الملف حل أسئلة امتحان نهاية الفصل الثالث 2016-2017

الإمارات العربية المتحدة

United Arab Emirates

وزارة التربية والتعليم

Ministry of Education

إدارة التقويم والامتحانات

المادة : الرياضيات

الصف الثاني عشر

عدد صفحات الأسئلة : (8)

امتحان نهاية الفصل الدراسي الثالث (المتقدم)

للعام الدراسي 2017/2016 م

ضع دائرة حول رمز الإجابة الصحيحة فيما يأتي:

1) $\int \left(x^5 - 2\right) dx$

$= \frac{x^6}{6} - 2x + c$

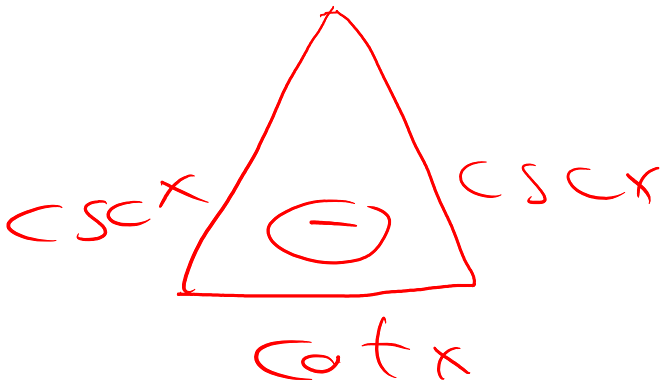
a) $\frac{x^5}{5} - 2x + c$

b) $\frac{x^6}{6} - 2x + c$

c) $5x^6 - 2x + c$

d) $5x^4 - 2x^2 + c$

$$\int \csc^2 x\,dx \quad (2$$



$= -\cot x + c$

a) $\tan x + c$

b) $-\cos x + c$

c) $\cot x + c$

d) $-\cot x + c$

$$\frac{1}{2}\int \frac{2e^{2x}}{7+e^{2x}}\,dx \quad (3$$

$$(7+e^{2x})' = 2e^{2x}$$

$$= \frac{1}{2}\ln\left|7+e^{2x}\right| + c$$

a) $2\ln\left|e^{2x}\right| + c$

b) $\dfrac{2}{7}\ln\left|e^{2x}\right| + c$

c) $\dfrac{1}{2}\ln\left|7+e^{2x}\right| + c$

d) $7x + e^{2x} + c$

4) $\int \frac{3}{1+x^2}dx$

$= 3\int \frac{1}{1+x^2}dx = 3\tan^{-1}x + c$

a) $3\tan^{-1}x + c$

b) $\cos^{-1}x + c$

c) $\frac{1}{3}\tan^{-1}x + c$

d) $3\sin^{-1}x + c$

5) احسب $\sum_{i=1}^{6}(i+4)$

$\sum_{i=1}^{6} i + \sum_{i=1}^{6} 4$

$= \frac{\overset{3}{\cancel{6}}(6+1)}{\underset{1}{\cancel{2}}} + 6(4) = 21 + 24 = 45$

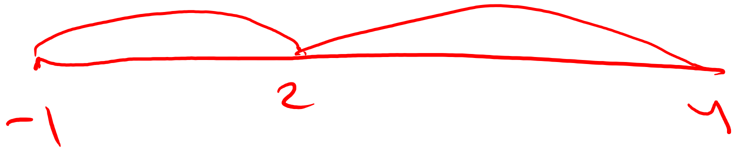
a) 38

b) 21

c) 45

d) 24

6) $\int_{2}^{4} f(x)dx + \int_{-1}^{2} f(x)dx$



$= \int_{-1}^{4} f(x)\,dx$

a) $\int_{-1}^{2} f(x)dx$

b) $\int_{-1}^{4} f(x)dx$

c) $\int_{2}^{4} f(x)dx$

d) $\int_{2}^{-1} f(x)dx$

7) إذا كانت $\int_0^2 g(x)dx = 5$ و $\int_0^2 f(x)dx = -8$ ، فأوجد $\int_0^2 (3g(x) - f(x))dx$

$3\int_0^2 g(x)\,dx - \int_0^2 f(x)\,dx$

$= 3(5) - (-8)$

$= 15 + 8 = 23$

a) 23

b) 7

c) 13

d) -13

8) احسب القيمة المتوسطة للدالة $f(x) = 4x + 1$ على الفترة $[1,3]$

$$avf = \frac{1}{b-a}\int_a^b f(x)\,dx$$

a) 5

b) 10

$$= \frac{1}{3-1}\int_1^3 (4x+1)\,dx$$

$$= \frac{1}{2}\left[\frac{4x^2}{2} + x\right]_1^3$$

c) 18

d) 9

$$= \frac{1}{2}\left[\left(2(3)^2+3\right) - \left(2(1)^2+1\right)\right]$$

$$= \frac{1}{2}[21-3] = 9$$

9) إذا كانت $F(x)=\int_{x}^{2}(t-5)\,dt$ أوجد $F'(x)$.

$F'(x) = -\underbrace{[x-5]} = 5-x$

a) $F'(x)=2x-5$

b) $F'(x)=5-x$

c) $F'(x)=x+5$

d) $F'(x)=x-5$

10) اكتب التعبير $\ln\sqrt{3}+\ln 9$ في صورة حد واحد .

$Ln\ 3^{\frac{1}{2}} + Ln\ 3^2$

$= \frac{1}{2} Ln 3 + 2 Ln 3$

$= Ln 3 (\frac{1}{2} + 2)$

$= \frac{5}{2} Ln 3$

a) $2\ln 3$

b) $3\ln 3$

c) $\dfrac{2}{5}\ln 3$

d) $\dfrac{5}{2}\ln 3$

11) اوجد الدالة $f(x)$ التي تحقق الشروط $f'(x)=e^{-x}$ و $f(0)=4$.

$\frac{dy}{dx}=e^{-x} \Rightarrow \int dy=\int e^{-x}\,dx$

a) $f(x)=5-e^{-x}$

b) $f(x)=5+e^{-x}$

$y=-e^{-x}+c$

$4=-e^{0}+c$

$4=-1+c$

c) $f(x)=3-e^{-x}$

d) $f(x)=3+e^{-x}$

$c=\boxed{5}$

$y=-e^{-x}+5=5-e^{-x}$

12) اوجد قيمة التكامل $\int_{0}^{\frac{\pi}{2}} \sin 2x\,dx$

$= \left[-\frac{1}{2}\cos 2x\right]_{0}^{\frac{\pi}{2}}$

$= -\frac{1}{2}\left[\cos \frac{2\pi}{2} - \cos 0\right]$

$= -\frac{1}{2}\left[-1-1\right]$

$= -\frac{1}{2}\left[-2\right]$

$= 1$

a) -1

b) 2

c) 1

d) -2

13) أوجد $\int 2e^{\ln x}\,dx$

$= 2\int e^{\ln x}\,dx = 2\int x\,dx$

$= \frac{2x^2}{2} + c$

$= x^2 + c$

a) $x^2 + c$

b) $2x^{-1} + c$

c) $\ln x^2 + c$

d) $2e^x + c$

14) أوجد $\int \frac{1}{x^2}\cos\left(\frac{1}{x}\right)dx$

$u = \frac{1}{x}$

$\frac{du}{dx} = -\frac{1}{x^2}$

$dx = -x^2 du$

$\int \frac{1}{x^2} \cos u (-x^2 du)$

$= -\int \cos u \, du$

$= -\sin u + c$

$= -\sin \frac{1}{x} + c$

a) $-\sin\frac{1}{x^2}+c$

b) $\sin\frac{1}{x}+c$

c) $-\sin\frac{1}{x}+c$

d) $\sin\frac{1}{x^2}+c$

15) اوجد الدالة $\int 2\sin^2 x\,dx$

$\cos 2x = 1 - 2\sin^2 x$

$2\sin^2 x = 1 - \cos x$

$\int (1 - \cos 2x)\,dx$

a) $-2\sin x\cos x + c$

b) $f(x) = 5 + e^{-x}$

$= x - \frac{\sin 2x}{2} + C$

c) $\frac{\sin^3 x}{3} + c$

d) $x - \frac{\sin 2x}{2} + c$

16) أوجد $\frac{d}{dx}\left(\ln\sqrt{x^2+1}\right)$ $=$ $\dfrac{\dfrac{2x}{2\sqrt{x^2+1}}}{\dfrac{\sqrt{x^2+1}}{1}}$

$= \dfrac{\cancel{x}}{\sqrt{x^2+1}} \cdot \dfrac{1}{\sqrt{x^2+1}}$

$= \dfrac{\cancel{x}}{x^2+1}$

a) x^2+1

b) $2x$

c) $\dfrac{2x}{x^2+1}$

d) $\dfrac{x}{x^2+1}$

17) اوجد حجم المجسم مع مساحة المقطع العرضي $A(x)=2+x$ لكل $-1 \le x \le 3$

$$V=\int_{-1}^{3} A(x)\,dx$$

a) 9

b) 12

$$=\int_{-1}^{3} (2+x)\,dx$$

$$=\left(2x+\frac{x^2}{2}\right)_{-1}^{3}$$

c) 4

d) 11

$$=\left[\left(6+\frac{9}{2}\right)-\left(-2+\frac{1}{2}\right)\right]=6+\frac{9}{2}+2-\frac{1}{2}=12$$

18) اوجد طول القوس لجزء من منحنى $y=\sqrt{1-x^2}$ مع $0\le x\le \frac{1}{2}$

$$y' = \frac{-2x}{2\sqrt{1-x^2}} = \frac{-x}{\sqrt{1-x^2}}$$

$$L = \int_0^{\frac{1}{2}} \sqrt{1+(y')^2}\,dx$$

$$y'^2 = \frac{x^2}{1-x^2}$$

a) $S=\frac{\pi}{6}$

b) $S=\frac{\pi}{4}$

$$L = \int_0^{\frac{1}{2}} \sqrt{1+\frac{x^2}{1-x^2}}\,dx$$

$$= \int_0^{\frac{1}{2}} \sqrt{\frac{1-\cancel{x^2}+\cancel{x^2}}{1-x^2}}$$

$$= \int_0^{\frac{1}{2}} \sqrt{\frac{1}{1-x^2}}\,dx$$

$$= \int_0^{\frac{1}{2}} \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}\,dx = \left(\sin^{-1} x\right)_0^{\frac{1}{2}}$$

$$= \sin^{-1}\tfrac{1}{2} - \sin^{-1} 0$$

c) $S=\frac{\pi}{2}$

d) $S=\frac{\pi}{3}$

$$= \frac{\pi}{6} - 0$$

$$= \frac{\pi}{6}$$

19) يعبر عن مساحة سطح متولد من تدوير منحنى $y = x^2$ لكل $0 \le x \le 1$

$y' = 2x$

$(y')^2 = 4x^2$

$$S = \int_a^b 2\pi f(x)\sqrt{1+(y')^2}\,dx$$

$$= \int_0^1 2\pi x^2\sqrt{1+4x^2}\,dx$$

$$= \int_0^1 2\pi x^2\sqrt{1+4x^2}\,dx$$

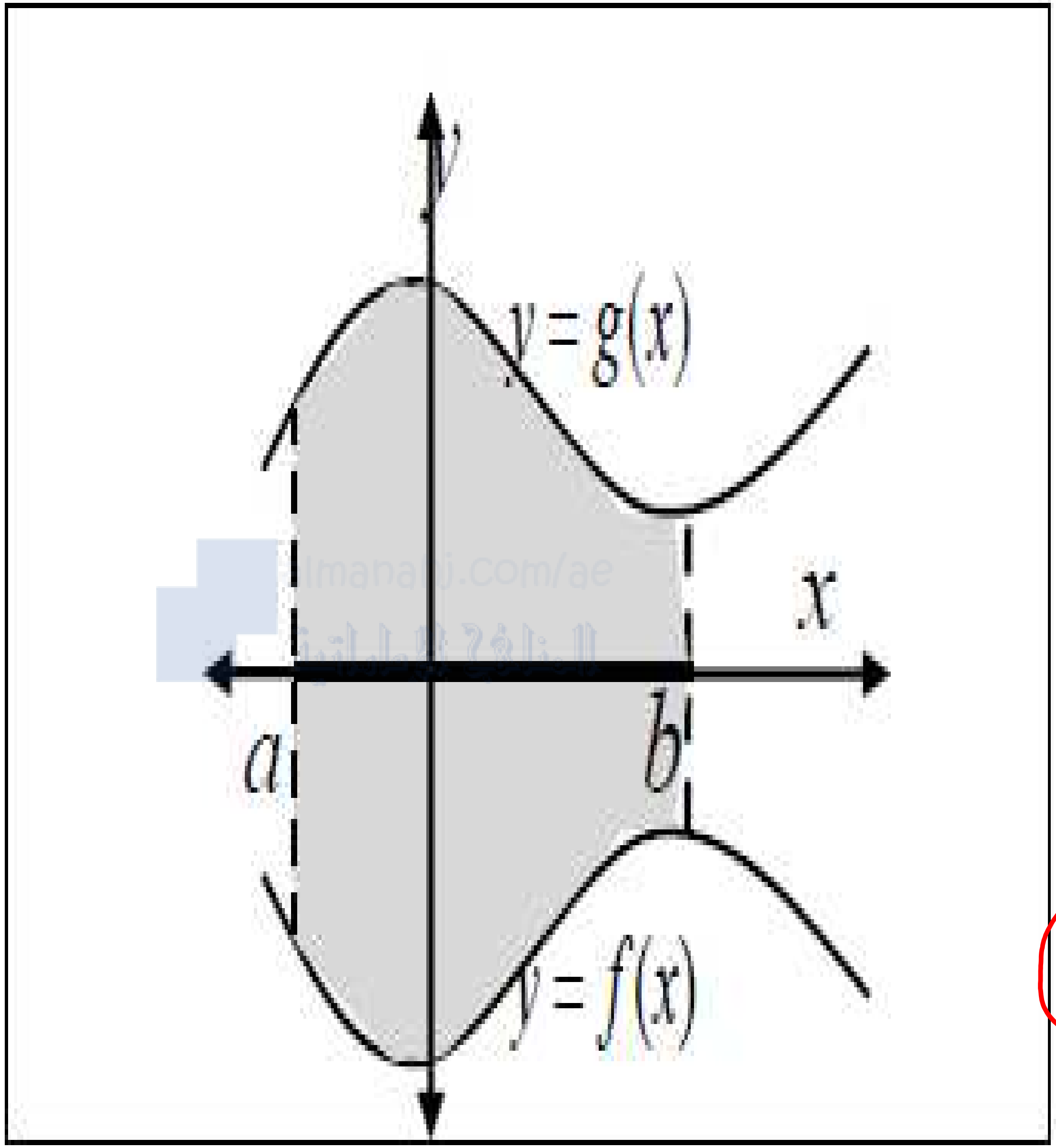
a) $S = \int_0^1 2\pi x^2\sqrt{1+2x^2}\,dx$

b) $S = \int_0^1 2\pi x^2\sqrt{1+2x}\,dx$

c) $S = \int_0^1 2\pi x^2\sqrt{1+x^2}\,dx$

d) $S = \int_0^1 2\pi x^2\sqrt{1+4x^2}\,dx$

20) اوجد المساحة المحصورة بين المنحنيين في الشكل المجاور



a) $\int_a^b [f(x)-g(x)]dx$

b) $\int_a^b f(x)dx$

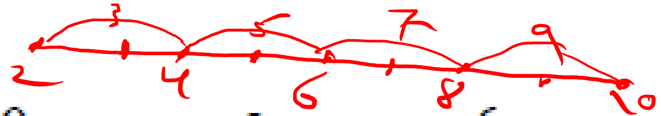
c) $\int_a^b [g(x)-f(x)]dx$

d) $\int_a^b g(x)dx$

21) قرب قيمة $\int_{2}^{10}(x^2+1)dx$ باستخدام قاعدة نقطة المنتصف مع $n=4$

$$\Delta x=\frac{b-a}{n}=\frac{10-2}{4}=2$$

لان $n=4$ التجزئة المنتظمة للفترة $[2,10]$ هي



$x_0=2$ و $x_1=4$ و $x_2=6$ و $x_3=8$ و $x_4=10$

نقاط المنتصف ستكون

$c_1=3$ و $c_2=5$ و $c_3=7$ و $c_4=9$

مجاميع ريمان هي

$$f(x)=[f(3)+f(5)+f(7)+f(9)](2)$$
$$=[10+26+50+82](2)=336$$
$$\Rightarrow \int_{2}^{10}(x^2+1)dx=336$$

$$\Delta x=\frac{b-a}{n}=\frac{10-2}{4}=2$$

الفترة	نقطة المنتصف c_i	$f(c_i)$
$[2,4]$	3	10
$[4,6]$	5	26
$[6,8]$	7	50
$[8,10]$	9	82
المجموع		168

$$\Rightarrow \int_{2}^{10}(x^2+1)dx=168\times 2=336$$

22) اوجد قيمة التكامل $\int \frac{x-5}{x^2-1}\,dx$

$$\frac{x-5}{x^2-1} = \frac{A}{(x+1)} + \frac{B}{(x-1)} \Rightarrow (x-5) = A(x-1) + B(x+1)$$

$x = -1$

$\Rightarrow -6 = -2A$

$A = 3$

$x = 1$

$\Rightarrow -4 = 2B$

$\Rightarrow B = -2$

$$\int \frac{x-5}{x^2-1}\,dx = 3\int \frac{\overset{1}{\cancel{3}}}{x+1}\,dx - \int \frac{2}{x-1}\,dx$$

$$= 3\ln|x+1| - 2\ln|x-1| + c$$

23) أوجد قيمة التكامل $\int 4e^{-2\sqrt{x}}dx$

نبدأ بالتعويض ونفرض أن : $u=\sqrt{x} \Rightarrow \dfrac{du}{dx}=\dfrac{1}{2\sqrt{x}} \Rightarrow dx=2\sqrt{x}du=2udu$

$$\int 4e^{-2\sqrt{x}}dx=\int 4e^{-2u}(2udu)=\int 8ue^{-2u}du$$

نستخدم التكامل الجدولي :

uومشتقاتها	dvوتكاملاتها
8u	e^{-2u}
8	$-\dfrac{e^{-2u}}{2}$
0	$\dfrac{e^{-2u}}{4}$

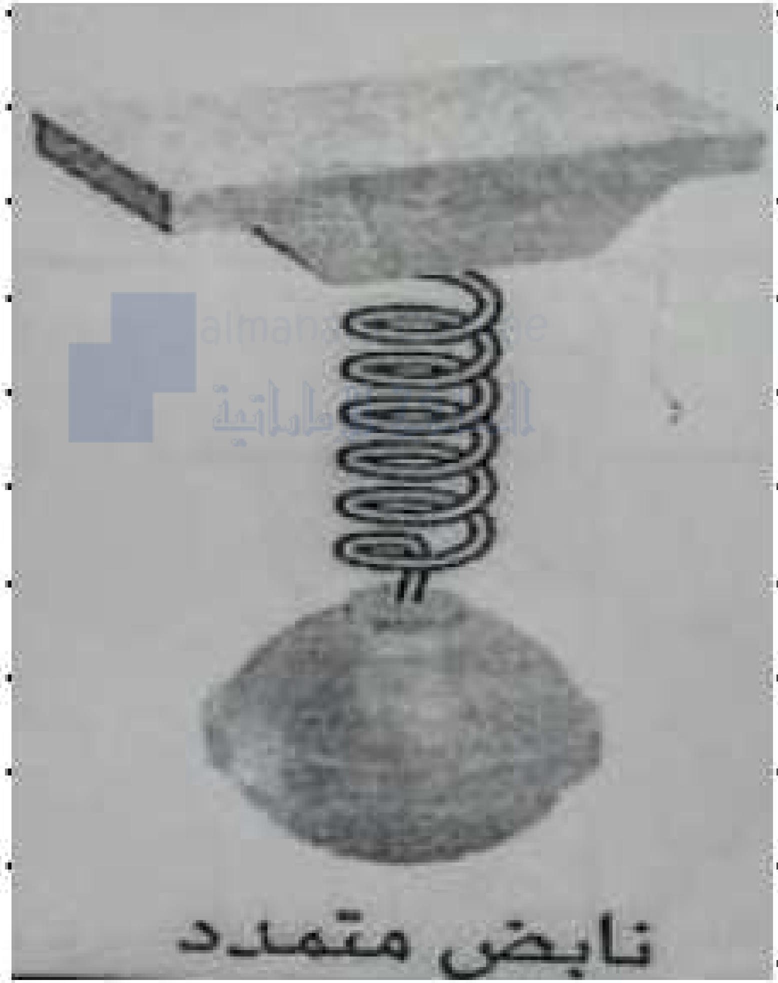
$$\int 4e^{2\sqrt{x}}dx=-8u\frac{e^{-2u}}{2}-8\frac{e^{-2u}}{4}+c$$

$$=-4\sqrt{x}e^{-2\sqrt{x}}-2e^{-2\sqrt{x}}+c$$

24) تعمل قوة قدرها 5 نيوتن على تمدد نابض 0.04 متراً من طوله الطبيعي .

٤cm

اوجد الشغل المبذول في تمدد النابض 8 سنتيمتراً اكثر من طوله الطبيعي .



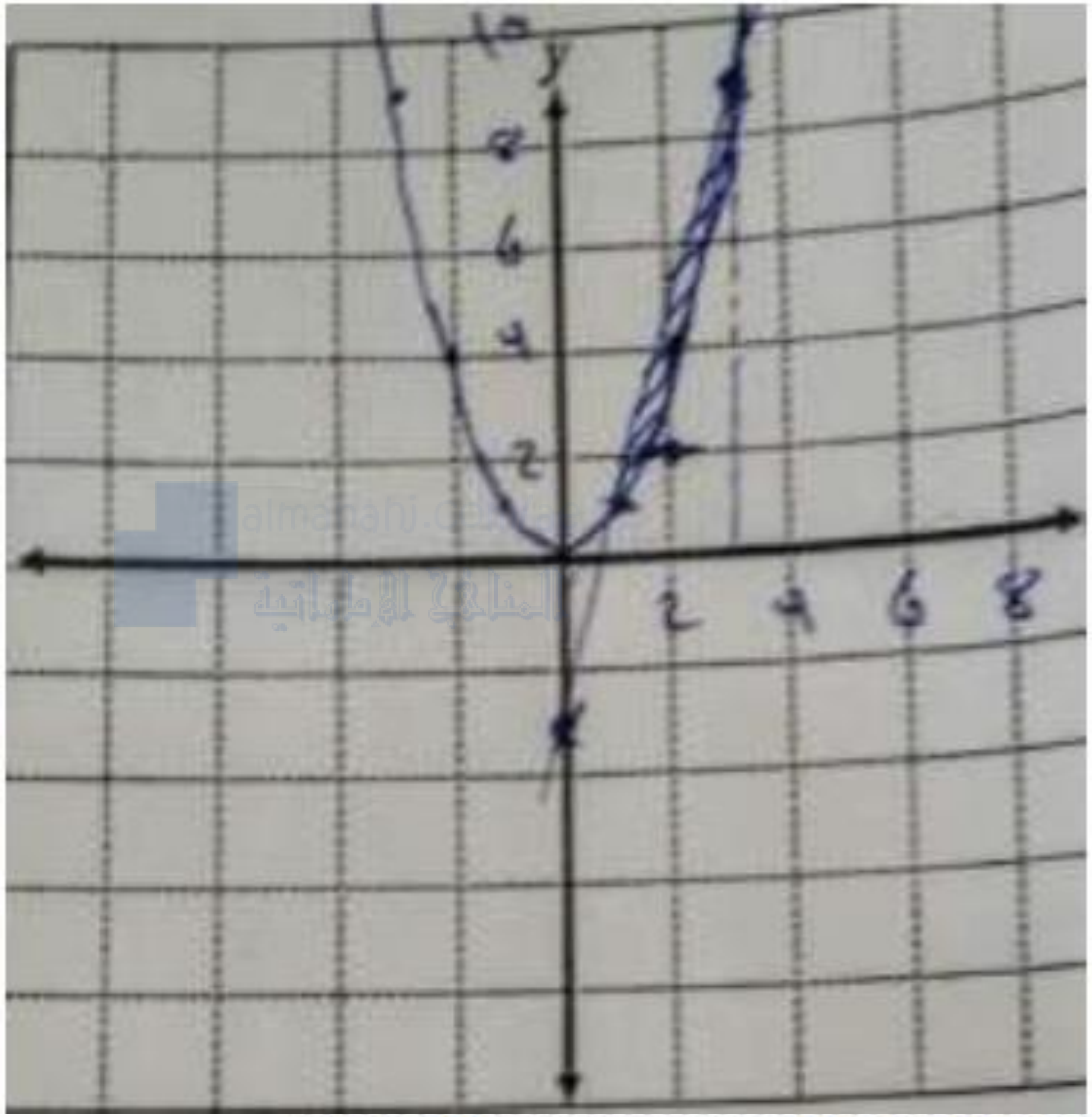
$$F = Kx$$

$$5 = 4K \rightarrow k = 1.25 \Rightarrow F = 1.25x$$

$$W = \int_0^8 1.25x\,dx = \left[\frac{1.25x^2}{2}\right]_0^8$$

$$= \frac{1.25}{2}\left(8^2 - 0\right) = \frac{1.25 \times 64}{2} = 40$$

25) ارسم واوجد مساحة المنطقة المحدودة بالمنحنيات $y=4x-3 \quad , \quad y=x^2$



$$x^2=4x-3 \Rightarrow x^2-4x+3=0$$

$$(x-3)(x-1)=0$$

$$x=1,\ x=3$$

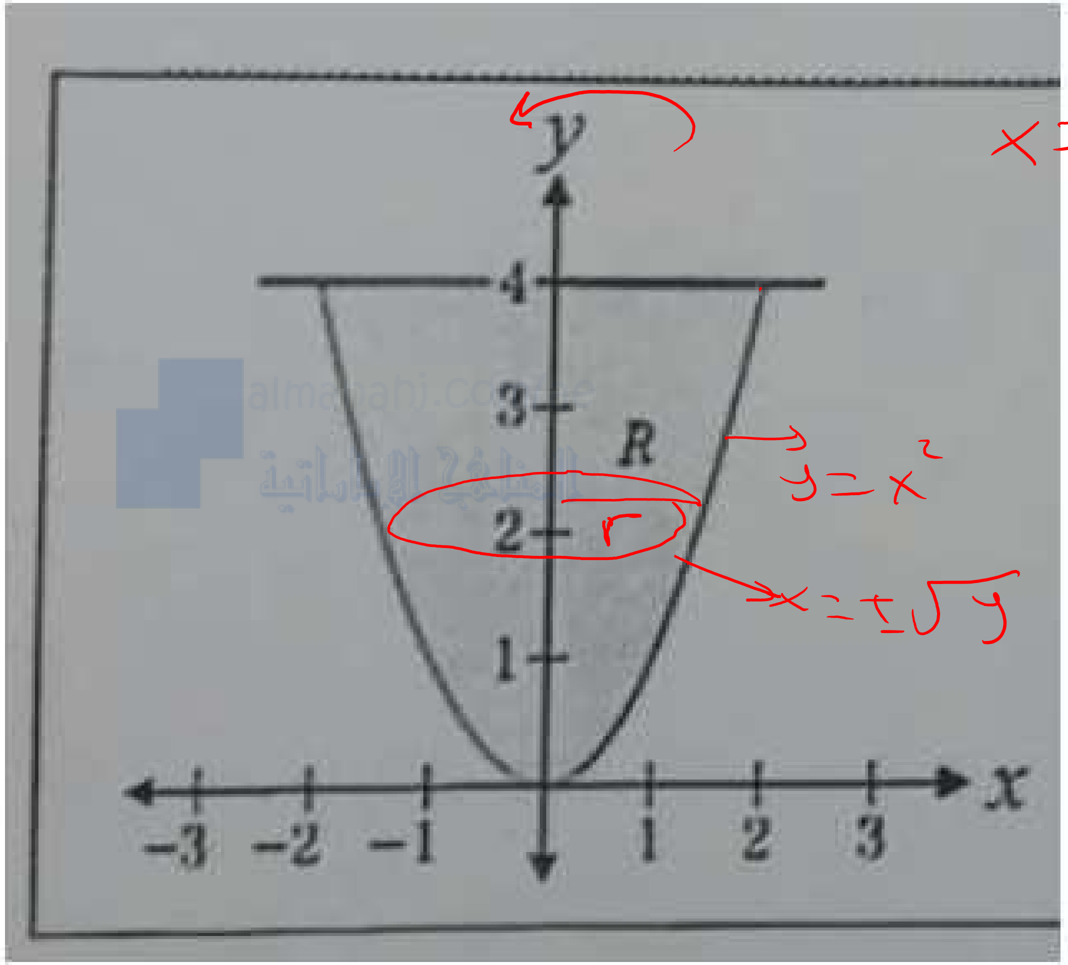
$$A=\int_1^3\left(4x-3-x^2\right)dx=\left(2x^2-3x-\frac{x^3}{3}\right)_1^3$$

$$=\left[2(3)^2-3(3)-\frac{(3)^3}{3}\right]-\left[2(1)^2-3(1)-\frac{(1)^2}{3}\right]$$

$$=(18-9-9)-\left(2-3-\frac{1}{3}\right)=0-\left(-1-\frac{1}{3}\right)=\frac{4}{3}$$

26) في الشكل المجاور إذا كانت R المنطقة المحدودة بواسطة $y = x^2$ و $y = 4$

اوجد حجم المجسم الذي تكون من دوران المنطقة R حول المحور y .



نكامل بالنسبة إلى y : $y = x^2 \Rightarrow x = \sqrt{y}$ $\quad x = r = \sqrt{y}$

$$V = \int_0^4 \pi r^2 dy = \pi \int_0^4 \left(\sqrt{y}\right)^2 4dy$$

$$V = \pi \int_0^4 y dy$$

$$= \pi \left(\frac{y^2}{2}\right)_0^4 = \pi\left(\frac{4^2 - 0}{2}\right) = 8\pi$$

....

....