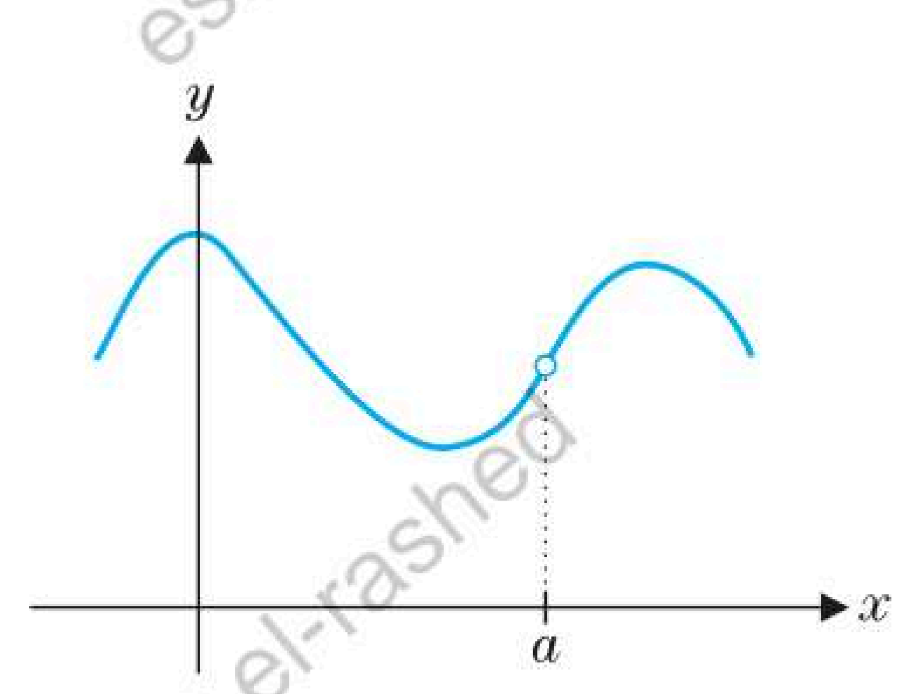
المزيد من الملفات بحسب الصف الثاني عشر المتقدم والمادة رياضيات في الفصل الأول	
5	أوراق عمل الوحدة الأولى التمهيدات

2-4

الاتصال ونتائجه
Continuity and Its Consequences

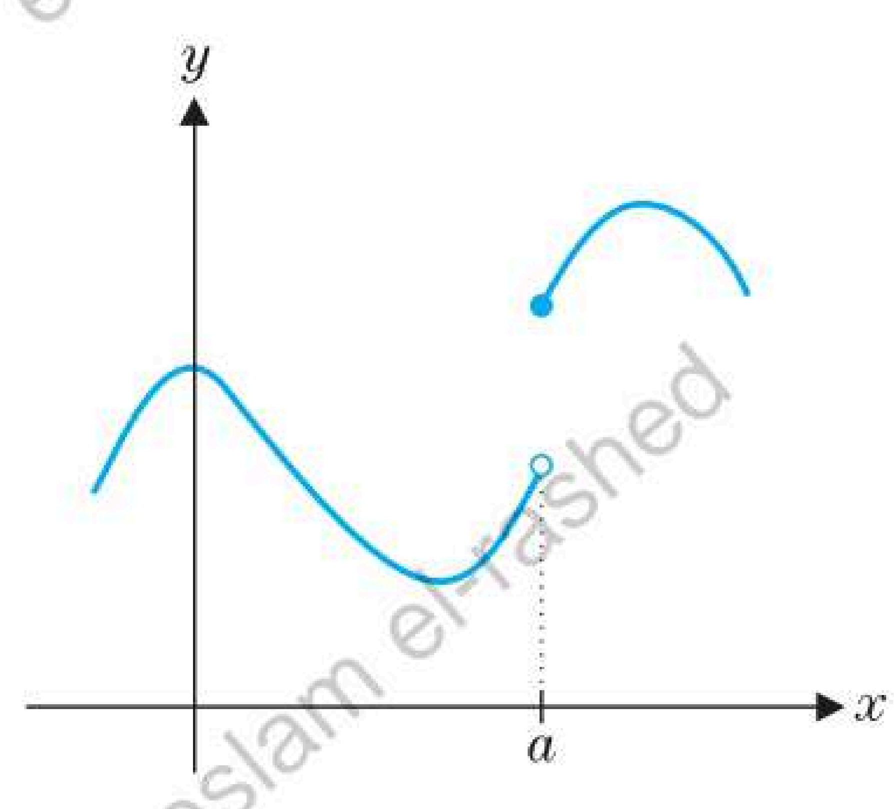
Types of Discontinuity انواع الانفصال

$f(a)$ is not defined
(thegraph has a hole at $x = a$).



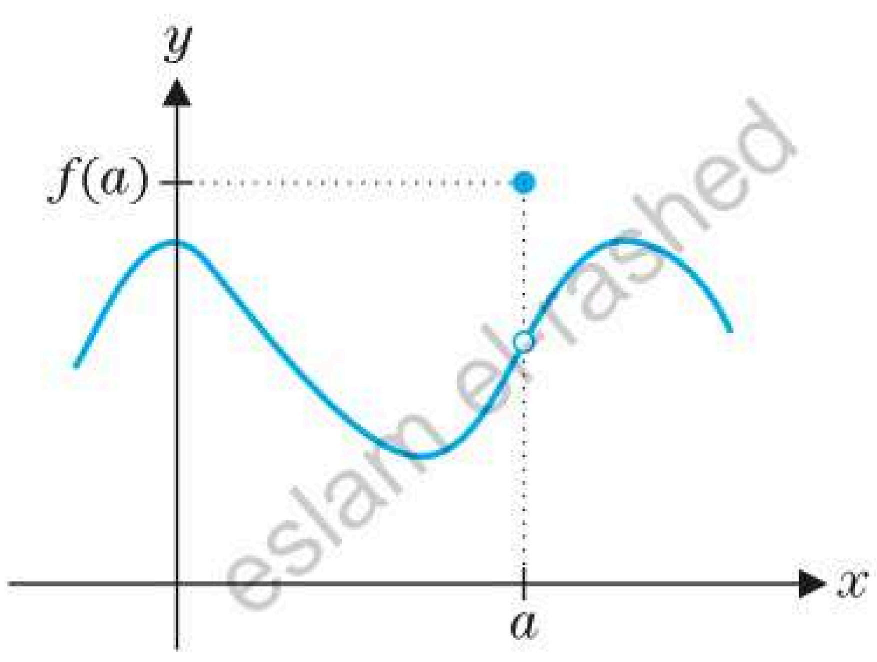
$f(a)$ غير معرّفة
(هناك فجوة في التمثيل البياني عند $x = a$)

$f(a)$ is defined, but $\lim_{x\to a} f(x)$ does not exist (the graph has a jump at $x = a$).



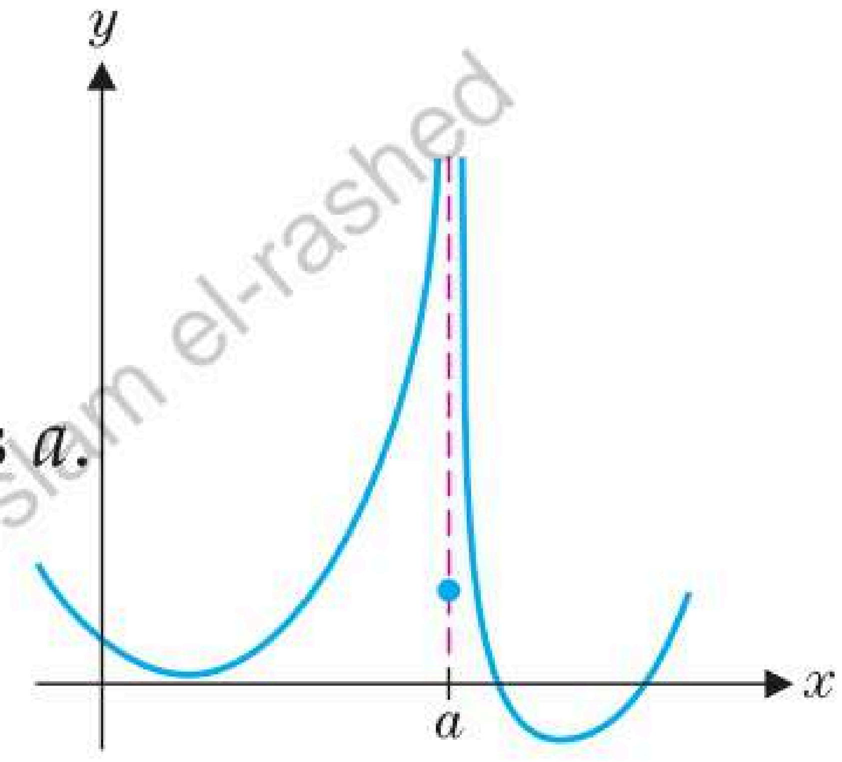
$f(a)$ معرّفة ولكن $\lim_{x\to a} f(x)$ غير موجودة
(وهناك قفزة في التمثيل البياني عند $x = a$)

$\lim_{x\to a} f(x)$ exists and $f(a)$ is defined, but $\lim_{x\to a} f(x) \neq f(a)$ (the graph has a hole at $x = a$).



$\lim_{x\to a} f(x)$ موجودة و $f(a)$ معرّفة.
ولكن $\lim_{x\to a} f(x) \neq f(a)$ (هناك فجوة في التمثيل البياني عند $x = a$).

$\lim_{x\to a} f(x)$ does not exist
(the function “blows up" as x approaches a.



$\lim_{x\to a} f(x)$ غير موجودة (الدالة "تشهد ارتفاعًا لافتًا" عندما تقترب x من a).

DEFINITION 4.1

For a function f defined on an open interval containing $x = a$, we say that f is **continuous at** a when

$$\lim_{x \to a} f(x) = f(a).$$

Otherwise, f is said to be **discontinuous** at $x = a$.

التعريف 4.1

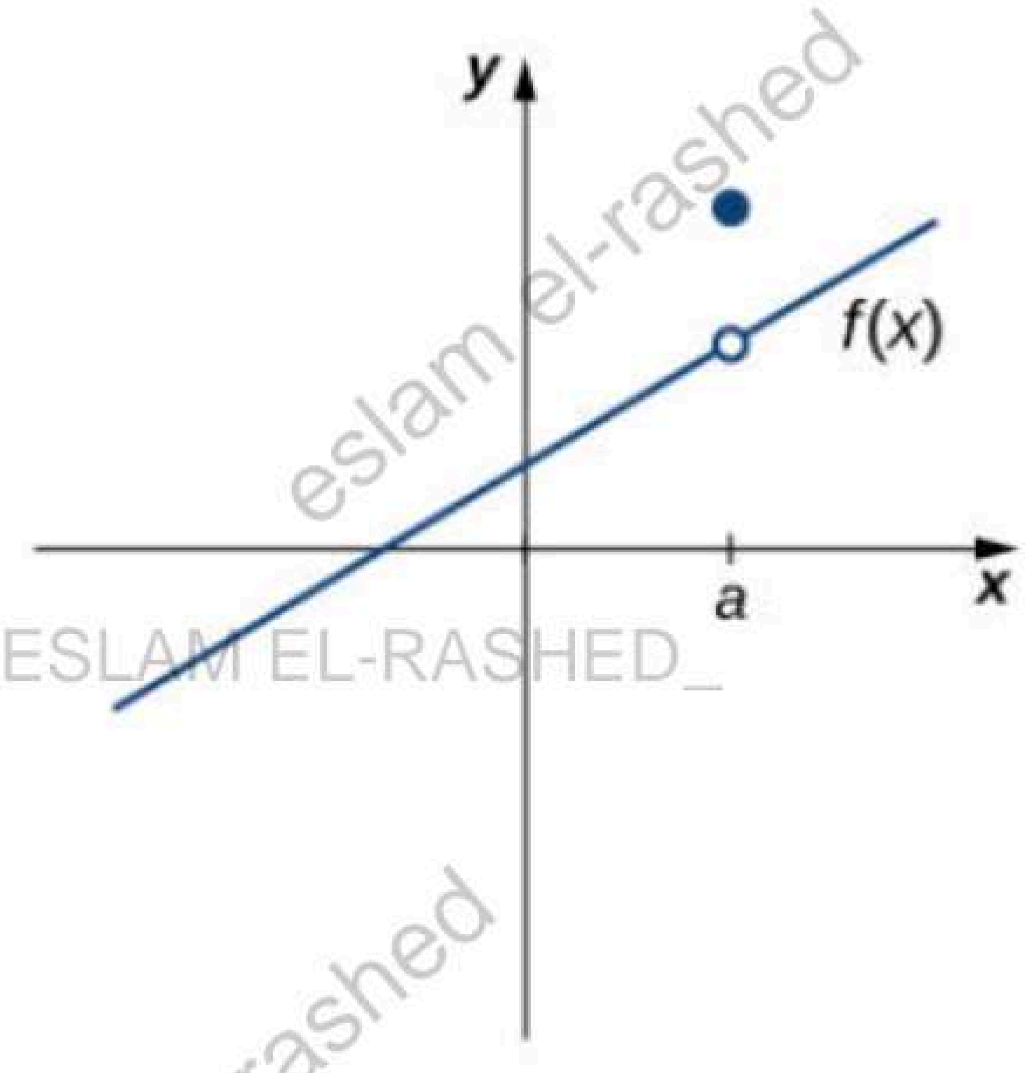
للدالة f المعرّفة في فترة مفتوحة تحوي $x = a$. نقول إنّ f **متصلة عند** a عندما تكون

$$\lim_{x \to a} f(x) = f(a)$$

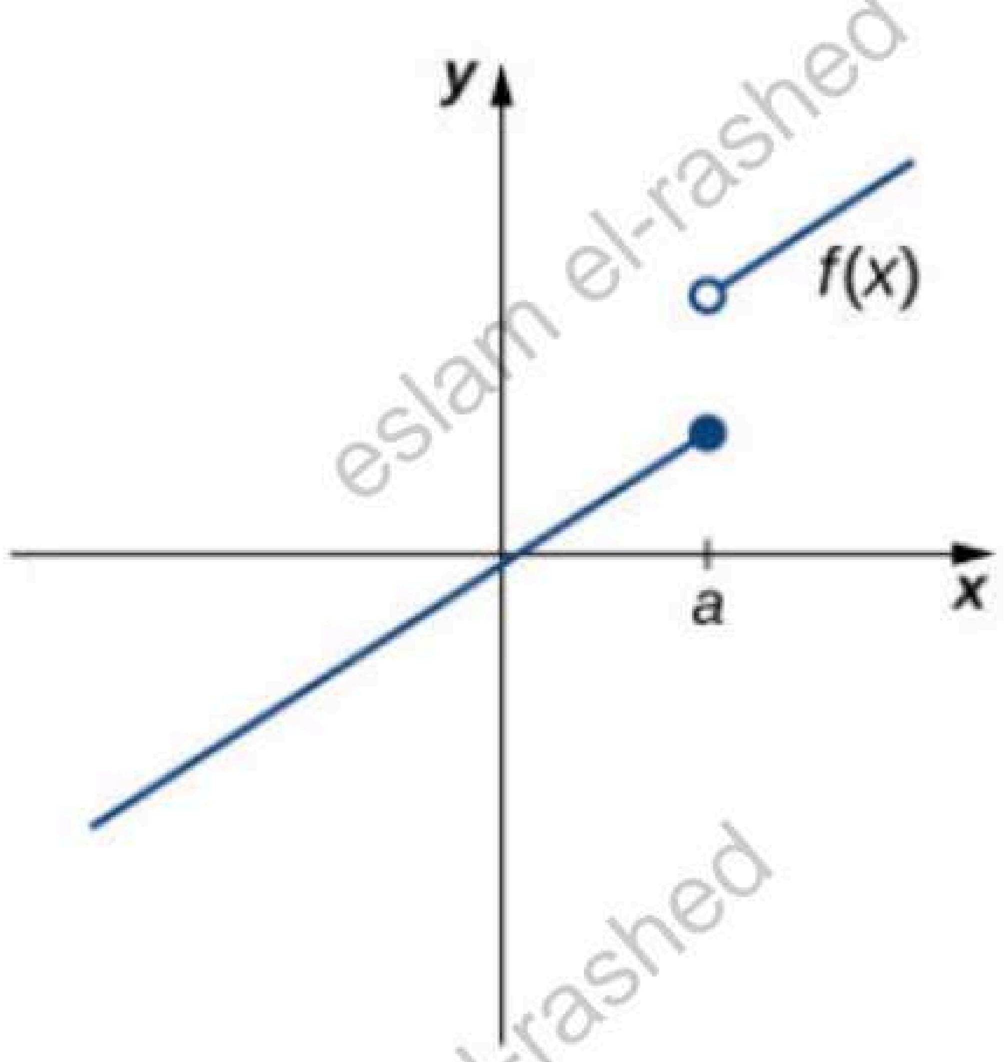
وإلا فإنه يُقال أن f **غير متصلة أو منفصلة** عند $x = a$.

Q1 find all discontiuity points of $f(x)$ then identify the type of discontinuity as infinite , jump, or removable

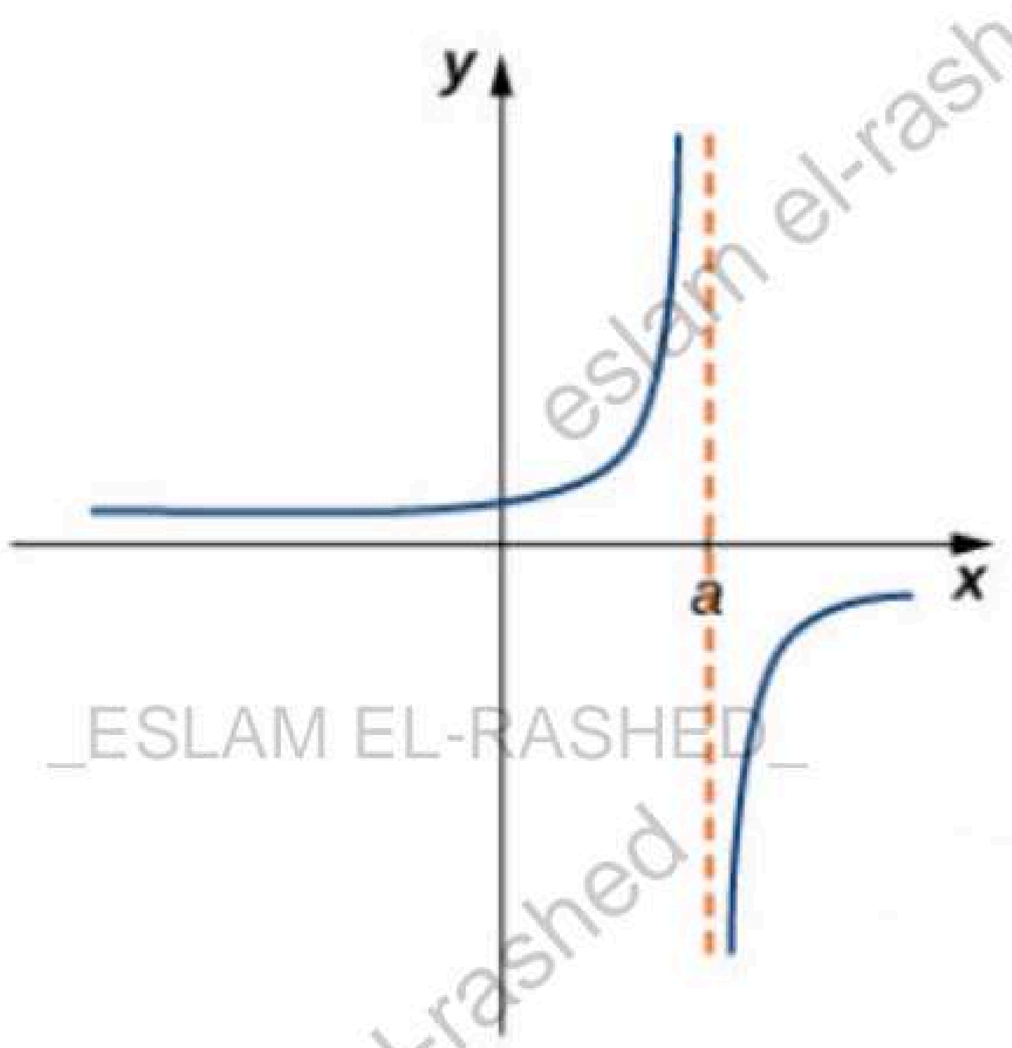
أوجد نقاط الانفصال للدالة $f(x)$ ثم حدد نوع الانفصال.



(a)



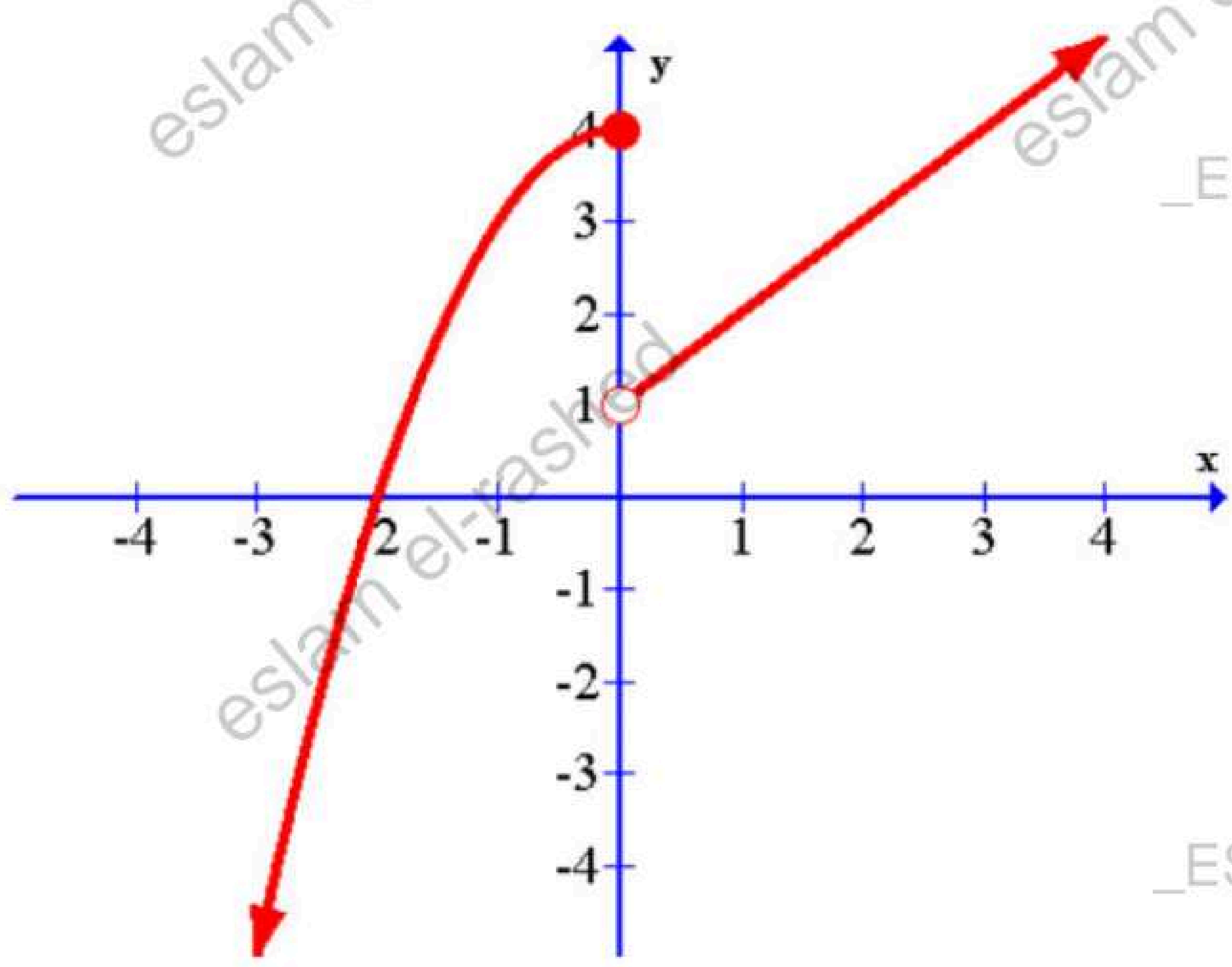
(b)



(c)

Q 1

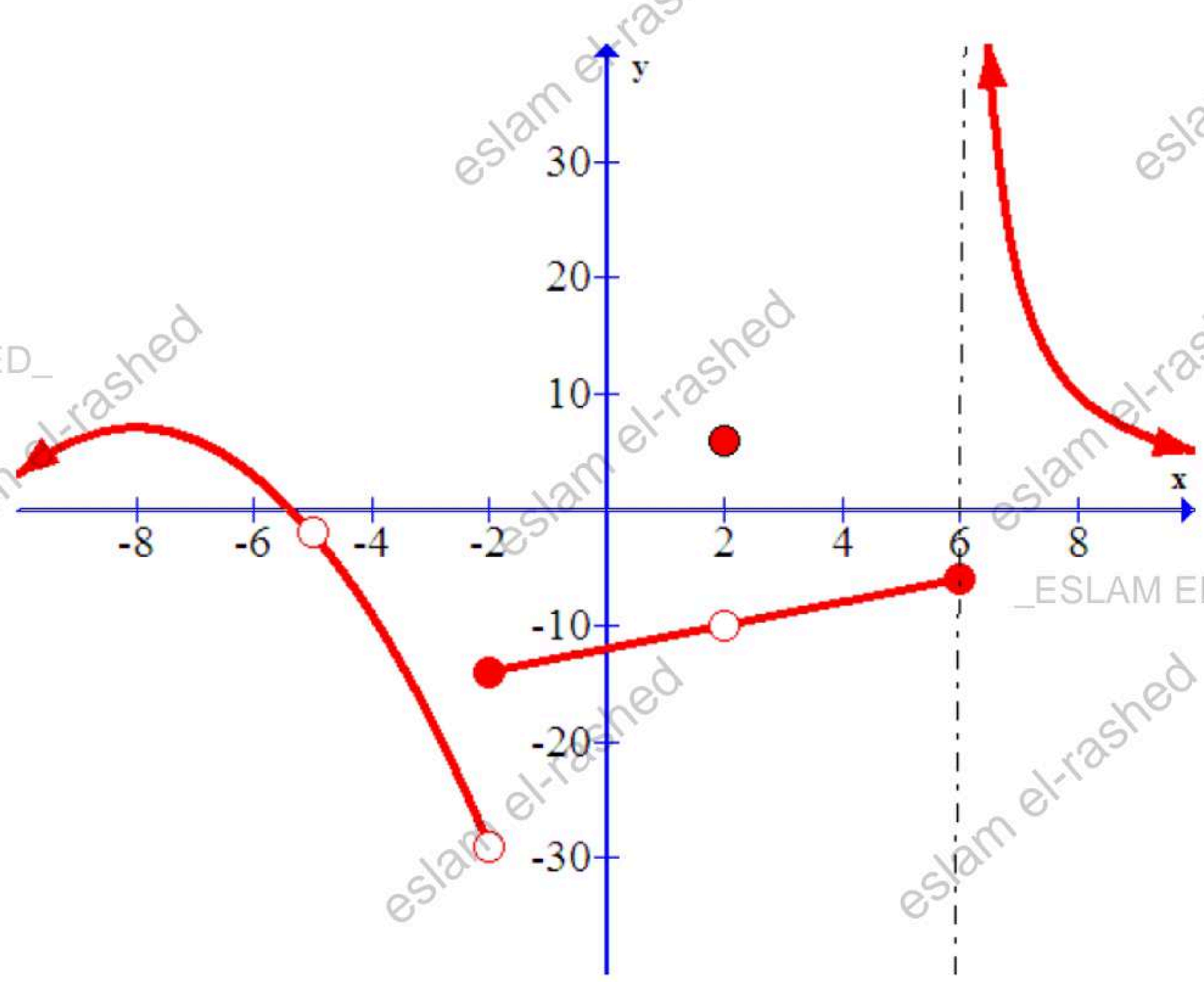
Determine if the function that is graphed below is continuous at $x=0$.



Q 1

find all discontiuity points of $f\ (x)$ then identify the type of discontinuity as infinite , jump, or removable

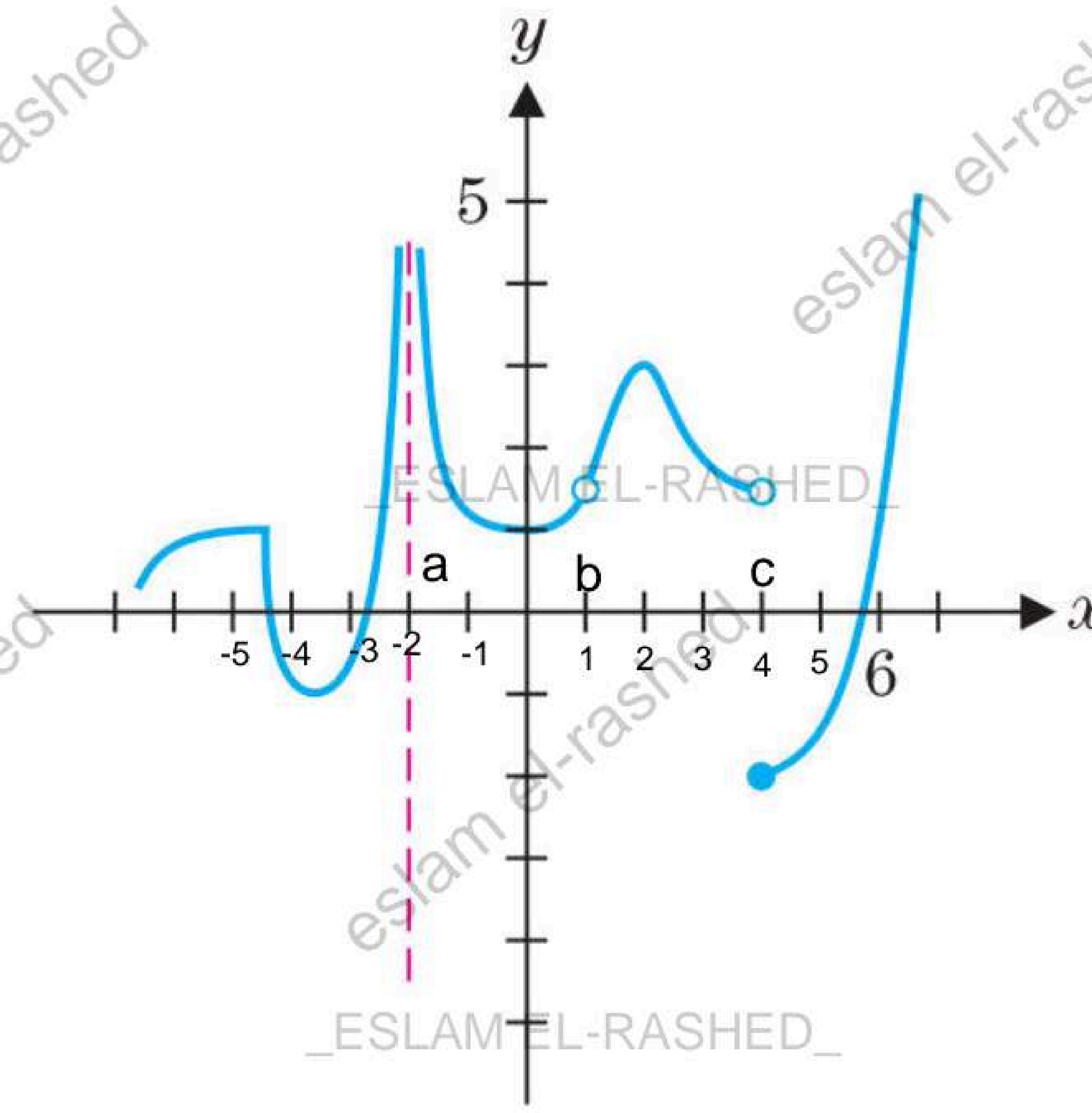
أوجد نقاط الانفصال للدالة $f(x)$ ثم حدد نوع الانفصال.



Q 1

use the given graph to identify all intervals on which the function is continuous then identify the type of discontinuity as infinite , jump, or removable

استخدم التمثيل البياني المعطى لتعريف جميع الفترات التي تكون عندها الدالة متصلة وحدد نوع الانفصال



Determine where $f(x)$ is continuous.

If possible, extend f a new function

حدّد أين تكون الداله $f(x)$ متصلة.

إذا كان ممكنًا، توسّع في f إلى دالة جديدة

Q 1 $f(x)=\dfrac{x^2+x-2}{x+2}$

Q 1 $f(x)=\dfrac{x^2+2x-3}{x-1}$

Q 1 $f(x) = \dfrac{3x}{x^2 - 2x - 4}$

Q 1 $f(x) = \dfrac{x^2 - x - 6}{x - 3}$

Q 1 $f(x) = \dfrac{4x}{x^2 + 4}$

Q 1 $f(x) = \dfrac{x - 1}{x^2 - 1}$

Q 1 $f(x) = \dfrac{4x}{x^2 + x - 2}$

Q 1 $f(x) = \begin{cases} 2x & , \quad x < 1 \\ x^2 & , \quad x \geq 1 \end{cases}$

Q 1 $f(x) = x^2 \tan x$

Q 1 $f(x) = x \cot x$

Q 1 $f(x) = \ln x^2$

Q 1 $f(x) = 3/\ln x^2$

Q 1 $f(x)=\begin{cases} 3x-1 & \text{if } x\le -1 \\ x^2+5x & \text{if } -1<x<1 \\ 3x^3 & \text{if } x\ge 1 \end{cases}$

Q 1 $f(x)=\begin{cases} \dfrac{\sin x}{x} & , \quad x\ne 0 \\ 1 & , \quad x=0 \end{cases}$

Determine the interval(s) where f is continuous

حدّد الفترة (الفترات) حيث تكون f متصلة.

Q 1 $f(x)=\sqrt{4-x^2}$

Q 1 $f(x) = \ln(x - 3)$

Q 1 $f(x) = \sqrt{x^2 - 4}$

Q 1 $f(x) = (x - 1)^{3/2}$

Q 1 $f(x) = \ln(\sin x)$

Q 1 $f(x) = \sin^{-1}(x+2)$

Q 1 $f(x) = \dfrac{\sqrt{x+1} + e^x}{x^2 - 2}$

Q 1 $f(x) = \ln(\sin x)$

Q 1 $f(x) = \dfrac{\ln(x^2 - 1)}{\sqrt{x^2 - 2x}}$

determine values of a and b that make the given function continuous.

حدّد قيم a و b التي تجعل الدالة المعطاة متصلة.

Q 1 $f(x) = \begin{cases} \dfrac{2\sin x}{x} & \text{if } x < 0 \\ a & \text{if } x = 0 \\ b\cos x & \text{if } x > 0 \end{cases}$

Q 1 $f(x) = \begin{cases} ae^x + 1 & \text{if } x < 0 \\ \sin^{-1}\dfrac{x}{2} & \text{if } 0 \le x \le 2 \\ x^2 - x + b & \text{if } x > 2 \end{cases}$

THEOREM 4.1

All polynomials are continuous everywhere. Additionally, $\sin x$, $\cos x$, $\tan^{-1} x$ and e^x are continuous everywhere, $\sqrt[n]{x}$ is continuous for all x, when n is odd and for $x > 0$, when n is even. We also have that $\ln x$ is continuous for $x > 0$ and $\sin^{-1} x$ and $\cos^{-1} x$ are continuous for $-1 < x < 1$.

النظرية 4.1

جميع كثيرات الحدود متصلة على كل مجالها. وبالإضافة إلى ذلك فإنّ $\sin x, \cos x, \tan^{-1} x$ و e^x متصلة على كل مجالها. و $\sqrt[n]{x}$ متصلة لجميع قيم x. عندما يكون n فرديًا ولجميع القيم $x > 0$. عندما يكون n زوجيًا. كما نجد أنّ $\ln x$ متصلة لجميع القيم $x > 0$ و $\sin^{-1} x$ و $\cos^{-1} x$ متصلتان عند $-1 < x < 1$.

THEOREM 4.2

Suppose that f and g are continuous at $x = a$. Then all of the following are true:

(i) $(f \pm g)$ is continuous at $x = a$,
(ii) $(f \cdot g)$ is continuous at $x = a$ and
(iii) (f/g) is continuous at $x = a$ if $g(a) \neq 0$.

النظرية 4.2

إذا كانت f و g متصلتان عند $x = a$. فإن كل مما يلي صحيحًا:

(i) $(f \pm g)$ متصلة عند $x = a$

(ii) $(f \cdot g)$ متصلة عند $x = a$

(iii) (f/g) متصلة عند $x = a$ إذا كانت $g(a) \neq 0$.

explain why each function fails to be continuous at the given x-value by indicating which of the three conditions in Definition 4.1 are not met.

وضّح لماذا لا تعد كل دالة متصلة عند قيم x المعطاة بالإشارة إلى أي من الشروط الثلاثة الواردة في التعريف 4.1 لم يتم مراعاته.

Q 1 $f(x) = \dfrac{x}{x-1}$ at $x = 1$

Q 1 $f(x) = \dfrac{x^2-1}{x-1}$ at $x = 1$

Q 1 $f(x) = \sin\dfrac{1}{x}$ at $x = 0$

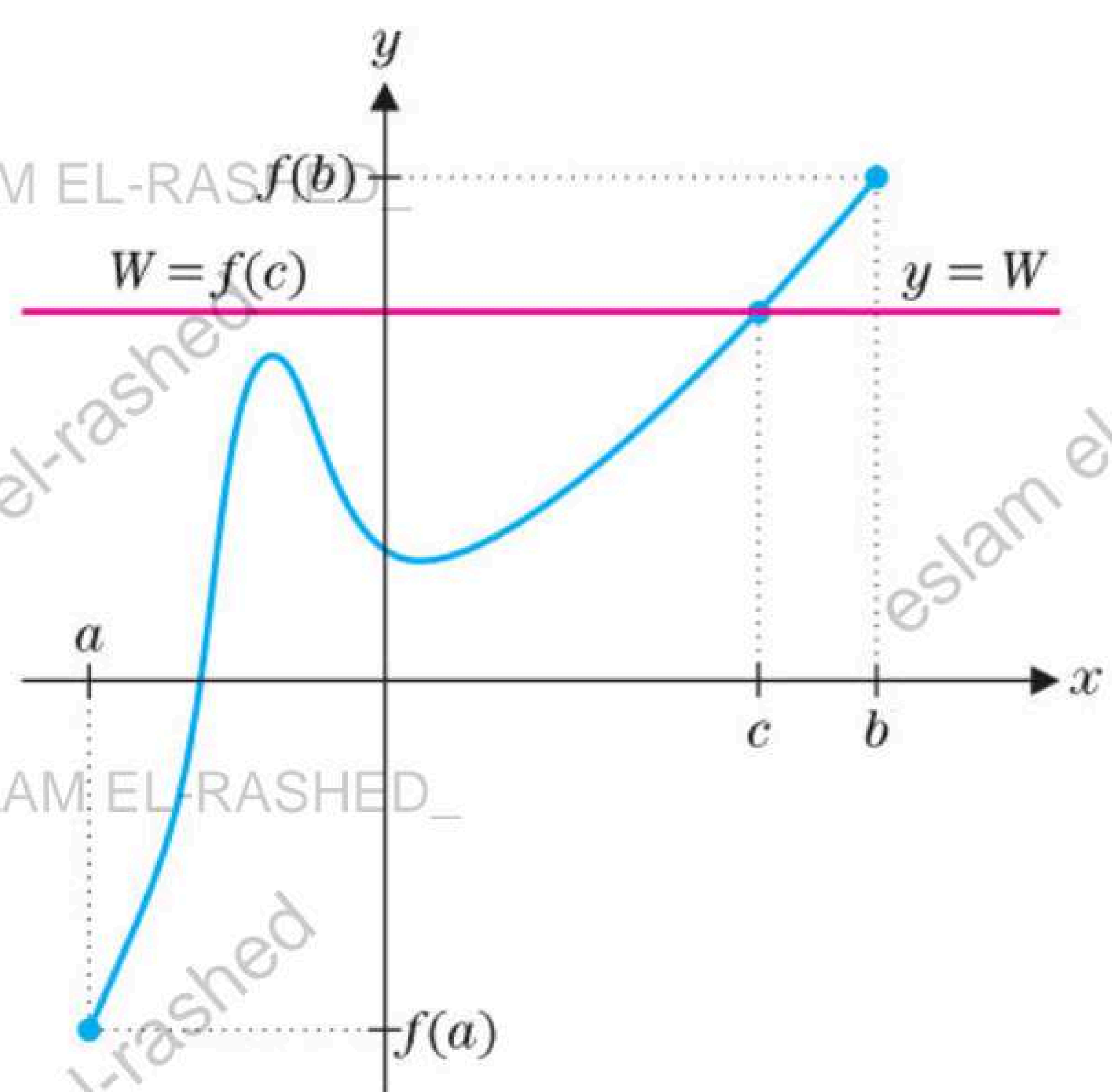
Q 1 $f(x) = \dfrac{e^{x-1}}{e^x-1}$ at $x = 0$

THEOREM 4.4 (Intermediate Value Theorem)

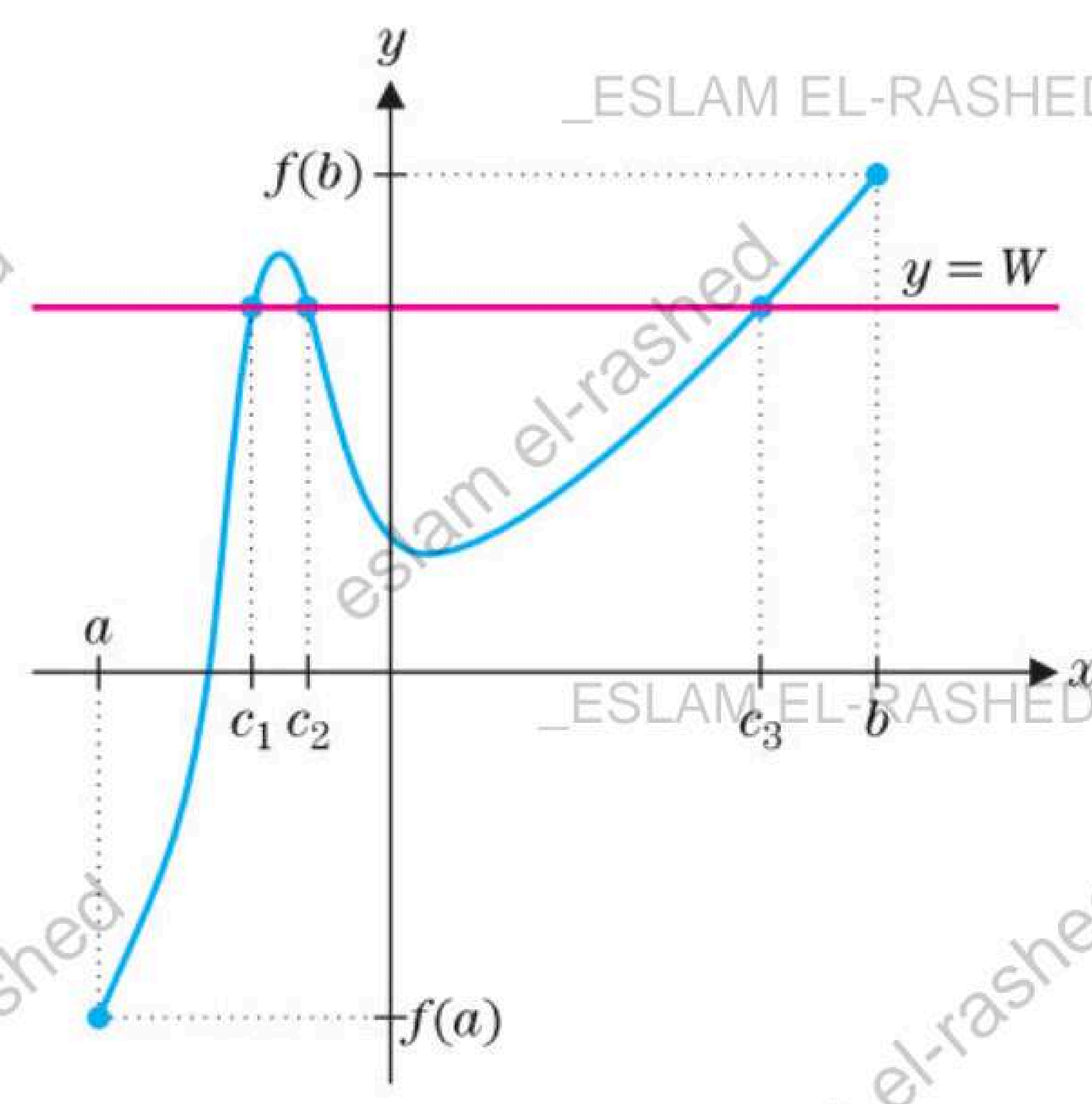
Suppose that f is continuous on the closed interval $[a, b]$ and W is any number between $f(a)$ and $f(b)$. Then, there is a number $c \in [a, b]$ for which $f(c) = W$.

النظرية 4.4 (نظريّة القيمة الوسطيّة)

إذا كانت f متصلة في الفترة المغلقة $[a, b]$ f وكانت W هي أي عدد بين $f(a)$ و $f(b)$.
فإنّه يوجد عدد مثل $c \in [a, b]$ حيث $f(c) = W$.



رسم توضيحي لنظرية القيمة الوسطيّة



أكثر من قيمة واحدة لـ c

COROLLARY 4.2

Suppose that f is continuous on $[a, b]$ and $f(a)$ and $f(b)$ have opposite signs [i.e., $f(a) \cdot f(b) < 0$]. Then, there is at least one number $c \in (a, b)$ for which $f(c) = 0$. (Recall that c is then a *zero* of f.)

النتيجة 4.2

افترض أنّ f متصلة عند $[a, b]$ و $f(a)$ و $f(b)$ لهما اشارات متعاكسة [أي أن $f(a) \cdot f(b) < 0$]
فإنه يوجد على الأقل عددًا واحدًا $c \in (a, b)$ تكون عنده $f(c) = 0$.
(تذكّر أنّ c تكون عند ذلك صفرًا لـ f).

use the Intermediate Value Theorem to verify that $f(x)$ has a zero in the given interval. Then use the method of bisections to find an interval of length $1/4$ that contains the zero.

استخدم نظرية القيمة الوسطيّة للتحقق من أن $f(x)$ لها صفر في الفترة المعطاة. ثم استخدم طريقة التنصيف لإيجاد فترة طولها $1/4$ والتي تحتوي على الصفر.

Q 1 $f(x) = x^2 - 7,\ [2, 3]$

Q 1 $f(x) = x^3 - 4x - 2,\ [2, 3]$

054 362 6195

استخدم طريقة التنصيف لإيجاد فترة طولها 1/16

Q 1 $f(x) = \cos x - x, [0, 1]$