تم تحميل هذا الملف من موقع المناهج الإماراتية	

الملف أوراق عمل الدرس الثاني مفهوم النهاية من وحدة النهايات والإتصال
موقع المناهج ⇦ المناهج الإماراتية ⇦ الصف الثاني عشر المتقدم ⇦ رياضيات ⇦ الفصل الأول

روابط مواقع التواصل الاجتماعي بحسب الصف الثاني عشر المتقدم			
روابط مواد الصف الثاني عشر المتقدم على تلغرام			
التربية الاسلامية	اللغة العربية	اللغة الانجليزية	الرياضيات

المزيد من الملفات بحسب الصف الثاني عشر المتقدم والمادة رياضيات في الفصل الأول	
1	أوراق عمل الدرس الأول المماسات وطول المنحني من وحدة النهايات والإتصال
2	أسئلة الامتحان النهائي بخط اليد
3	تجميع أسئلة اختبارات إمسات سابقة من نماذج تجريبية (ملف محال الإحصاء والاحتمالات)
4	تجميع أسئلة اختبارات إمسات سابقة من نماذج تجريبية (ملف محال الهندسة)
5	تجميع أسئلة اختبارات إمسات سابقة من نماذج تجريبية (ملف محال الحبر)

الدرس الثاني مفهوم النهاية

الشرح اضغط

عند اجراء العمليات الحسابية على R نتعرض إلى واحدة من ثلاثة انواع من الكميات

الكمية المعينة هى الكمية التي لها ناتج محدد فمثلا $\frac{10}{2}$ لها ناتج محدد وهو 5

لذلك فهى كمية معينة ومنها $\pm 3, \frac{1}{3}, 0.4, \ldots\ldots$

الكمية الغير معينة هى الكمية التي ليس لها جواب محدد فمثلا $\frac{0}{0}$ كمية غير معينة

أي لها عدد لانهائي R من الإجابات الصحيحة لإن حاصل ضرب أي عدد حقيقي × 0 = 0

كذلك يوجد صور اخرى من الكميات الغير معينة والتي سنتعرض لها في دراستنا لاحقًا مثل

$\frac{\infty}{\infty}$ ، $\infty-\infty$ ، $0\times\infty$ ، 0^0 ، ∞^0 ، 1^∞

الكمية الغير المعرفة هى الكمية التي ليس لها معنى فمثلا $\frac{5}{0}$ كمية غير معرفة

أي ليس لها معنى لأنه لا يوجد عدد حقيقي إذا ضرب × صفر كان الناتج = 5

وبصفة عامة $\frac{a}{0}$ حيث $a \in R \setminus \{0\}$ كمية غير معرفة

مفهوم نهاية الدالة عند نقطة

إذا أردنا إيجاد قيمة الدالة $f(x)=\frac{x^2-1}{x-1}$ عند $x=1$

فإننا نجد كمية غير معينة $f(x)=\frac{(1)^2-1}{(1)-1}=\frac{0}{0}$

أي أننا لم تستطيع تعيين قيمة للدالة عند $x=1$

ولذلك نلجأ إلى دراسة اقتراب $f(x)$ من قيمة معينة كلما اقتربت x من العدد 1

وهو تعريف

مفهوم النهاية

هي دراسة سلوك الدالة عندما تقترب من عدد معين

اوراق عمل في الرياضيات للصف الثاني عشر متقدم YouTube اعداد ا/مجدي السيد Tel / 0557581232

وتكتب $\lim_{x\to 1}\frac{x^2-1}{x-1}$ وتقرأ نهاية الدالة عندما تقترب x من العدد 1

ومن الجهتين

- من اليمين $\lim_{x\to 1^+}\frac{x^2-1}{x-1}$ أي نهاية دالة عندما تقترب x من 1 من اليمين
- من اليسار $\lim_{x\to 1^-}\frac{x^2-1}{x-1}$ أي نهاية دالة عندما تقترب x من 1 من اليسار

النظرية

الدالة $f(x)$ لها نهاية عندما تقترب x من c إذا وفقط

إذا كانت النهاية اليمنى والنهاية اليسرى للدالة عند c موجودتين ومتساويتين

$$\lim_{x\to c^+} f(x) = \lim_{x\to c^-} f(x) = L \iff \lim_{x\to c} f(x) = L$$

نهاية الدالة قد تكون موجودة عند نقطة بالرغم من أن الدالة غير معرفة عند تلك النقطة

إيجاد نهاية الدالة عند نقطة

- من الجدول
- الرسم البياني
- الحل الجبري

MAGDY MATH
01557581232

أولًا نهاية دالة عند نقطة من الجدول

مثال

أوجد $\lim_{x\to 1}\frac{x^2-1}{x-1}$ من خلال الجدول

	-0.1					$+0.1$
x	0.9	0.99	0.99	1	1.001	1.01	1.1
$f(x)$	1.9	1.99	1.999		2.001	2.01	2.1

2

$$\lim_{x\to 1}\frac{x^2-1}{x-1} = 2$$

0.25

أوجد $\lim_{x\to 2}\frac{x-2}{x^2-4}$ من خلال الجدول

4

أوجد $\lim_{x\to 2}\frac{x^3-2x^2}{x-2}$ من خلال الجدول

الحل

تم تحميل هذا الملف من
موقع المناهج الإماراتية
almanahj.com/ae

−3

أوجد $\lim_{x\to 4}(5-2x)$ من خلال الجدول

الحل

MAGDY MATH
0557581232

مثال

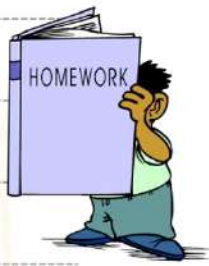
إذا كان $f(x)=\begin{cases}5x+4, & x>2\\ 2-x, & x\le 2\end{cases}$

x	1.9	1.99	1.999	2	2.001	2.01	2.1
	$2-x$				$5x+4$		
$f(x)$	0.9	0.01	0.001		14.005	14.05	14.5

$0 \neq 14$

$\lim\limits_{x\to 2^-} f(x)=0$ $\quad$ $\lim\limits_{x\to 2^+} f(x)=14$

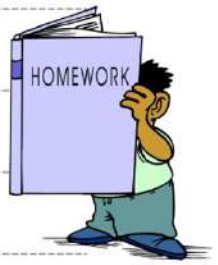
لذلك $\lim\limits_{x\to 2} f(x)$ غير موجودة لأن النهاية من اليمين لا تساوي النهاية من اليسار



إذا كان $f(x)=\begin{cases}4x-1, & x\le -6\\ -x+2, & x>-6\end{cases}$ أوجد $\lim\limits_{x\to -6} f(x)$ من خلال الجدول

الحل

غير موجودة



إذا كان $f(x)=\begin{cases}x^2-1, & x>-2\\ x-5, & x\le -2\end{cases}$ أوجد $\lim\limits_{x\to -2} f(x)$ من خلال الجدول

الحل

غ.م

alManahj.com/ae
MAGDY MATH
0557581232

أوجد $\lim_{x\to 2}\frac{1}{(x-2)^2}$ من خلال الجدول

∞

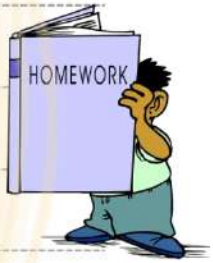
الحل

تم تحميل هذا الملف من
موقع المناهج الإماراتية
MAGDY MATH
0557581232

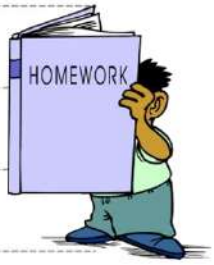
4

أوجد $\lim_{x\to 2} h(x)$ من خلال الجدول إذا كان $h(x)=\begin{cases} x^2, & x\neq 2 \\ 1, & x=2 \end{cases}$

الحل



اختر الإجابة الصحيحة:



إذا كان $\lim_{x\to 4^+} f(x)=\lim_{x\to 4^-} f(x)=5$ ولكن $f(4)$ غير معرفة

فإن $\lim_{x\to 4} f(x)$ هى

$a)\ 5$ $b)\ -\infty$ $c)\ \infty$ $d)$ غير موجودة

نهاية دالة عند نقطة بيانيًا

الشرح اضغط

يمكن من خلال التمثيل البياني إيجاد قيمة النهاية

لإيجاد النهاية $\lim_{x\to 2} g(x)$

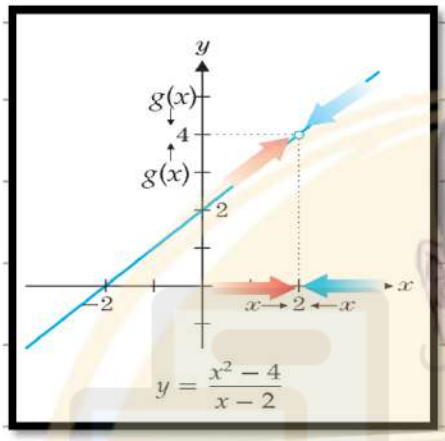
نجد هناك فجوة (دائرة فارغة) في منحنى الدالة g

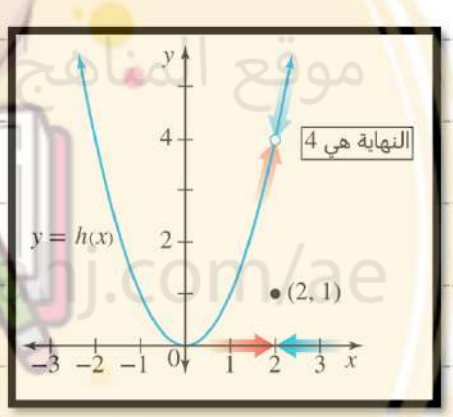
عند $(2,4)$ لإن الدالة غير معرفة عند $x=2$

بما أننا نبحث عن نهاية الدالة عندما تقترب x من 2

فإننا ننظر إلى قيم الدالة عندما تقترب x من 2 لتنتج أن

$$\lim_{x\to 2} g(x) = 4$$





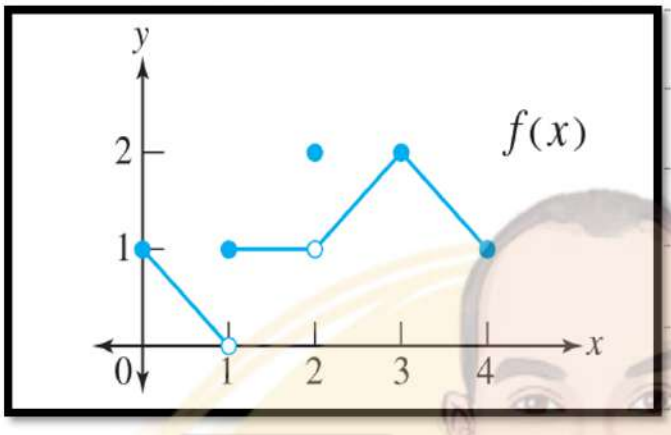
- النهاية موجودة عند $x=2$ وتساوي 4.
- الدالة معرفة عند $x=2$ وتساوي 1

MAGDY MATH
0557581232

وهذا لا يعني بالضرورة أن $\lim_{x\to a} f(x) = f(a)$

لأن $\lim_{x\to 2} f(x) = 4 \neq f(2) = 1$

من خلال التمثيل البياني اوجد كل مما يلي:



A. $\lim_{x\to 0^+} f(x)$

B. $\lim_{x\to 1} f(x)$

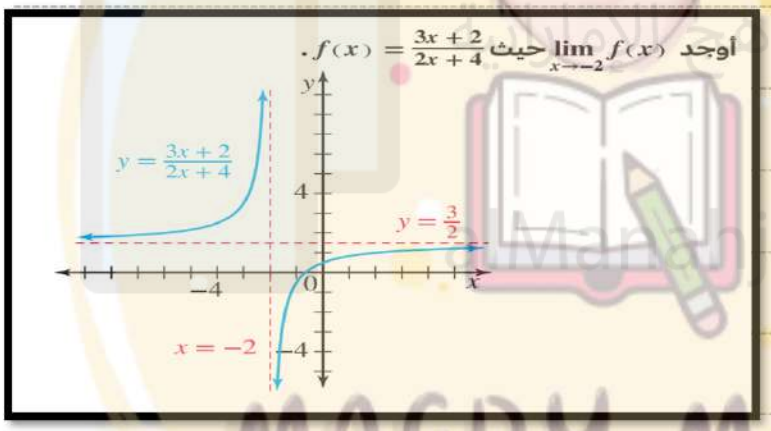
C. $\lim_{x\to 2} f(x)$

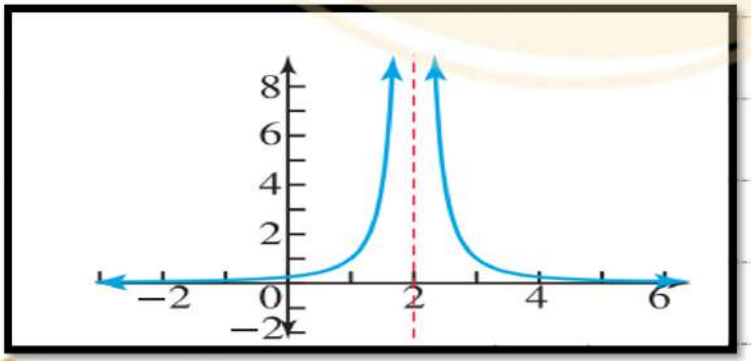
D. $\lim_{x\to 3} f(x)$

E. $\lim_{x\to 4^-} f(x)$

الحل

أوجد $\lim_{x\to -2} f(x)$ حيث $f(x)=\frac{3x+2}{2x+4}$.



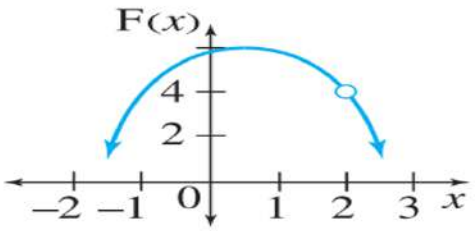


$\lim_{x\to 2} f(x) =$

MAGDY MATH
0557581232

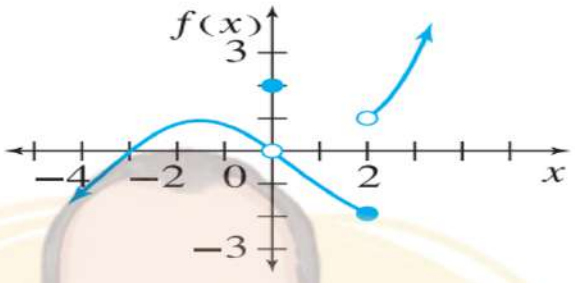
a. $\lim_{x\to 2} F(x)$

b. $\lim_{x\to -1} F(x)$



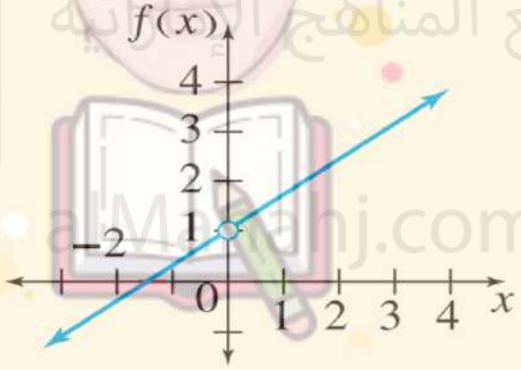
a. $\lim_{x\to 0} f(x)$

b. $\lim_{x\to 2} f(x)$



a. $\lim_{x\to 3} f(x)$

b. $\lim_{x\to 0} f(x)$



MAGDY MATH
0557581232

إذا كان $\lim_{x\to 2^-} f(x) = \lim_{x\to 2^+} f(x) = -1$ ولكن $f(2) = 1$،
فإن $\lim_{x\to 2} f(x)$ هي

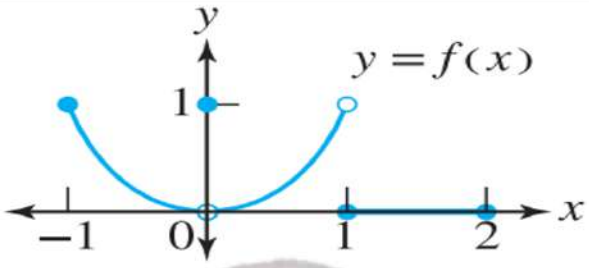
a. -1

b. غير موجودة

c. مالانهاية

d. 1

حدد إذا كانت العبارات التالية صحيحة ام لا بالنسبة للتمثيل البياني التالي:



a. $\lim_{x\to -1^+} f(x) = 1$

b. $\lim_{x\to 0^-} f(x) = 0$

c. $\lim_{x\to 0^-} f(x) = 1$

d. $\lim_{x\to 0^-} f(x) = \lim_{x\to 0^+} f(x)$

e. $\lim_{x\to 0} f(x)$ موجودة

f. $\lim_{x\to 0} f(x) = 0$

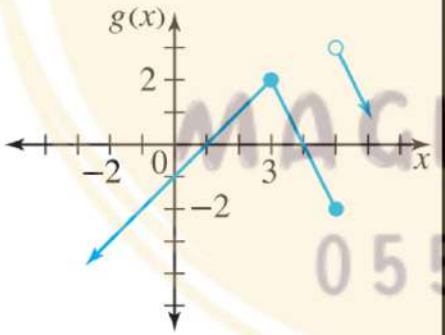
g. $\lim_{x\to 0} f(x) = 1$

h. $\lim_{x\to 1} f(x) = 1$

i. $\lim_{x\to 1} f(x) = 0$

j. $\lim_{x\to 2^-} f(x) = 2$

من خلال التمثيل البياني اوجد كل مما يلي:



(1) $g(0) =$

(2) $\lim_{x\to 0} g(x) =$

(3) $\lim_{x\to -2} g|x| =$

(4) $\lim_{x\to 5} |g(x)| =$

(5) $\lim_{x\to 4} \sqrt{g(x)} =$

(6) $\lim_{x\to c} g(x)$ غير موجودة $c \in \ldots\ldots$

(7) $\lim_{x\to 3} \dfrac{g(x) - x}{x + 1} =$

(8) $\lim_{x\to c} g(x) = 0$ $c \in \ldots\ldots$

تم تحميل هذا الملف من موقع المناهج الإماراتية
MACDY MATH 0557581232

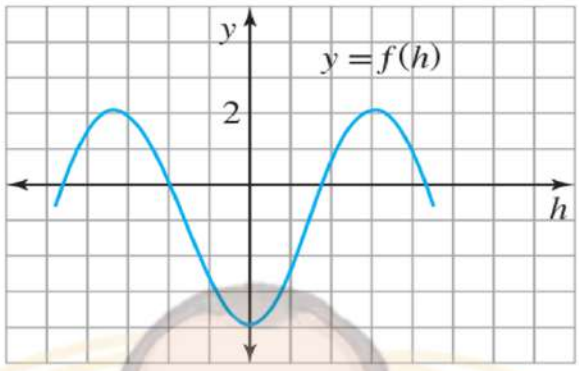
من خلال التمثيل البياني اوجد كل مما يلي:

a. $\lim_{h\to 0^-} f(h)$

b. $\lim_{h\to 0^+} f(h)$

c. $\lim_{h\to 0} f(h)$

d. $f(0)$

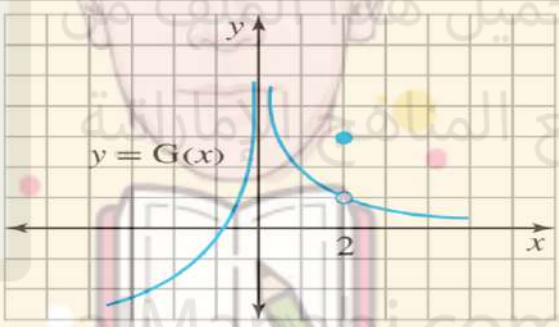


a. $\lim_{x\to 2^-} G(x)$

b. $\lim_{x\to 2^+} G(x)$

c. $\lim_{x\to 2} G(x)$

d. $G(2)$



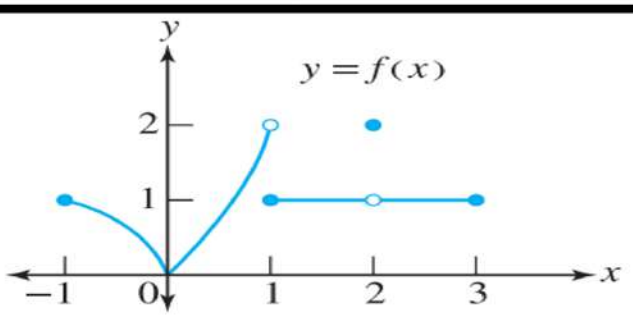
إذا كان $\lim_{x\to 4^-} f(x) = \lim_{x\to 4^+} f(x) = 5$ ولكن $f(4)$ غير معرفة

فإن $\lim_{x\to 4} f(x)$

***a*) 5** ***b*) $-\infty$** ***c*) ∞** ***d*) غير موجودة**

MACDY MATH
05575812 3

حدد إذا كانت العبارات التالية صحيحة ام لا بالنسبة للتمثيل البياني التالي:



a. $\lim_{x\to -1^+} f(x) = 1$

b. $\lim_{x\to 2} f(x)$ غير موجودة

c. $\lim_{x\to 2} f(x) = 2$

d. $\lim_{x\to 1^-} f(x) = 2$

e. $\lim_{x\to 1^+} f(x) = 1$

f. $\lim_{x\to 1} f(x)$ غير موجودة

g. $\lim_{x\to 0^+} f(x) = \lim_{x\to 0^-} f(x)$

h. $\lim_{x\to c} f(x)$ موجودة لكل c في الفترة $(-1, 1)$.

i. $\lim_{x\to c} f(x)$ موجودة لكل c في الفترة $(1, 3)$.

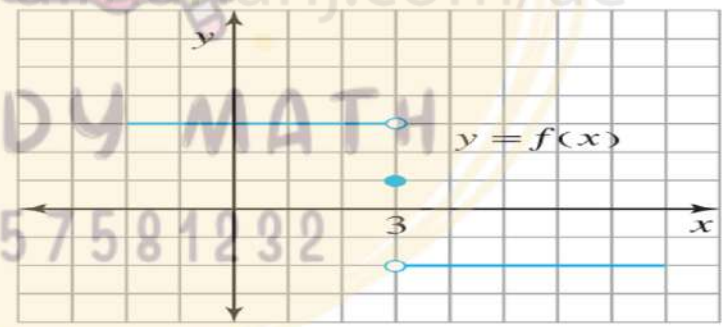
من خلال التمثيل البياني اوجد كل مما يلي:

a. $\lim_{x\to 3^-} f(x)$

b. $\lim_{x\to 3^+} f(x)$

c. $\lim_{x\to 3} f(x)$

d. $f(3)$



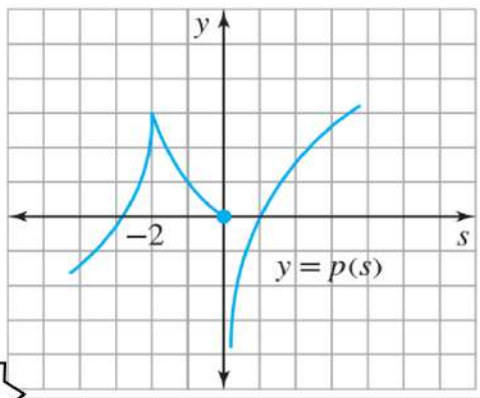
MAGDY MATH
0557581232

a. $\lim_{s\to -2^-} p(s)$

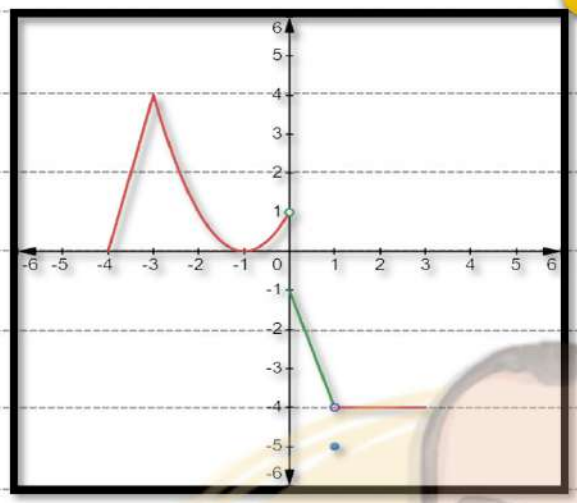
b. $\lim_{s\to -2^+} p(s)$

c. $\lim_{s\to -2} p(s)$

d. $p(-2)$



من خلال التمثيل البياني اوجد كل مما يلي:



(1) $\lim_{x\to 0}|f(x)| =$

(2) $\lim_{x\to 1}|f(x)| =$

(3) $\lim_{x\to -1}\sqrt{f(x)} =$

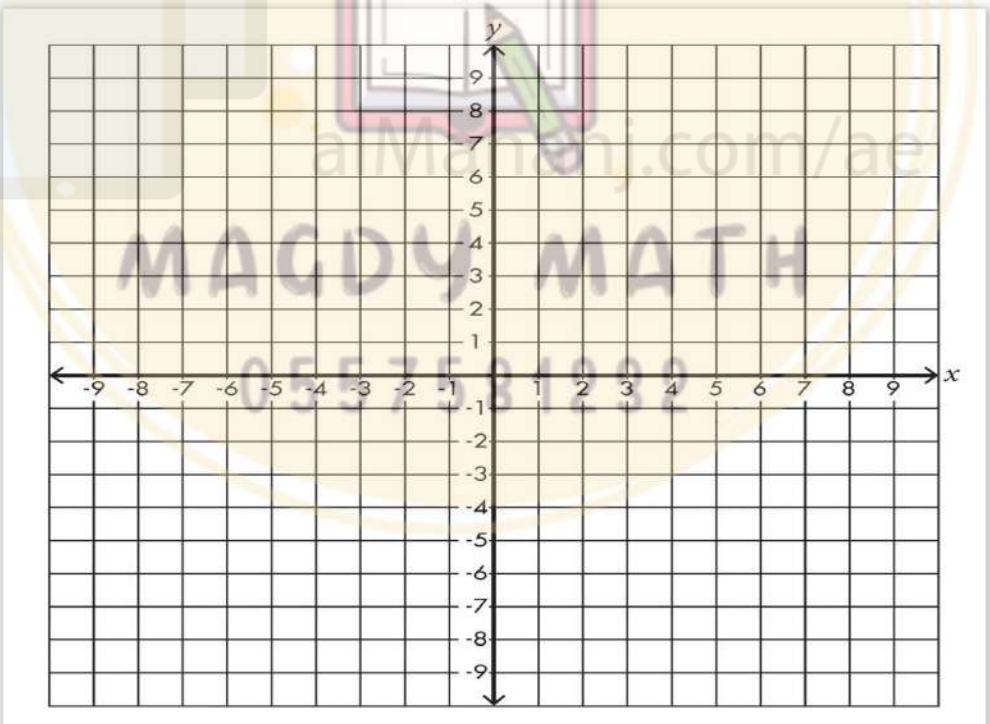
(4) $\lim_{x\to c} f(x)$ غير موجودة $c \in$ .....

(5) $\lim_{x\to c^+} f(x)$ موجودة فقط $c \in$ .....

(6) $\lim_{x\to c^-} f(x)$ موجودة فقط $c \in$ .....

مثل الدالة بيانيا ثم اوجد النهايات التالية

$$f(x) = \begin{cases} 2x & if\ x < 2 \\ x^2 & if\ x \geq 2 \end{cases}$$



ثم أوجد:

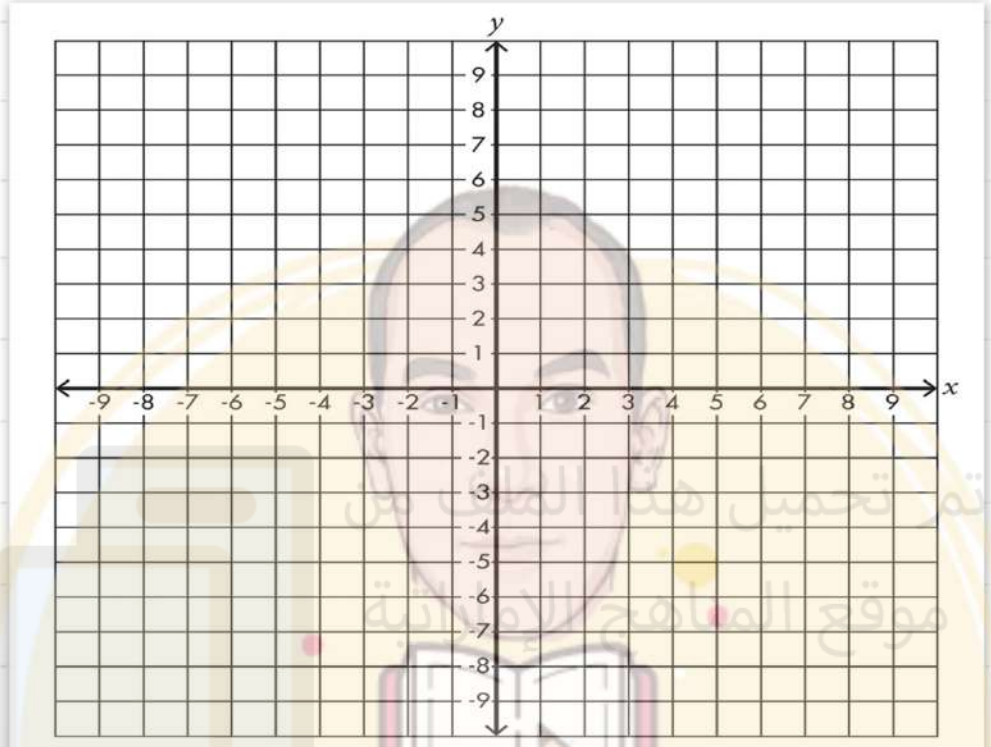
$\lim_{x\to 3} f(x) =$ $\lim_{x\to 2^-} f(x) =$

$\lim_{x\to 2} f(x) =$ $\lim_{x\to 2^+} f(x) =$

اوراق عمل في الرياضيات للصف الثاني عشر متقدم YouTube اعداد ا/مجدي السيد Tel / 0557581232

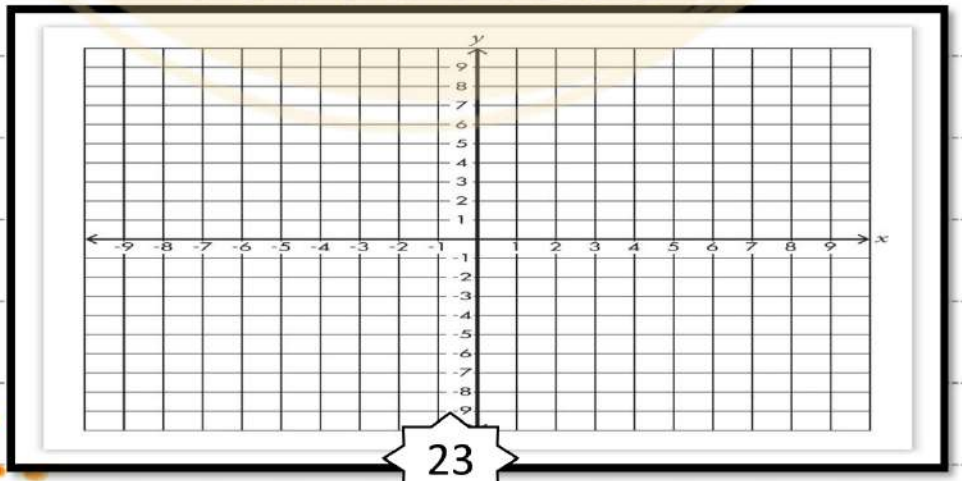
ارسم التمثيل البياني للدالة بالخواص المذكورة

غير موجودة $\lim\limits_{x\to 1} f(x)$, $f(1)=3$, $f(0)=-1$, $f(-1)=2$



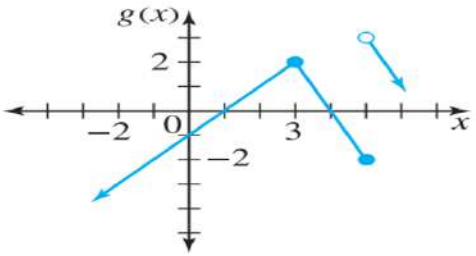
ارسم التمثيل البياني للدالة بالخواص المذكورة

غير موجودة $\lim\limits_{x\to 2} f(x)$, $f(2)=3$ و $f(0)=1$, $\lim\limits_{x\to 0} f(x)=-2$



MACDY MATH
0557581232

استخدم التمثيل البياني لإيجاد كل مما يلي:



$\lim_{x\to 3} g(x) =$

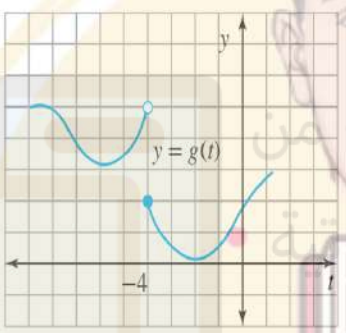
$\lim_{x\to 5} g(x) =$

a. $\lim_{t\to -4^-} g(t)$

b. $\lim_{t\to -4^+} g(t)$

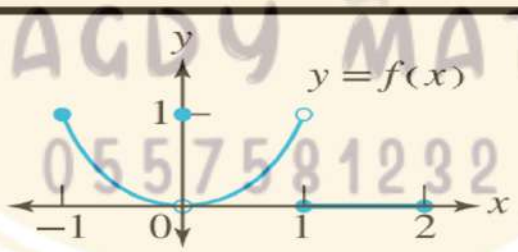
c. $\lim_{t\to -4} g(t)$

d. $g(-4)$



تم تحميل هذا الملف من موقع المناهج الإماراتية
MAGDY MATH
0557581232

حدد إذا كانت العبارات التالية صحيحة ام لا بالنسبة للتمثيل البياني التالي:



a. $\lim_{x\to -1^+} f(x) = 1$

b. $\lim_{x\to 0^-} f(x) = 0$

c. $\lim_{x\to 0^-} f(x) = 1$

d. $\lim_{x\to 0^-} f(x) = \lim_{x\to 0^+} f(x)$

e. $\lim_{x\to 0} f(x)$ موجودة

f. $\lim_{x\to 0} f(x) = 0$

g. $\lim_{x\to 0} f(x) = 1$

h. $\lim_{x\to 1} f(x) = 1$

i. $\lim_{x\to 1} f(x) = 0$

j. $\lim_{x\to 2^-} f(x) = 2$

في التمارين من 1 إلى 6، استخدم الدليل العددي والبياني لتخمين القيم لكل نهاية. وإذا أمكن، استخدم التحليل إلى العوامل للتحقق من صحة تخمينك

1. $\lim_{x\to 1} \frac{x^2-1}{x-1}$ اضغط الحل

2. $\lim_{x\to -1} \frac{x^2+x}{x^2-x-2}$ اضغط الحل

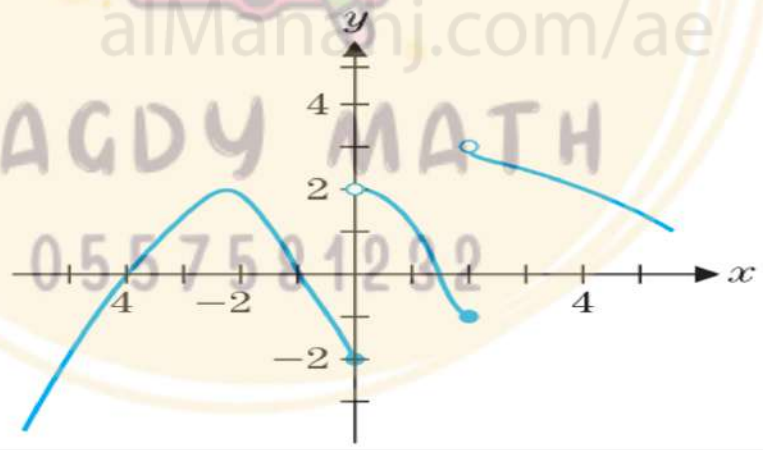
3. $\lim_{x\to 2} \frac{x-2}{x^2-4}$ اضغط الحل

4. $\lim_{x\to 1} \frac{(x-1)^2}{x^2+2x-3}$ اضغط الحل

5. $\lim_{x\to 3} \frac{3x-9}{x^2-5x+6}$ اضغط الحل

6. $\lim_{x\to -2} \frac{2+x}{x^2+2x}$ اضغط الحل

في التمرينين 7 و8، حدد كل نهاية أو اذكر عدم وجودها في كلٍ مما يلي:



7. (a) $\lim_{x\to 0^-} f(x)$ (b) $\lim_{x\to 0^+} f(x)$ (c) $\lim_{x\to 0} f(x)$
(d) $\lim_{x\to -2^-} f(x)$ (e) $\lim_{x\to -2^+} f(x)$ (f) $\lim_{x\to -2} f(x)$
(g) $\lim_{x\to -1} f(x)$ (h) $\lim_{x\to 1^-} f(x)$

اضغط الحل

8. (a) $\lim_{x\to 1^-} f(x)$ (b) $\lim_{x\to 1^+} f(x)$ (c) $\lim_{x\to 1} f(x)$
(d) $\lim_{x\to 2^-} f(x)$ (e) $\lim_{x\to -2^+} f(x)$ (f) $\lim_{x\to 2} f(x)$
(g) $\lim_{x\to 3^-} f(x)$ (h) $\lim_{x\to}$

اضغط الحل

تم تحميل هذا الملف من الموقع المتميز للمناهج الإماراتية
almanahj.com/ae
MAGDY MATH
0557581232

9. ارسم التمثيل البياني لـ $f(x)=\begin{cases}2x & , \quad x<2\\ x^2 & , \quad x\geq 2\end{cases}$ وحدد كل نهاية فيما يلي:

(a) $\lim\limits_{x\to 2^-} f(x)$ (b) $\lim\limits_{x\to 2^+} f(x)$ (c) $\lim\limits_{x\to 2} f(x)$

(d) $\lim\limits_{x\to 1} f(x)$ (e) $\lim\limits_{x\to 3} f(x)$

اضغط الحل

10. ارسم التمثيل البياني لـ $f(x)=\begin{cases}x^3-1 & , \quad x<0\\ 0 & , \quad x=0\\ \sqrt{x+1}-2 & , \quad x>0\end{cases}$ وحدد كل نهاية فيما يلي:

(a) $\lim\limits_{x\to 0^-} f(x)$ (b) $\lim\limits_{x\to 0^+} f(x)$ (c) $\lim\limits_{x\to 0} f(x)$

(d) $\lim\limits_{x\to -1} f(x)$ (e) $\lim\limits_{x\to 1^-} f(x)$

اضغط الحل

11. أوجد قيمة $f(1.5), f(1.1), f(1.01)$ و $f(1.001)$ وخمن قيمة لـ $\lim\limits_{x\to 1^+} f(x)$ للدالة $f(x)=\dfrac{x-1}{\sqrt{x-1}}$. أوجد قيمة $f(0.5), f(0.9), f(0.99)$ و $f(0.999)$ وخمن قيمة لـ $\lim\limits_{x\to 1^-} f(x)$ للدالة $f(x)=\dfrac{x-1}{\sqrt{x-1}}$. هل توجد $\lim\limits_{x\to 1} f(x)$؟

اضغط الحل

12. أوجد قيمة $f(-1.5), f(-1.1), f(-1.01)$ و $f(-1.001)$ وخمن قيمة لـ $\lim\limits_{x\to -1^-} f(x)$ للدالة $f(x)=\dfrac{x+1}{x^2-1}$. أوجد قيمة $f(-0.5), f(-0.9), f(-0.99)$ و $f(-0.999)$ وخمن قيمة لـ $\lim\limits_{x\to -1^+} f(x)$ للدالة $f(x)=\dfrac{x+1}{x^2-1}$. هل $\lim\limits_{x\to -1} f(x)$ موجودة؟

اضغط الحل

MAGDY MATH 0557581232

في التمارين من 13 إلى 22، استخدم الدليل العددي والبياني لتصور إن كانت النهاية عند $x = a$ موجودة أم لا. إذا كانت الإجابة لا، اذكر ما يحدث عند $x = a$ بيانيًا.

13. $\lim_{x\to 0} \frac{x^2 + x}{\sin x}$ اضغط الحل

14. $\lim_{x\to 1} \frac{x^2 - 1}{x^2 - 2x + 1}$ اضغط الحل

15. $\lim_{x\to 0} e^{-1/x^2}$ اضغط الحل

16. $\lim_{x\to 1} \frac{x - 1}{\ln x}$ اضغط الحل

17. $\lim_{x\to 0} \frac{\tan x}{x}$ اضغط الحل

18. $\lim_{x\to 0} \frac{\tan^{-1} x}{x}$ اضغط الحل

19. $\lim_{x\to 0} \sin\left(\frac{1}{x}\right)$ اضغط الحل

20. $\lim_{x\to 1} \frac{\sqrt{5 - x} - 2}{\sqrt{10 - x} - 3}$ اضغط الحل

21. $\lim_{x\to 2} \frac{x - 2}{|x - 2|}$ اضغط الحل

22. $\lim_{x\to -1} \frac{|x + 1|}{x^2 - 1}$ اضغط الحل

في التمارين من 23 إلى 26، ارسم التمثيل البياني للدالة بالخواص المذكورة.

23. $f(-1) = 2, f(0) = -1, f(1) = 3$ و $\lim_{x\to 1} f(x)$ غير موجودة اضغط الحل

24. $f(x) = 1$ لـ $-2 \le x \le 1$، $\lim_{x\to 1^+} f(x) = 3$ و $\lim_{x\to -2} f(x) = 1$ اضغط الحل

25. $f(0) = 1$، $\lim_{x\to 0^-} f(x) = 2$ و $\lim_{x\to 0^+} f(x) = 3$. اضغط الحل

26. $\lim_{x\to 0} f(x) = -2$، $f(0) = 1$، $f(2) = 3$ و $\lim_{x\to 2} f(x)$ غير موجودة اضغط الحل

27. احسب $\lim_{x\to 1} \frac{x^2 + 1}{x - 1}$، $\lim_{x\to 2} \frac{x + 1}{x^2 - 4}$ والنهايات المماثلة للتحقق من التالي. افترض أنّ $f(x)$ و $g(x)$ هي كثيرات حدود حيث إنّ $g(a) = 0$ و $f(a) \neq 0$. ما الذي يمكنك تخمينه بشأن $\lim_{x\to a} \frac{f(x)}{g(x)}$؟ اضغط الحل

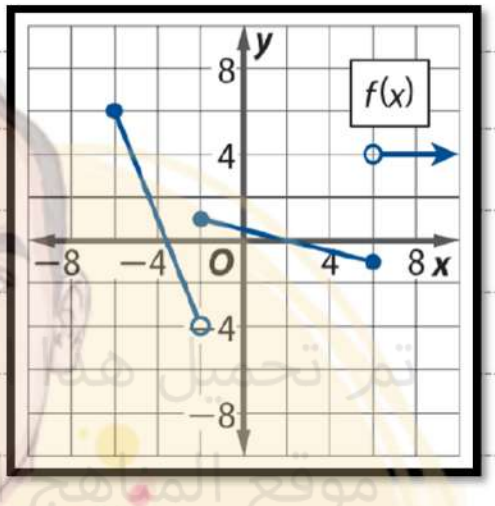
28. احسب $\lim_{x\to -1} \frac{x + 1}{x^2 + 1}$، $\lim_{x\to \pi} \frac{\sin x}{x}$ والنهايات المماثلة للتحقق من التالي. افترض أنّ $f(x)$ و $g(x)$ هي دوال حيث إنّ $f(a) = 0$ و $g(a) \neq 0$. ما الذي يمكنك تخمينه بشأن $\lim_{x\to a} \frac{f(x)}{g(x)}$؟ اضغط الحل

اوراق عمل في الرياضيات للصف الثاني عشر متقدم YouTube اعداد ا/مجدي السيد Tel / 0557581232

❑ استخدم التمثيل البياني لتحديد $\lim_{x\to -2} f(x)$ إن وجدت

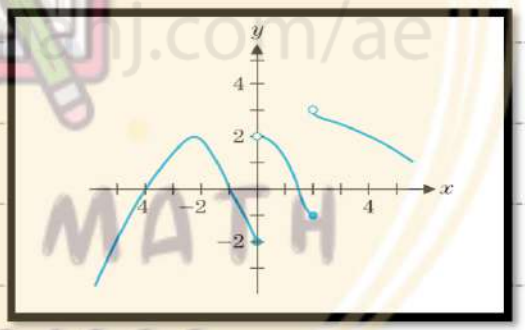
$a)$ غير موجودة $\quad b)\ 0 \quad c)\ -4 \quad d)\ 1$

2023-2022



❑ استخدم التمثيل البياني لتحديد $\lim_{x\to 2^-} f(x)$

2022-2021

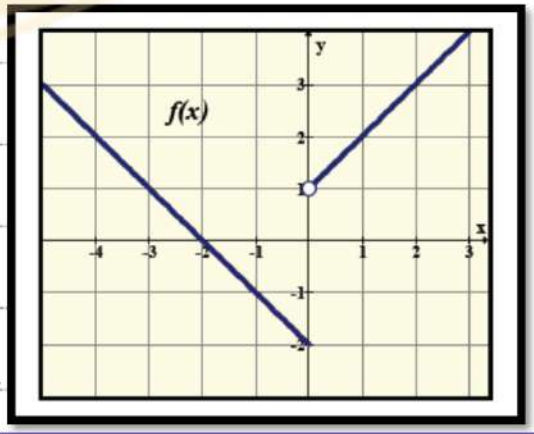


$a)\ -1 \quad b)\ -2$

$c)\ 2 \quad d)\ 3$

❑ استخدم التمثيل البياني لتحديد $\lim_{x\to 0^+} f(x)$

2021-2020



$a)\ -2 \quad b)\ 0$

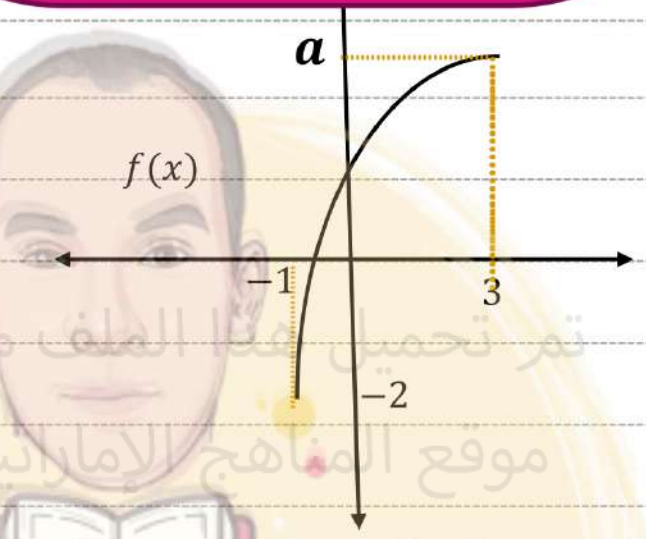
$c)\ 1 \quad d)$ غير موجودة

MAGDY MATH
0557581232

تدريبات مهارات تفكير عليا

استخدم التمثيل البياني لإيجاد كل مما يلي:

3



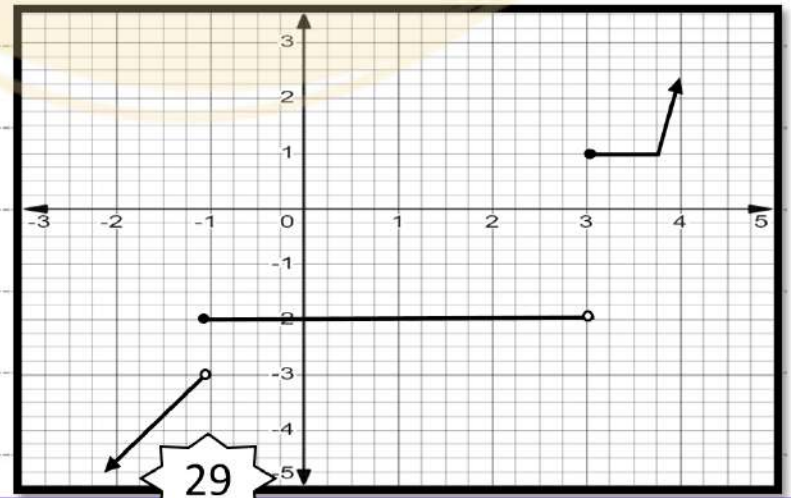
❑ إذا كان $\lim_{x\to 0} f(x) = \lim_{x\to -1^+} f(x) + \lim_{x\to 3^-} f(x)$

فإن $a = \cdots$

❑ إذا كان $\lim_{x\to a^-} f(x) = \lim_{x\to -1^-} f(x) + \lim_{x\to 3^+} f(x)$

فإن اكبر قيمة للعدد a هى.....

3



تم تحميل هذا الملف من موقع المناهج الإماراتية
MAGDY MATH
0557581232