تم تحميل هذا الملف من موقع المناهج الإماراتية

almanahj.com/ae

موقع المناهج الإماراتية

الملف أوراق عمل الدرس الثالث الدوال المثلثية والدوال المثلثية العكسية من الوحدة الأولى
موقع المناهج ⇦ المناهج الإماراتية ⇦ الصف الثاني عشر المتقدم ⇦ رياضيات ⇦ الفصل الأول

روابط مواقع التواصل الاجتماعي بحسب الصف الثاني عشر المتقدم			
روابط مواد الصف الثاني عشر المتقدم على تلغرام			
التربية الاسلامية	اللغة العربية	اللغة الانجليزية	الرياضيات

المزيد من الملفات بحسب الصف الثاني عشر المتقدم والمادة رياضيات في الفصل الأول	
1	رياضيات متكاملة دليل المعلم
2	دليل المعلم
3	الفصل الاول الوحدة الأولى المتباينات غير الخطية
4	جميع أوراق عمل
5	مراجعة نهائية قبل الامتحان

AHMED ATA

(1-3)

الدوال المثلثية والدوال المثلثية العكسية

الزاوية بالدرجات	$0°$	$30°$	$45°$	$60°$	$90°$	$135°$	$180°$	$270°$	$360°$
الزاوية بالراديان	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{3\pi}{4}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π

المفهوم الأساسي متطابقات المقلوب والمتطابقات النسبية

متطابقات المقلوب

$$\sin\theta = \frac{1}{\csc\theta} \qquad \cos\theta = \frac{1}{\sec\theta} \qquad \tan\theta = \frac{1}{\cot\theta}$$

$$\csc\theta = \frac{1}{\sin\theta} \qquad \sec\theta = \frac{1}{\cos\theta} \qquad \cot\theta = \frac{1}{\tan\theta}$$

المتطابقات النسبية

$$\tan\theta = \frac{\sin\theta}{\cos\theta} \qquad \cot\theta = \frac{\cos\theta}{\sin\theta}$$

المفهوم الأساسي متطابقات فيثاغورس

$$\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1 \qquad \tan^2\theta + 1 = \sec^2\theta \qquad \cot^2\theta + 1 = \csc^2\theta$$

المفهوم الأساسي متطابقات الزاويتين المتتامتين

$$\sin\theta = \cos\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) \qquad \tan\theta = \cot\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) \qquad \sec\theta = \csc\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right)$$

$$\cos\theta = \sin\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) \qquad \cot\theta = \tan\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) \qquad \csc\theta = \sec\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right)$$

ABDEL QADER AL JAZAERI SCHOOL
AHMED ATA 0566010255

المفهوم الأساسي متطابقات الدوال الزوجية و الفردية

$\sin(-\theta) = -\sin\theta$ $\quad \cos(-\theta) = \cos\theta$ $\quad \tan(-\theta) = -\tan\theta$

$\csc(-\theta) = -\csc\theta$ $\quad \sec(-\theta) = \sec\theta$ $\quad \cot(-\theta) = -\cot\theta$

المفهوم الأساسي متطابقات المجموع والفرق

متطابقات المجموع

$$\cos(\alpha+\beta) = \cos\alpha\cos\beta - \sin\alpha\sin\beta$$

$$\sin(\alpha+\beta) = \sin\alpha\cos\beta + \cos\alpha\sin\beta$$

$$\tan(\alpha+\beta) = \frac{\tan\alpha + \tan\beta}{1 - \tan\alpha\tan\beta}$$

متطابقات الفرق

$$\cos(\alpha-\beta) = \cos\alpha\cos\beta + \sin\alpha\sin\beta$$

$$\sin(\alpha-\beta) = \sin\alpha\cos\beta - \cos\alpha\sin\beta$$

$$\tan(\alpha-\beta) = \frac{\tan\alpha - \tan\beta}{1 + \tan\alpha\tan\beta}$$

المفهوم الأساسي متطابقات ضعف الزاوية

$$\sin 2\theta = 2\sin\theta\cos\theta$$

$$\tan 2\theta = \frac{2\tan\theta}{1 - \tan^2\theta}$$

$$\cos 2\theta = \cos^2\theta - \sin^2\theta$$

$$\cos 2\theta = 2\cos^2\theta - 1$$

$$\cos 2\theta = 1 - 2\sin^2\theta$$

الإثبات متطابقة ضعف الزاوية لـ sine

$\sin 2\theta = \sin(\theta + \theta)$ $\quad 2\theta = \theta + \theta$

$= \sin\theta\cos\theta + \cos\theta\sin\theta$ $\quad \alpha = \beta = \theta$ $\quad$ متطابقة المجموع لـ sine

$= 2\sin\theta\cos\theta$ $\quad$ حوّل لأبسط صورة.

المفهوم الأساسي متطابقات اختصار الأس

$$\sin^2\theta = \frac{1 - \cos 2\theta}{2}$$

$$\cos^2\theta = \frac{1 + \cos 2\theta}{2}$$

$$\tan^2\theta = \frac{1 - \cos 2\theta}{1 + \cos 2\theta}$$

الإثبات متطابقة اختصار الأس لـ sine

$\frac{1 - \cos 2\theta}{2} = \frac{1 - (1 - 2\sin^2\theta)}{2}$ $\quad$ متطابقة ضعف الزاوية لـ cos

$= \frac{2\sin^2\theta}{2}$ $\quad$ اطرح.

$= \sin^2\theta$ $\quad$ حوّل لأبسط صورة.

ABDEL QADER AL JAZAERI SCHOOL AHMED ATA 0566010255

المفهوم الأساسي متطابقات نصف الزاوية

$$\sin\frac{\theta}{2}=\pm\sqrt{\frac{1-\cos\theta}{2}} \qquad \tan\frac{\theta}{2}=\pm\sqrt{\frac{1-\cos\theta}{1+\cos\theta}}$$

$$\cos\frac{\theta}{2}=\pm\sqrt{\frac{1+\cos\theta}{2}} \qquad \tan\frac{\theta}{2}=\frac{1-\cos\theta}{\sin\theta}$$

$$\tan\frac{\theta}{2}=\frac{\sin\theta}{1+\cos\theta}$$

الإثبات متطابقة نصف الزاوية لـ cosine

$$\pm\sqrt{\frac{1+\cos\theta}{2}}=\pm\sqrt{\frac{1+\cos\left(2\times\frac{\theta}{2}\right)}{2}}$$ أعد كتابة θ بصيغة $2\times\frac{\theta}{2}$.

$$=\pm\sqrt{\frac{1+\cos 2x}{2}}$$ عوّض $x=\frac{\theta}{2}$.

$$=\pm\sqrt{\cos^2 x}$$ متطابقة اختصار أس cosine

$$=\cos x$$ حوّل لأبسط صورة.

$$=\cos\frac{\theta}{2}$$ عوّض.

حول القياس المعطى بالراديان إلى درجات.

1 (a) $\frac{\pi}{4}$ (b) $\frac{\pi}{3}$ (c) $\frac{\pi}{6}$ (d) $\frac{4\pi}{3}$

حول القياس المعطى بالدرجات إلى راديان.

2 (a) $180°$ (b) $270°$ (c) $120°$ (d) $30°$

أوجد كافة حلول المعادلة المعطاة.

3 $2\cos x-1=0$

AHMED ATA
ABDEL QADER AL JAZAERI SCHOOL
0566010255

4 $\sqrt{2}\cos x - 1 = 0$

5 $\sin^2 x - 4\sin x + 3 = 0$

6 $\sin^2 x + \cos x - 1 = 0$

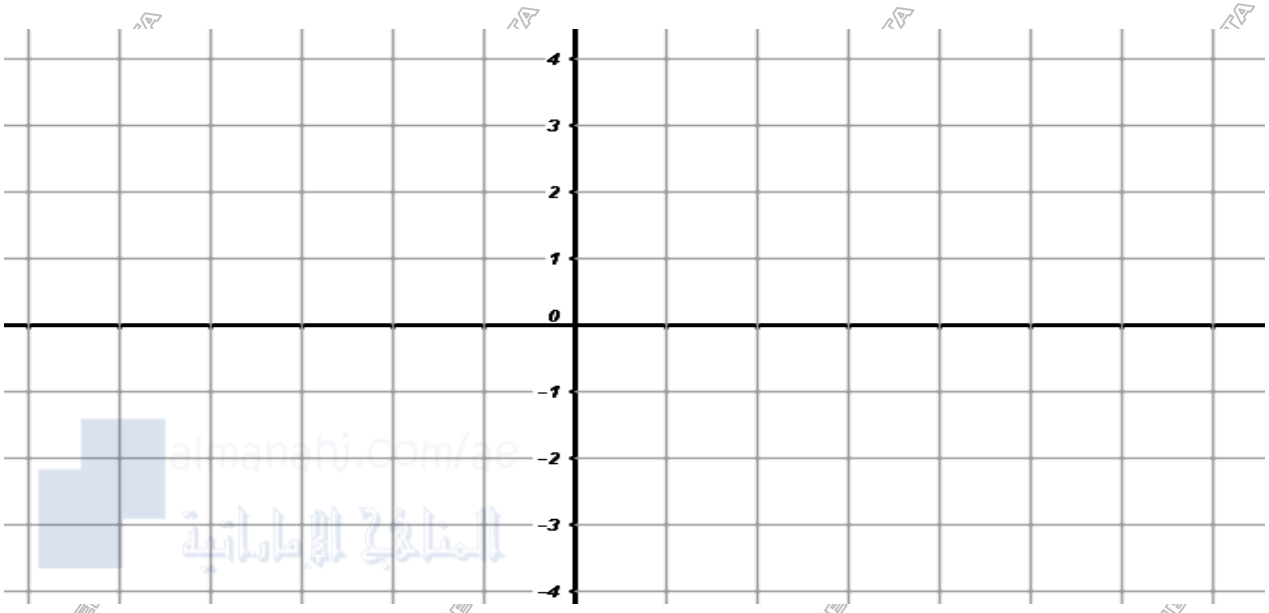
7 $\cos^2 x + \cos x = 0$

AHMED ATA
ABDEL QADER AL JAZAERI SCHOOL
0566010255
almanahj.com/ae
المناهج الإماراتية

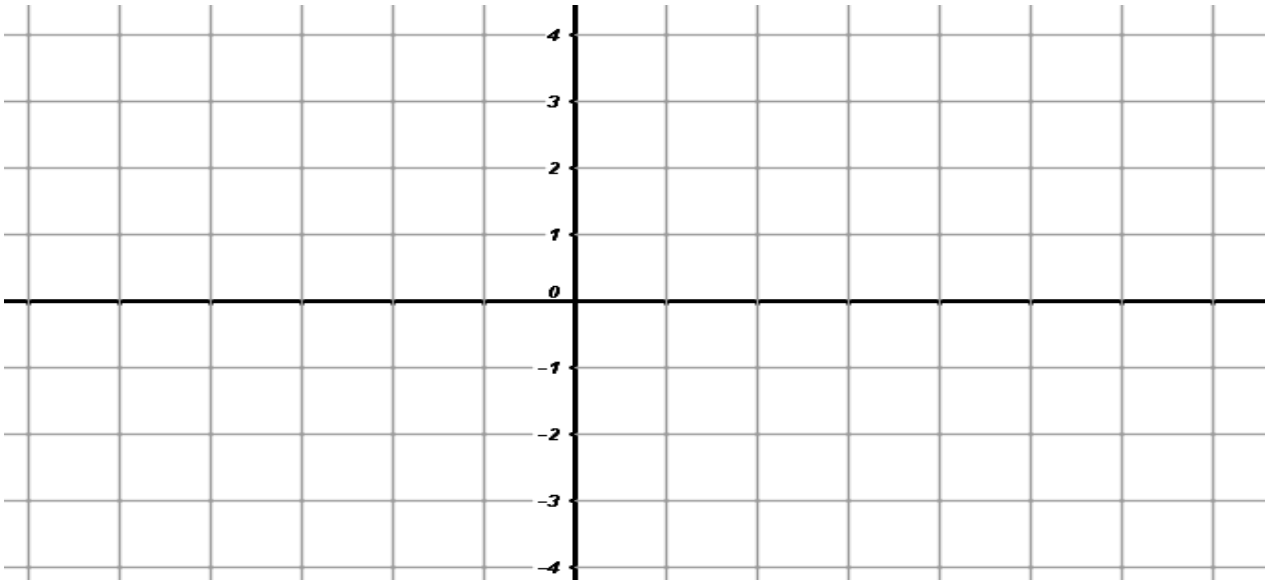
AHMED ATA AHMED ATA AHMED ATA

ارسم تمثيلًا بيانيًا للدالة.

8 $f(x) = \sin 2x$



9 $f(x) = 3\cos(x - \pi/2)$



AHMED ATA AHMED ATA AHMED ATA AHMED ATA
AHMED ATA AHMED ATA AHMED ATA AHMED ATA
ABDEL QADER AL JAZAERI SCHOOL
ABDEL QADER AL JAZAERI SCHOOL
AHMED ATA 0566010255 AHMED ATA
AHMED ATA 0566010255 AHMED ATA
AHMED ATA AHMED ATA AHMED ATA AHMED ATA
AHMED ATA AHMED ATA AHMED ATA AHMED ATA

ملخص المفهوم التمثيلات البيانية للدوال الجيبية

وللتمثيلات البيانية الخاصة بـ: $y = a\cos(bx + c) + d$ و $y = a\sin(bx + c) + d$، حيث: $a \neq 0$ and $b \neq 0$.
السمات الآتية:

السعة: $\lvert a \rvert$	الدورة: $\frac{2\pi}{\lvert b \rvert}$	التكرار: $\frac{\lvert b \rvert}{2\pi}$ أو $\frac{1}{\text{الفترة}}$
إزاحة الطور: $-\frac{c}{\lvert b \rvert}$	الإزاحة الرأسية: d	الخط المتوسط: $y = d$

حدد السعة والدورة والتردد.

10 $f(x) = 3\sin 2x$

11 $f(x) = 5\cos 3x$

12 $f(x) = 3\cos(2x - \pi/2)$

13 $f(x) = -2\cos 3x$

AHMED ATA
ABDEL QADER AL JAZAERI SCHOOL
0566010255

النظرية 3.2

لأي عددين حقيقيين α و β ، نحصل على المتطابقات التالية:

(3.1) $\sin(\alpha + \beta) = \sin\alpha\cos\beta + \sin\beta\cos\alpha$

(3.2) $\cos(\alpha + \beta) = \cos\alpha\cos\beta - \sin\alpha\sin\beta$

(3.3) $\sin^2\alpha = \frac{1}{2}(1 - \cos 2\alpha)$

(3.4) $\cos^2\alpha = \frac{1}{2}(1 + \cos 2\alpha)$

أثبت صحة المتطابقة المثلثية

14 $\cos(2\theta) = 1 - 2\sin^2\theta$

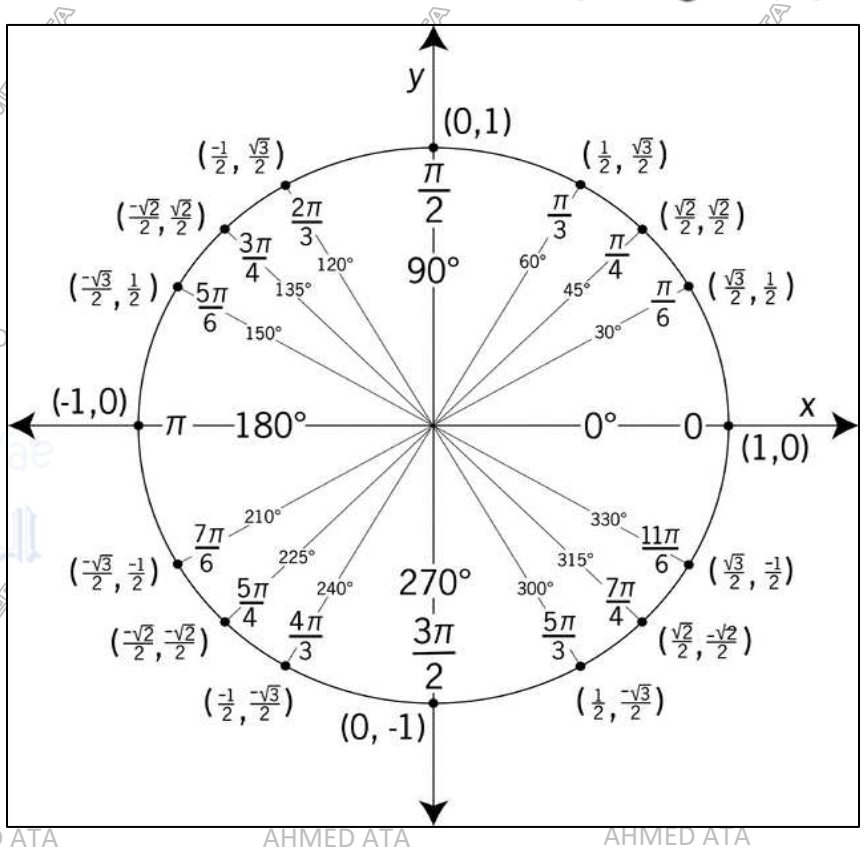
15 $\cos(2\theta) = 2\cos^2\theta - 1$

16 $\sec^2\theta = \tan^2\theta + 1$

AHMED ATA
ABDEL QADER AL JAZAERI SCHOOL
0566010255
almanahj.com/ae
المناهج الإماراتية

في التمرينات من 16 التالية أوجد قيمة الدالة المعكوسة عبر رسم دائرة وحدة وتحديد الزاوية الصحيحة وإيجاد قيمة الزوج المرتب على الدائرة.

x	$\sin x$	$\cos x$
0	0	1
$\frac{\pi}{6}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$
$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}$
$\frac{\pi}{2}$	1	0
$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$-\frac{1}{2}$
$\frac{3\pi}{4}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$
$\frac{5\pi}{6}$	$\frac{1}{2}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$
π	0	-1
$\frac{3\pi}{2}$	-1	0
2π	0	1



16

$\cos^{-1} 0$

$\sin^{-1}(-1)$

$\sec^{-1} 1$

$\sec^{-1} 2$

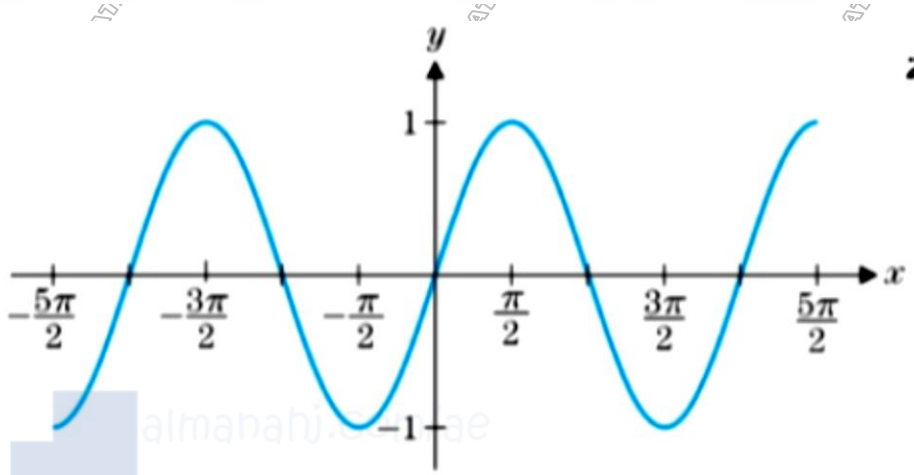
$\cot^{-1} 1$

AHMED ATA
ABDEL QADER AL JAZAERI SCHOOL
0566010255

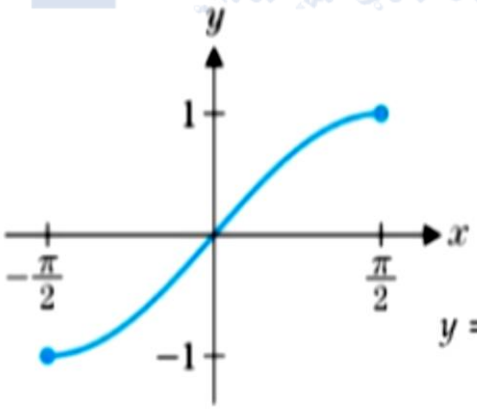
النظرية 3.1

الدوال $f(\theta) = \sin\theta$ و $g(\theta) = \cos\theta$ تمثل دوال دورية، ودورتها 2π.

الدوال المثلثية المعكوسة



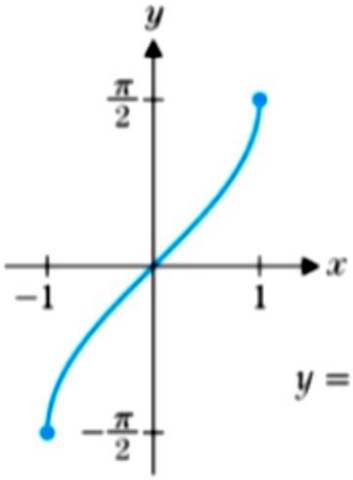
$y = \sin x$



$y = \sin x$

المجال هو=

المدى هو=



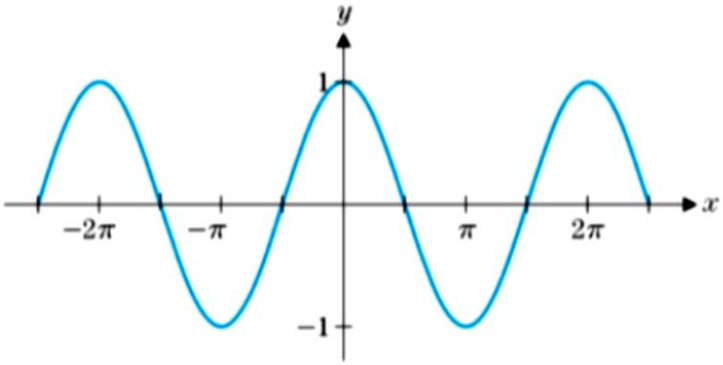
$y = \sin^{-1} x$

المجال هو=

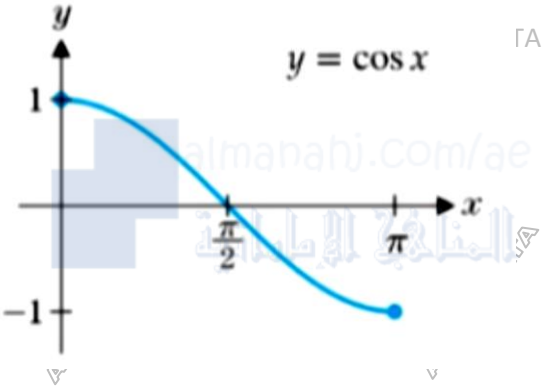
المدى هو=

$y = \sin^{-1} x$ اذا وفقط اذا $\sin y = x$ و $-\frac{\pi}{2} \le y \le \frac{\pi}{2}$

17 أوجد قيمة $\sin^{-1}\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ (a) و $\sin^{-1}\left(-\frac{1}{2}\right)$ (b).



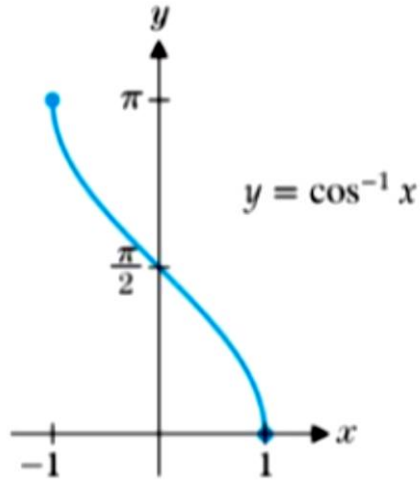
$y = \cos x$



$y = \cos x$

المجال هو=

المدى هو=



$y = \cos^{-1} x$

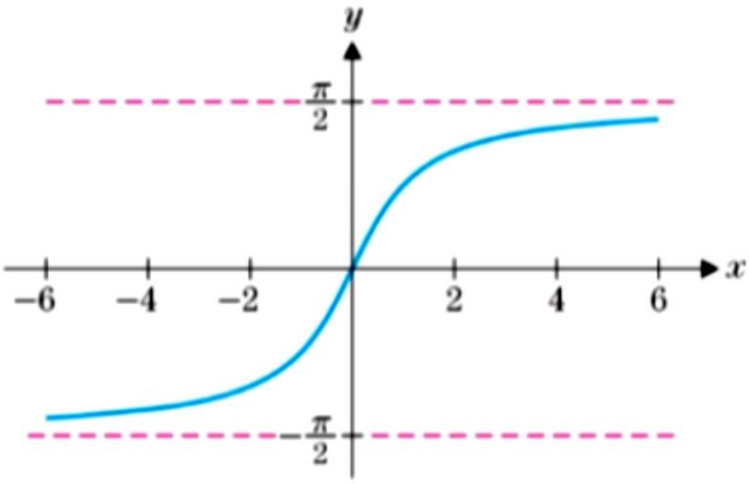
المجال هو=

المدى هو=

$y = \cos^{-1} x$ اذا وفقط اذا كان $\cos y = x$ و $0 \le y \le \pi$.

18 أوجد قيمة (a) $\cos^{-1}(0)$ و (b) $\cos^{-1}\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$.

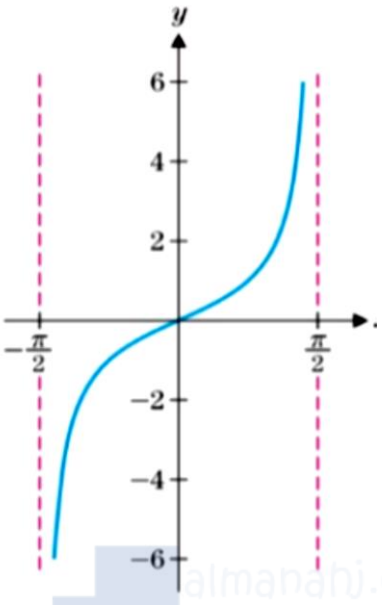
AHMED ATA
ABDEL QADER AL JAZAERI SCHOOL
0566010255



$y = \tan^{-1} x$

المجال هو=

المدى هو=

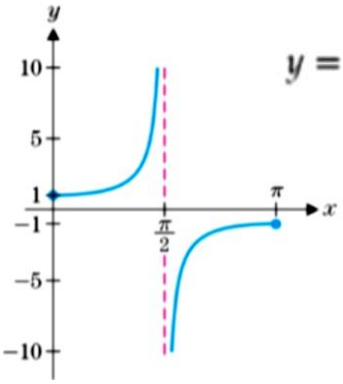


$y = \tan x \text{ on } \left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$

المجال هو=

المدى هو=

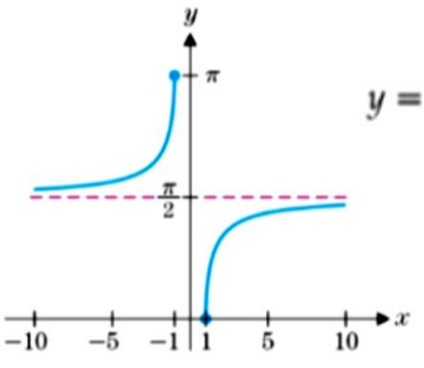
أوجد قيمة $\tan^{-1}(1)$.



$y = \sec x \text{ on } [0, \pi]$

المجال هو=

المدى هو=



$y = \sec^{-1} x$

المجال هو=

المدى هو=

أوجد قيمة $\sec^{-1}(-\sqrt{2})$.

19

AHMED ATA
ABDEL QADER AL JAZAERI SCHOOL
0566010255

20 برهن أنّه لثابتٍ ما β.

$$4\cos x - 3\sin x = 5\cos(x+\beta)$$

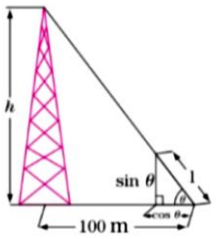
ثمّ. أوجد تقديرًا لقيمة β.

21 برهن أنّه لثابتٍ ما β.

$$2\sin x + \cos x = \sqrt{5}\sin(x+\beta)$$

ثمّ. أوجد تقديرًا لقيمة β.

22 يقف شخصٌ على بعد 100 متر من قاعدة برجٍ ويكون قياس الزاوية عنده من الأرض إلى قمة البرج $60°$. (انظر الشكل 1.51). (a) أوجد ارتفاع البرج. (b) ما قياس الزاوية إذا كان الشخص يبعد 200 متر عن القاعدة؟



الشكل 1.51

ارتفاع برج

23 يقيس شخص يجلس على بعد ميلين من موقع إطلاق صاروخ بزاوية قياسها $20°$ درجة فوق الموقع الحالي. فما مقدار ارتفاع الصاروخ؟

24 يقف مسّاح على بعد 80 قدمًا قاعدة مبنى حكومي ويقيس من مكانه زاوية قياسها $50°$ درجة الى قمة البرج . يكتشف المساح أن مركز البرج يقع على مسافة 20 قدمًا داخل الجزء الأمامي للهيكل. أوجد المسافة من الأرض إلى قمة البرج.

25 حدد ما إذا كانت الدالة دورية. وإذا كانت دورية، أوجد الدورة (الأساسية) الأصغر.

$f(x) = \cos 2x + 3 \sin \pi x$

$f(x) = \sin 2x - \cos 5x$

AHMED ATA
ABDEL QADER AL JAZAERI SCHOOL
0566010255

استخدم مثلثًا لتحويل كل تعبير إلى أبسط صورة. وحيثما أمكن، اذكر مدى الذي ينطبق عليه التبسيط.

26 $\cos(\sin^{-1} x)$

27 $\cos(\tan^{-1} x)$

28 $\tan(\sec^{-1} x)$

29 $\sin\left(\cos^{-1} \frac{1}{2}\right)$

30 $\cos\left(\sin^{-1} \frac{1}{2}\right)$

31 $\tan\left(\cos^{-1} \frac{3}{5}\right)$

AHMED ATA
ABDEL QADER AL JAZAERI SCHOOL
0566010255
almanahj.com/ae
المناهج الإماراتية