac{-1}{1+x^2}$
$y = sec^{-1}x$	$\frac{dy}{dx} = \frac{1}{\lvert x\rvert\sqrt{x^2-1}}, x > 1$
$y = csc^{-1}x$	$\frac{dy}{dx} = \frac{-1}{\lvert x\rvert\sqrt{x^2-1}}, x > 1$
$y = sin^{-1}g(x)$	$\frac{dy}{dx} = \frac{f'(x)}{\sqrt{1-(f(x))^2}}$
$y = cos^{-1}x$	$\frac{dy}{dx} = \frac{-f'(x)}{\sqrt{1-(f(x))^2}}$
$y = tan^{-1}x$	$\frac{dy}{dx} = \frac{f'(x)}{1+(f(x))^2}$

Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh
Imad Odeh
Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh
Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh
Imad Odeh
Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Solved example Compute the derivative of

مثال محلول احسب المشتقة في كل مما يلي

$$f(x) = \cos^{-1}(3x^2)$$

$$f'(x) = \frac{-6x}{\sqrt{1-(3x^2)^2}}$$

$$f'(x) = \frac{-6x}{\sqrt{1-9x^4}}$$

$$f(x) = \tan^{-1}(x^3)$$

$$f'(x) = \frac{3x^2}{1+(x^3)^2}$$

$$f'(x) = \frac{3x^2}{1+x^6}$$

$$f(x) = (\sec^{-1} x)^2$$

$$f'(x) = 2\sec^{-1} x \cdot \frac{1}{|x|\sqrt{x^2-1}}$$

$$f'(x) = \frac{2\sec^{-1} x}{|x|\sqrt{x^2-1}}$$

Q1 Find the derivative of **1س**

$$f(x) = \sin^{-1}(x^3+1)$$

Q2 Find the derivative of **2س**

$$f(x) = \sin^{-1}(\sqrt{x})$$

Q3 Find the derivative of **3س**

$$f(x) = \cos^{-1}(x^2+x)$$

Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh
Imad Odeh

Q4 Find the derivative of **س4**

$$f(x) = \cos^{-1}\left(\frac{2}{x}\right)$$

Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q5 Find the derivative of **س5**

$$f(x) = \tan^{-1}(\sqrt{x})$$

Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q6 Find the derivative of **س6**

$$f(x) = \tan^{-1}\left(\frac{1}{x}\right)$$

Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q7 Find the derivative of **س7**

$$f(x) = \sqrt{2 + \tan^{-1} x}$$

Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q8 Find the derivative of **س8**

$$f(x) = e^{\tan^{-1} x}$$

Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q9 Find the derivative of **س9**

$$f(x) = \sec^{-1}(x^4)$$

Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q10 Find the derivative of **س10**

$$f(x) = \sec^{-1}(x^2 + 1)$$

Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

2.10 THE MEAN VALUE THEOREM

THEOREM 10.1 (Rolle's Theorem)

Suppose that f is continuous on the interval $[a, b]$, differentiable on the interval (a, b) and $f(a) = f(b)$. Then there is a number $c \in (a, b)$ such that $f'(c) = 0$.

Solved example Find a value of c satisfying the conclusion of Rolle's Theorem for

مثال محلول اوجد قيمة c التي تحقق شروط نظرية رول

$$f(x) = x^2 + 1 \quad \text{on the interval } [-2, 2].$$

$f(x)$ continuous and differentiable on (-2,2)

$f'(x) = 2x = 0$

$2x = 0$

$x = 0 \, \epsilon (-2,2)$

Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Solved example Find a value of c satisfying the conclusion of Rolle's Theorem for

مثال محلول اوجد قيمة c التي تحقق شروط نظرية رول

$$f(x) = x^3 - 3x^2 + 2x + 2 \quad \text{on the interval } [0, 1].$$

$f(x)$ continuous and differentiable on (-2,2)

$f'(x) = 3x^2 - 6x + 2 = 0$

$3x^2 - 6x + 2 = 0$

By calculator Mode 5 ,3

$x = 1.577 \notin (0,1)$, $x = 0.423 \, \epsilon \, (0,1)$

Q1 Find a value of c satisfying the conclusion of Rolle's Theorem for

س1 اوجد قيمة c التي تحقق شروط نظرية رول

$$f(x) = x^3 + x^2 \quad \text{on the interval } [-1,1].$$

Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q2 Find a value of c satisfying the conclusion of Rolle's Theorem for

$$f(x) = \sin x \quad \text{on the interval } \left[0, \frac{\pi}{2}\right].$$

س2 اوجد قيمة c التي تحقق شروط نظرية رول

Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q3 Find a value of c satisfying the conclusion of Rolle's Theorem for

$$f(x) = \sin x \quad \text{on the interval } [-\pi, 0\,].$$

س3 اوجد قيمة c التي تحقق شروط نظرية رول

Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q4 Find a value of c satisfying the conclusion of Rolle's Theorem for

$$f(x) = \sin x \quad \text{on the interval } [-\pi, 0\,].$$

س4 اوجد قيمة c التي تحقق شروط نظرية رول

Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q5 Determine the value where the function satisfies Roll's theorem and find C

س5 اوجد الفترة التي تحقق شروط نظرية رول ثم اوجد قيمة c

$$f(x) = x^2$$

Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

THEOREM 10.4 (Mean Value Theorem)

Suppose that f is continuous on the interval $[a, b]$ and differentiable on the interval (a, b). Then there exists a number $c \in (a, b)$ such that

$$f'(c) = \frac{f(b) - f(a)}{b - a}. \tag{10.2}$$

Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

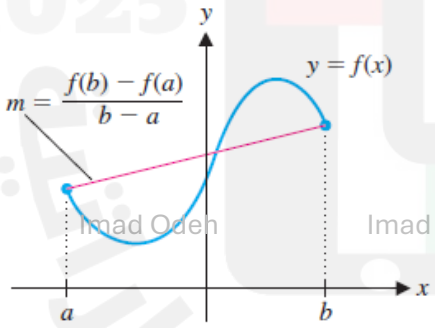


FIGURE 2.51
Secant line

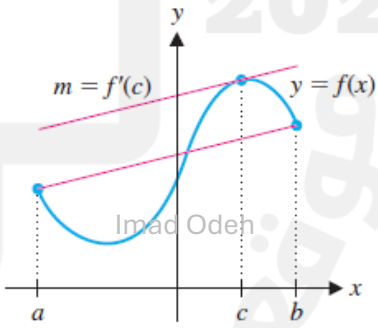


FIGURE 2.52
Mean Value Theorem

Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Solved example Find a value of c satisfying the conclusion of the Mean Value Theorem for

مثال محلول اوجد قيمة التي تحقق شروط نظرية القيمة المتوسطة

$$f(x) = x^3 - x^2 - x + 1 \text{ , } [0, 2]$$

$f(x)$ continuous and differentiable on (0,2)

$$f'(c) = \frac{f(b) - f(a)}{b - a}$$

Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

$$f'(c) = \frac{f(2) - f(0)}{2 - 0}$$

$$3c^2 - 2c - 1 = \frac{3 - 1}{2 - 0}$$

$$3c^2 - 2c - 1 = 1$$

$$3c^2 - 2c = 0$$

Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

$$c(3c - 2) = 0 \rightarrow c = 0 \notin (0,2) \text{ , } \quad c = \frac{2}{3} \in (0,2)$$

Q1 Find a value of c satisfying the conclusion of the Mean Value Theorem for

س1 اوجد قيمة c التي تحقق شروط نظرية القيمة المتوسطة

$$f(x) = x^2 + 1 \quad \text{on the interval } [0,2].$$

Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q2 Find a value of c satisfying the conclusion of the Mean Value Theorem for

س2 اوجد قيمة c التي تحقق شروط نظرية القيمة المتوسطة

$$f(x) = x^3 + x^2 \quad \text{on the interval } [-1,1].$$

Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q3 Find a value of c satisfying the conclusion of the Mean Value Theorem for

$$f(x) = x^2 - 2x \quad \text{on the interval } [0,2].$$

س3 اوجد قيمة c التي تحقق شروط نظرية القيمة المتوسطة

Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q4 Find a value of c satisfying the conclusion of the Mean Value Theorem for

$$f(x) = x^2 + 2x + 1 \quad \text{on the interval } [0,1].$$

س4 اوجد قيمة c التي تحقق شروط نظرية القيمة المتوسطة

Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q5 Find a value of c satisfying the conclusion of the Mean Value Theorem for

$$f(x) = \sin x \quad \text{on the interval } \left[0, \frac{\pi}{2}\right].$$

س5 اوجد قيمة c التي تحقق شروط نظرية القيمة المتوسطة

Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q6 Find a value of c satisfying the conclusion of the Mean Value Theorem for

$$f(x) = \sin x \quad \text{on the interval } [-\pi, 0\,].$$

س6 اوجد قيمة c التي تحقق شروط نظرية القيمة المتوسطة

Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q4 Find a value of c satisfying the conclusion of the Mean Value Theorem for

$$f(x) = \sin x \quad \text{on the interval } [-\pi, 0\,].$$

س4 اوجد قيمة c التي تحقق شروط نظرية القيمة المتوسطة

Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Imad Odeh

THEOREM 10.2

If f is continuous on the interval $[a, b]$, differentiable on the interval (a, b) and $f(x) = 0$ has two solutions in $[a, b]$, then $f'(x) = 0$ has at least one solution in (a, b).

THEOREM 10.3

For any integer $n > 0$, if f is continuous on the interval $[a, b]$ and differentiable on the interval (a, b) and $f(x) = 0$ has n solutions in $[a, b]$, then $f'(x) = 0$ has at least $(n - 1)$ solutions in (a, b).

Q1 س1

Prove that has exactly one solution. اثبت ان للدالة حل واحد بالضبط

$$f(x) = x^3 + 4x + 1 = 0$$

Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q2 س2

Prove that has exactly two solutions. اثبت ان للدالة حلان بالضبط

$$f(x) = x^4 + 6x^2 - 1 = 0$$

Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

THEOREM 10.5

Suppose that $f'(x) = 0$ for all x in some open interval I. Then, $f(x)$ is constant on I.

COROLLARY 10.1

Suppose that $g'(x) = f'(x)$ for all x in some open interval I. Then, for some constant c,

$$g(x) = f(x) + c, \text{ for all } x \in I.$$

EXAMPLE Find all functions that have a derivative equal to.

$$f\,(x) = 3x^3 + 1$$

Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

EXAMPLE
Prove that

$$|sin\ a| \leq |a|\ for\ all\ a.$$

Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

Q3

a) If $f'(x) > 0$ for all values of x, prove that $f(x)$ is decreasing function. That is $f(a) > f(b)$ when $a < b$

Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

b) Show that the function

Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

c) $f(x) = 3 - x - e^{-x}$ is decreasing

Imad odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

اطيب التمنيات للجميع