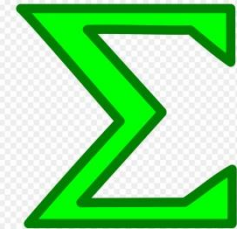
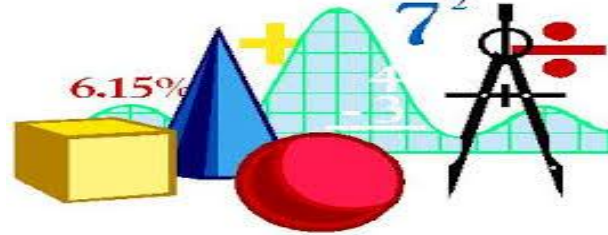


كل ما يحتاجه الطالب في جميع الصفوف من أوراق عمل واختبارات ومذكرات، يجده هنا في الروابط التالية لأفضل مواقع تعليمي إماراتي 100 %

<u>تطبيق المناهج الإماراتية</u>	<u>الاجتماعيات</u>	<u>الرياضيات</u>
<u>الصفحة الرسمية على التلغرام</u>	<u>الاسلامية</u>	<u>العلوم</u>
<u>الصفحة الرسمية على الفيسبوك</u>	<u>الانجليزية</u>	
<u>التربية الاخلاقية لجميع الصفوف</u>	<u>اللغة العربية</u>	
<u>التربية الرياضية</u>		
مجموعات التلغرام.	مجموعات الفيسبوك	قنوات تلغرام
<u>الصف الأول</u>	<u>الصف الأول</u>	<u>الصف الأول</u>
<u>الصف الثاني</u>	<u>الصف الثاني</u>	<u>الصف الثاني</u>
<u>الصف الثالث</u>	<u>الصف الثالث</u>	<u>الصف الثالث</u>
<u>الصف الرابع</u>	<u>الصف الرابع</u>	<u>الصف الرابع</u>
<u>الصف الخامس</u>	<u>الصف الخامس</u>	<u>الصف الخامس</u>
<u>الصف السادس</u>	<u>الصف السادس</u>	<u>الصف السادس</u>
<u>الصف السابع</u>	<u>الصف السابع</u>	<u>الصف السابع</u>
<u>الصف الثامن</u>	<u>الصف الثامن</u>	<u>الصف الثامن</u>
<u>الصف التاسع عام</u>	<u>الصف التاسع عام</u>	<u>الصف التاسع عام</u>
<u>الصف التاسع متقدم</u>	<u>الصف التاسع متقدم</u>	<u>الصف التاسع متقدم</u>
<u>الصف العاشر عام</u>	<u>الصف العاشر عام</u>	<u>الصف العاشر عام</u>
<u>الصف العاشر متقدم</u>	<u>الصف العاشر متقدم</u>	<u>الصف العاشر متقدم</u>
<u>الحادي عشر عام</u>	<u>الحادي عشر عام</u>	<u>الحادي عشر عام</u>
<u>الحادي عشر متقدم</u>	<u>الحادي عشر متقدم</u>	<u>الحادي عشر متقدم</u>
<u>ثاني عشر عام</u>	<u>الثاني عشر عام</u>	<u>الثاني عشر عام</u>
<u>ثاني عشر متقدم</u>	<u>الثاني عشر متقدم</u>	<u>الثاني عشر متقدم</u>



الرياضيات المتقدمة

الفصل الدراسي الثالث

2018/2019

alManahj.com/ae



الثاني عشر متقدم

Math

الحجوم الدورانية

الوحدة السادسة





MR:AHMED ABD EL SAMEI

الحجوم بالشرائح (مقاطع عرضية)



مسائل غير دورانية

(1) أوجد حجم المجسم الذي قاعدته المنطقة المحصورة بين $y = e^{-x}$ والمستقيمت $y = 0$ ،

حيث المقاطع العرضية على المحور هي : $x = 0, x = 1$

أ - مثلثات متطابقة الأضلاع قواعدها في المستوى $x y$

alManahj.com/ae

ب - مربعات اقطارها في المستوى $x y$

ج - أقراص دائرية أقطارها في المستوى $x y$





(2) أوجد حجم المجسم الذي يقع بين مستويين عموديين على المحور السيني عند $x = \pi$ و $x = 0$ والمقاطع العرضية العمودية على المحور هي مثلثات متطابقة الأضلاع قواعدها في المستوى xy بين $y = 2\sqrt{\sin x}$ ومحور السينات

alManahj.com/ae

(3) أوجد حجم المجسم الذي يقع بين مستويين عموديين على المحور السيني والمقاطع العرضية العمودية على المحور هي مربعات أقطارها في المستوى xy بين $f(x) = 2 - x^2$ ، $g(x) = x^2$





4) أوجد حجم المجسم الذي الذي قاعدته المنطقة المحصورة بين منحنى الدالة : $y = (x - 1)^2$ والمستقيمات : $y = 0, x = 1, x = 3$ والمقاطع العرضية على المحور هي :
أ- مربعات قواعدها في المستوى xy .

ب- أنصاف دوائر أقطارها في المستوى xy .

ج- مثلثات قواعدها في المستوى xy .





5- أوجد حجم المجسم الذب يقع بين مستويين عموديين على المحور السيني عند $x = \frac{\pi}{4}$, $x = \frac{-\pi}{4}$ والمقاطع العرضية على المحور هي مثلثات قائمة الزاوية ضلعي القائمة متطابقتين ويقع أحد ضلعي القائمة بين $y = \sin(x)$ ومحور السينات .

alManahj.com/ae

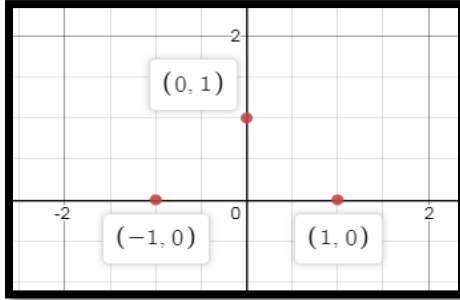
6) قدر الحجم من مساحات المقطع العرضي

$x(m)$	0.0	0.5	1.0	1.5	2.0
$A(x)(m^2)$	1.0	1.2	1.4	1.3	1.2





7) قاعدة المجسم V هي مثلث رؤوسه $(-1, 0)$ و $(0, 1)$ و $(1, 0)$ أوجد الحجم إذا كان لدى V :
 أ) مقاطع عرضية مربعة .



.....

.....

.....

.....

.....

ب) مقاطع عرضية نصف دائرة متعامدة على المحور x .

alManahj.com/ae

.....

.....

.....

.....

.....

ج) مقاطع عرضية مثلثات متطابقة الأضلاع متعامدة على المحور x .

.....

.....

.....

.....

.....





(8) قاعدة الجسم V هي المنطقة المحدودة بواسطة $y = x^2$ و $y = 2 - x^2$. أوجد الحجم إذا كان لدى V :

(أ) مقاطع عرضية مربعة متعامدة على المحور x .

(ب) مقاطع عرضية على شكل نصف دائرة متعامدة على المحور x .

alManahj.com/ae

(ج) مقاطع عرضية مثلثات متساوية الأضلاع متعامدة على المحور x .





9) قاعدة المجسم V هي الدائرة : $x^2 + y^2 = 1$ أوجد الحجم إذا كان لدى V :
 أ) مقاطع عرضية مربعة .

ب) مقاطع عرضية نصف دائرة متعامدة على المحور x .

alManahj.com/ae

ج) مقاطع عرضية مثلثات متطابقة الأضلاع .





10) قاعدة المجسم V هي المنطقة المحدودة بواسطة $y = x^2$ و $y = \sqrt{x}$. أوجد الحجم إذا كان لدى V :

(أ) مقاطع عرضية مربعة .

(ب) مقاطع عرضية على شكل نصف دائرة متعامدة على المحور x .

(ج) مثلثات متطابقة الأضلاع متعامدة على المحور x .





11) يبلغ ارتفاع الهرم الأكبر في الجيزة 152 متراً ، ويرتفع من قاعدة مربعة طول ضلعها 230 متراً .
احسب حجمه باستخدام التكامل .

alManahj.com/ae

12) يتم إعطاء الرسم التخطيطي لقبة $y = 20 - \frac{x^2}{60}$ لكل $x \leq 20$ (بالأمتار) ، بمقاطع
عرضية دائرية متعاكدة على المحور y . أوجد حجمه .



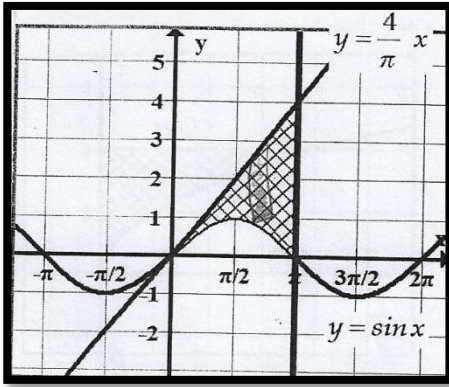


مسائل دورانية



11) أوجد حجم المجسم الناشئ من دوران المنطقة المحصورة بين المستقيم $y = \frac{4}{\pi}x$ والمنحنى $y = \sin x$ حيث $0 \leq x \leq \pi$ دورة كاملة حول محور السينات .

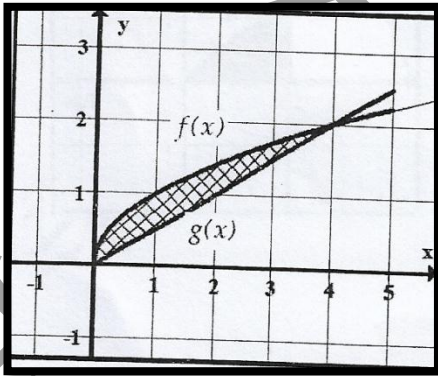
الحل



alManahj.com/ae

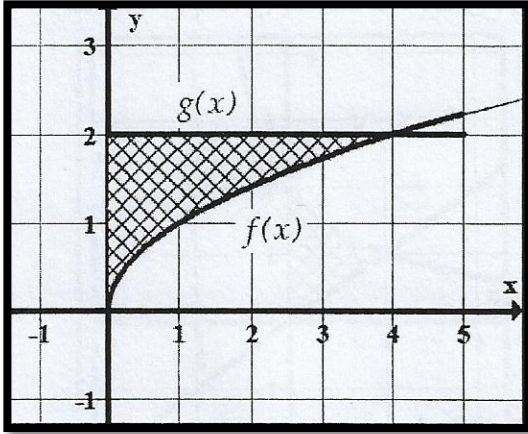
12) إذا كان $f(x) = \sqrt{x}$ ، $g(x) = \frac{1}{2}x$ أوجد حجم المجسم الناشئ من دوران المنطقة المظللة المحصورة بين المنحنيين $f(x)$ ، $g(x)$ دورة كاملة حول محور السينات

الحل





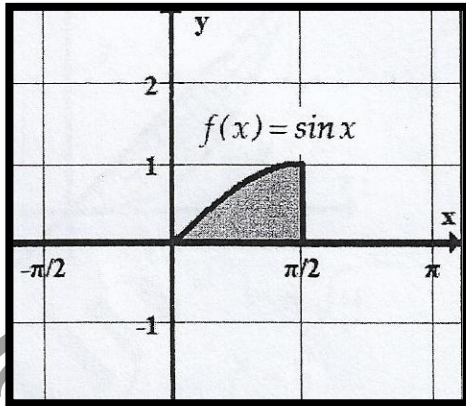
13) إذا كان $f(x) = \sqrt{x}$, $g(x) = 2$ أوجد حجم المجسم الناشئ من دوران المنطقة المظللة المحصورة بين المنحنيين $f(x)$, $g(x)$ دورة كاملة حول محور السينات



الحل.

alManahj.com/ae

14) إذا كانت $f(x) = \sin x$ حيث $0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$ أوجد حجم المجسم الناتج من دوران المنطقة المظللة دورة كاملة حول محور السينات



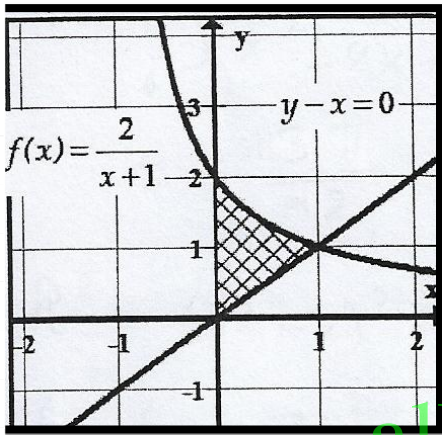
الحل.





15) أوجد الحجم الناتج من دوران المنطقة المحصورة بين منحنى الدالة $f(x) = \frac{2}{x+1}$ حيث

$x \geq 0$ والمستقيم $y - x = 0$ ومحور الصادات وفي الربع الاول دورة كاملة حول محور السينات.



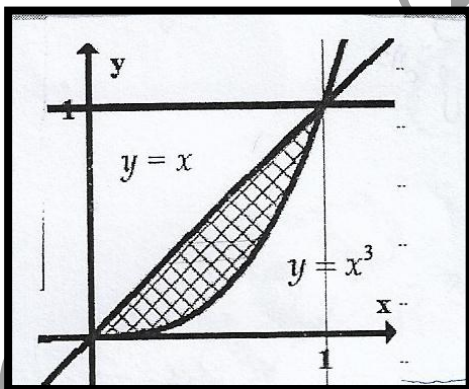
الحل.

alManahj.com/ae

16) أوجد حجم الجسم الناتج من دوران المنطقة المحددة بالمنحنى $y = x^3$ والمستقيم $y = x$ في

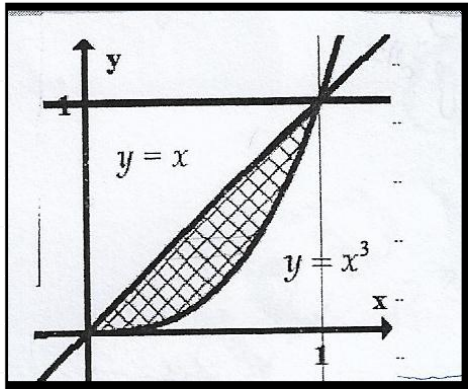
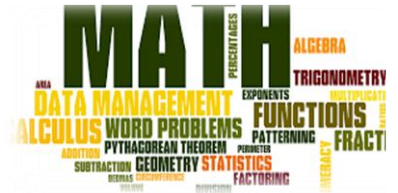
$[0,1]$ دورة كاملة حول :

أ- محور السينات



الحل.

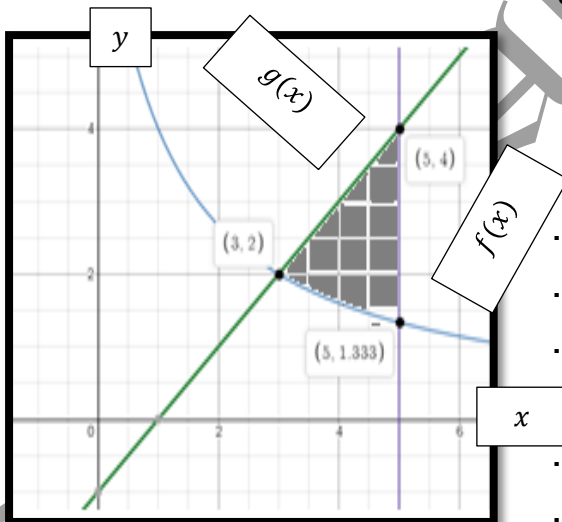




ب- المستقيم $y = 1$

17- أوجد حجم الجسم الناتج من دوران المنطقة المحدودة بالدوال التالية:

$f(x) = \frac{8}{x+1}$, $g(x) = x - 1$ والمستقيم $x = 5$ حول محور السينات .



الحل

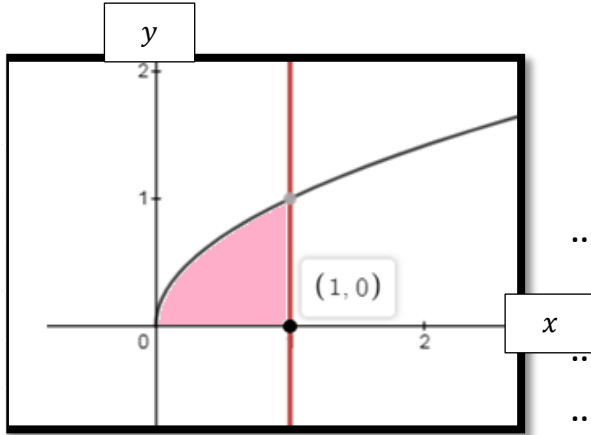




18- أوجد حجم الجسم الناتج من دوران المنطقة المحددة بالمنحنى $f(x) = \sqrt{x}$ والمستقيمان

$x = 0, x = 1$ دورة كاملة حول :

(1) محور السينات



alManahj.com/ae

(2) المستقيم $y = -1$

(3) المستقيم $y = -2$





(4) المحور y

(5) المستقيم $x = 1$

(6) المستقيم $x = -1$

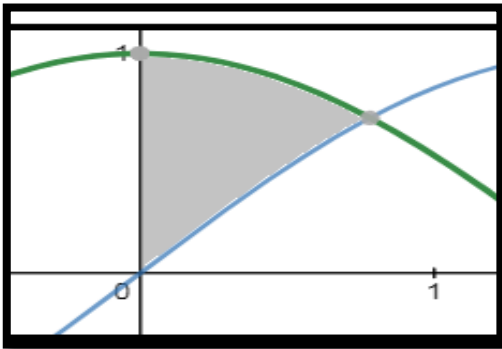
alManahj.com/ae





19) أوجد حجم المجسم الدوراني الناتج من دوران المنطقة المحددة بمنحنى الدالتين:

محور السينات $f(x) = \sin(x)$, $g(x) = \cos(x)$ ومحور الصادات في الربع الأول دورة كاملة حول



الحل

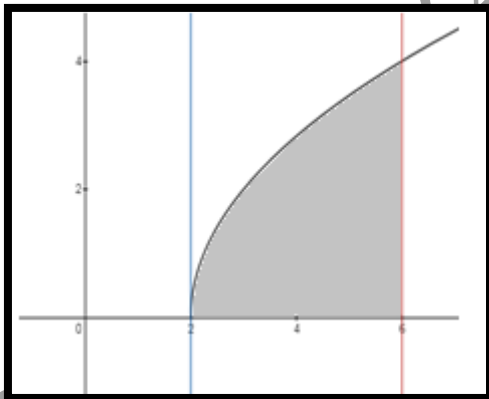
alManahj.com/ae

20) أوجد حجم المجسم الناتج من دوران المنطقة المحدودة

بين المنحنى $y = 2\sqrt{x-2}$ ومحور السينات

على $[2,6]$ دورة كاملة حول محور السينات .

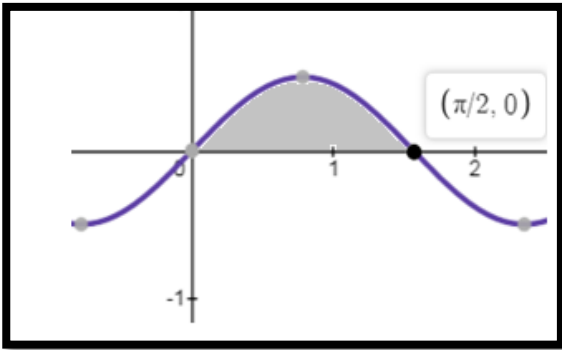
الحل





21) أوجد حجم الجسم الناتج من دوران المنطقة المحصورة بين $f(x) = \sin(x) \cos(x)$ ومحور السينات دورة كاملة حول محور السينات.

الحل

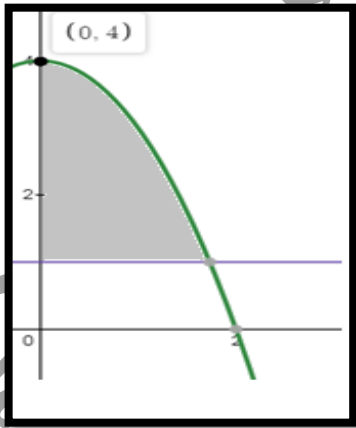


alManahj.com/ae

22) أوجد حجم الجسم الناتج من دوران المنطقة المحدودة بين المنحنيين $y = 4 - x^2$ و $y = 1$ على

حول $[0, \sqrt{3}]$:

(1) المستقيم $y = 1$





(2) محور السينات



.....

.....

.....

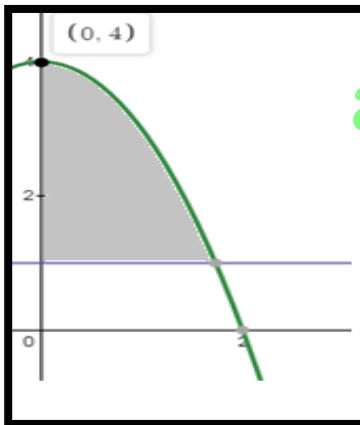
.....

.....

.....

.....

(3) محور الصادات



alManahj.com/ae

.....

.....

.....

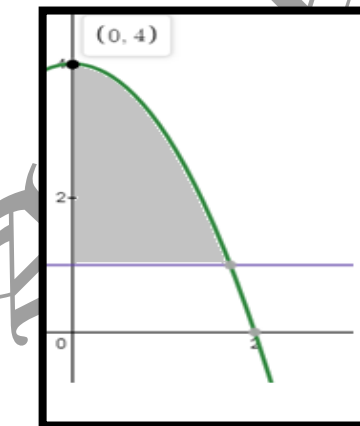
.....

.....

.....

.....

(4) المستقيم $x = -1$



.....

.....

.....

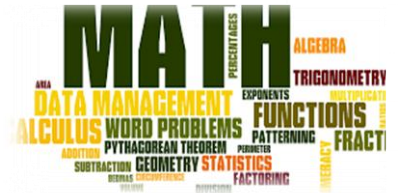
.....

.....

.....

.....

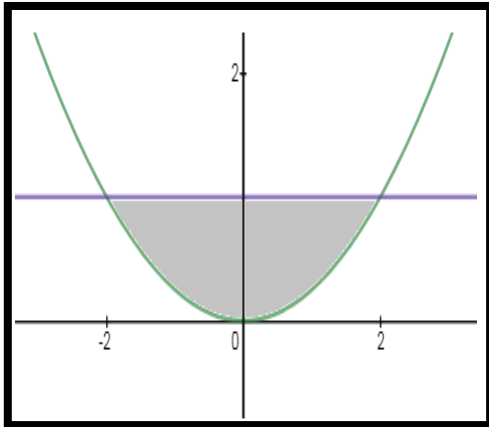




23) أوجد حجم الجسم الناتج من دوران المنطقة المحدودة بين $y = \frac{1}{4}x^2$

دورة كاملة حول $x = 0$ ، $y = 1$:

(1) المستقيم $y = 1$



.....

.....

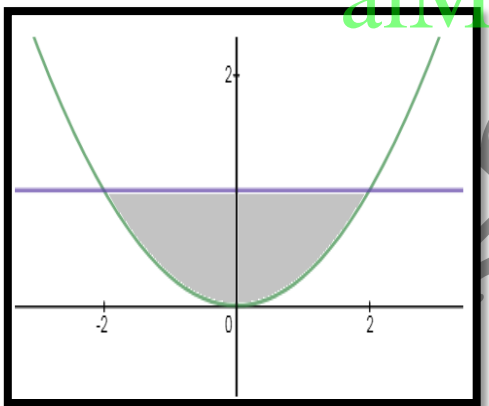
.....

.....

.....

.....

(2) المستقيم $y = 0$



.....

.....

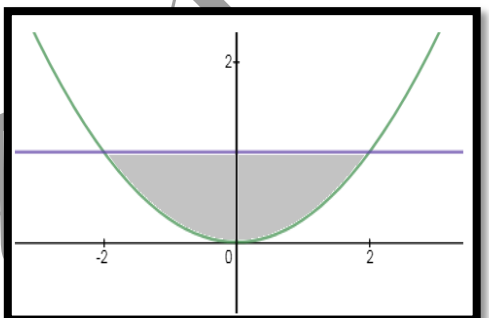
.....

.....

.....

.....

(3) المستقيم $y = 2$



.....

.....

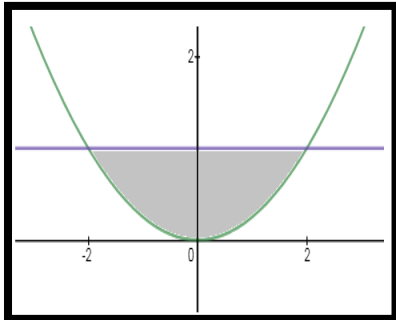
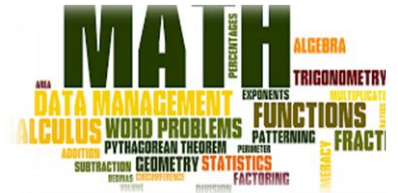
.....

.....

.....

.....





(4) المستقيم $x = 0$

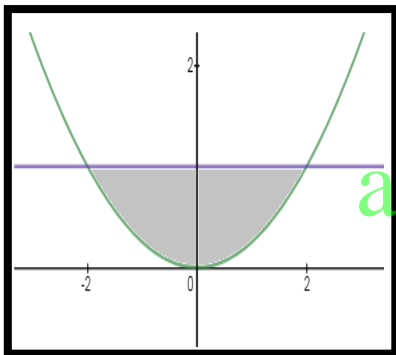
.....

.....

.....

.....

(5) المستقيم $x = -2$



alManahj.com/ae

.....

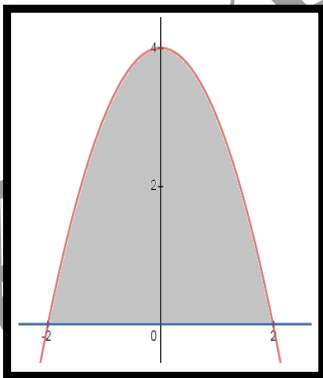
.....

.....

.....

(24) لتكن R هي المنطقة المحدودة بواسطة $y = 0$, $y = 4 - x^2$. أوجد أحجام المجسمات التي تم الحصول عليها من دوران R حول كل من التالي :

(1) المحور y



.....

.....

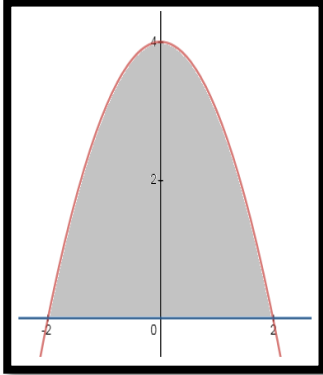
.....

.....





(2) المستقيم $y = -3$



.....

.....

.....

.....

.....

.....

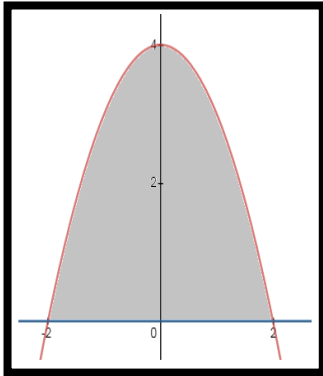
.....

.....

.....

.....

(3) المستقيم $y = 7$



alManahj.com/ae

.....

.....

.....

.....

.....

.....

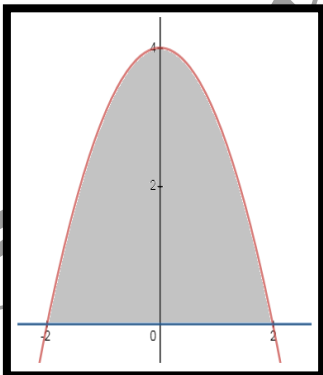
.....

.....

.....

.....

(4) المستقيم $x = 3$



.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

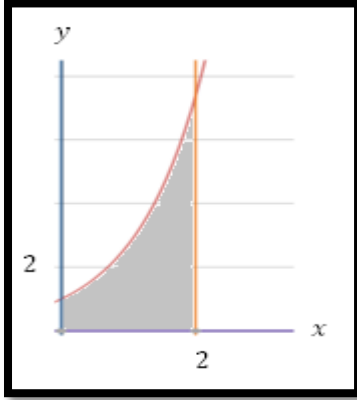
.....





25) أوجد حجم الجسم الناتج من دوران المنطقة المحدودة بين $x = 0, x = 2, y = 0, y = e^x$ حول:

(1) المحور y



.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

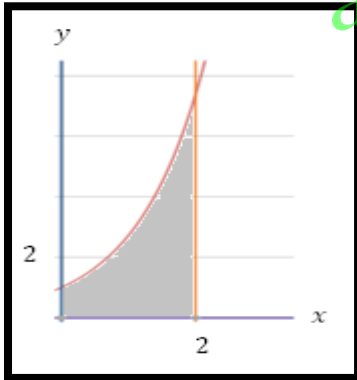
.....

.....

.....

alManahj.com/ae

(2) المستقيم $y = -2$



.....

.....

.....

.....

.....

.....

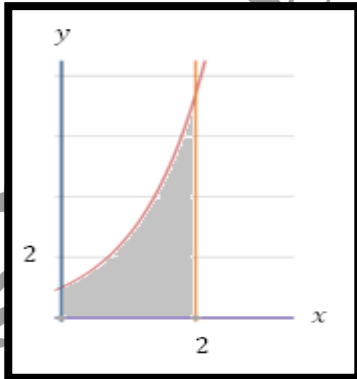
.....

.....

.....

.....

(3) محور السينات .



.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

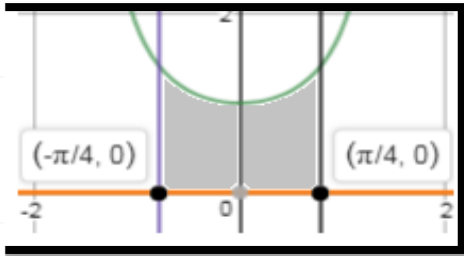
.....

.....





26) أوجد حجم المنطقة المحدودة بواسطة $x = \frac{-\pi}{4}$, $y = \sec x$, $y = 0$, $x = \frac{\pi}{4}$ حول $x = \frac{\pi}{4}$:



(1) $y = 2$

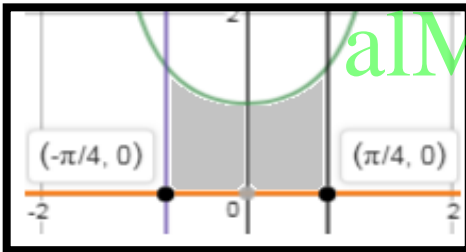
.....

.....

.....

.....

(2) المحور x



alManahj.com/ae

.....

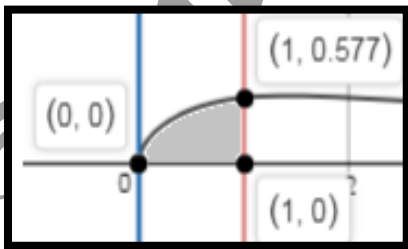
.....

.....

.....

27) أوجد حجم المنطقة المحدودة بواسطة $y = \sqrt{\frac{x}{x^2+2}}$ والمحور x و $x = 1$ حول $x = 1$:

(1) المحور x .



.....

.....

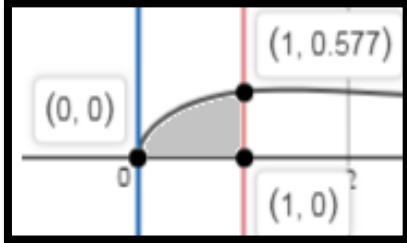
.....

.....





(2) المحور $y = 3$



.....

.....

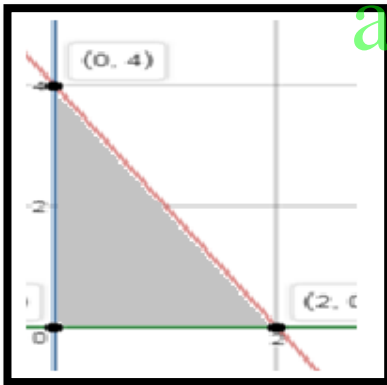
.....

.....

.....

(28) أوجد حجم المنطقة المحدودة بواسطة $y = 4 - 2x$ والمحور x والمحور y حول :

(1) المحور y



alManahj.com/ae

.....

.....

.....

.....

.....

(2) المحور x



.....

.....

.....

.....

.....

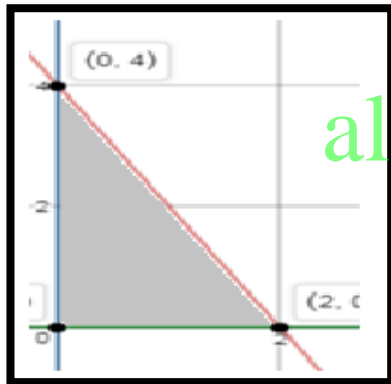




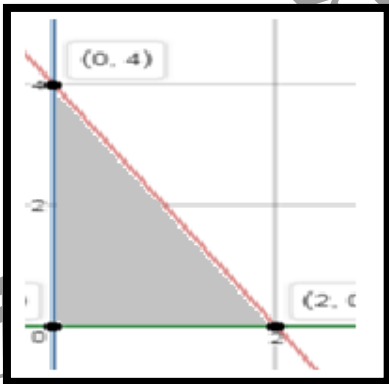
$$y = 4 \quad (3)$$



$$y = -4 \quad (4)$$



$$x = 2 \quad (5)$$





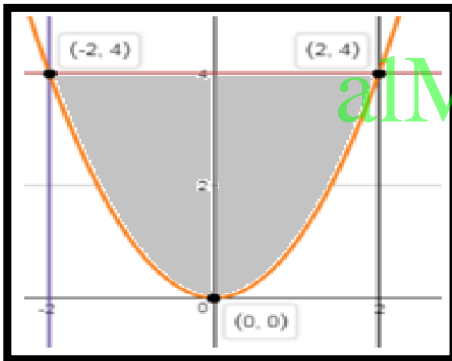
$$x = -2 \quad (6)$$



29) أوجد حجم المجسم الناتج من دوران المنطقة المحدودة بين

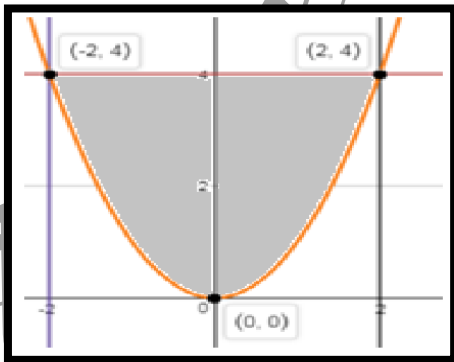
$$y = 4, \quad y = x^2 \quad \text{حول } y = 4$$

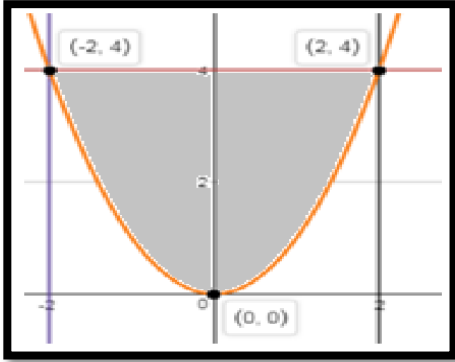
$$y = 4 \quad (1)$$



alManahj.com/ae

$$\text{المحور } x \quad (2)$$





$$y = -2 \quad (3)$$

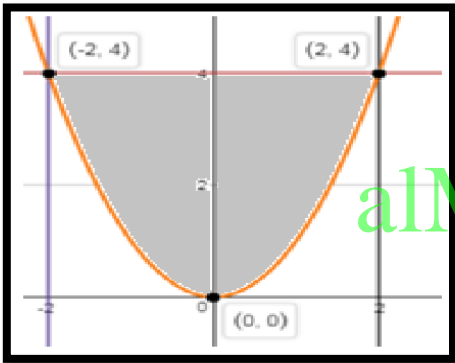
.....

.....

.....

.....

.....



$$x = 0 \quad (4)$$

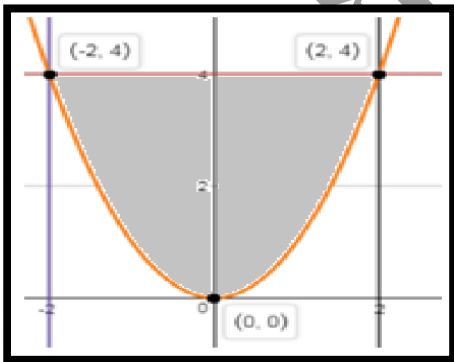
.....

.....

.....

.....

.....



$$x = 2 \quad (5)$$

.....

.....

.....

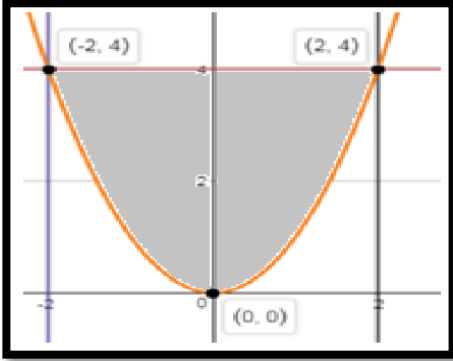
.....

.....





$$x = -2 \quad (6)$$



.....

.....

.....

.....

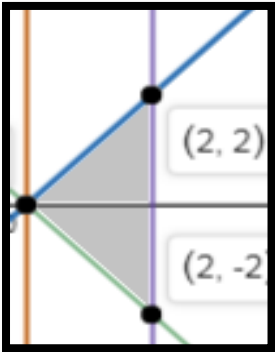
.....

.....

30) أوجد حجم الجسم الناتج من دوران المنطقة المحدودة بواسطة $y = -x$, $y = x$, $x = 2$ حول :

alManahj.com/ae

(1) المحور x



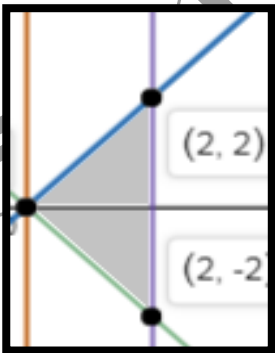
.....

.....

.....

.....

(2) المحور y



.....

.....

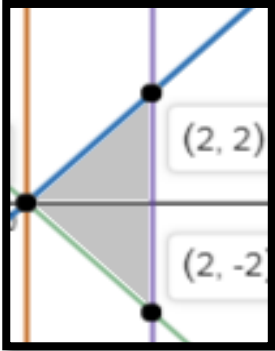
.....

.....





$$x = 2 \quad (3)$$



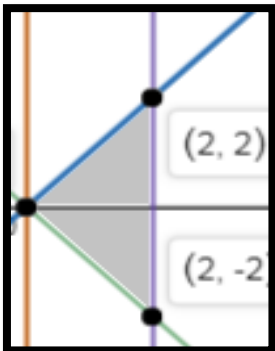
.....

.....

.....

.....

$$y = 2 \quad (4)$$



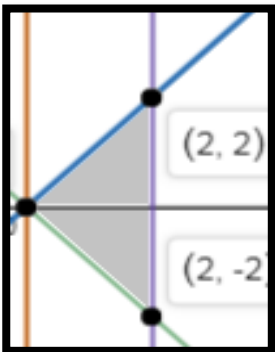
.....

.....

.....

.....

$$y = -2 \quad (5)$$



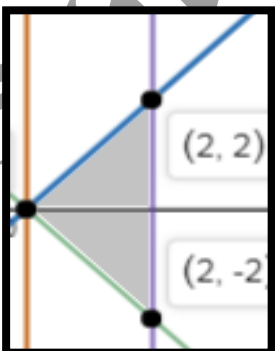
.....

.....

.....

.....

$$x = 0 \quad (6)$$



.....

.....

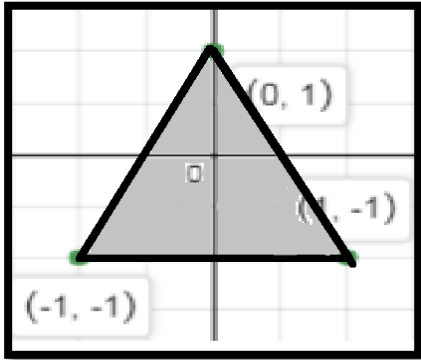
.....

.....



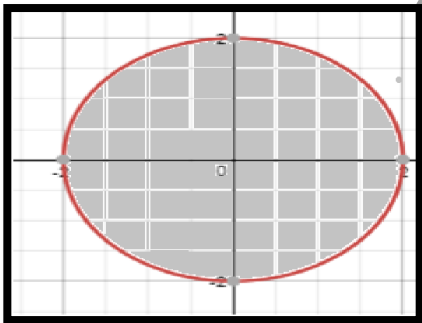


31) بفرض أنه يتم دوران المثلث الذي رؤسه $(1, -1)$ و $(0,1)$ و $(-1,1)$ حول المحور y . أثبت أن حجم الجسم الناتج يساوي $\frac{2\pi}{3}$.



alManahj.com/ae

32) أثبت قانون حجم الكرة بدوران الدائرة $x^2 + y^2 = r^2$ حول المحور y





(33) أثبت أن حجم المجسم الناتج من دوران المربع المكون من كل نقاط (x, y) مع $-1 \leq x \leq 1$ و $-1 \leq y \leq 1$ حول المحور y هو 2π .

alManahj.com/ae

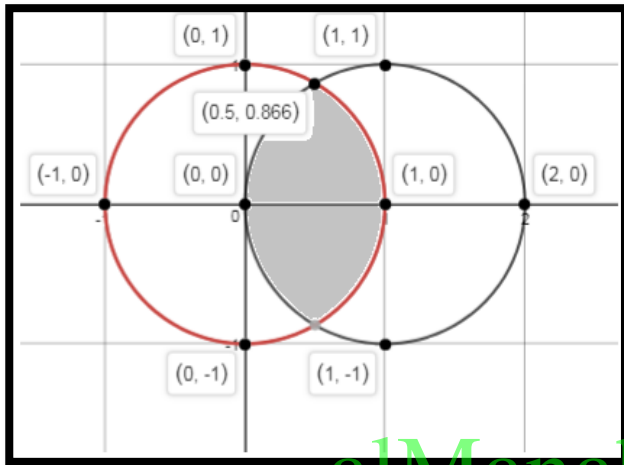
(34) أثبت أن حجم المجسم الناتج من دوران الدائرة $x^2 + y^2 = 1$ حول المحور y هو $\frac{4\pi}{3}$.





35) أوجد حجم تقاطعات الكرتين تكونت احدهما بدوران الدائرة

حول المحور x $x^2 + y^2 = 1$ والأخرى تكونت بدوران الدائرة $(x - 1)^2 + y^2 = 1$ حول



الحل

alManahj.com/ae

36) أوجد حجم الجسم الناتج من دوران المنطقة المحصورة بين:

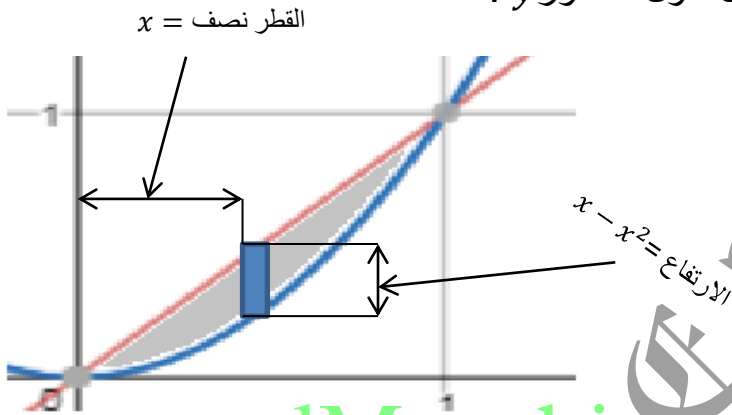
دورة كاملة حول محور السينات $g(x) = e^x, f(x) = e^{-x}, x = 1, x = -1$.





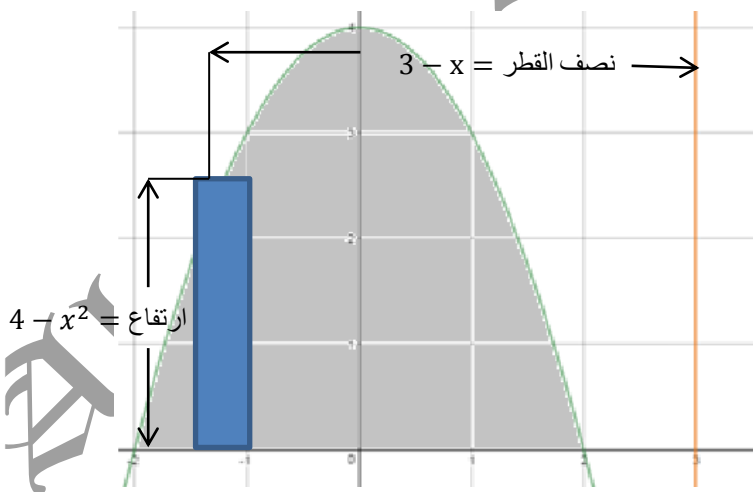
الحجوم بالأصداف الأسطوانية

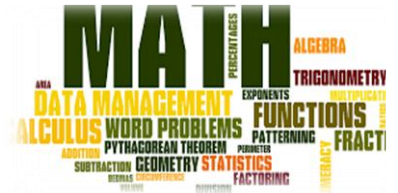
(1) استخدم طريقة الأصداف لإيجاد حجم المجسم الناتج من دوران المنطقة المحدودة بين $y = x$ و $y = x^2$ في الربع الأول حول المحور y .



alManahj.com/ae

(2) أوجد حجم المجسم الذي تكون بدوران المنطقة المحدودة بالمنحنى $y = 4 - x^2$ والمحور x حول المستقيم $x = 3$

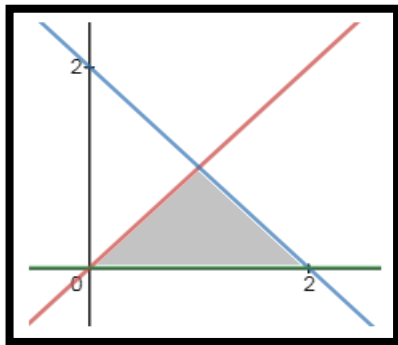




(3) احسب حجم المجسم الذي تكون بتدوير المنطقة المحدودة بواسطة

$y = x$, $y = 2 - x$, $y = 0$ حول :

(1) $y = 2$



.....

.....

.....

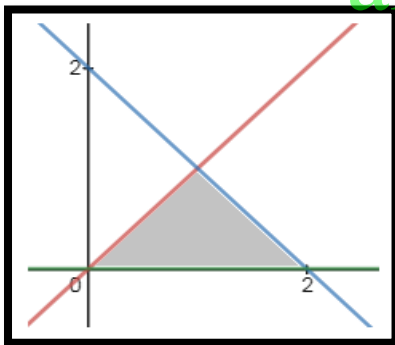
.....

.....

.....

alManahj.com/ae

(2) $y = -1$



.....

.....

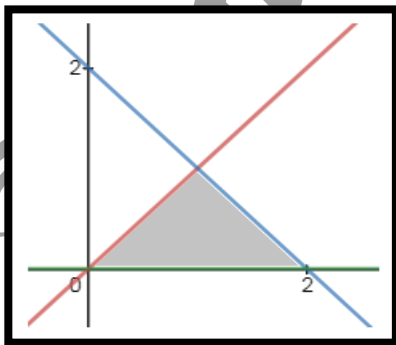
.....

.....

.....

.....

(3) $x = 3$



.....

.....

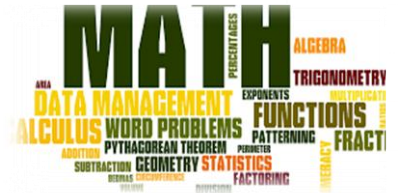
.....

.....

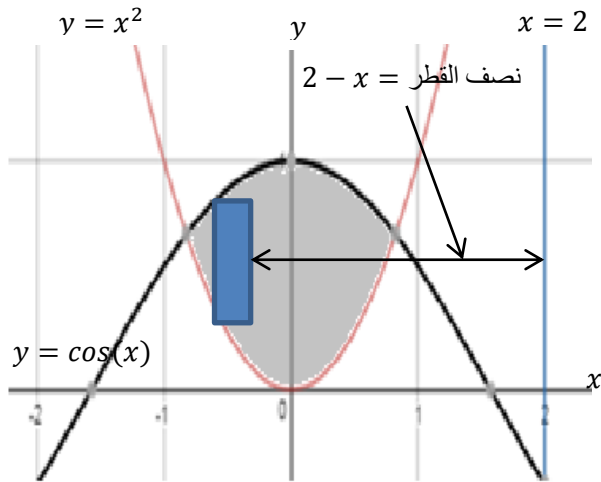
.....

.....





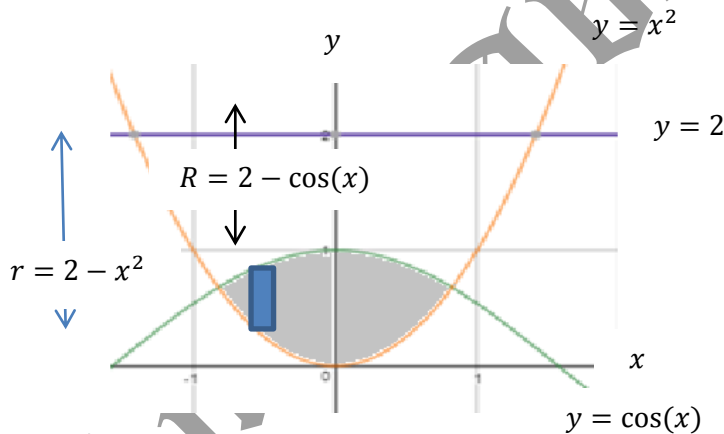
4) أوجد حجم الجسم الذي تكون بدوران المنطقة المحدودة بالتمثيلين البيانيين $y = \cos x$ ، $y = x^2$ حول:



(1) المستقيم $x = 2$

alManahj.com/ae

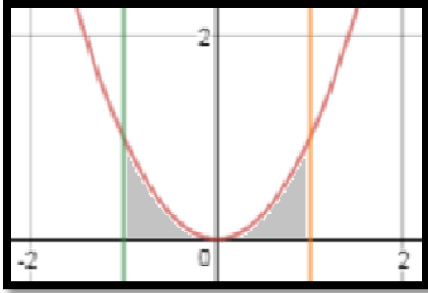
(2) المستقيم $y = 2$





5) أوجد حجم المجسم الناتج من دوران المنطقة المحصورة بين $y = x^2$ والمحور x على الفترة

حول $x = 2$ (1) $[-1, 1]$

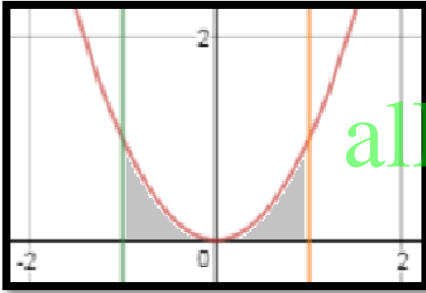


.....

.....

.....

2) حول $x = -2$



alManahj.com/ae

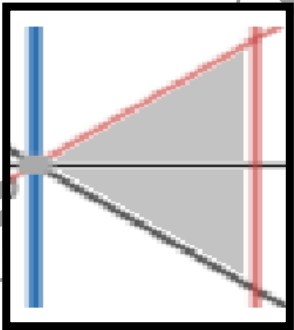
.....

.....

.....

6) أوجد حجم المجسم الناتج من دوران المنطقة المحصورة بين

حول $y = x$, $y = -x$, $x = 1$



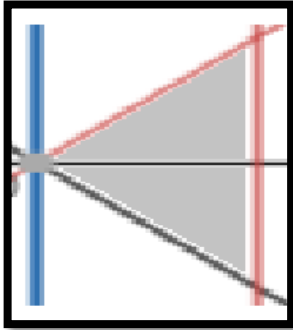
1) المحور y

.....

.....

.....





$$x = 1 \quad (2)$$

.....

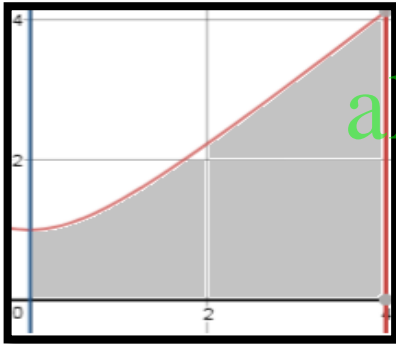
.....

.....

(7) أوجد حجم الجسم الناتج من دوران المنطقة المحدودة بين $y = \sqrt{x^2 + 1}$, $y = 0$

لكل $0 \leq x \leq 4$ حول

(1) محور x



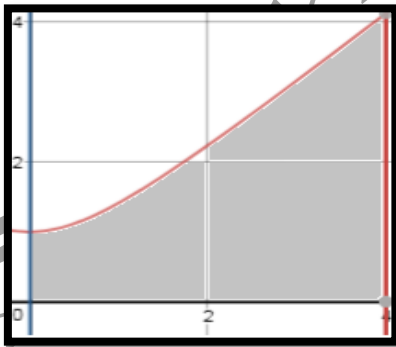
alManahj.com/ae

.....

.....

.....

(2) محور y



.....

.....

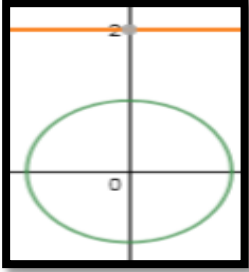
.....





8) أوجد حجم المجسم الناتج من دوران المنطقة المحدودة بواسطة $x^2 + y^2 = 1$ حول $y = 2$

الحل



.....

.....

.....

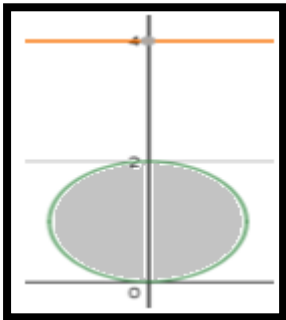
.....

.....

.....

9) أوجد حجم المجسم الناتج من دوران المنطقة المحدودة بواسطة $x^2 + y^2 = 2y$ حول $y = 4$

الحل



.....

.....

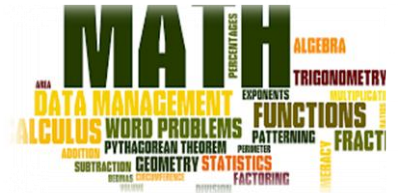
.....

.....

.....

.....

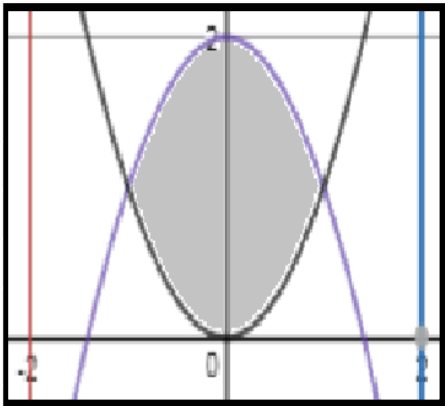




10) استخدم الأصداف الأسطوانية لإيجاد الحجم الناتج من دوران المنطقة المحددة بواسطة

$$x = -2 \quad (1) \quad \text{حول } y = x^2, \quad y = 2 - x^2$$

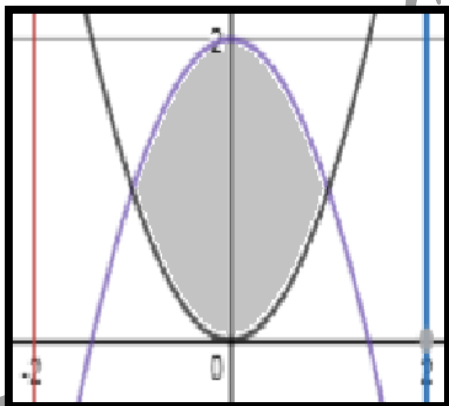
الحل



alManahj.com/ae

الحل

$$x = 2 \quad (2)$$

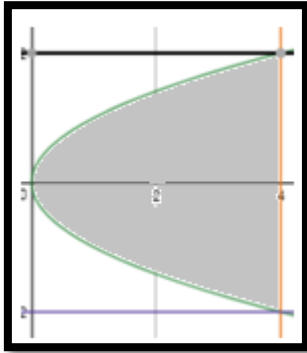




11) استخدم الأصداف الأسطوانية لإيجاد الحجم الناتج من دوران المنطقة المحدودة بواسطة

$$y = -2 \quad (1) \quad \text{حول} \quad x = y^2, \quad x = 4$$

الحل



.....

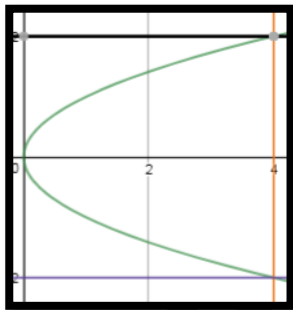
.....

.....

.....

alManahj.com/ae

$$y = 2 \quad (2)$$



.....

.....

.....

.....

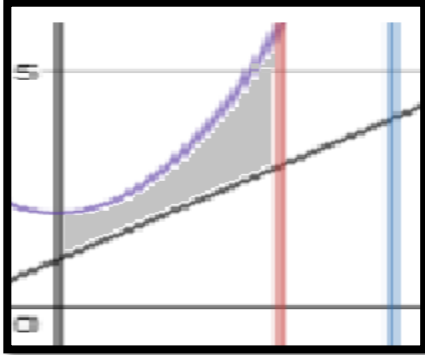




12) استخدم الأصداف الأسطوانية لإيجاد الحجم الناتج من دوران المنطقة المحدودة بواسطة

$$x = 3 \text{ حول } y = x^2 + 2, y = x + 1, x = 2$$

الحل

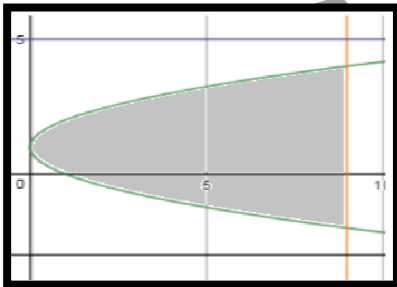


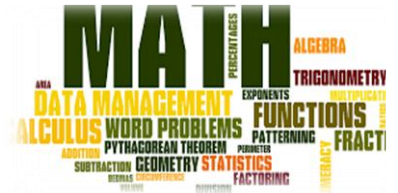
alManahj.com/ae

13) باستخدام الأصداف الإسطوانية أوجد حجم الجسم الناتج من دوران المنطقة المحدودة بواسطة

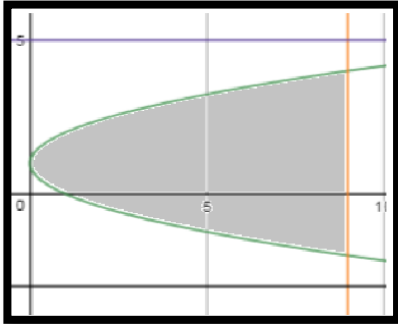
$$x = 9 \text{ و } x = (y - 1)^2 \text{ حول } x = 9$$

$$y = 5 \text{ (1)}$$





$$y = -3 \quad (2)$$



.....

.....

.....

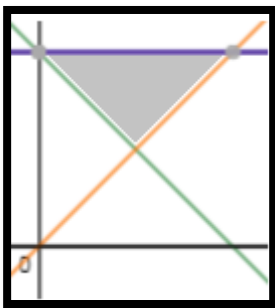
.....

.....

alManahj.com/ae

14) استخدم أفضل طريقة مناسبة لإيجاد كل حجم ناتج من دوران المنطقة المحدودة بواسطة

$y = x$, $y = 4$, $y = 4 - x$ حول المحور x (1)



.....

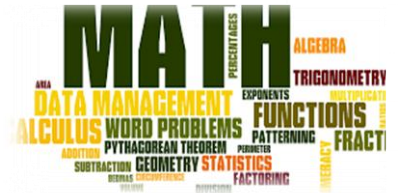
.....

.....

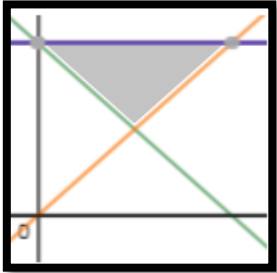
.....

.....





(2) المحور y



.....

.....

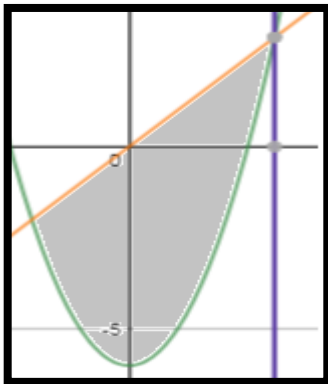
.....

15) استخدم أفضل طريقة مناسبة لإيجاد كل حجم ناتج من دوران المنطقة المحدودة بـ

حول $y = x, y = x^2 - 6$

alManahj.com/ae

(1) $x = 3$



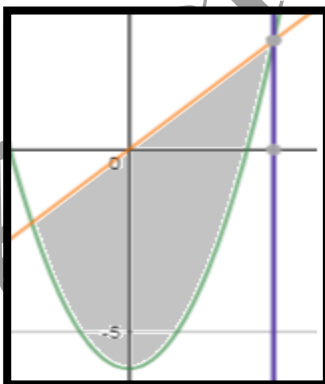
.....

.....

.....

.....

(2) $y = 3$



.....

.....

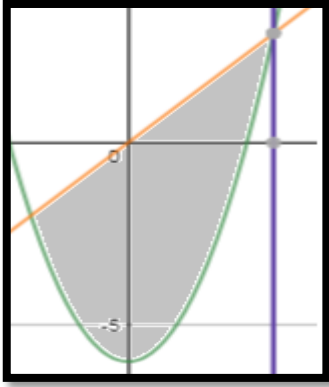
.....

.....



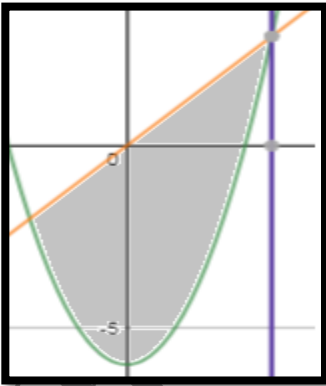


$$x = -3 \quad (3)$$



alManahj.com/ae

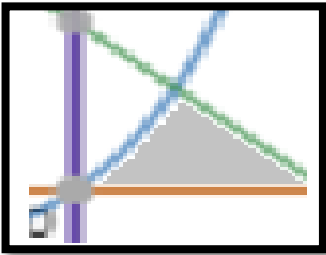
$$y = -6 \quad (4)$$





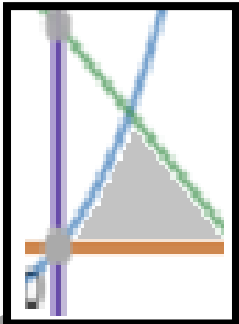
16) استخدم أفضل طريقة مناسبة لإيجاد كل حجم ناتج من دوران المنطقة المحدودة بواسطة $y = 2 - x$ والمحور x حول $y = e^x - 1$

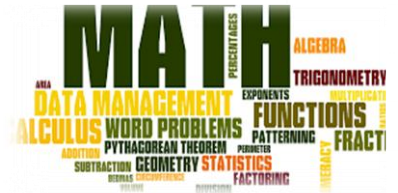
(1) المحور x



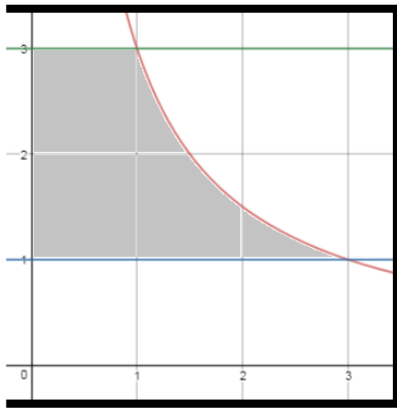
alManahj.com/ae

(2) المحور y





17) أوجد حجم الجسم الناشئ من دوران المنطقة المحددة بالقطع الزائد $xy = 3$ ومحور الصادات والمستقيمان $y = 1$, $y = 3$ دورة كاملة حول :



(1) محور الصادات

.....

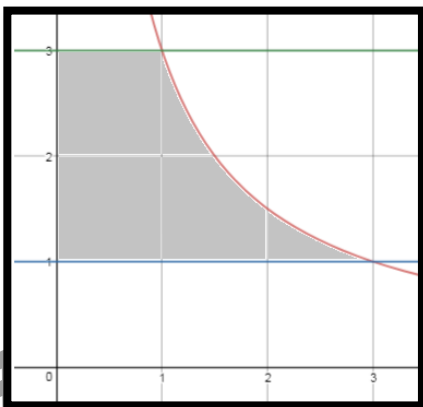
.....

.....

.....

alManahj.com/ae

(2) محور السينات



.....

.....

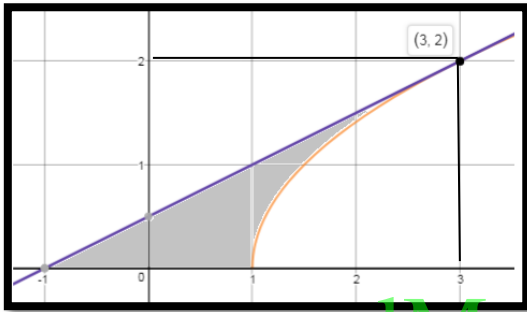
.....

.....



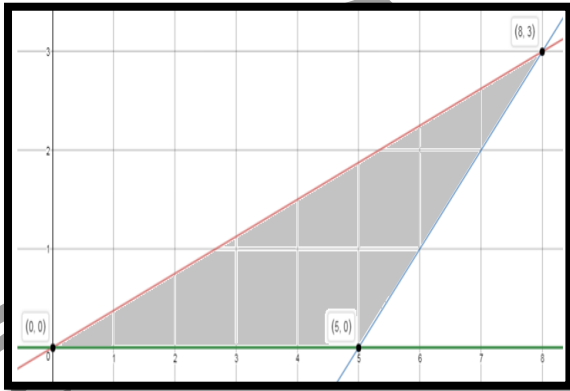


18) أوجد حجم الجسم الناشئ عن دوران المنطقة المحصورة بين المنحنى $y = \sqrt{2x - 2}$ والمماس المرسوم للمنحنى عند النقطة $(3, 2)$ ومحور السينات دورة كاملة حول محور السينات



alManahj.com/ae

19) مثلث فيه $a(0,0)$, $b(5,0)$, $c(8,3)$ أوجد حجم الجسم الناشئ من دوران هذا المثلث دورة كاملة حول محور السينات





alManahj.com/ae

Ahmed Abd El Samei

