## تم تحميل هذا الملف من موقع المناهج الإماراتية

# أوراق عمل مراجعة الدرس الثالث حساب النهايات جبرياً من الوحدة الثانية



تاريخ إضافة الملف على موقع المناهج: 2024-10-05 20:15:43

| | |
|---|---|
| المزيد من مادة رياضيات: | ملفات ا كتب للمعلم ا كتب للطالب ا اختبارات الكترونية ا اختبارات ا حلول ا عروض بوربوينت ا أوراق عمل منهج انجليزي ا ملخصات وتقارير ا مذكرات وبنوك ا الامتحان النهائي ا للمدرس |
| | إعداد: عمرو البيومي |

## التواصل الاجتماعي بحسب الصف الثاني عشر المتقدم

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| صفحة المناهج الإماراتية على فيسبوك | | | | | |
| المواد على تلغرام | التربية الاسلامية | اللغة العربية | اللغة الانجليزية | الرياضيات | |

## المزيد من الملفات بحسب الصف الثاني عشر المتقدم والمادة رياضيات في الفصل الأول

| | |
|---|---|
| 1 | أوراق عمل مراجعة الدرس الأول المماسات وطول المنحني والدرس الثاني مفهوم النهاية من الوحدة الثانية |
| 2 | تجميعة أسئلة الامتحانات الوزارية السابقة 2017-2023 الوحدة الثانية النهايات |
| 3 | حل تمارين الدرس الخامس النهايات التي تتضمن اللانهاية خطوط التقارب من الوحدة الثانية النهايات والاتصال |
| 4 | حل تمارين الدرس الرابع الاتصال ونتائجه من الوحدة الثانية النهايات والاتصال |

## المزيد من الملفات بحسب الصف الثاني عشر المتقدم والمادة رياضيات في الفصل الأول

| | |
|---|---|
| 5 | حل تمارين الدرس الثالث حساب النهايات من الوحدة الثانية النهايات والاتصال |

# حساب النهايات جبريا COMPUTATION OF LIMITS

قوانين النهايات . لأي دالة f,g وأي أرقام حقيقية c و r

LIMIT LAWS. For any functions $f$ and $g$, and any real numbers $c$ and $r$, we have (usually writing lim for $\lim_{x\to a}$)

(i) $\lim c = c$, داله ثابته

(ii) $\lim_{x\to a} x = a$, داله محايده

(iii) $\lim(cf(x)) = c\lim f(x)$, الضرب في عدد ثابت

(iv) $\lim(f(x)+g(x)) = \lim f(x) + \lim g(x)$, قاعدة الجمع

(v) $\lim(f(x)g(x)) = (\lim f(x))(\lim g(x))$, قاعدة الضرب

(vi) $\lim(f(x)/g(x)) = (\lim f(x))/(\lim g(x))$, قاعدة القسمه

(vii) $\lim(f(x))^r = (\lim f(x))^r$, قاعدة القوة

where it is assumed that on the right the limits exist and the expressions are defined.

## قواعد النهايات

*If L, M, cand k are real numbers*

$\lim_{x\to c} l = l$

$\lim_{x\to 1} 2 = 2$

داله ثابته
بنفس قسمة الثابت مهما تغيرت قيمة x

$\lim_{x\to 2} 10 = 10$ and $\lim_{x\to 6} \pi = \pi$.

$\lim_{x\to c} f(x) = f(c)$

كثيرة حدود بالتعويض المباشر بقيمه x في الدالة

$\lim_{x\to 2} x^2 + 3 = 7$ $\lim_{x\to 2} x = 2$

If c is a constant, then

حاصل ضرب الثابت في الداله

$\lim_{x\to a} cf(x) = c\lim_{x\to a} f(x)$.

**(a)** $\lim_{x\to 8} 5x = 5\lim_{x\to 8} x = 5\cdot 8 = 40$

**(b)** $\lim_{x\to -2}\left(-\frac{3}{2}x\right) = -\frac{3}{2}\lim_{x\to -2} x = \left(-\frac{3}{2}\right)\cdot(-2) = 3.$

## قاعدة جمع وطرح النهايات

Suppose $a$ is a real number and $\lim_{x\to a} f(x)$ and $\lim_{x\to a} g(x)$ exist. If $\lim_{x\to a} f(x) = L_1$ and $\lim_{x\to a} g(x) = L_2$,

$$\lim_{x\to a}[f(x) \pm g(x)] = \lim_{x\to a} f(x) \pm \lim_{x\to a} g(x) = L_1 \pm L_2,$$

$$\begin{aligned}\lim_{x\to 5}(10x + 7) &= \lim_{x\to 5} 10x + \lim_{x\to 5} 7\\ &= 10\lim_{x\to 5} x + \lim_{x\to 5} 7\\ &= 10 \cdot 5 + 7 = 57.\end{aligned}$$

---

## قاعدة ضرب النهايات

$$\lim_{x\to a}[f(x)g(x)] = \Big(\lim_{x\to a} f(x)\Big)\Big(\lim_{x\to a} g(x)\Big) = L_1L_2,$$

إذا علمت أن: $\lim_{x\to 5} f(x) = -3$ , $\lim_{x\to 5} g(x) = 4$ فاوجد: $\lim_{x\to 5}[f(x)g(x)]$

$$\lim_{x\to 5}[f(x)g(x)] \quad =4x-3$$
$$= -12$$

---

## قاعدة قسمة النهايات

$$\lim_{x\to a}\frac{f(x)}{g(x)} = \frac{\lim_{x\to a} f(x)}{\lim_{x\to a} g(x)} = \frac{L_1}{L_2}, \quad L_2 \neq 0.$$

$$\lim_{x\to 4}\frac{5}{x^2} = \frac{\lim_{x\to 4} 5}{\lim_{x\to 4} x^2} = \frac{5}{4^2} = \frac{5}{16}.$$

---

## قاعدة القوة للنهايات

Let $\lim_{x\to a} f(x) = L$ and $n$ be a positive integer. Then

$$\lim_{x\to a}[f(x)]^n = \Big[\lim_{x\to a} f(x)\Big]^n = L^n.$$

$$\lim_{x\to 1}(3x - 1)^{10} = \Big[\lim_{x\to 1}(3x - 1)\Big]^{10} = 2^{10} = 1024.$$

AMR ELBAYOUMY
الدحيح اكاديمي
طريقك للتفوق
0544560575

Suppose $\lim_{x\to c} f(x)=5$, $\lim_{x\to c} g(x)=-2$, and $\lim_{x\to c} h(x)=9$, find

استخدم نهايات الدوال $f,g,h$ لايجاد كلا من

a) $\lim_{x\to c}\left[f(x)g(x)\right]$

b) $\lim_{x\to c}\left[f(x)-g(x)\right]$

c) $\lim_{x\to c}\sqrt{h(x)}$

d) $\lim_{x\to c}\left[\dfrac{g(x)+1}{x}\right]$

e) $\lim_{x\to c}\left[2h(x)-3g(x)\right]$

f) $\lim_{x\to c}\left[\dfrac{f(x)}{h(x)}\right]$

g) $\lim_{x\to c}\left[\dfrac{g(x)}{f(x)}\right]$

h) $\lim_{x\to c}\left[g(x)\right]^2$

استخدم الدالتين f و g المحددتين لايجاد

For $f(x)=x^2-x-6$ and $g(x)=x^2-2x-3$, evaluate:

(a) $\lim_{x\to 1}\left[f(x)+g(x)\right]$

(b) $\lim_{x\to 1} f(x)\cdot g(x)$

(c) $\lim_{x\to 1}\dfrac{f(x)}{g(x)}$

(d) $\lim_{x\to 3}\left[f(x)+g(x)\right]$

(e) $\lim_{x\to 3} f(x)\cdot g(x)$

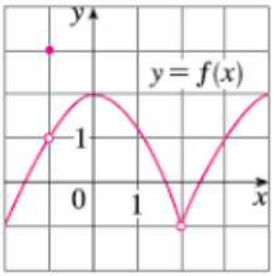
(f) $\lim_{x\to 3}\dfrac{f(x)}{g(x)}$

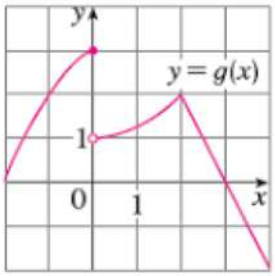
(g) $\lim_{x\to 2}\left[f(x)\right]^3$

(h) $\lim_{x\to 2}\sqrt{1-g(x)}$

AMR ELBAYOUMY
الدحيح اكاديمي
طريقك للتفوق
T-0544560575

The graphs of f and g are given below. Use the graphs to evaluate each limit.




a) $\lim_{x\to -1}\left[f(x)+g(x)\right]$

b) $\lim_{x\to 3} f\left(g(x)\right)$

c) $\lim_{x\to 3}\left[f(x)g(x)\right]$

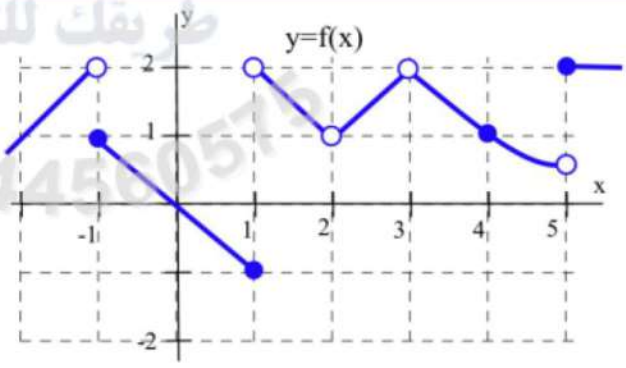
d) $\lim_{x\to 2}\left[2f(x)+5g(x)\right]$

e) $\lim_{x\to -1}\left[\dfrac{f(x)}{g(x)}\right]$

f) $\lim_{x\to 2}\left[xf(x)\right]$

**Use the graph in the margin to evaluate each limit.**

استخدم الرسم البياني الموجود لايجاد قيمة كل نهاية




(a) $\lim_{x\to 2^+} f(x)$

(b) $\lim_{x\to 2^-} f(x)$

(c) $\lim_{x\to 2} f(x)$

(d) $\lim_{x\to 4^+} f(x)$

(e) $\lim_{x\to 4^-} f(x)$

(f) $\lim_{x\to 4} f(x)$

(g) $\lim_{x\to -2^+} f(x)$

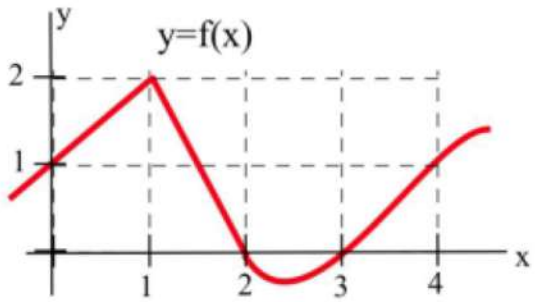
(h) $\lim_{x\to -2^-} f(x)$

(i) $\lim_{x\to -2} f(x)$

AMR ELBAYOUMY
الدرب الديني
طريقك للتفوق
T-0544560575

Use the graph in the margin to evaluate each limit.

استخدم الرسم البياني الموجود لايجاد قيمة كل نهاية




(a) $\lim_{x\to 1} f(2x)$

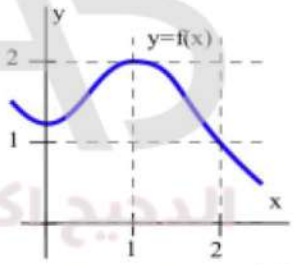
(b) $\lim_{x\to 2} f(x-1)$

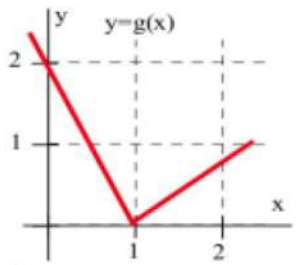
(c) $\lim_{x\to 0} 3\cdot f(4+x)$

(d) $\lim_{x\to 2} f(3x-2)$

Use the functions f and g defined by the graphs below to determine the following limits.

استخدم الدالتين f و g المحددتين في الرسوم البيانية أدناه لتحديد الحدود التالية




(a) $\lim_{x\to 1} [f(x)+g(x)]$

(b) $\lim_{x\to 1} f(x)\cdot g(x)$

(c) $\lim_{x\to 1} \dfrac{f(x)}{g(x)}$

(d) $\lim_{x\to 1} f((g(x))$

Suppose that $\lim_{x\to 7} f(x)=0$ and $\lim_{x\to 7} g(x)=5$. Determine the following limits.

a) $\lim_{x\to 7}(g(x)+5)$

b) $\lim_{x\to 7} xf(x)$

c) $\lim_{x\to 7} g^2(x)$

d) $\lim_{x\to 7}\left[\dfrac{g(x)}{f(x)-1}\right]$

AMR ELBAYOUMY
AB
البيوجي اكاديمي
طريقك للتفوق
T-0544560575

# Calculating $\lim_{x \to a} f(x)$

https://www.symbolab.com/solver/limit-calculator
حاسبة النهايات

**A. Direct substitution**
Try to evaluate the function directly.

$$f(a)$$

$f(a) = \frac{b}{0}$ where ***b*** is not zero

**B. Asymptote (probably)**

example:

$$\lim_{x \to 1} \frac{1}{x-1}$$

Inspect with a graph or table to learn more about the function at ***x=a***.

$f(a) = b$ where ***b*** is a real number

**C. Limit found (probably)**

example:

$$\lim_{x \to 3} x^2 = (3)^2 = 9$$

$f(a) = \frac{0}{0}$

**D. Indeterminate form**

example:

$$\lim_{x \to -1} \frac{x^2 - x - 2}{x^2 - 2x - 3}$$

Try rewriting the limit in an equivalent form.

**E. Factoring**

example:

$$\lim_{x \to -1} \frac{x^2 - x - 2}{x^2 - 2x - 3}$$

can be reduced to

$$\lim_{x \to -1} \frac{x-2}{x-3}$$

by factoring and cancelling.

**F. Conjugates**

example:

$$\lim_{x \to 4} \frac{\sqrt{x} - 2}{x - 4}$$

can be rewritten as

$$\lim_{x \to 4} \frac{1}{\sqrt{x} + 2}$$

using conjugates and cancelling.

**G. Trig identities**

example:

$$\lim_{x \to 0} \frac{\sin(x)}{\sin(2x)}$$

can be rewritten as

$$\lim_{x \to 0} \frac{1}{2\cos(x)}$$

using a trig identity.

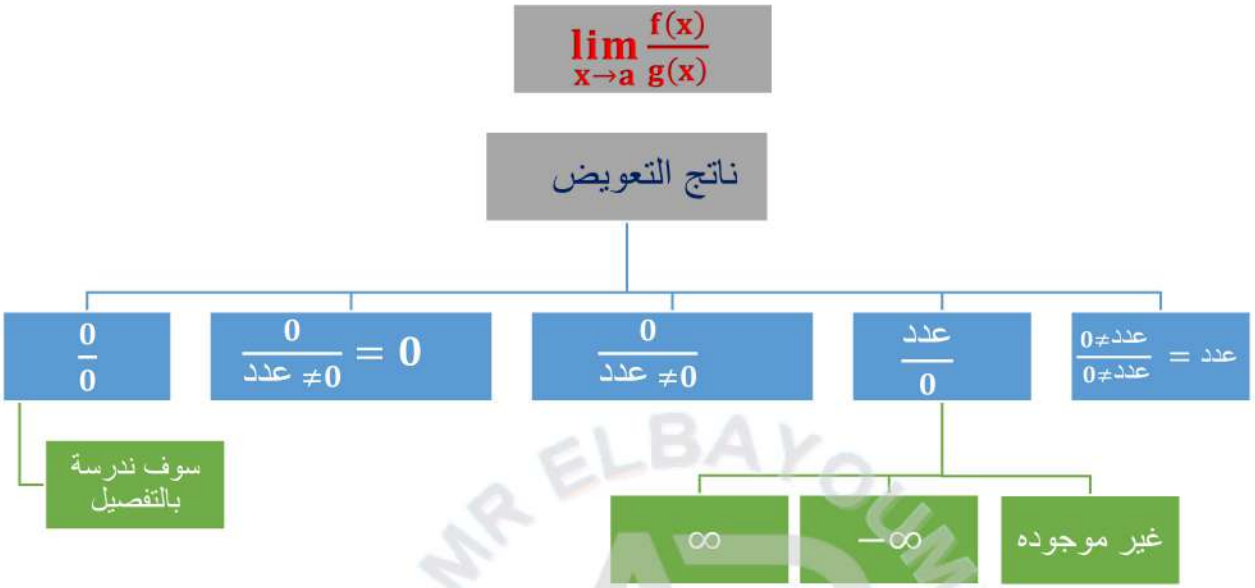
Try evaluating the limit in its new form.

**H. Approximation**

When all else fails, graphs and tables can help approximate limits.

AMR EL BAYOUMY
الدحيح اكاديمي
طريقك للتفوق
T- 0544560575

**بعد خطوة التعويض المباشر لاحظ الناتج**




## النوع الأول: النهاية بإستخدام التعويض المباشر

احسب النهاية لكل مما يلي *Evaluate the limit*

$$\lim_{x\to 0}(x^2-3x+1)$$

$$\lim_{x\to 2}\sqrt[3]{2x+1}$$

$$\lim_{x\to 0}\cos^{-1}(x^2)$$

$$\lim_{x\to 2}\frac{x-5}{x^2+4}$$

$$\lim_{x\to 0}\frac{2+5x+\sin x}{5\cos x}$$

$$\lim_{x\to 1}\frac{5x^2+6x+10}{8x-1}$$

AMR ELBAYOUMY
الدحيح اكاديمي
طريقك للتفوق
T-0544560575

## النوع الثاني :النهاية بإستخدام التحليل

احسب النهاية لكل مما يلي *Evaluate the limit*

$$\lim_{x\to 3}\frac{x^2-x-6}{x-3}$$

$$\lim_{x\to 1}\frac{x^2+x-2}{x^2-3x+2}$$

$$\lim_{x\to 2}\frac{x^2-x-2}{x^2-4}$$

$$\lim_{x\to -1}\frac{2x^2-x-3}{x+1}$$

$$\lim_{x\to -8}\frac{y^2+9y+8}{y^2-64}$$

$$\lim_{x\to 10}\frac{x^2-100}{x-10}$$

$$\lim_{x\to 1}\frac{x-1}{\sqrt{x}-1}$$

$$\lim_{x\to 0}\frac{x^2-2x}{x}$$

AMR ELBAYOUMY
الدحيح اكاديمي
طريقك للتفوق
T-0544560575

$$\lim_{x\to 1}\frac{x^3-1}{x^2+2x-3}$$

$$\lim_{x\to 4}\frac{x^3-64}{x-4}$$

$$\lim_{x\to 0}\frac{1-e^{2x}}{1-e^{x}}$$

$$\lim_{x\to 0}\frac{xe^{-2x+1}}{x^2+x}$$

$$\lim_{h\to 0}\frac{(9+h)^2-81}{h}$$

$$\lim_{x\to 0}\frac{(2+x)^3-8}{x}$$

$$\lim_{t\to 2}\frac{t^2-3t+2}{t^2-4}$$

$$\lim_{x\to 1}\frac{x^4-1}{x^3-1}=$$

AMR ELBAYOUMY
الدحيح اكاديمي
طريقك للتفوق
T-0544560575

$$\lim_{x\to 1}\frac{(x^2-1)^{10}}{(x^2-2x+1)^5}=$$

## النهاية التي تساوي $\infty$ , $-\infty$ وغير موجوده

$$\lim_{x\to 0^-}\frac{1}{x}=-\infty \qquad \lim_{x\to 0^+}\frac{1}{x}=\infty \qquad \lim_{x\to 0}\frac{1}{x}=not\ exist$$

**اذا كان ناتج التعويض هو $\frac{\text{عدد}}{0}$**
**النهاية التي تساوي $\infty$ , $-\infty$ وغير موجوده**
**إدرس إشارة المقام**

احسب النهاية لكل مما يلي

***Evaluate the limit***

$$\lim_{x\to -1}\frac{x^2-25}{x^2-4x-5}$$

$$\lim_{x\to 2}\frac{2x}{x^2-4}$$

$$\lim_{x\to 3}\frac{1}{x-3}$$

$$\lim_{x\to 3}\frac{1}{(x-3)^2}$$

AMR ELBAYOUMI
الدحيح اكاديمي
طريقك للتفوق
T-0544560575

$$\lim_{x\to 3}\frac{1}{(x-3)^2}$$

$$\lim_{x\to 9}\frac{x^2}{18-2x}=$$

$$\lim_{x\to 2}\frac{2x}{x^2-4}=$$

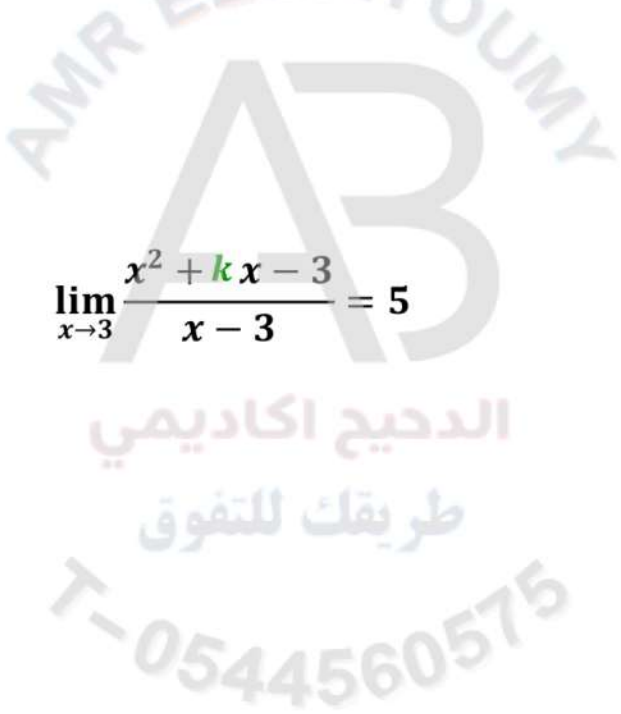
$$\lim_{x\to 4}\frac{(x-4)^2}{(4-x)^3}=$$

$$\lim_{x\to 3}\frac{x}{3x-x^2}=$$

AMR ELBAYOUMY
الدحيح اكاديمي
طريقك للتفوق
T-0544560575

Find value of $n$ $\lim_{x\to 1}\frac{(x^3-1)^{2n}}{(x^2-2x+1)^n}=81$ اوجد قيمة $n$

Find value of b $\lim_{x\to 3}\frac{x^2-9b}{x-3}$ $Exist$ موجوده أوجد قيمة b




Find value of $k$ $\lim_{x\to 3}\frac{x^2+kx-3}{x-3}=5$ اوجد قيمة $k$

Find value of $a$ and $b$ $\lim_{x\to 2}\frac{ax^2+bx+6}{x-2}=5$ اوجد قيمة $a$ و $b$

## النوع الثالث :التبسيط باستخدام توحيد المقامات

احسب النهاية لكل مما يلي

***Evaluate the limit***

$$\lim_{x\to 1}\left(\frac{1}{x-1}-\frac{2}{x^2-1}\right)$$

أولا عوض مباشر حتي يظهر لك الناتج $\frac{0}{0}$

$$\frac{a}{b}\pm\frac{c}{d}=\frac{ad\pm cb}{bd}$$

$$\lim_{x\to 1}\frac{\frac{1}{x}-1}{x-1}$$

$$\lim_{x\to 0}\frac{3}{x}\left(\frac{1}{5+x}-\frac{1}{5-x}\right)=$$

$$\lim_{x\to 2}\frac{x-2}{\frac{1}{x}-\frac{1}{2}}=$$

AMR ELBAYOUMY
الدحيح اكاديمي
طريقك للتفوق
T-0544560575

$$\lim_{x\to 0}\left[\frac{x^2+3x-1}{x}+\frac{1}{x}\right]$$

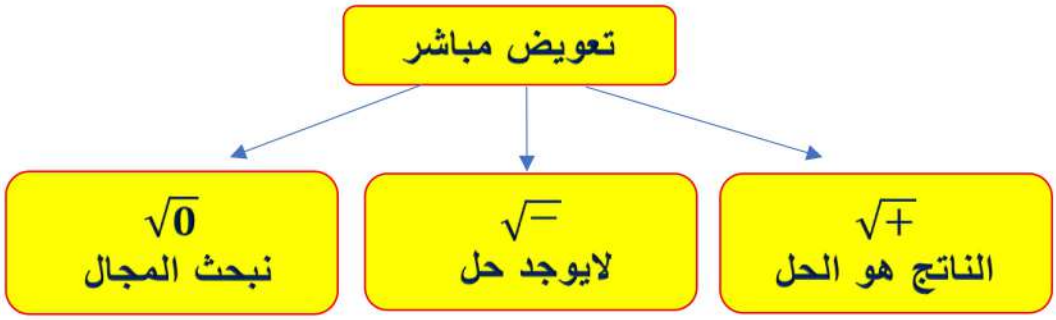
$$\lim_{x\to 2}\left[\frac{1}{x-2}-\frac{6}{x^2+2x-8}\right]$$

$$\lim_{x\to -6}\frac{\dfrac{2x+8}{x^2-12}-\dfrac{1}{x}}{x+6}$$

$$\lim_{x\to 0}\frac{\dfrac{1}{3+x}-\dfrac{1}{3-x}}{x}$$

AMR ALBAYOUMY
الدحيح اكاديمي
طريقك للتفوق
T-0544560575

## النوع الرابع:الجذر والضرب في المرافق




احسب النهاية لكل مما يلي *Evaluate the limit*

$\sqrt{x^2} = |x|$
$(\sqrt{x})^2 = x$
$\sqrt{x-5} = |x-5|$

$$\lim_{x\to 4}\sqrt{4x-2}$$

$$\lim_{x\to 2}\sqrt{x^2-10}$$

$$\lim_{x\to 7}\sqrt[6]{2x-14}$$

$$\lim_{x\to 1^-}\sqrt{3-3x}$$

$$\lim_{x\to 4}\sqrt{1-2x}$$

$$\lim_{x\to 5}\sqrt[4]{9-x^2}$$

$$\lim_{x\to 2}\sqrt[3]{2x+1}$$

AMR ELBAYOUMY
الدحيح اكاديمي
طريقك للتفوق
T-0544560575

# استخدام المرافق

| Algebraic Expression (المقدار الجبري) | Conjugate (المرافق) | Product (حاصل الضرب) |
|---|---|---|
| $x-a$ | $x+a$ | $x^2-a^2$ |
| $\sqrt{x}-a$ | $\sqrt{x}+a$ | $x-a^2$ |
| $\sqrt{x-b}-a$ | $\sqrt{x-b}+a$ | $x-b-a^2$ |

$$\lim_{x\to 0}\frac{\sqrt{x+4}-2}{x}$$

$$\lim_{x\to 0}\frac{2x}{3-\sqrt{x+9}}$$

$$\lim_{x\to 1}\frac{x-1}{\sqrt{x}-1}$$

$$\lim_{x\to 5}\frac{\sqrt{x+4}-3}{x-5}$$

AMR ELBAYOUMY
الدحيح اكاديمي
طريقك للتفوق
T-0544560575

$$\lim_{x\to 10}\frac{x-10}{3-\sqrt{x-1}}$$

$$\lim_{x\to 0}\frac{\sqrt{x+7}-\sqrt{7}}{x}$$

$$\lim_{x\to 7}\frac{\sqrt{x+9}-4}{x-7}$$

$$\lim_{x\to 0}\frac{\sqrt{x+9}-3}{x}$$

$$\lim_{x\to 3}\frac{\sqrt{2x-6}}{x}$$

AMR ELBAYOUMY
الدحيح اكاديمي
طريقك للتفوق
T-0544560575

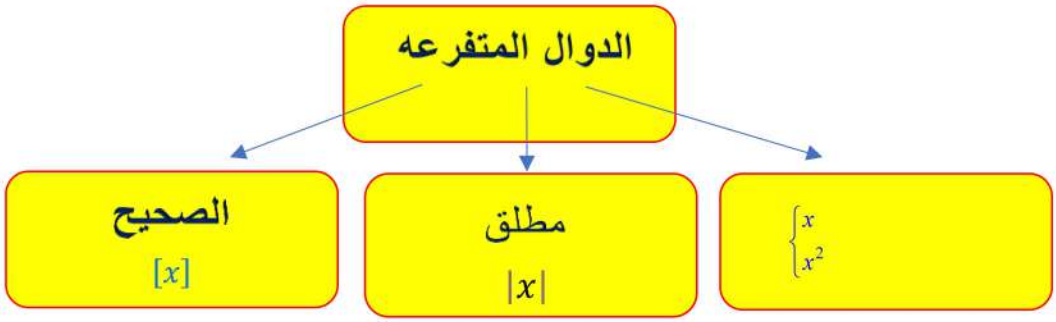
أوجد قيمة a التي تجعل $\lim_{x\to 2}\frac{3-\sqrt{x+a}}{2-x}$ موجوده

Find the value of a that makes it $\lim_{x\to 2}\frac{3-\sqrt{x+a}}{2-x}$ exist.

AMR ELBAYOUMY
الدحيح الكاديمي
طريقك للتفوق
T-0544560575

اوجد قيمة $a$ $\lim_{x\to 0}\frac{\sqrt{ax+9}-3}{x}=1$ what is the value of a?

## النوع الخامس:المتفرعه




تكون النهاية موجوده اذا كانت النهاية موجوده في طرفي النهاية من اليمين ومن اليسار وأيضا متساوية

النهاية من اليمين = النهاية من اليسار = قيمة

### النوع الأول المتفرعه

أولا ننظر إلى العدد الذي تؤول الية x ثم نحدد موضعه في أي داله اذا كان اكبر من a نعوض في الداله1 واذا كان اقل من aنعوض في الداله 2
اما اذا كانت النهاية تؤول الي a فلابد من ان النهاية اليمني تساوي النهاية اليسرى وتكون موجوده

$$f(x)=|x|$$

داله 1 $X > a$ ,

داله 2 $X \le a$ ,

---

let

اذا كان

$$f(x)=\begin{cases} x^3-1 & , \quad x<2 \\ 0 & x=2 \\ \sqrt{x+1}-2 & x>2 \end{cases}$$

Find

أوجد

$f(-3)=$

$f(5)=$

$f(2)=$

$\lim_{x\to 3} f(x)$

$\lim_{x\to 1} f(x)$

$\lim_{x\to 2} f(x)$

الدليل الأكاديمي طريقك للتفوق 0544560575

اذا كان

let

$$f(x)=\begin{cases}2x & , \quad x<2\\ x^2 & , \quad x\geq 2\end{cases}$$

أوجد

Find

1) $f(3)$ =

2) $f(-2)$ =

3) $\lim_{x\to 2} f(x)=$

4) $\lim_{x\to 1} f(x)=$

5) $\lim_{x\to 3} f(x)=$

---

اذا كان

let

$$f(x)=\begin{cases}x^2+1 & , \quad x<-1\\ 3x+1 & , \quad x\geq -1\end{cases}$$

أوجد

Find

1) $\lim_{x\to -1} f(x)=$

---

اذا كان

let

$$f(x)=\begin{cases}2x+1 & , \quad x<-1\\ 3 & , \quad -1<x<1\\ 2x+1 & , \quad x>1\end{cases}$$

أوجد

Find

$\lim_{x\to -1} f(x)=$

$\lim_{x\to 1} f(x)=$

AMR ELBAYOUMY
T-0544560575

اذا كان

$$f(x)=\begin{cases}2x+6, & x<-1\\ \frac{x}{2}+3, & x\geq -1\end{cases}$$

let

أوجد

Find

$$\lim_{x\to 1} f(x)=$$

---

اذا كان

$$f(x)=\begin{cases}-2x-15, & x\leq -6\\ -3, & x>-6\end{cases}$$

let

أوجد

Find

$$\lim_{x\to -6} f(x)=$$

---

اذا كان

$$f(x)=\begin{cases}-2x+3, & x>2\\ \sqrt{x-1}, & x\leq 2\end{cases}$$

let

أوجد

Find

1) $$\lim_{x\to 2} f(x)=$$

---

اذا كان

$$f(x)=\begin{cases}\sqrt{x-2}-4, & x>11\\ -4x^2-2x+505, & x\leq 11\end{cases}$$

let

أوجد

Find

$$\lim_{x\to 11} f(x)=$$

AMR ELBAYOUMY
الدليل الإلكتروني
طريقك للتفوق
T-0544560575

let

اذا كان

$$f(x)=\begin{cases}\frac{1}{x+6}, & x<-2\\ 2^{x}, & -2\le x<0\\ x^{2}-4, & x\ge 0\end{cases}$$

Find

أوجد

a. $\lim_{x\to -2} f(x) =$

b. $\lim_{x\to -2^{-}} f(x) =$

c. $\lim_{x\to -2^{+}} f(x) =$

d. $\lim_{x\to 0} f(x) =$

e. $\lim_{x\to 0^{-}} f(x) =$

f. $\lim_{x\to 0^{+}} f(x) =$

AMR ELBAYOUMY
الدحيح اكاديمي
طريقك للتفوق
T-0544560575

اذا كان

let

$$f(x)=\begin{cases}-4x^2+2x+58 & , \quad x=4\\ \sqrt{x}+5 & , \quad x\neq 4\end{cases}$$

أوجد

Find

$$\lim_{x\to 4} f(x)=$$

---

اذا كان

let

$$f(x)=\begin{cases}\log x+4 & ,x\geq 2\\ 5x-1 & ,x<2\end{cases} \qquad g(x)=\begin{cases}3x+1 & , \quad x\neq 2\\ \sin x & , \quad x=2\end{cases}$$

أوجد

Find

$$\lim_{x\to 2}(f(x)+g(x))$$

---

اذا كان

let

$$f(t)=\begin{cases}t^2 & \text{for } t<-2\\ \dfrac{t+6}{t^2-t} & \text{for } -1<t<2\\ 3t-2 & \text{for } t\geq 2\end{cases}$$

أوجد

Find

(a) $f(-3/2)=$

(b) $f(2)=$

(c) $f(3/2)=$

(d) $\lim_{t\to -2} f(t)=$

(e) $\lim_{t\to -1^+} f(t)=$

(f) $\lim_{t\to 2} f(t)=$

(g) $\lim_{t\to 0} f(t)=$

AMR ELBAYOUMY
الدحيح اكاديمي
طريقك للتفوق
0544560575

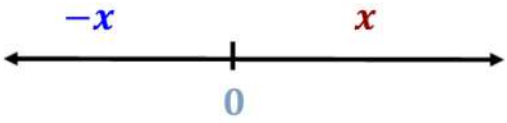
## النوع الثاني دوال المطلق

$f(x) = |x|$

عند التعامل مع القيمة المطلقة يجب إعادة تعريف الدالة للتخلص من القيمة المطلقة كما يلي

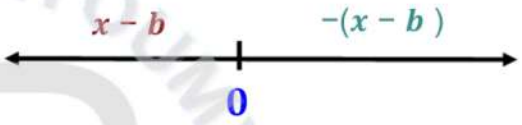
$x$ دائما على يمين العدد نضع نفس اشارة معامل

$$f(x) = |x| = \begin{cases} -x, & x \le 0 \\ x, & x > 0 \end{cases}$$



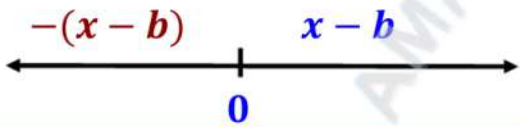

**لو إشارة x سالبة**
**ضع الاشاره سالب في اليمين**

$$f(x) = |b - x| = \begin{cases} -(b-x), & x > b \\ b - x, & x \le b \end{cases}$$

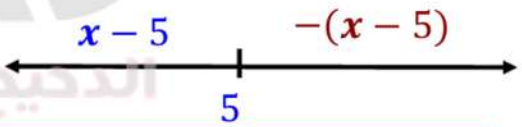



**لو إشارة x موجبة**

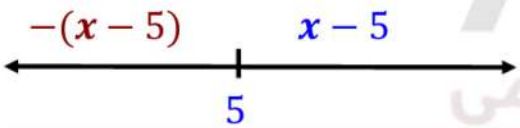
$$f(x) = |x - b| = \begin{cases} -(x-b), & x \le b \\ x - b, & x > b \end{cases}$$




$$f(x) = |5 - x| = \begin{cases} -(x-5), & x > 5 \\ x - 5, & x \le 5 \end{cases}$$




$$f(x) = |x - 5| = \begin{cases} -(x-5), & x \le 5 \\ x - 5, & x > 5 \end{cases}$$




$$\sqrt{x^2} = |x|$$

$$\sqrt{(x-a)^2} = |x-a|$$

$$\sqrt{(x-4)^2} = |x-4$$

أوجد

Find

$$\lim_{x \to 0} \left( \frac{2}{x} - \frac{2}{|x|} \right)$$

AMR ELBAYOUMY
الدحيح اكاديمي
طريقك للتفوق
T-0544560575

أوجد

$$\lim_{x\to -2}\frac{5|x+2|}{x+2}$$

Find

---

أوجد

$$\lim_{x\to 6^-}\left(|x-6|-3\right)$$

Find

---

أوجد

$$\lim_{x\to -7^+}\frac{5|-x-7|}{-x-7}$$

Find

---

أوجد

$$\lim_{x\to -4^+}\frac{5x+20}{|x+4|}$$

Find

AMR ELBAYOUMY
الدحيح الكلامي
طريقك للتفوق
T-0544560575

أوجد

Find

$$\lim_{x\to -3} \frac{-2x-6}{|-x-3|}$$

---

أوجد

Find

$$\lim_{x\to 1} \frac{x^2-1}{|x-1|}$$

---

أوجد

Find

$$\lim_{x\to -2} \frac{1}{|x+2|} + x^2$$

---

أوجد

Find

$$\lim_{x\to 3^-} \frac{x^2|x-3|}{x-3}$$

أوجد

Find

$$\lim_{x\to 0}\frac{x^2+x}{\sqrt{x^4+2x^2}}$$

---

اذا كان

let

أوجد

Find

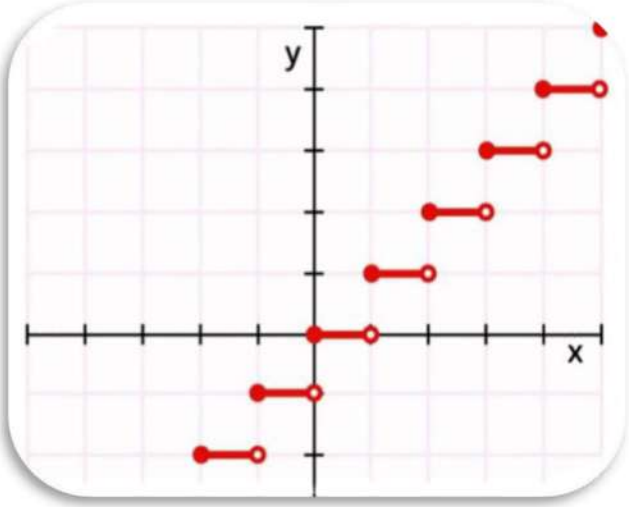
$$f(x)=\begin{cases}-(x-5)^2+3, & x>5\\ 3, & -2<x<5\\ |x+2|+3, & x<-2\end{cases}$$

1) $\lim_{x\to -2} f(x) =$

2) $\lim_{x\to 5} f(x) =$

AMR ELBAYOUMY
الدحيح اكاديمي
طريقك للتفوق
T-0544560575

## النوع الثالث دوال الصحيح




اذا كانت $n$ عدد صحيح فان $[x+n]=[x]+n$

$[6]=6$

$[4.7]=4$

$[-5.99]=-6$

**عند التعويض داخل دالة الصحيح عن x وكان الناتج عدد صحيح فان النهاية غير موجوده ويمكن التاكد من اخذ النهاية من اليمين ومن اليسار**
**اما اذا كان الناتج كسر فان النهايه موجوده من القواعد اعلاه**

1) $\lim_{x\to 2^-}[x]=$

2) $\lim_{x\to 2^+}[x-3]=$

3) $\lim_{x\to -2^-}[2x-3]=$

4) $\lim_{x\to 0,5}[x-3]=$

4) $\lim_{x\to 0,5}[4x-3]=$

AMR ELBAYOUMI
الدحيح اكاديمي
طريقك للتفوق
ت 0544560575

أوجد

Find

$$\lim_{x\to 2^-}[x-3]+|x-2|=$$

$$\lim_{x\to 3^-}[2x-3]+|x-3|-x=$$

$$\lim_{x\to 3^-}\frac{x-[x+1]}{|x-3|}=$$

$$\lim_{x\to 2}[x]$$

$$\lim_{x\to 0}x[x+2]=$$

$$\lim_{x\to 6^-}\frac{[x]-|x-1|}{x-6}$$

$$\lim_{x\to 1.5}[2x]$$

AMR ELBAYOUMY
الدحيح اكاديمي
طريقك للتفوق
T-0544560575

## النوع السادس:الدوال المثلثية

# Trigonometric Identities

### TANGENT IDENTITIES

$$\tan\theta = \frac{\sin\theta}{\cos\theta}$$

$$\cot\theta = \frac{\cos\theta}{\sin\theta}$$

### RECIPROCAL IDENTITIES

$$\csc\theta = \frac{1}{\sin\theta} \qquad \sin\theta = \frac{1}{\csc\theta}$$

$$\sec\theta = \frac{1}{\cos\theta} \qquad \cos\theta = \frac{1}{\sec\theta}$$

$$\cot\theta = \frac{1}{\tan\theta} \qquad \tan\theta = \frac{1}{\cot\theta}$$

### PYTHAGOREAN IDENTITIES

$$\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$$

$$\tan^2\theta + 1 = \sec^2\theta$$

$$\cot^2\theta + 1 = \csc^2\theta$$

### EVEN/ODD IDENTITIES

$$\sin(-\theta) = -\sin\theta$$

$$\cos(-\theta) = \cos\theta$$

$$\tan(-\theta) = -\tan\theta$$

$$\csc(-\theta) = -\csc\theta$$

$$\sec(-\theta) = \sec\theta$$

$$\cot(-\theta) = -\cot\theta$$

### DOUBLE ANGLE IDENTITIES

$$\sin(2\theta) = 2\sin\theta\cos\theta$$

$$\cos(2\theta) = \cos^2\theta - \sin^2\theta$$

$$= 2\cos^2\theta - 1$$

$$= 1 - 2\sin^2\theta$$

$$\tan(2\theta) = \frac{2\tan\theta}{1-\tan^2\theta}$$

### HALF ANGLE IDENTITIES

$$\sin\left(\frac{\theta}{2}\right) = \pm\sqrt{\frac{1-\cos\theta}{2}}$$

$$\cos\left(\frac{\theta}{2}\right) = \pm\sqrt{\frac{1+\cos\theta}{2}}$$

$$\tan\left(\frac{\theta}{2}\right) = \pm\sqrt{\frac{1-\cos\theta}{1+\cos\theta}}$$

## قواعد هامه

1) $\lim_{x\to a} sinx = sina,$ $\lim_{x\to a} cosx = cosa$

2) $\lim_{x\to a} \sin^{-1} x = \sin^{-1} a$ $\lim_{x\to a} \cos^{-1} x = \cos^{-1} a$

3) $\lim_{x\to 0} \frac{sinx}{x} = 1,$ $\lim_{x\to 0} \frac{\sin(ax)}{bx} = \frac{a}{b}$

4) $\lim_{x\to 0} \frac{x}{sinx} = 1,$ $\lim_{x\to 0} \frac{ax}{\sin(bx)} = \frac{a}{b}$

5) $\lim_{x\to 0} \frac{tanx}{x} = 1,$ $\lim_{x\to 0} \frac{\tan(ax)}{bx} = \frac{a}{b}$

6) $\lim_{x\to 0} \frac{x}{tanx} = 1,$ $\lim_{x\to 0} \frac{ax}{\tan(bx)} = \frac{a}{b}$

AMR ELBAYOUMI الدحيح اكاديمي طريقك للتفوق T: 0544560575

احسب النهاية لكل مما يلي

*Evaluate the limit*

$$\lim_{x\to 0}\frac{\sin x}{\tan x}$$

$$\lim_{x\to 0}\frac{\tan x}{x}$$

$$\lim_{x\to 0}\frac{\tan x}{5x}$$

$$\lim_{x\to 2}\cos\frac{\pi x}{3}$$

$$\lim_{x\to 1}\sin\frac{\pi x}{2}$$

$$\lim_{x\to 0}\sec 2x$$

$$\lim_{x\to \frac{\pi}{4}}\left(\sin^2 x+\cos^2 x\right)$$

$$\lim_{x\to 3}\tan\left(\frac{5\pi}{x}\right)$$

$$\lim_{x\to \pi/3}(7+2\cos(x))^{\frac{2}{3}}$$

AMR ELBAYOUMY
AB
الدحيح اكاديمي
طريقك للتفوق
T-0544560575

احسب النهاية لكل مما يلي

*Evaluate the limit*

$$\lim_{x\to 2}\frac{\sin(x^2-4)}{x^2-4}$$

$$\lim_{x\to 0}\frac{\sin|x|}{x}$$

$$\lim_{h\to 0}\frac{\pi\sin h}{2h}$$

$$\lim_{x\to 0}\frac{\cos^2(x)-\cos(x)}{\cos(x)-1}$$

$$\lim_{x\to \pi/2}\frac{\cos^2(x)}{\sin^2(x)-1}$$

$$\lim_{x\to 2}\frac{\sin(2x-4)}{5x-10}$$

$$\lim_{x\to 1}\frac{\sin(2x-2)}{x-1}$$

$$\lim_{x\to 1}\frac{\sin(x^2-1)}{x-1}$$

$$\lim_{\theta\to 0}\frac{1}{\theta\cot(4\theta)}$$

AMR ELBAYOUMY
الدحيح اكاديمي
طريقك للتفوق
T-0544560575

احسب النهاية لكل مما يلي

*Evaluate the limit*

$$\lim_{x\to 0}(x^2 \csc^2 x)$$

$$\lim_{x\to 0}\frac{\cos x - 1}{x^2}$$

$$\lim_{x\to 0}\frac{1-\cos^2 8x^3}{4x^3}$$

$$\lim_{x\to 0}\frac{1-\cos 2x}{2x^2+x}$$

$$\lim_{x\to 0}\frac{\sin^2 x \cos x}{\tan^3 x}$$

$$\lim_{x\to 0}\frac{1-\cos x}{\tan x}$$

$$\lim_{x\to 0}\frac{\tan x-\sin x}{x\cos x}$$

AMR ELBAYOUMY
الدحيح اكاديمي
طريقك للتفوق
ت-0544560575

احسب النهاية لكل مما يلي

*Evaluate the limit*

$$\lim_{x\to 0^-}\frac{\sin^2 3x}{3x|x|}=$$

$$\lim_{x\to 0}\frac{x\sin 4x}{\sin^2 7x}=$$

$$\lim_{x\to 0}\frac{\sin^3 2\ x}{3x^2\sin 3x}=$$

$$\lim_{x\to 0}\frac{5x+\sin 3x}{x^2+\tan 2x}$$

$$\lim_{x\to 0}\frac{\sin|x|}{2x}$$

AMR ELBAYOUMY
الدحيح اكاديمي
طريقك للتفوق
T-0544560575

**أوجد قيمة b اذا كانت**

$$\lim_{x\to 4}\frac{|x-2|+3}{2x-4}=\lim_{x\to 0}\frac{3}{\sin b\,x}$$

إذا كانت $\lim_{x\to 0} f(x)=3$ حيث $f(x)=\begin{cases}\frac{3\sin x}{2x}\\ k\cos x\end{cases}$ أوجد قيمة k

AMR ELBAYOUMY
الدحيح اكاديمي
طريقك للتفوق
T-0544560575

أوجد قيمة b اذا كان Find the value of b if

$$\lim_{x\to -3}\frac{x^2-4}{x+2}=\lim_{x\to 0}\frac{sin\,6bx}{7x}=$$

# squeeze theorem

## (نظرية الشطيرة)

افترض أن

$$f(x) \le g(x) \le h(x)$$

لكل $x$ في الفترة $(c,d)$ ما عدا النقطة $a \in (c,d)$ وأنّ $\lim_{x\to a} f(x) = \lim_{x\to a} h(x) = L$

ولعدد $L$. إذًا. يكون: $\lim_{x\to a} g(x) = L$

---

## تذكر بعض القواعد المهمه

1) $-1 \le \sin f(x) \le 1$ , $ex: -1 \le \sin\frac{1}{x} \le 1$ $and$ $-1 \le \sin\frac{3}{x^2} \le 1$

1) $0 \le \sin^2 f(x) \le 1$ , $ex: 0 \le \sin^2\frac{1}{x} \le 1$ $and$ $0 \le \sin^2\frac{3}{x^2} \le 1$

3) $-1 \le \cos f(x) \le 1$ , $ex: -1 \le \cos\frac{1}{x} \le 1$ $and$ $-1 \le \cos\frac{1}{x^6} \le 1$

4) $0 \le \cos^2 f(x) \le 1$ , $ex: 0 \le \cos^2\frac{1}{2x} \le 1$ $and$ $0 \le \cos^2\frac{5}{x^3} \le 1$

---

أوجد قيمة Determine the value of (if exist)

$$\lim_{x\to 0}\left[x^2\cos\left(\frac{1}{x}\right)\right]$$

$$\lim_{x\to 2^+}\sqrt{x-2}\cos\left(\frac{1}{x-2}\right)$$

AMR ELBAYOUMY
الدحيح اكاديمي
طريقك للتفوق
T-0544560575

أوجد قيمة
Determine the value of (if exist)

$$\lim_{x\to 0}(3+x)\sin\left(\frac{1}{x}\right).$$

$$\lim_{x\to 0} x^4\cos\left(\frac{2}{x}\right)$$

$$\lim_{x\to 1}(x-1)^2\cos\left(\frac{1}{x-1}\right)$$

AMR ELBAYOUMY
الدحيح اكاديمي
طريقك للتفوق
T-0544560575

أوجد قيمة

Determine the value of (if exist)

$$\lim_{x\to 0^+}[\sqrt{x}\cos^2(\frac{1}{x})] = 0.$$

افترض أنّ $f(x)$ محدودة: بمعنى أن هناك $M$ ثابتةً بحيث تكون $|f(x)| \le M$ لجميع قيم $x$. استخدم نظرية الشطيرة لإثبات أنّ $\lim_{x\to 0} x^2 f(x) = 0$.

Suppose that $f(x)$ is bounded: that is, there exists a constant $M$ such that $|f(x)| \le M$ for all $x$. Use the Squeeze Theorem to prove that $\lim_{x\to 0} x^2 f(x) = 0$.

AMR ELBAYOUMY
الدحيح اكاديمي
طريقك للتفوق
T-0544560575

**استخدام نظرية الشطيرة لايجاد** $\lim_{x\to 3} g(x)$ حيث $|g(x)+4| \le 2(3-x)^4$

اذا كانت : $|g(x)| \le B$ حيث $B$ عدد حقيقي موجب فبين ان : $\lim_{x\to 0} x^2\ g(x) = 0$

أوجد قيمة Determine the value of (if exist)

$$\lim_{x\to 0} x^2 \sin\frac{5}{x} + 1$$

AMR ELBAYOUMY
الدحيح اكاديمي
طريقك للتفوق
T-0544560575

$$\lim_{x\to 0} x^2 \sin\frac{3}{x} + 2$$

## مسائل من الامتحانات الوزارية

1. Question 1 (2024-2023):

$$\text{Find the value of } \lim_{x\to 1}\frac{x^3-27}{x^2-9}$$

- a) $\frac{3}{4}$
- b) $\frac{9}{2}$
- c) $\frac{1}{4}$
- d) $3$

2. Question 2 (2023-2022):

$$\text{Find the value of } \lim_{x\to 1}\frac{x^3-1}{x^2+2x-3}$$

- a) $\frac{3}{4}$
- b) $\frac{1}{2}$
- c) $\frac{1}{4}$
- d) $0$

**2020/2019**

أوجد قيمة $\lim_{x\to 2}\left(\frac{1}{x-2}-\frac{4}{x^2-4}\right)$ إذا وُجدت.

A $\frac{1}{2}$ B غير موجودة

C $2$ D $\frac{1}{4}$

AMR ELBAYOUMY
الدحيح اكاديمي
طريقك للتفوق
T-0544560575

2020/2019

أوجد قيمة $\lim_{x\to 0}\frac{1-\cos^2 x}{x^2}$ إن وُجدت.

A غير موجودة B $2$

C $1$ D $0$

2020/2019

أوجد قيمة النهاية $\lim_{x\to 0}\frac{2x-|x|}{|3x|-2x}$ ، إن وُجدت.

AMR ELBAYOUMY
الدحيح اكاديمي
طريقك للتفوق
T-0544560575

Question 1 (2023-2022):

Find the value of $\lim_{x\to 1}\frac{x+\sqrt{x}-2}{x-1}$

- a) $\frac{3}{2}$
- b) $\frac{2}{3}$
- c) $2$
- d) $0$

1. Question 1 (2024-2023):

اذا كانت : $|f(x)| \le M$ حيث $M$ عدد حقيقي موجب فبين ان : $\lim_{x\to 0} x^2 f(x) = 0$

Question 2 (2023-2022):

Find the value of $\lim_{x\to 0} \dfrac{\sin x - x}{x^3}$

- a) $-\frac{1}{6}$
- b) $6$
- c) $\infty$
- d) $0$

Question 3 (2023-2022):

Given that $\lim_{x\to 0} \dfrac{\sin x}{x} = 1$, find the value of $\lim_{x\to 0} \dfrac{\cos^2 x - 1}{2x^2}$

- a) $\frac{1}{2}$
- b) $-\frac{1}{2}$
- c) $2$
- d) $1$

AMR ELBAYOUMY
الدحيح اكاديمي
طريقك للتفوق
T-0544560575

Question 4 (2023-2022):

Find the value of $\lim_{x \to 0} x^2 \csc^2 x$ if it exists

- a) $0$
- b) $1$
- c) Undefined
- d) $2$

Question 1 (2022-2021):

Given that $\lim_{x \to 0^+} \frac{1 - \cos x}{x^2} = \frac{1}{2}$, find the value of $\lim_{x \to 0^+} \frac{\sqrt{1 - \cos x}}{x}$

- a) $2$
- b) $\frac{\sqrt{2}}{2}$
- c) $\frac{1}{2}$
- d) $\sqrt{2}$

Question 2 (2022-2021):

Find the value of $\lim_{x \to 0} \frac{1 - e^{2x}}{1 - e^x}$

- a) $-\frac{1}{2}$
- b) $-2$
- c) $\frac{1}{2}$
- d) $2$

AMR ELBAYOUMY
الدحيح اكاديمي
طريقك للتفوق
T- 0544560575

Question 3 (2022-2021):

$$\text{Find the value of } \lim_{x\to 3^-} \frac{2x}{3-\sqrt{x+9}}$$

- a) $-6$
- b) $-\frac{1}{6}$
- c) $-\frac{1}{12}$
- d) $-12$

Question 4 (2022-2021):

$$\text{Find the value of } \lim_{x\to 1^+} \frac{|x+1|}{x^2-1}$$

- a) $-\frac{1}{2}$
- b) $0$
- c) $\frac{1}{2}$
- d) $1$

AMR ELBAYOUMY
الدحيح اكاديمي
طريقك للتفوق
T-0544560575

Question 5 (2022-2021):

$$\text{Find the value of } \lim_{x\to 0} \frac{e^{\tan x}}{\cos x}$$

- a) $0$
- b) $1$
- c) $\infty$
- d) $0$

2019-2020:

1. Find the value of:

$\lim_{x\to 2}\left(\frac{1}{x-2}-\frac{4}{x^2-4}\right)$

a) $\frac{1}{2}$

b) $\frac{1}{4}$

c) 2

d) Does not exist

Find the value of: 2019-2020:

$\lim_{x\to 0}\frac{2x-|x|}{|3x|-2x}$

Find the limit value: 2018-2019:

$\lim_{x\to 2}\frac{x^3-8}{2x^2-3x-2}$

a) 8

b) 12

c) 4

d) Does not exist

Find the value of: 2018-2019:

$\lim_{x\to 2}\frac{x-2}{|x-2|}$

a) 0

b) $-1$

c) 2

d) Does not exist

AMR ELBAYOUMY
الدحيح اكاديمي
طريقك للتفوق
T-0544560575

2017-2018:

$\lim_{x\to 0} \frac{x^2}{\cos^2 x - 1}$

a) 1

b) 0

c) $\infty$

d) $-1$

Find the limit value:

2018-2019:

$\lim_{h\to 0} \frac{(2+h)^3 - 8}{h}$

a) 8

b) 12

c) 4

d) Does not exist

Find the value of:

2018-2019:

$\lim_{x\to 2} \frac{x-2}{|x-2|}$

a) 0

b) $-1$

c) 2

d) Does not exist

Find:

2017-2018:

$\lim_{x\to 1} \frac{x^2-1}{\sqrt{10-x^3}-3}$

AMR ELBAYOUMY
AB
الدحيح اكاديمي
طريقك للتفوق
T-0544560575

Question 6 (2021-2020):

Find the value of $\lim_{x \to 0} \frac{1 - \cos x}{x \sin x}$

- a) $0$
- b) $\frac{1}{2}$
- c) Undefined
- d) $\infty$

Question 7 (2021-2020):

Find the value of $\lim_{x \to 0} \frac{1}{x+2} - \frac{1}{x}$

- a) $-\frac{1}{4}$
- b) $\frac{1}{4}$
- c) $0$
- d) Undefined

AMR ELBAYOUMY
الدحيح اكاديمي
طريقك للتفوق
T-0544560575