تم تحميل هذا الملف من موقع المناهج الإماراتية

almanahj.com/ae

موقع المناهج الإماراتية

الملف أوراق عمل التكامل المحدود
موقع المناهج ⇦ المناهج الإماراتية ⇦ الصف الثاني عشر المتقدم ⇦ رياضيات ⇦ الفصل الثاني

روابط مواقع التواصل الاجتماعي بحسب الصف الثاني عشر المتقدم			
روابط مواد الصف الثاني عشر المتقدم على تلغرام			
التربية الاسلامية	اللغة العربية	اللغة الانجليزية	الرياضيات

المزيد من الملفات بحسب الصف الثاني عشر المتقدم والمادة رياضيات في الفصل الثاني	
1	كل مايخص الاختبار التكويني لمادة الرياضيات للصف الثاني عشر يوم الأحد 9/2/2020
2	تدريبات متنوعة مع الشرح على الوحدة الرابعة(النهايات والاتصال)
3	تدريبات متنوعة على تطبيقات الاشتقاق
4	قوانين هندسية
5	الاختبار القياسي في الرياضيات

الرياضيات – 12 متقدم - ف2

(4 - 5) التكامل المحدود

$$\int_a^b f(x)\ dx$$

مجموع ريمان	مساحات أشكال منتظمة	النظرية الأساسية	التكامل العددي
تقريبية: عدد المستطيلات n مُحددة دقيقة: عدد المستطيلات $n \to \infty$	مثلث - مربع - مستطيل - دائرة شبه منحرف	الدرس (5 – 5)	الدرس (7 – 5)

أولاً: التكامل المحدود باستخدام مجاميع ريمان

تقريبية

$$\int_a^b f(x)\ dx = \sum_{i=1}^{n} f(c_i)\ \Delta x$$

دقيقة

$$\int_a^b f(x)\ dx = \lim_{n\to\infty} \sum_{i=1}^{n} f(c_i)\ \Delta x$$

تمارين صـ 356 :- استخدم قاعدة نقطة المنتصف مع n = 6 لتقدير قيمة التكامل

4) $\int_{-2}^{2} e^{-x^2}\ dx$

الحل

$f(x) = \cdots \ldots$, $[a\,,b] = \cdots \ldots \ldots$, $n = \cdots$, $\Delta x = \dfrac{b-a}{n} = \cdots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots$

التقريب المنتصفي

A_6 = ...

.....

.....

$c_i = x_0 + i\ \Delta x + \dfrac{\Delta x}{2}$

.....

.....

من $i = 0$ إلى $i = n - 1$

استخدم الآلة

تفكير ناقد: هل توجد طريقة أخرى للحل؟ ..... راجع الدرس (3 – 5) المساحة

تمارين صـ 356 :- استخدم قاعدة نقطة المنتصف مع n = 6 لتقدير قيمة التكامل

1) $\int_0^3 (x^3 + x)\, dx$

$f(x) = \cdots \ldots \quad , [a\,, b] = \cdots \ldots \ldots$

$n = \cdots \quad , \Delta x = \dfrac{b-a}{n} = \cdots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots$

التقريب المنتصفي

$A_6 =$ .....

$c_i = x_0 + i\ \Delta x + \dfrac{\Delta x}{2}$

.....

.....

من $i = 0$ إلى $i = n - 1$

.....

.....

.....

استخدم الآلة

تفكير ناقد: هل توجد طريقة أخرى للحل؟ ..... راجع الدرس (3 – 5) المساحة

تمارين صـ 356 :- أوجد قيمة التكامل بحساب نهاية مجموع ريمان

9) $\int_0^1 2x\ dx$

$f(x) = \cdots \ldots \quad , [a\,, b] = \cdots \ldots \ldots$

$n \to \infty \quad , \Delta x = \dfrac{b-a}{n} = \cdots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots$

سنعتبر الحل بيمين الفترة لسهولة الحل وهو لا يؤثر على ناتج المساحة حيث إن المساحة الدقيقة في كل الحالات ستكون نفسها

.....

.....

.....

.....

.....

.....

$c_i = x_0 + i\ \Delta x$

.....

.....

من $i = 1$ إلى $i = n$

تمارين صـ 356 ـ: أوجد قيمة التكامل بحساب نهاية مجموع ريمان

$$13)\int_{1}^{3}(x^2-3)\,dx$$

$$f(x)=\cdots\ldots\quad,[a\,,b]=\cdots\ldots\ldots$$

$$n\to\infty\quad,\Delta x=\frac{b-a}{n}=\cdots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

سنعتبر الحل بيمين الفترة لسهولة الحل وهو لا يؤثر على ناتج المساحة حيث إن المساحة الدقيقة في كل الحالات ستكون نفسها

$$c_i=x_0+i\ \Delta x$$

.....

.....

.....

من $i=1$ إلى $i=n$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

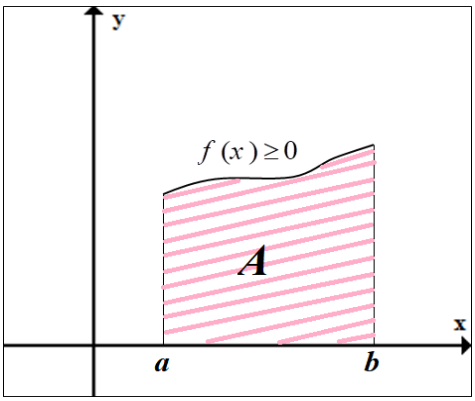
.....

.....

ثانياً: التكامل المحدود باستخدام المساحة

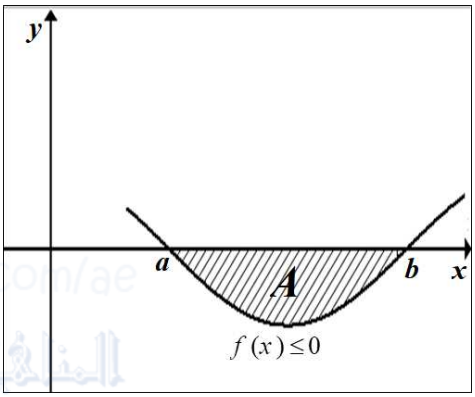
إذا كانت $y = f(x)$ دالة قابلة للتكامل على $[a, b]$ وكانت المساحة بين الدالة ومحور السينات

فوق محور السينات



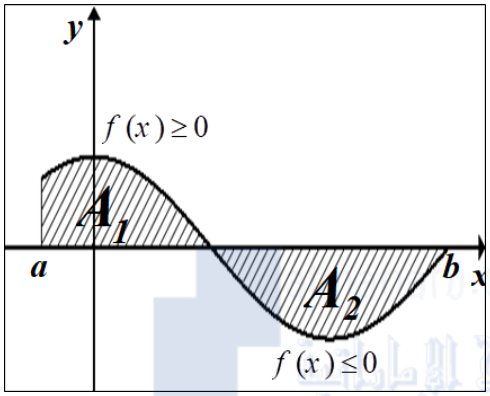
$$\int_a^b f(x)\,dx = A$$

تحت محور السينات



$$\int_a^b f(x)\,dx = -A$$

فوق وتحت محور السينات

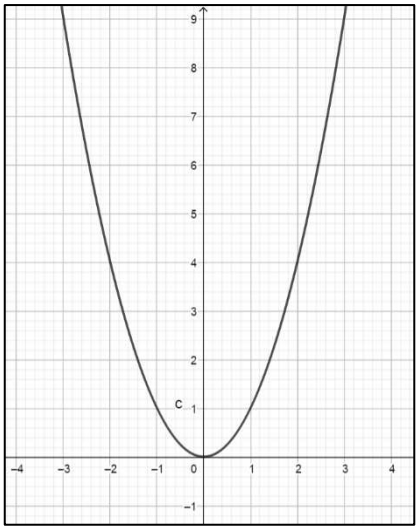


$$\int_a^b f(x)\,dx = A_1 - A_2$$

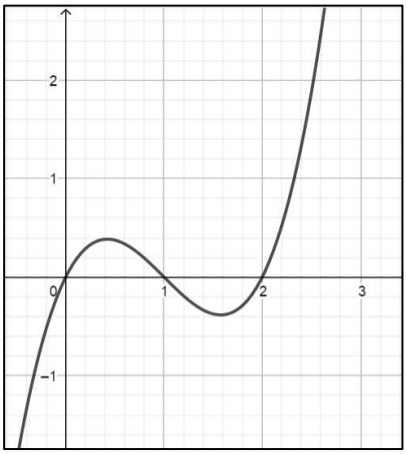
ملاحظة: يعمل هذا التعريف في اتجاهين:
نستخدم المساحة لحساب التكامل المحدود أو نستخدم التكامل المحدود لحساب المساحة

تمارين صـ 356 ـ: أعط تفسير مساحة للتكامل

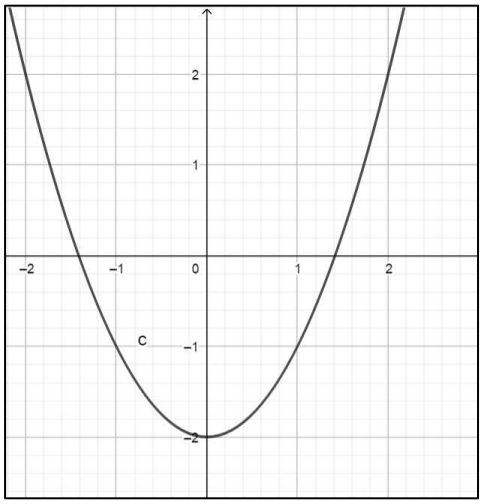
5) $\int_1^3 x^2\,dx = \cdots$



8) $\int_1^2 (x^3 - 3x^2 + 2x)\,dx = \cdots$



7) $\int_0^2 (x^2 - 2)\,dx = \cdots \ldots \ldots$



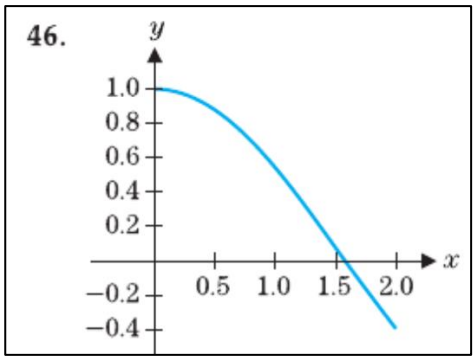
.....

.....

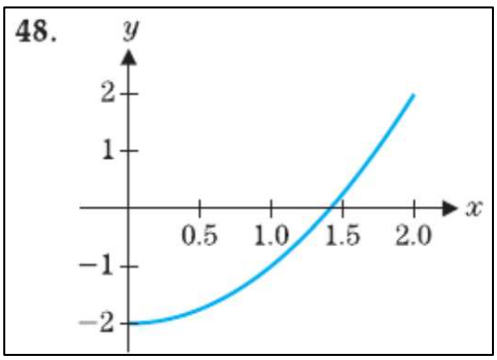
(4 - 5) التكامل المحدود

تمارين صـ 357 ـ: استخدم التمثيل البياني لتحديد ما إذا كانت $\int_0^2 f(x)\,dx$ موجبة أم سالبة.

46.



48.

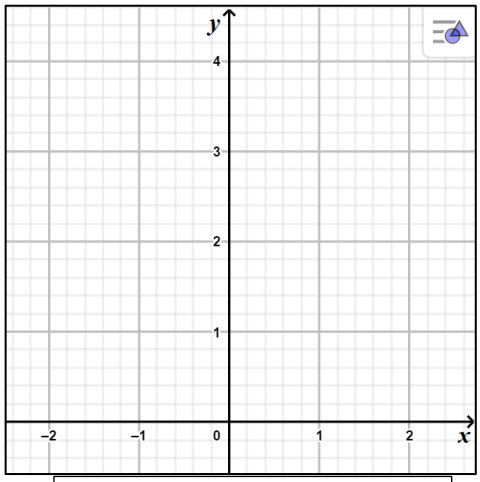


.....

.....

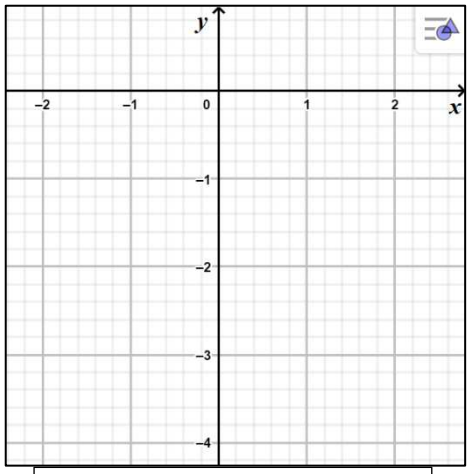
تمارين صـ 357 ـ: اكتب (مجمل) المساحة المعطاة في صورة تكامل أو ناتج جمع تكاملات.

15) المساحة فوق محور x وتحت $y = 4 - x^2$



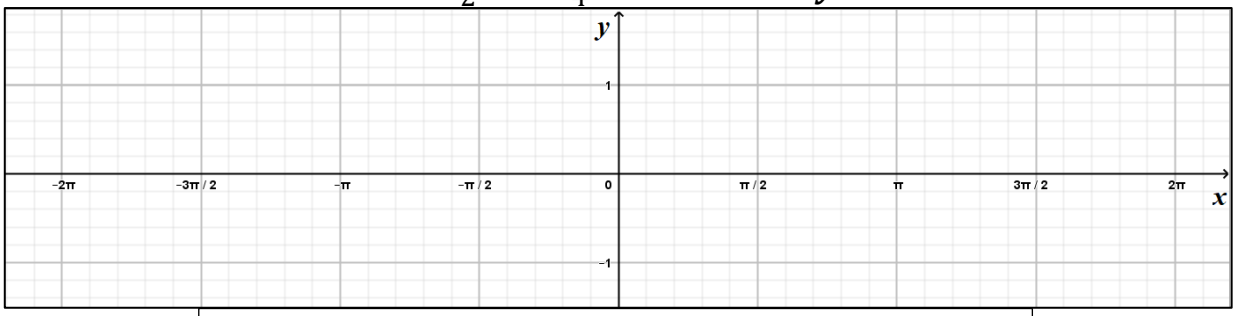
A = ...

17) المساحة تحت محور x وفوق $y = x^2 - 4$



A = ...

20) المساحة بين المنحنى $y = \sin x$ ومحور x لـ $-\frac{\pi}{2} \le x \le \frac{\pi}{4}$

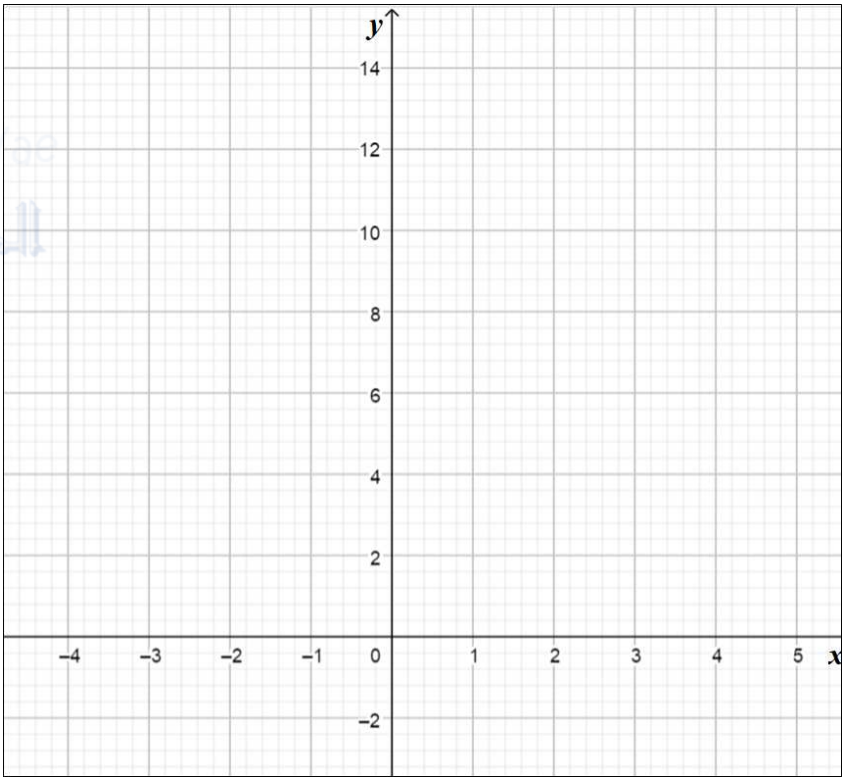


A = ...

تمارين صـ 356 ـ: ارسم المساحة المناظرة للتكامل

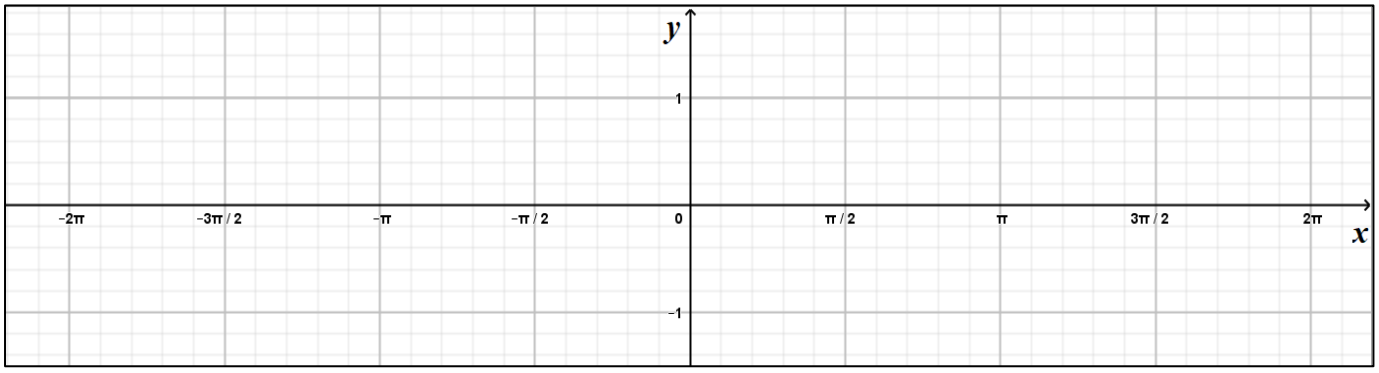
39) (b) $\int_{2}^{4} (x^2 - x)\ dx$

x					
y					



تمارين صـ 356 ـ: ارسم المساحة المناظرة للتكامل

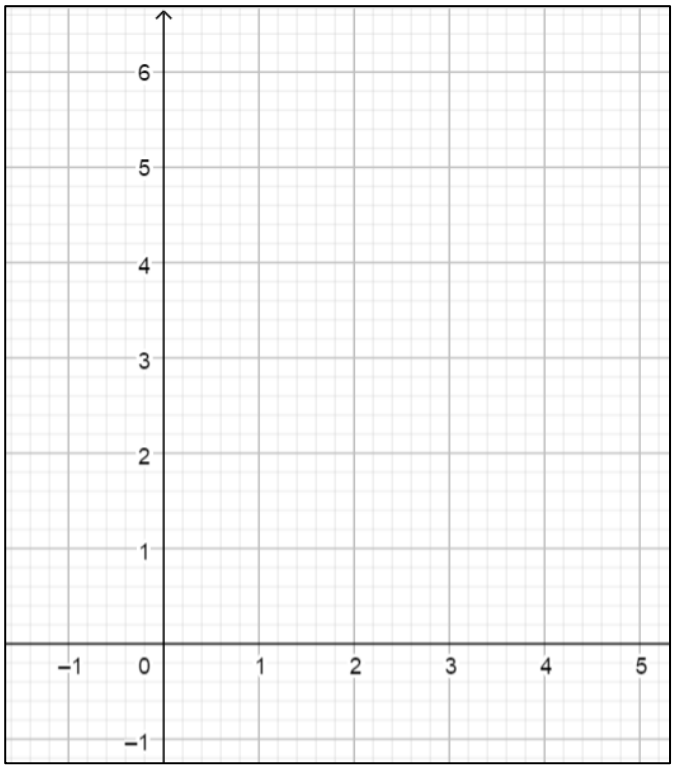
40) (a) $\int_{0}^{\frac{\pi}{2}} cos\ x\ dx$



تمارين صـ 357 –: استخدم القوانين الهندسية لحساب التكامل

49) $\int_0^2 3x\ dx$

x			
y			



.....

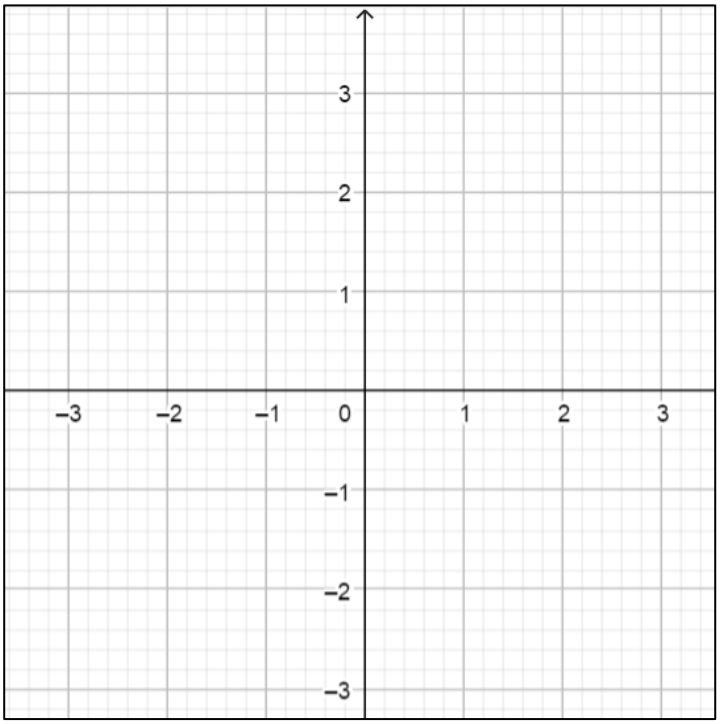
.....

.....

.....

تمارين صـ 357 –: استخدم القوانين الهندسية لحساب التكامل

51) $\int_0^2 \sqrt{4-x^2}\ dx$



.....

.....

.....

.....

تمارين صـ 356 –: استخدم القوانين الهندسية لحساب التكامل $\int_0^4 f(x)\ dx$

23) $f(x) = \begin{cases} 2x & , \quad x < 1 \\ 4 & , \quad x \geq 1 \end{cases}$

x			
y			

x			
y			

almanahj.com/ae
المنهج الإماراتي

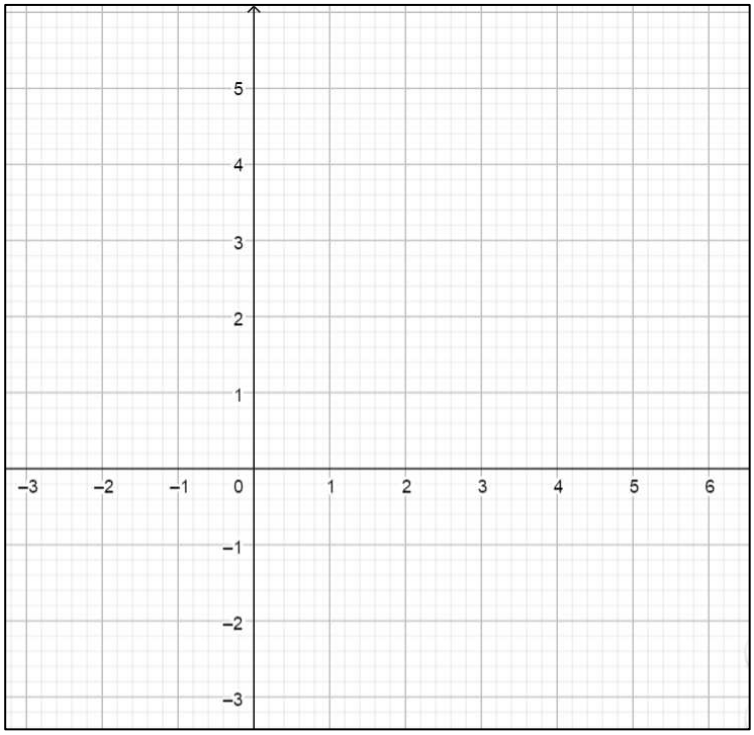
$\int_0^4 f(x)\ dx$

.....

.....

.....

.....



ملاحظة:

سنؤجل دراسة:

- خواص التكامل المحدود
- النظرية 4.3
- النظرية 4.4 (نظرية القيمة المتوسطة في التكامل)

والأمثلة والتمارين المتعلقة بكل منها للدرس القادم