شكراً لتحميلك هذا الملف من موقع المناهج الإماراتية

ملزمة الدرس الأول المساحة بين المنحنيات من الوحدة السادسة

التواصل الاجتماعي بحسب الصف الثاني عشر المتقدم

روابط مواد الصف الثاني عشر المتقدم على تلغرام

التربية الاسلامية	اللغة العربية	اللغة الانجليزية	الرياضيات

المزيد من الملفات بحسب الصف الثاني عشر المتقدم والمادة رياضيات في الفصل الثالث

1	ملخص أهم القوانين في الحبر والهندسة
2	حل أسئلة الامتحان النهائي الالكتروني
3	حل أسئلة الامتحان النهائي الالكتروني
4	أسئلة الامتحان النهائي الورقي بريدج
5	أسئلة نموذج تدريبي ريفيل

Al Shobaki 0508124370 الشوبكي

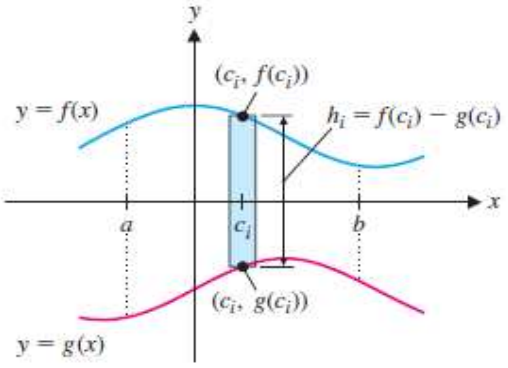
الوحدة السّادسة – تطبيقات التّكامل المحدود

Applications of the Definite Integral

(6-1) المساحة بين المنحنيات

AREA BETWEEN CURVES

1



$y = f(x)$

$y = g(x)$

$a \le x \le b$

المساحة بين المنحنيات كتكامل بمعلومية x

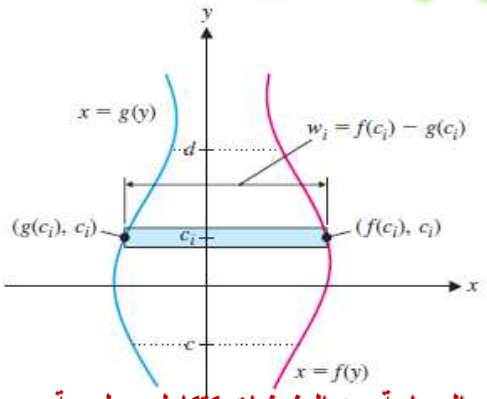
لكل x بالفترة $[a, b]$ $\quad f(x) \ge g(x)$

$$A = \lim_{n\to\infty} \sum_{i=1}^{n} [f(c_i) - g(c_i)]\,\Delta x$$

تحت – فوق

$$= \int_{x=a}^{x=b} \big(f(x) - g(x)\big)\,dx$$

Top – Bottom



$x = f(y)$

$x = g(y)$

$c \le y \le d$

المساحة بين المنحنيات كتكامل بمعلومية y

لكل y بالفترة $[c, d]$ $\quad f(y) \ge g(y)$

$$A = \lim_{n\to\infty} \sum_{i=1}^{n} [f(c_i) - g(c_i)]\,\Delta y$$

يسار – يمين

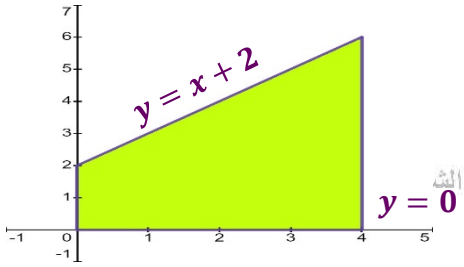
$$= \int_{y=c}^{y=d} \big(f(y) - g(y)\big)\,dy$$

Right – Left

بمعلومية x (تكامل واحد أو أكثر)

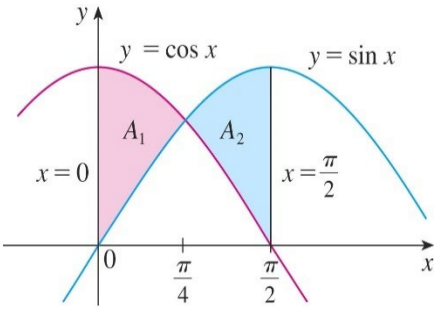
س1) جد مساحة المنطقة المحدودة بـِ $y = x + 2$ ومحور x ، والمستقيمان $x = 0$ و $x = 4$ ؟

Find the area bounded by the graphs of $y = x + 2$, $x - axis$, and the lines $x = 0$, and $x = 4$?



س2) جد مساحة المنطقة المحدودة بـِ $f(x) = sinx$ و $g(x) = cosx$ و $x = 0$ و $x = \frac{\pi}{2}$ ؟

Find the area bounded by the curves of $f(x) = sinx$, $g(x) = cosx$, $x = 0$, and $x = \frac{\pi}{2}$?

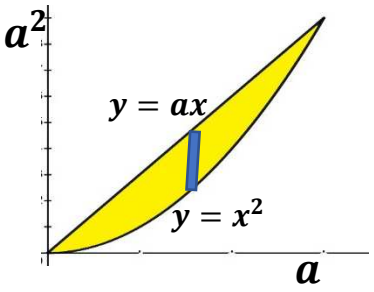


Jalshobaki.com

Al Shobaki 0508124370 الشوبكي

س3) إذا علمت أنّ المساحة بين $f(x)=x^2$ و $y=ax$ كانت تساوي 4.5 وحدة مساحة مربّعة، فما قيمة a حيث a موجبة؟

If the area between $f(x)=x^2$ and $y=ax$ is 4.5 units squared, what is the value of a where a is positive?

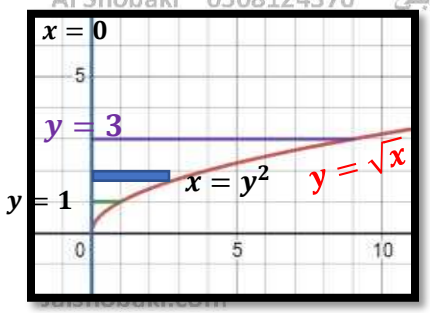


Jalshobaki.com

بمعلومية y (كتكامل واحد أو أكثر)

س1) جد مساحة المنطقة المحدودة بـِ $y=\sqrt{x}$ ومحور y ، والمستقيمان $y=1$ و $y=3$ ؟

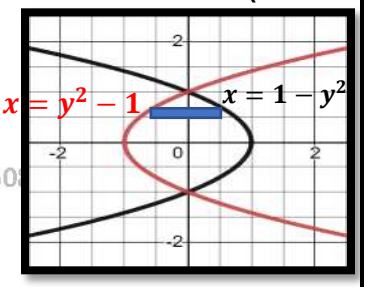
Find the area bounded by the graphs of $y=\sqrt{x}$, $y-axis$, and the lines $y=1$, and $y=3$?



Al Shobaki 0508124370 الشوبكي
Jalshobaki.com

س2) جد مساحة المنطقة المحدودة بالمنحنيين $x=1-y^2$ و $x=y^2-1$ ؟

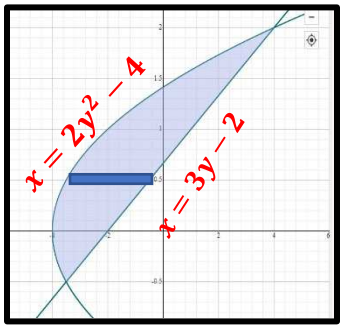
Find the area bounded by the curves $x=1-y^2$ and $x=y^2-1$?



Al Shobaki 0508124370 الشوبكي

س3) جد مساحة المنطقة المحدودة بالمنحنيين $x=3y-2$ و $x=2y^2-4$ ؟

Find the area bounded by the curves $x=3y-2$ and $x=2y^2-4$?



Jalshobaki.com
Al Shobaki 0508124370 الشوبكي

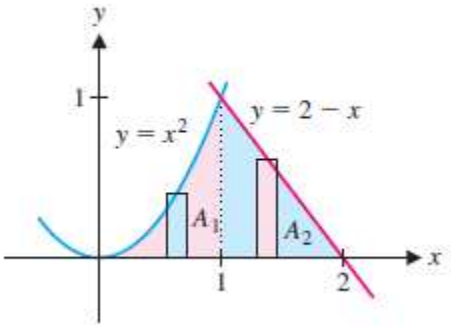
Al Shobaki 0508124370 الشوبكي

بمعلومية x و y

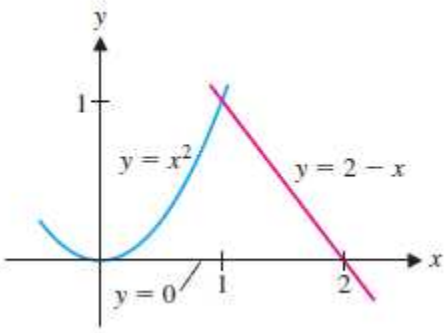
س1) جد مساحة المنطقة المحدودة بـِ $y = x^2$ ، $y = 2 - x$ ، $y = 0$ بمعلومية x و y ؟

Find the area bounded by the curves of $y = x^2$, $y = 2 - x$, and $y = 0$ given x and y ?

Al Shobaki 0508124370 الشوبكي



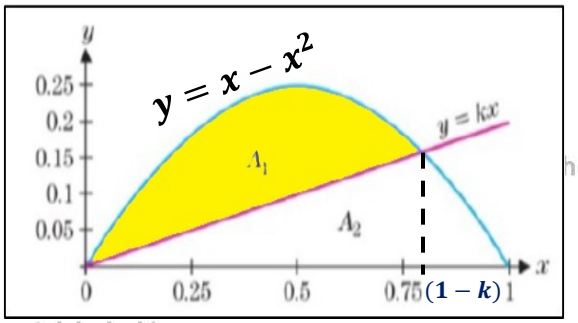
Jalshobaki.com Jalshobaki.com
Al Shobaki 0508124370 الشوبكي Al Shobaki 0508124370 الشوبكي



Al Shobaki 0508124370 الشوبكي
Jalshobaki.com Jalshobaki.com

س2) لأجل $y = x - x^2$ ، و $y = kx$ كما هو مبيّن بالشكل. جد قيمة k بحيث تكون $A_1 = A_2$ ؟

For $y = x - x^2$ and $y = kx$ as shown, find k such that $A_1 = A_2$?



Al Shobaki 0508124370 الشوبكي
Jalshobaki.com Jalshobaki.com
Jalshobaki.com
Al Shobaki 0508124370 الشوبكي Al Shobaki 0508124370 الشوبكي

Al Shobaki 0508124370 الشوبكي

2

يتحدّث عن نسبة الطّاقة المفقودة أثناء الاصطدام. والمثال يتكلّم عن الاصطدام بين مضرب التّنس والكرة وأنّ الطّاقة المفقودة تتناسب مع المساحة تحت المنحنى $y = f(x)$ ، حيث $f_c(x)$ القوّة أثناء انكماش الكرة، و $f_e(x)$ القوّة أثناء تمدّد الكرة، حيث $0 \le x \le m$ (المسافة).

In collisions between a tennis racket and ball, Let x represent how far the ball is compressed, where $0 \le x \le m$, then, the energy transferred is proportional to the area under the curve $y = f(x)$. Suppose that $f_c(x)$ is the force during compression of the ball and $f_e(x)$ is the force during expansion of the ball. The percentage of energy lost in the collision is then given by:

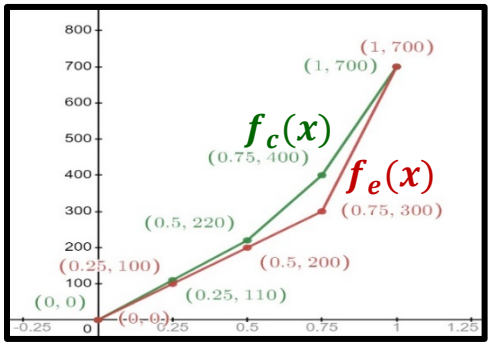
تعطى نسبة الطّاقة المفقودة أثناء الاصطدام بـــِ:

$$100\left(\frac{\int_0^m [f_c(x) - f_e(x)]\,dx}{\int_0^m f_c(x)\,dx}\right)$$

مثال) استخدم قاعدة نقطة المنتصف لتقدير نسبة الطّاقة التي احتفظت بها كرة البيسبول؟

Use The Midpoint Rule to estimate the proportion of energy retained by the baseball ?

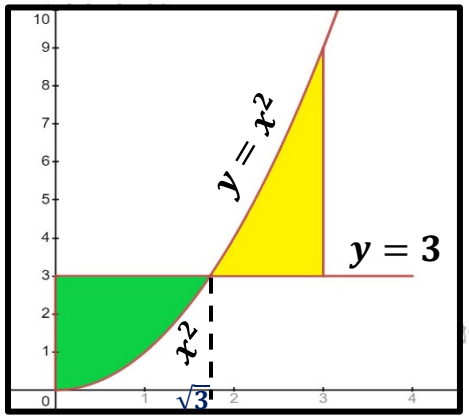
$x(cm)$	0	0.25	0.5	0.75	1
$f_c(x)(N)$	0	110	220	400	700
$f_e(x)(N)$	0	100	200	300	700



مسائل متنوّعة

س1) القيمة المتوسّطة لدالة $f(x)$ هي $A = \frac{1}{b-a}\int_a^b f(x)\,dx$. احسب القيمة المتوسّطة لـِ $f(x) = x^2$ على الفترة $[0, 3]$ وبيّن أنّ المساحة فوق $y = A$ وتحت $y = f(x)$ تساوي المساحة تحت $y = A$ وفوق $y = f(x)$ ؟

The average value of a function $f(x)$ on the interval $[a, b]$ is $A = \frac{1}{b-a}\int_a^b f(x)\,dx$. Compute the average value of $f(x) = x^2$ on $[0, 3]$ and show that the area above $y = A$ and below $y = f(x)$ equals the area below $y = A$ and above $y = f(x)$?



Al Shobaki 0508124370 الشوبكي

Find the area between the curves on the given interval? **الأسئلة من (2-3) جد المساحة بين المنحنيان على الفترة المعطاة؟**

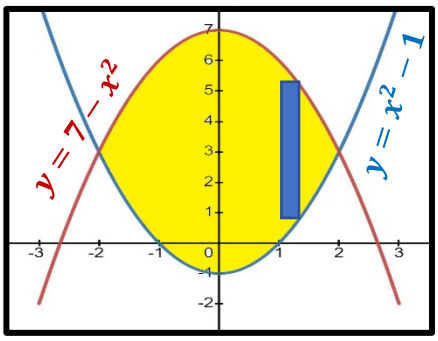
2) $y = cosx$, $y = x^2 + 2$, $0 \le x \le 2$

Jalshobaki.com

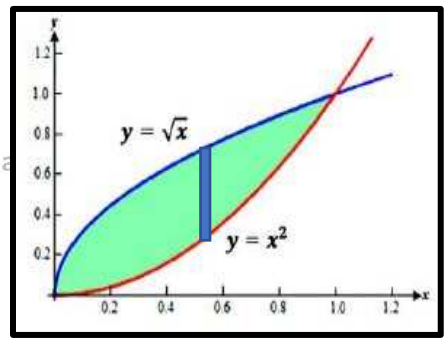
3) $y = e^x$, $y = x - 1$, $-2 \le x \le 0$

Sketch and find the area determined by the intersections of the curves? **الأسئلة من (4-8) ارسم وأوجد مساحة المنطقة التي تحدّدها تقاطعات المنحنيات؟**

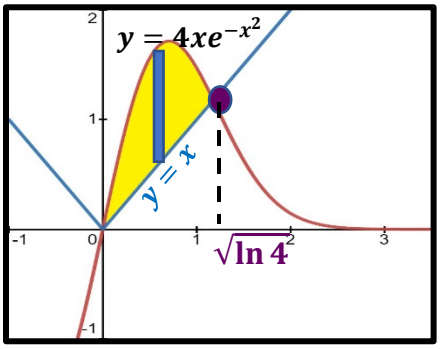
4) $y = x^2 - 1$, $y = 7 - x^2$



5) $y = \sqrt{x}$, $y = x^2$

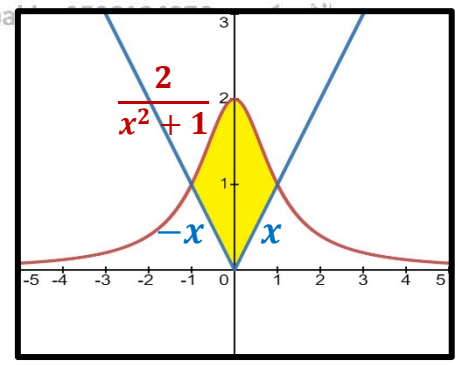


6) $y = 4xe^{-x^2}$, $y = |x|$

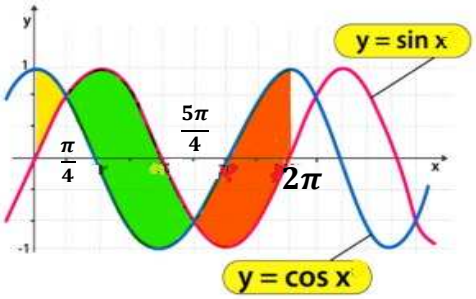


Al Shobaki 0508124370 الشوبكي
Jalshobaki.com

7) $y = \frac{2}{x^2+1}$, $y = |x|$



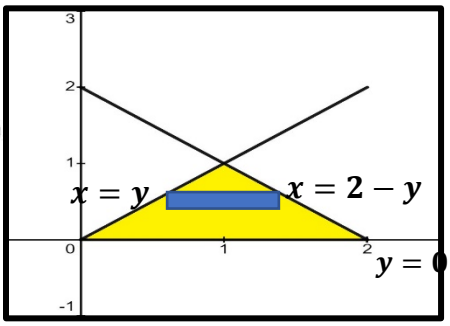
8) $y = sinx$, $y = cosx$, $0 \le x \le 2\pi$



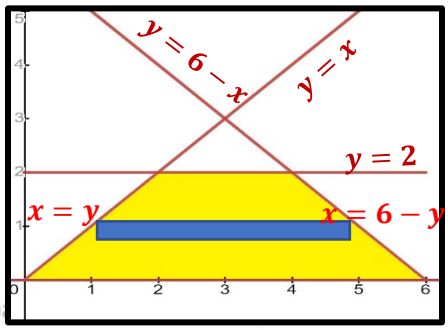
الأسئلة من (9-16) ارسم وأوجد مساحة المنطقة المحدودة بالمنحنيات المعطاة، اختر متغيّر التّكامل بحيث تتم كتابة المساحة كتكامل واحد، تحقّق من اجابتك باستخدام صيغة هندسية أساسية للمساحة؟

Sketch and find the area of the region bounded by the given curves. Choose the variable of integration so that the area is written as a single integral. Verify your answers with a basic geometric area formula?

9) $y = x$, $y = 2 - x$, $y = 0$

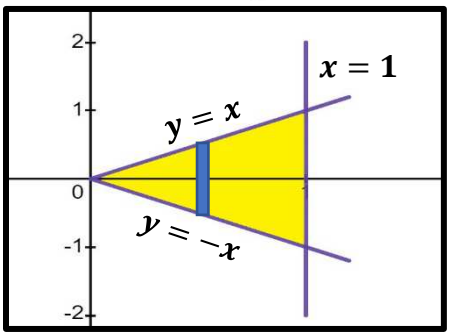


10) $y = x$, $y = 2$, $y = 6 - x$, $y = 0$



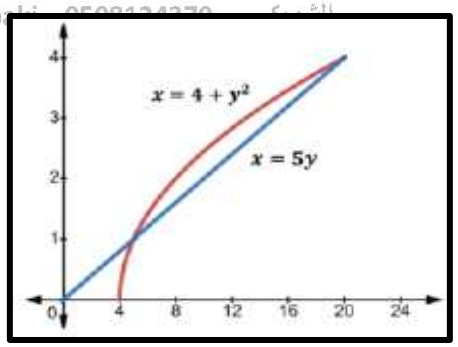
Al Shobaki 0508124370 الشوبكي

11) $x = y$, $x = -y$, $x = 1$

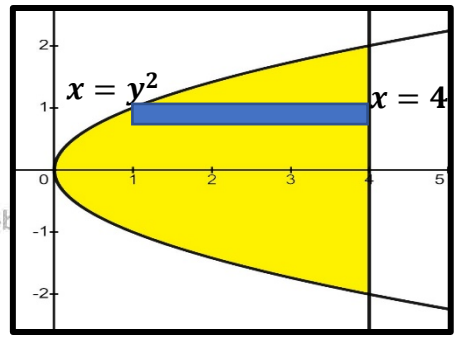


Jalshobaki.com

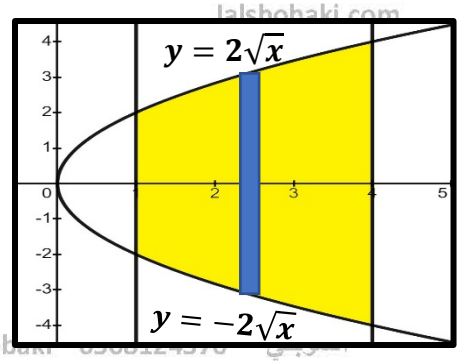
12) $x = 4 + y^2$, $x = 5y$



13) $x = y^2$, $x = 4$

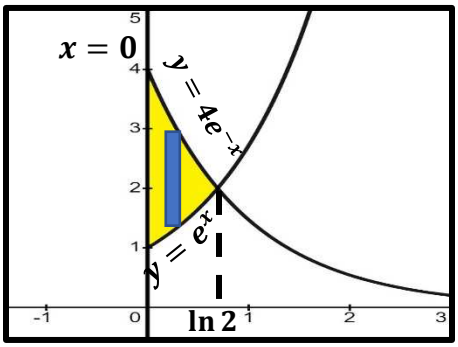


14) $y^2 = 4x$, x ومحور , المستقيمان $x = 1$, $x = 4$?



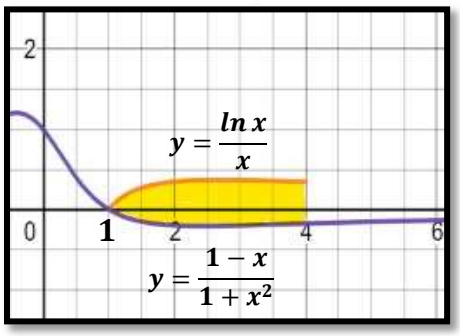
Al Shobaki 0508124370 الشوبكي

15) $y = e^x$, $y = 4e^{-x}$, $x = 0$

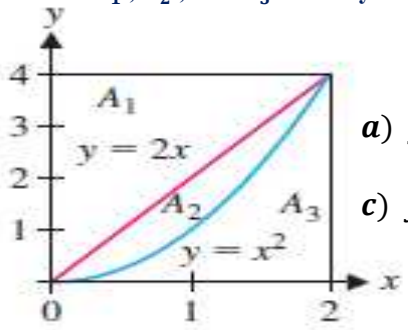


Jalshobaki.com

16) $y = \dfrac{\ln x}{x}$, $y = \dfrac{1-x}{1+x^2}$, $1 \le x \le 4$



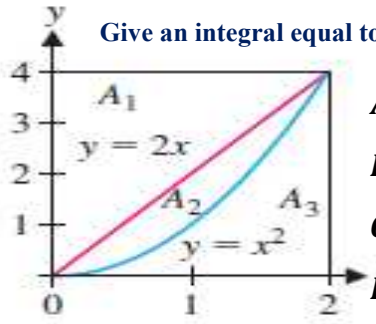
17) بدلالة A_1 , A_2 , A_3 حدّد المساحة المعطاة بكل تكامل؟ **In terms of A_1 , A_2 , and A_3 identify the area given by each integral?**



$a)\ \int_0^2 (2x - x^2)\,dx$ $b)\ \int_0^2 (4 - x^2)\,dx$

$c)\ \int_0^4 (2 - \sqrt{y})\,dy$ $d)\ \int_0^4 \left(\sqrt{y} - \frac{y}{2}\right)\,dy$

18) أعط تكاملاً مساوياً لكل مساحة؟ **Give an integral equal to each area?**



$A)\ A_2 + A_3$

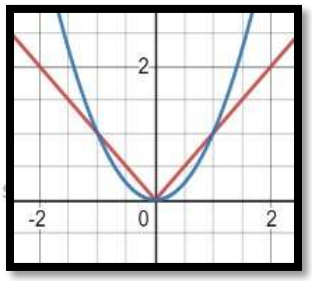
$B)\ A_1 + A_2$

$C)\ A_1$

$D)\ A_3$

Al Shobaki 0508124370 الشوبكي

19) المنطقة المحدودة بـــ $y = x^2$ ، $y = |x|$



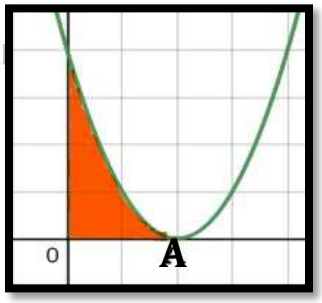
A) $2\int_0^1 (x - x^2)\, dx$

B) $\int_0^1 (x - x^2)\, dx$

C) $\int_{-1}^1 (x - x^2)\, dx$

Jalshobaki.com

20) إذا كانت مساحة المنطقة المظللة تحت المنحنى $y = (x - A)^2$ تساوي $\frac{8}{3}$ فإنّ قيمة A هي ؟



A) -2

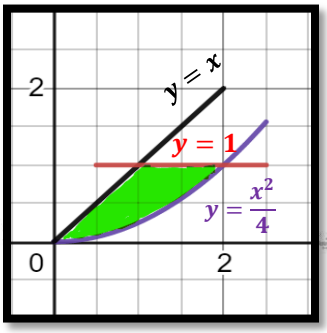
B) -1.025

C) 1.045

D) 2

Jalshobaki.com

21) أي من التكاملات التالية تمثّل المساحة المظللة؟



A) $\int_0^2 x - \frac{x^2}{4}\, dx$

B) $\left(\int_0^1 2\sqrt{y}\, dy\right) - \frac{1}{2}$

C) $\int_0^1 4\sqrt{y} - y\, dy$

Jalshobaki.com