تم تحميل هذا الملف من موقع المناهج الإماراتية

حل أسئلة الدرس الأول المساحة المحصورة بين منحنيين من الوحدة السادسة وفق الهيكل الوزاري

موقع المناهج ⇦ المناهج الإماراتية ⇦ الصف الثاني عشر المتقدم ⇦ رياضيات ⇦ الفصل الثالث ⇦ الملف

تاريخ إضافة الملف على موقع المناهج: 2024-05-18 06:49:50

إعداد: علي عبد الله

التواصل الاجتماعي بحسب الصف الثاني عشر المتقدم

اضغط هنا للحصول على جميع روابط "الصف الثاني عشر المتقدم"

روابط مواد الصف الثاني عشر المتقدم على تلغرام

التربية الاسلامية	اللغة العربية	اللغة الانجليزية	الرياضيات

المزيد من الملفات بحسب الصف الثاني عشر المتقدم والمادة رياضيات في الفصل الثالث

1	نموذج أسئلة اختبار وفق الهيكل الوزاري
2	تجميعة أسئلة وفق الهيكل الوزاري الجديد
3	نموذج امتحان نهاية الفصل وفق الهيكل الوزاري
4	تمارين مراجعة وفق الهيكل الوزاري الجديد

المزيد من الملفات بحسب الصف الثاني عشر المتقدم والمادة رياضيات في الفصل الثالث	
5	تجميعة أسئلة وفق الهيكل الوزاري الجديد

Grade 12 Advanced

EoT3 – 2023/2024

Mr. Ali Abdalla

الدرس 6-1 | المساحة المحصورة بين منحنيين

Lesson 6-1 | Area Between Curves

MCQ ← ؟
FRQ ←

Mr. Ali Abdalla

1	Find the area between two curves using definite integrations. إيجاد مساحة المنطقة المحصورة بين منحنيين باستخدام التكامل المحدود	Exercises (1-18)	P414

جـــد المساحة المحصورة بين المنحنيين على الفترة المعطاة

find the area between the curves on the given interval.

1. $y = x^3, y = x^2 - 1, 1 \le x \le 3$

A) $A = \frac{10}{3}$

B) $A = \frac{40}{3}$

C) $A = \frac{4}{3}$

D) $A = \frac{40}{31}$

up down

$$A = \int (\text{upper} - \text{lower})\, dx$$

$$= \int_1^3 x^3 - (x^2 - 1)\, dx$$

$$= \int_1^3 x^3 - x^2 + 1\, dx$$

$$= \frac{1}{4}x^4 - \frac{1}{3}x^3 + x \Big|_1^3$$

$$= \frac{40}{3}$$

جـــد المساحة المحصورة بين المنحنيين على الفترة المعطاة

find the area between the curves on the given interval.

2. $y = \cos x, y = x^2 + 2, 0 \le x \le 2$

A) $A = \frac{20}{3} - \sin 2$

B) $A = \frac{20}{3} - \cos 2$

C) $A = \frac{20}{3} + \sin 2$

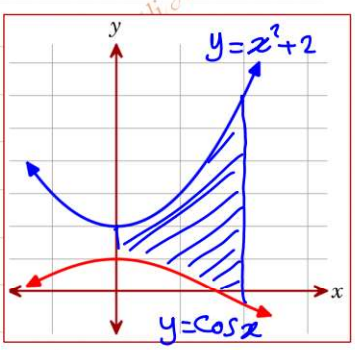
D) $A = \frac{20}{3} - \cos 2$

$$A = \int_0^2 x^2 + 2 - \cos x\, dx$$

$$= \frac{1}{3}x^3 + 2x - \sin x \Big|_0^2$$

$$= \left(\frac{8}{3} + 4 - \sin 2\right) - (0 + 0 + 0)$$

$$= \frac{20}{3} - \sin 2$$

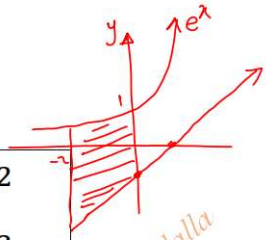


Mr. Ali Abdalla

جـــد المساحة المحصورة بين المنحنيين على الفترة المعطاة

find the area between the curves on the given interval.

3. $y = e^x, y = x - 1, -2 \le x \le 0$



A) $A = 4 + e^{-2}$

B) $A = 5 - e^{-2}$ ✓

C) $A = 5 + e^{-2}$

D) $A = 4 - e^{-2}$

$$A = \int_{-2}^{0} e^x - (x-1)\,dx$$

$$= \int_{-2}^{0} e^x - x + 1\,dx$$

$$= e^x - \frac{1}{2}x^2 + x \Big|_{-2}^{0}$$

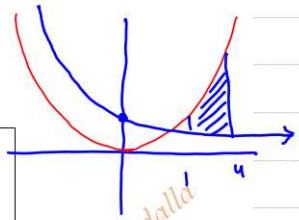
$$= e^0 - (e^{-2} - 2 - 2)$$

$$= 5 - e^{-2}$$

جـــد المساحة المحصورة بين المنحنيين على الفترة المعطاة

find the area between the curves on the given interval.

4. $y = e^{-x}, y = x^2, 1 \le x \le 4$



A) $A = 21.54$

B) $A = 14.72$

C) $A = 65.20$

D) $A = 20.65$ ✓

$$A = \int_{1}^{4} x^2 - e^{-x}\,dx$$

$$= 20.65$$

Mr. Ali Abdalla

ارسم وجـــد مساحة المنطقة التى تحددها تقاطعات المنحنيات

Sketch and find the area of the region determined by the intersections of the curves.

5. $y = x^2 - 1, y = 7 - x^2$

A) $A = \int_{-2}^{2} (7 - x^2) - (x^2 - 1)\,dx$

B) $A = \int_{-2}^{2} 7 - 2x^2\,dx$

C) $A = \int_{-2}^{2} (x^2 - 1) - (7 - x^2)\,dx$

D) $A = \pi \int_{-2}^{2} (x^2 - 1) - (7 - x^2)\,dx$

$A = \int_{-2}^{2} 7 - x^2 - (x^2 - 1)\,dx$

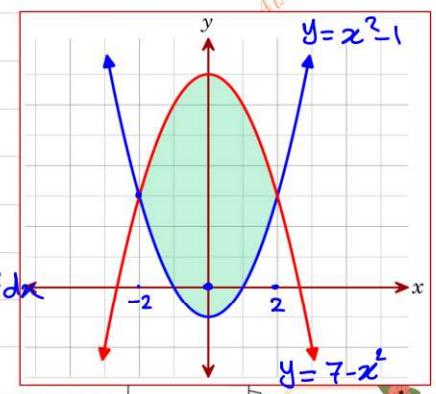
$= \int_{-2}^{2} 7 - x^2 - x^2 + 1\,dx$

$= \int_{-2}^{2} 8 - 2x^2\,dx = 2\int_{0}^{2} 8 - 2x^2\,dx$

$x^2 - 1 = 7 - x^2$

$2x^2 = 8 \Rightarrow x^2 = 4$

$\Rightarrow x = \pm 2$



ارسم وجـــد مساحة المنطقة التى تحددها تقاطعات المنحنيات

Sketch and find the area of the region determined by the intersections of the curves.

6. $y = x^2 - 1, y = \frac{1}{2}x^2$

A) $A = \int_{-\sqrt{2}}^{\sqrt{2}} (x^2 - 1) - \frac{1}{2}x^2\,dx$ ✗

B) $A = \int_{0}^{\sqrt{2}} \frac{1}{2}x^2 - (x^2 - 1)\,dx$ ✓

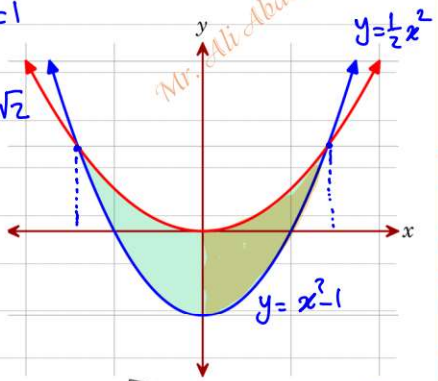
C) $A = 2\int_{0}^{\sqrt{2}} \frac{1}{2}x^2 - (x^2 - 1)\,dx$

D) $A = \pi \int_{-\sqrt{2}}^{\sqrt{2}} \frac{1}{2}x^2 - (x^2 - 1)\,dx$

$x^2 - 1 = \frac{1}{2}x^2$ $\quad x^2 - \frac{1}{2}x^2 = 1$

$\frac{1}{2}x^2 = 1 \Rightarrow x^2 = 2 \Rightarrow x = \pm\sqrt{2}$

$A = \int_{-\sqrt{2}}^{\sqrt{2}} \frac{1}{2}x^2 - (x^2 - 1)\,dx$



Mr. Ali Abdalla

ارسم وجـــد مساحة المنطقة التى تحددها تقاطعات المنحنيات

Sketch and find the area of the region determined by the intersections of the curves.

7. $y = x^3, y = 3x + 2$

$x^3 = 3x + 2$

$x^3 - 3x - 2 = 0$

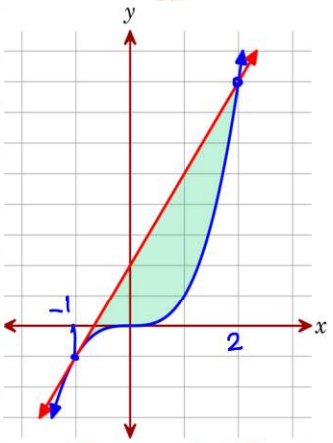
$\Rightarrow A = \int_{-1}^{2} 3x + 2 - x^3 \, dx$

$= \frac{3}{2}x^2 + 2x - \frac{1}{4}x^4 \Big|_{-1}^{2}$

$= (6 + 4 - 4) - \left(\frac{3}{2} - 2 - \frac{1}{4}\right)$

$= 6 + \frac{3}{4}$

$= \frac{27}{4}$



A) $A = \frac{1}{3}$

B) $A = \pi - 1$

C) $A = 2\pi - 1$

D) $A = \frac{27}{4}$

Garde 12 Advanced
Easy math – Mr. Ali Abdalla

ارسم وجـــد مساحة المنطقة التى تحددها تقاطعات المنحنيات

Sketch and find the area of the region determined by the intersections of the curves.

8. $y = \sqrt{x}, y = x^2$

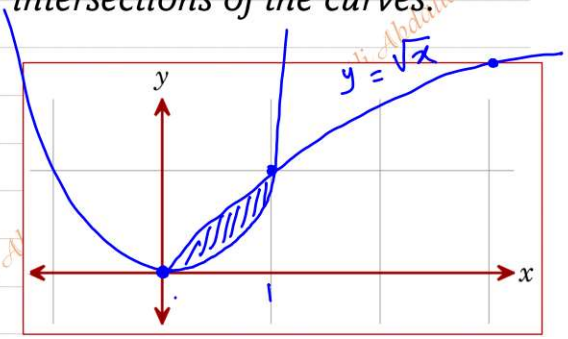
$A = \int_{0}^{1} \sqrt{x} - x^2 \, dx$

$= \int_{0}^{1} x^{\frac{1}{2}} - x^2 \, dx$

$= \frac{2}{3}x^{3/2} - \frac{1}{3}x^3 \Big|_{0}^{1}$

$= \left(\frac{2}{3} - \frac{1}{3}\right) - (0)$

$= \left(\frac{1}{3}\right)$



A) $A = \frac{1}{3}$

B) $A = \pi - 1$

C) $A = 2\pi - 1$

D) $A = \frac{27}{4}$

Mr. Ali Abdalla

ارسم وجـــد مساحة المنطقة التى تحددها تقاطعات المنحنيات

Sketch and find the area of the region determined by the intersections of the curves.

9. $y = 4xe^{-x^2}, y = |x|$

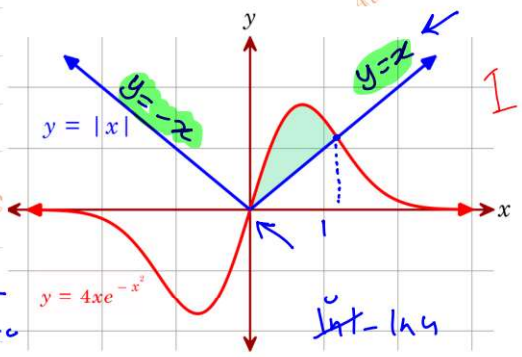
A) $A = \int_0^{\ln 4} (4xe^{-x^2} - x)\,dx$

B) $A = \int_0^{\sqrt{\ln 4}} (4xe^{-x^2} - x)\,dx$

C) $A = \int_0^{\frac{1}{2}} (4xe^{-x^2} - x)\,dx$

D) $A = \pi \int_0^{\frac{3}{2}} (4xe^{-x^2} - x)\,dx$

$A = \int_0^{\sqrt{\ln 4}} 4xe^{-x^2} - x \; dx$



$4xe^{-x^2} = x \Rightarrow 4xe^{-x^2} - x = 0$

$\Rightarrow x(4e^{-x^2} - 1) = 0 \Rightarrow \boxed{x = 0}$

$4e^{-x^2} = 1 \Rightarrow e^{-x^2} = \frac{1}{4} \Rightarrow -x^2 = \ln\frac{1}{4} = -\ln 4$

$x^2 = \ln 4 \Rightarrow \boxed{x = \sqrt{\ln 4}}$

ارسم وجـــد مساحة المنطقة التى تحددها تقاطعات المنحنيات

Sketch and find the area of the region determined by the intersections of the curves.

10. $y = \frac{2}{x^2+1}, y = |x|$

A) $A = \frac{1}{3}$

B) $A = \pi - 1$

C) $A = 2\pi - 1$

D) $A = \frac{27}{4}$

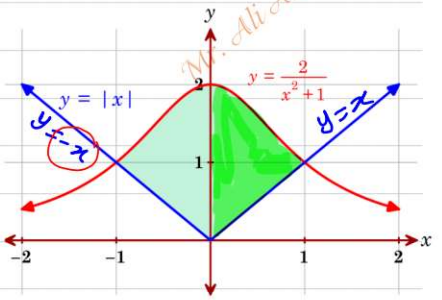
$A = \int_{-1}^{1} \frac{2}{x^2+1} - (-x)\,dx + \int_0^1 \frac{2}{x^2+1} - x\,dx$

$A = 2\left[\int_0^1 \frac{2}{x^2+1} - x\right] dx$

$= 2\left[2\tan^{-1}x - \frac{1}{2}x^2\right]_0^1$

$= 2\left[\left(\frac{\pi}{2} - \frac{1}{2}\right) - 0\right] =$

$2 \times \frac{\pi}{2}$



Mr. Ali Abdalla

ارسم وجـــد مساحة المنطقة التى تحددها تقاطعات المنحنيات

Sketch and find the area of the region determined by the intersections of the curves.

11. $y = \dfrac{5x}{x^2+1}, y = x$

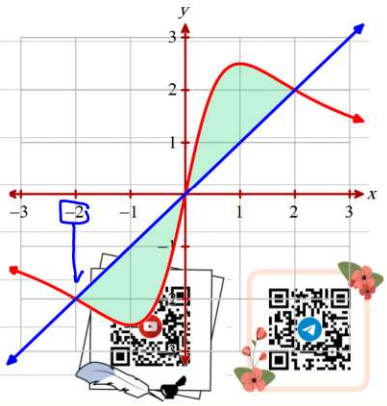
$$A = \int_{-2}^{0} x - \frac{5x}{x^2+1}\,dx + \int_{0}^{2} \frac{5x}{x^2+1} - x\,dx$$

$$= 2.02359 + 2.02359$$

$$=$$

$$A = 2\left[\int_0^2 \frac{5x}{x^2+1} - x\,dx\right]$$

$$= 2\left[\frac{5}{2}\ln|x^2+1| - \frac{1}{2}x^2\right]\Big|_0^2$$



A) $A = 5\ln(5) - 4$
B) $A = 5\ln(5) + 4$
C) $A = 4\ln(5) - 5$
D) $A = 5\ln(5)$

ارسم وجـــد مساحة المنطقة التى تحددها تقاطعات المنحنيات

Sketch and find the area of the region determined by the intersections of the curves.

12. $y = \sin x\ (0 \le x \le 2\pi), y = \cos x$

$\sin x = \cos x \div \cos x$

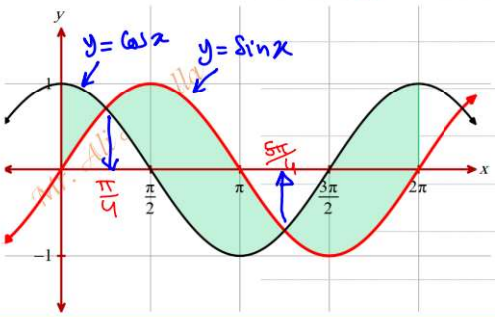
$\tan x = 1$ ⊕ → I, III

$x = \frac{\pi}{4}$

$x = \pi + \frac{\pi}{4} = \frac{5\pi}{4}$

$$A = \int_0^{\pi/4} \cos x - \sin x\,dx + \int_{\pi/4}^{5\pi/4} \sin x - \cos x\,dx + \int_{5\pi/4}^{2\pi} \cos x - \sin x\,dx$$

$$=$$



Radian

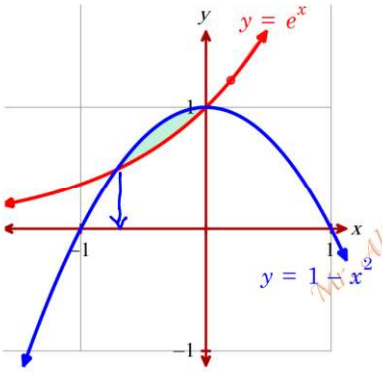
A) $A = 4\sqrt{3}$
B) $A = 4\sqrt{5}$
C) $A = 4\sqrt{2}$
D) $A = 5\sqrt{7}$

Mr. Ali Abdalla

ارسم وقدر المساحة التي تحددها تقاطعات المنحنيات

sketch and estimate the area determined by the intersections of the curves.

13. $y = e^x, y = 1 - x^2$



$$A = \int_{-0.7146}^{0} 1 - x^2 - e^x \, dx$$

$$= 0.08235$$

A) $A = 0.08235$
B) $A = 0.8235$
C) $A = 8.235$
D) $A = 1.8235$

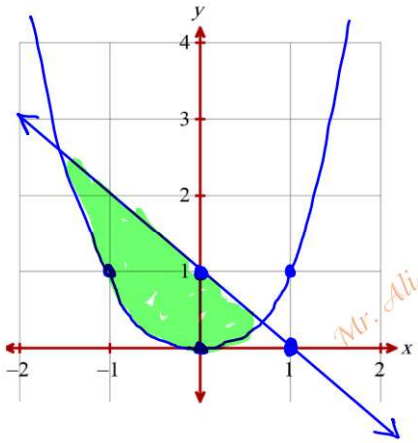
$e^x = 1 - x^2$ ↓

$x = -0.7146$ $x = 0$

ارسم وقدر المساحة التي تحددها تقاطعات المنحنيات

sketch and estimate the area determined by the intersections of the curves.

14. $y = x^4, y = 1 - x$



$$A = \int_{-1.2207}^{0.72449} 1 - x - x^4 \, dx$$

$$= 1.846$$

A) $A = 1.846$
B) $A = 1.821$
C) $A = 1.486$
D) $A = 1.832$

$x^4 = 1 - x$

$x^4 + x - 1 = 0$

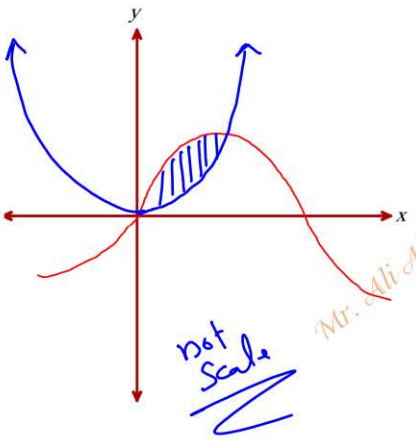
$x = 0.72449$ $x = -1.2207$

Mr. Ali Abdalla

ارسم وقدر المساحة التى تحددها تقاطعات المنحنيات

sketch and estimate the area determined by the intersections of the curves.

15. $y = \sin x,\ y = x^2$



$$A = \int_0^{0.8767} \sin x - x^2 \, dx$$

$$= 0.135697$$

$$\simeq 0.136$$

A) $A = 0.135697$
B) $A = 1.35697$
C) $A = 2.35697$
D) $A = 0.315697$

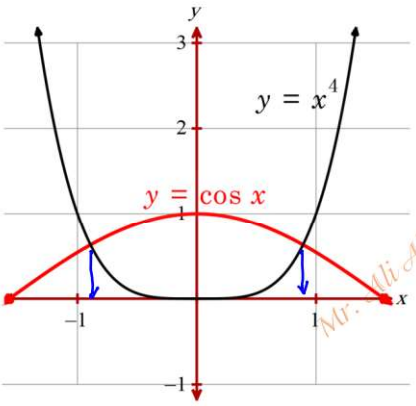
$\sin x = x^2$

$x = 0.8767,\ x = 0$

ارسم وقدر المساحة التى تحددها تقاطعات المنحنيات

sketch and estimate the area determined by the intersections of the curves.

16. $y = \cos x,\ y = x^4$



$$A = \int_{-0.89055}^{0.89055} \cos x - x^4 \, dx$$

$$= 1.331$$

A) $A = 1.331$
B) $A = 1.131$
C) $A = 1.341$
D) $A = 1.133$

$\cos x = x^4$

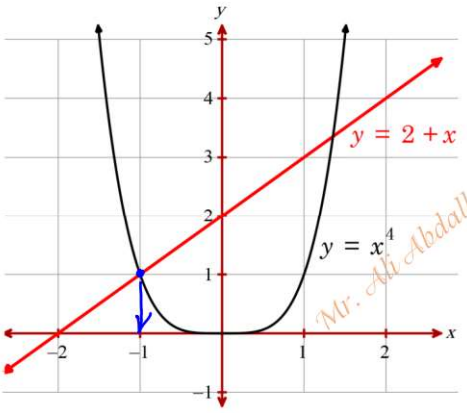
$x = \pm 0.89055$

Mr. Ali Abdalla

ارسم وقدر المساحة التي تحددها تقاطعات المنحنيات

sketch and estimate the area determined by the intersections of the curves.

17. $y = x^4, y = 2 + x$



$$A = \int_{-1}^{1.3532} 2 + x - x^4 \, dx$$

$$= 4.014$$

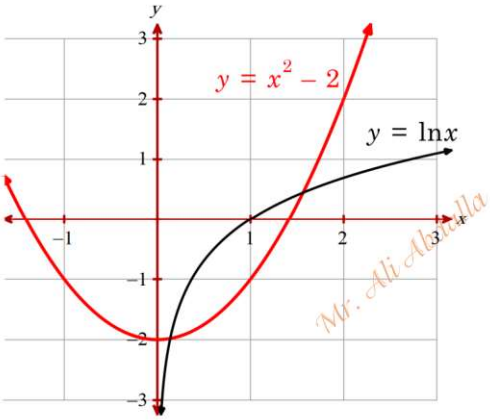
A) $A = 4.014$
B) $A = 4.104$
C) $A = 3.014$
D) $A = 3.104$

$x^4 = 2 + x$
$x^4 - x - 2 = 0$
$x = 1.3532, \quad x = -1$

ارسم وقدر المساحة التي تحددها تقاطعات المنحنيات

sketch and estimate the area determined by the intersections of the curves.

18. $y = \ln x, y = x^2 - 2$



$$A = \int_{0.13793}^{1.56446} \ln x - (x^2 - 2) \, dx$$

integration by part

$$=$$

A) $A = 1.214$
B) $A = 1.124$
C) $A = 1.012$
D) $A = 2.124$

$\ln x = x^2 - 2$
$x = 1.56446, \quad x = 0.13793$

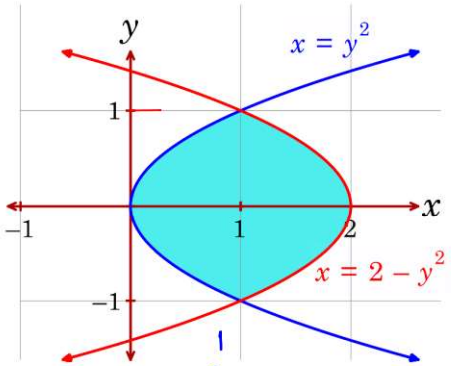
Mr. Ali Abdalla

16 **Compute the area of a region using definite integration with y as a variable x** | **Example 1.6** | **P413**
إيجاد مساحة منطقة كتكامل محدود بمعلومية y عوضا عن x | **Ex (19,20,22,24)** | **P414**

جـــد مساحة المنطقة المحصورة بين التمثيلين البيانيين $x = y^2$ و $x = 2 - y^2$.

Find the area bounded by the graphs of $x = y^2$ and $x = 2 - y^2$.

مقالي FRQ



$A = 2\int_0^1 2 - 2y^2\,dy =$

$A = \int (\text{Right} - \text{left})\,dy$

$A = \int_{-1}^{1} (2-y^2) - (y^2)\,dy$

$\rightarrow = \int_{-1}^{1} 2 - 2y^2\,dy = 2y - \frac{2}{3}y^3 \Big|_{-1}^{1}$

$= (2 - \frac{2}{3}) - (-2 + \frac{2}{3}) \leftarrow$

$= \frac{8}{3}$

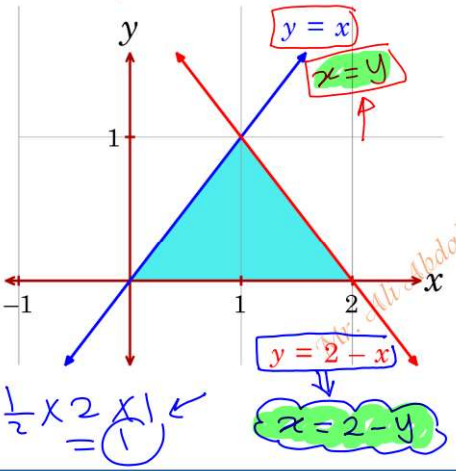
$2 - y^2 = y^2$
$2 = 2y^2$
$1 = y^2$
$y = \pm 1$

sketch and find the area of the region bounded by the given curves. Choose the variable of integration so that the area is written as a single integral.

ارسم وجد مساحة المنطقة المحصورة بين المنحنيات المعطاة. اختر متغير التكامل بحيث تتم كتابة المساحة كتكامل واحد

19. $y = x, y = 2 - x, y = 0$

مقالي FRQ



$\frac{1}{2} \times 2 \times 1 = 1$

$A = \int_0^1 (2-y) - y\,dy$

$= \int_0^1 2 - 2y\,dy$

$= 2y - y^2 \Big|_0^1$

$= (2-1) - (0-0)$

$= 1$

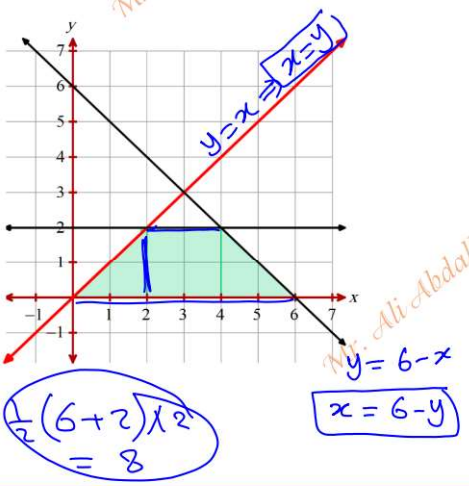
$y = 2 - y$
$2y = 2$
$y = 1$

Mr. Ali Abdalla

sketch and find the area of the region bounded by the given curves. Choose the variable of integration so that the area is written as a single integral.

ارسم وجد مساحة المنطقة المحصورة بين المنحنيات المُعطاة. اختر متغير التكامل بحيث تتم كتابة المساحة كتكامل واحد

20. $y = x, \quad y = 2, \quad y = 6 - x, \quad y = 0$



$$A = \int_0^2 6 - y - y \, dy$$

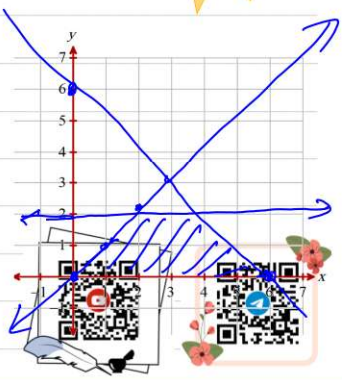
$$= \int_0^2 6 - 2y \, dy$$

$$= 6y - y^2 \Big|_0^2$$

$$= (12 - 4) - (0)$$

$$= 8$$

مقالي
FRQ



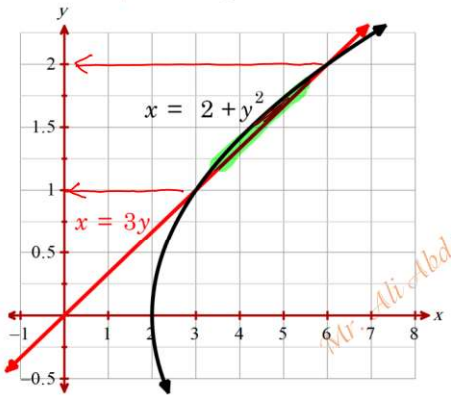
Garde 12 Advanced

Easy math – Mr. Ali Abdalla

sketch and find the area of the region bounded by the given curves. Choose the variable of integration so that the area is written as a single integral.

ارسم وجد مساحة المنطقة المحصورة بين المنحنيات المُعطاة. اختر متغير التكامل بحيث تتم كتابة المساحة كتكامل واحد

22. $x = 3y, \qquad x = 2 + y^2$



$$A = \int_1^2 3y - (2 + y^2) \, dy$$

$$= \int_1^2 3y - 2 - y^2 \, dy$$

$$= \frac{3}{2}y^2 - 2y - \frac{1}{3}y^3 \Big|_1^2$$

$$= \left(6 - 4 - \frac{8}{3}\right) - \left(\frac{3}{2} - 2 - \frac{1}{3}\right)$$

$$= \boxed{\frac{1}{6}}$$

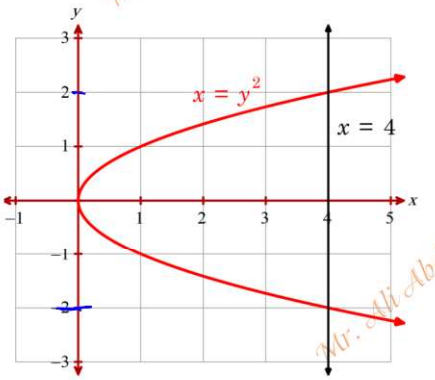
مقالي
FRQ

Mr. Ali Abdalla

sketch and find the area of the region bounded by the given curves. Choose the variable of integration so that the area is written as a single integral.

ارسم وجد مساحة المنطقة المحصورة بين المنحنيات المُعطاة. اختر متغير التكامل بحيث تتم كتابة المساحة كتكامل واحد

24. $x = y^2, \quad x = 4$



$$A = \int_{-2}^{2} 4 - y^2 \, dy = 2\int_{0}^{2} 4 - y^2 \, dy$$

مقالي FRQ

$$= 4y - \frac{1}{3}y^3 \Big|_{-2}^{2}$$

$$= \left(8 - \frac{8}{3}\right) - \left(-8 + \frac{8}{3}\right)$$

$$= 16 - \frac{16}{3}$$

$$= \frac{32}{3}$$

$y^2 = 4$

$y = \pm 2$

Mr. Ali Abdalla