تم تحميل هذا الملف من موقع المناهج الإماراتية

*للحصول على أوراق عمل لجميع الصفوف وجميع المواد اضغط هنا

https://almanahj.com/ae

* للحصول على أوراق عمل لجميع مواد الصف الثاني عشر المتقدم اضغط هنا 15/ae/com.almanahj//:https

* للحصول على جميع أوراق الصف الثاني عشر المتقدم في مادة رياضيات ولجميع الفصول, اضغط هنا

https://almanahj.com/ae/15math

* للحصول على أوراق عمل لجميع مواد الصف الثاني عشر المتقدم في مادة رياضيات الخاصة بـ الفصل الثاني اضغط هنا

https://almanahj.com/ae/15math2

* لتحميل كتب جميع المواد في جميع الفصول للـ الصف الثاني عشر المتقدم اضغط هنا grade15/ae/com.almanahj//:https

* لتحميل جميع ملفات المدرس محمود مراد اضغط هنا

للتحدث إلى بوت المناهج على تلغرام: اضغط هنا bot_almanahj/me.t//:https

الرياضيات

الوحدة الرابعة الفصل الدراسي الثاني

النمذجة و المعادلات المرتبطة

الصف الثاني عشر متقدم

الاستاذ محمود مراد

العام الدراسي 2018-2019

T:Mahmoud Murad
0506565584
0528113301

Scanned by CamScanner

T:Mahmoud Murad

1) بالون كروي نفخ بغاز بمعدل $50ft^3/sec$
ما سرعة تزايد طول نصف قطر البالون عند اللحظة التي يكون فيها طول القطر $8ft$ ؟

$\frac{dv}{dt} = +50$

$\frac{dr}{dt} = ???$

$r = 4$

$V = \frac{4}{3}\pi \cdot r^3$ حجم الكرة

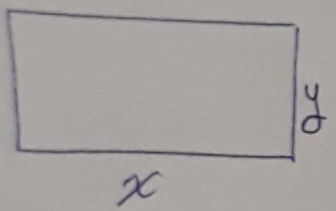
$\frac{dv}{dt} = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot 3r^2 \cdot \frac{dr}{dt}$

$50 = 4\pi(4)^2 \cdot \frac{dr}{dt}$

$\frac{dr}{dt} = \frac{50}{64\pi}$

$$\boxed{\frac{dr}{dt} = \frac{25}{32\pi}}$$

2) ما أصغر محيط ممكن لمستطيل مساحته $9\ m^2$ ؟ وما أبعادة ؟



$A = 9$

$x \cdot y = 9$

$$\boxed{y = \frac{9}{x}}$$

$P = 2x + 2y$

$P = 2x + 2(\frac{9}{x}) = 2x + \frac{18}{x}$

$P' = 2 - \frac{18}{x^2} = 0$

$\frac{2}{1} = \frac{18}{x^2} \rightarrow 2x^2 = 18$

$x^2 = 9 \longrightarrow \boxed{x = 3}$ مرفوض

عند $x=3$ يوجد نقطة صغرى للدالة

x		3	
P'	−		+
P	↘		↗

$y = \frac{9}{3} = 3 \rightarrow x = y = 3$

$P = 2(3) + 2(3) = \boxed{12}$

$x = 3, y = 3$ الأبعاد

ملاحظة: عند أصغر محيط لمستطيل يكون مربعاً

T:Mahmoud Murad

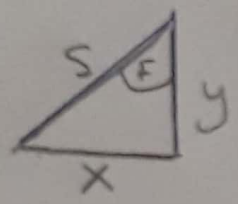
Scanned by CamScanner

T:Mahmoud Murad

3) سلم طوله 10ft موضوع احد طرفيه على جدار منزل و الطرف الأخر موضوع على الأرض يتحرك بعيداً عن الحائط بمعدل 3 ft/sec عندما كان الطرف على بعد 6 ft من المنزل أجب

أولاً ما سرعة انزلاق الطرف العلوي للسلم على الحائط عند تلك اللحظة

ثانيا ما معدل تغير الزاوية F بين السلم و الحائط عند تلك اللحظة



$S=10$

$\frac{dx}{dt}=3$

$x=6$

$\frac{dy}{dt}=?,?,y=8$

$S^2=x^2+y^2$

$100=36+y^2$

$y^2=\sqrt{100-36}=8$

$\sin F=\frac{x}{S}$

$S\cdot\sin F=x$

$S\cdot\cos F\frac{dF}{dt}=\frac{dx}{dt}$

$10\left(\frac{3}{10}\right)\frac{dF}{dt}=3$

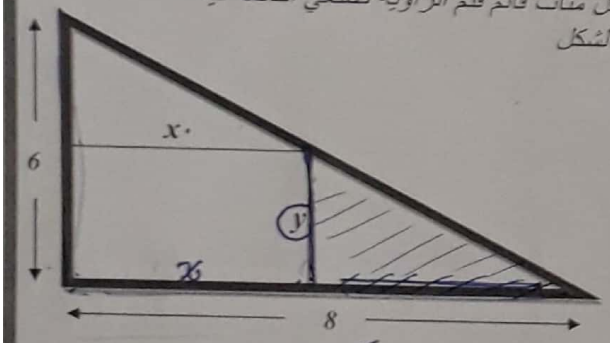
$\frac{dF}{dt}=\frac{3}{2}$

$0=2x\frac{dx}{dt}+2y\frac{dy}{dt}$

$0=2(6)(3)+2(8)\frac{dy}{dt}$

$\frac{dy}{dt}=-\frac{9}{4}$

4) أوجد اكبر مساحة مستطيل يمكن رسمه داخل مثلث قائم قئم الزاوية ضلعي القائمة فيه 6 cm , 8 cm كما هو موضح في الشكل



من التشابه تنا

$\frac{y}{6}=\frac{8-x}{8}$

$8y=48-6x \quad (\div 8)$

$y=\left(6-\frac{3}{4}x\right)$

$A=xy\ ,\ y=$

$A=x\left(6-\frac{3}{4}x\right)=6x-\frac{3}{4}x^2$

$A'=6-\frac{6}{4}x=0$

$6-\frac{3}{2}x=0\rightarrow 6=\frac{3}{2}x$

$x=4$

x		4	
A'	+	0	−
A	↗		↘

عند $x=4$ يوجد

للمساحة نهاية عظمى

$y=6-\frac{3}{4}(4)=3$

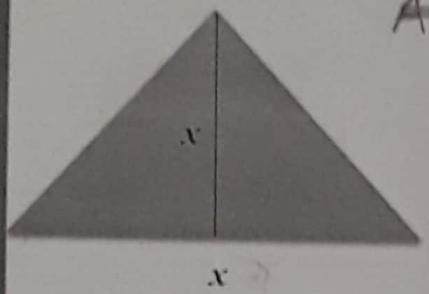
$A=x\cdot y=4(3)=12$ اكبر مساحة مستطيل

T:Mahmoud Murad

Scanned by CamScanner

$x = y$

5) صفيحة معدنية على شكل مثلث طول الارتفاع يساوي طول القاعدة تتمدد بالحرارة مع الحفاظ على الشكل فاذا كان معدل الزيادة في المساحة يساوي $2\ cm^2\backslash sec$ فاوجد معدل التغير في طول القاعده عندما يكون طولها يساوي $10\ cm$



$A = \frac{1}{2} x \cdot x$

$A = \frac{1}{2} x^2$

$\frac{dA}{dt} = 1x \cdot \frac{dx}{dt}$

$2 = (10) \frac{dx}{dt}$

$\frac{dx}{dt} = \frac{2}{10} = \frac{1}{5}$

$h = x$

$\frac{dA}{dt} = +2$

$\frac{dx}{dt}$???

$x = 10$

القاعدة تتمدد $\frac{1}{5}\ cm/s$

T:Mahmoud Murad

6) اسطوانه دائرية قائمة من المعدن ارتفاعها يساوي ضعف طول قطر القاعدة تعرضت للحرارة فكان معدل التغير في مساحتها السطحية $2.4\ cm^2/sec$ فاوجد معدل التغير في حجمها في اللحظة التي التي يكون فيها طول الارتفاع $12\ cm$

$h = 2(2r) = 4r$

$\frac{dA}{dt} = 2.4$

$\frac{dv}{dt}$???

$h = 12$

$r = \frac{h}{4} = \frac{12}{4} = 3$

أولا

$V = \pi r^2 \cdot h$ (ثوابت / متغيرات)

$V = \pi r^2 (4r)$

$V = 4\pi \cdot r^3$

$\frac{dv}{dt} = 4\pi \cdot 3r^2 \frac{dr}{dt}$

$\frac{dv}{dt} = \frac{4\pi (3)(3)^2 (2.4)}{60\pi}$

$\frac{dv}{dt} = \frac{108}{25}$

ثانيا

$A = 2\pi rh + 2\pi r^2$

$A = 2\pi r(4r) + 2\pi r^2$

$A = 8\pi r^2 + 2\pi r^2$

$A = 10\pi r^2$

$\frac{dA}{dt} = 20\pi r \frac{dr}{dt}$

$2.4 = 20\pi (3) \frac{dr}{dt}$

$\frac{dr}{dt} = \frac{2.4}{60\pi}$

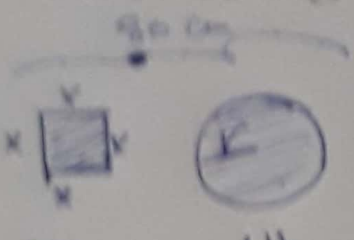
T:Mahmoud Murad

$\frac{108}{25}\ cm^3/sec$ الحجم يتمدد بمعدل

Scanned by CamScanner

T:Mahmoud Murad

7) سلك معدني طوله 80 cm قطع الى جزئين وصنع من احد الجزئين دائرة و من الجزء الاخر مربع
فاوجد طول نصف قطر الدائرة وطول ضلع المربع حتى تكون مجموع مساحتيهما اصغر ما يمكن



(2) (1)

$P = P_1 + P_2$

$80 = 2\pi r + 4x$

$80 - 4x = 2\pi r$

$\frac{80}{2\pi} - \frac{4x}{2\pi} = r$

$r = \frac{40}{\pi} - \frac{2x}{\pi}$

$A = A_1 + A_2$

$A = \pi r^2 + x^2 = \pi\left(\frac{40}{\pi} - \frac{2x}{\pi}\right)^2 + x^2$

$A = \pi\left(\frac{1600}{\pi^2} - \frac{160x}{\pi^2} + \frac{4x^2}{\pi^2}\right) + x^2$

$A = \frac{1600}{\pi} - \frac{160}{\pi}x + \frac{4x^2}{\pi} + x^2$

$A' = -\frac{160}{\pi} + \frac{8x}{\pi} + 2x = 0$ solve

$x = 11.2$

x		11.2	
A'	−	0	+
A	↘		↗

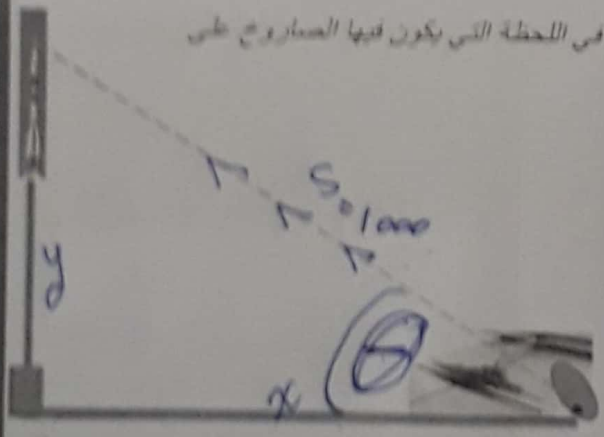
عند $x = 11.2$ تكون المساحة اصغر ما يمكن

$r = \frac{40}{\pi} - \frac{2(11.2)}{\pi}$

$r = 5.16$, $x = 11.2$

8) انطلق صاروخ راسيا للاعلى بسرعة 500m\sec ورصد من نقطة تبعد 800m من قاعدة انطلاق الصاروخ

أوجد معدل التغير في قياس زاوية الارتفاع للصاروخ في اللحظة التي يكون فيها الصاروخ على ارتفاع 600m من نقطة انطلاقه



$\tan\theta = \frac{y}{x}$

$x \cdot \tan\theta = y$

$x \cdot \sec^2\theta \frac{d\theta}{dt} = \frac{dy}{dt}$

$800\left(\frac{10}{8}\right)^2 \frac{d\theta}{dt} = 500$

$\frac{d\theta}{dt} = \frac{2}{5}$

$\frac{dy}{dt} = +500$, $x = 800$

$\frac{d\theta}{dt}$??? ; $y = 600$

$S = \sqrt{(y-0)^2 + (x-0)^2}$

$= 1000$

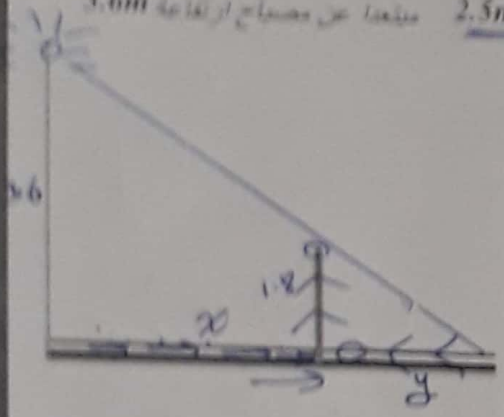
$\sec\theta = \frac{1}{\cos\theta} = \frac{1000}{800}$

زاوية تتزايد بمعدل $\frac{2}{5}$ rad/sec

Scanned by CamScanner

9) يسير رجل طوله 180cm على خط افقي مستقيم بمعدل 2.5m\sec مبتعدا عن مصباح ارتفاعه 3.6m من سطح الارض ، أوجد معدل تغير طول ظل الرجل

1.8 m



$$\frac{dx}{dx} = +2.5$$

$$\frac{1.8}{3.6} = \frac{y}{y+x}$$

$$1.8y + 1.8x = 3.6y$$

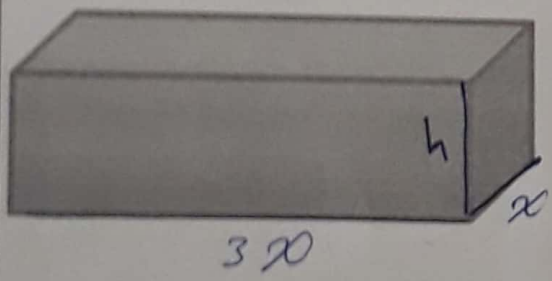
$$1.8x = 1.8y$$

$$1.8\frac{dx}{dt} = 1.8\frac{dy}{dt}$$

$$1.8(2.5) = 1.8\frac{dy}{dt}$$

$$\boxed{\frac{dy}{dt} = 2.5}$$

10) صندوق على شكل متوازي مستطيلات طول قاعدته يساوي ثلاثة امثال عرضها فاذا كان مجموع الابعاد يساوي 180cm فاوجد ابعاد الصندوق التي تجعل حجمة أكبر مايمكن



$$x + 3x + h = 180$$

$$\boxed{h = 180 - 4x}$$

$$V = (3x)(x)(h)$$

$$V = 3x^2 \cdot h = 3x^2(180 - 4x)$$

$$V = 540x^2 - 12x^3$$

$$V' = 1080x - 36x^2 = 0$$

$\boxed{x = 0}$ مرفوضة

$\boxed{x = 30}$ مقبولة

عند $x = 30$ يوجد نهاية عظمى للدالة

x	30
V'	+ | −
V	↗ | ↘

$$h = 180 - 4(30) = \boxed{60}$$

$$V = 3(30)^2(60) = 162000$$

الحجم الاكبر للصندوق هو

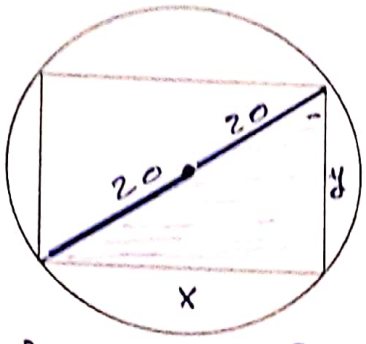
الابعاد مع التوالي 90 , 30 , 60

T:Mahmoud Murad

T:Mahmoud Murad

Scanned by CamScanner

11) أوجد أكبر مساحة مستطيل داخل دائرة طول نصف قطرها 20 سم كما هو موضح في الشكل



$x^2 + y^2 = (40)^2$

$x^2 + y^2 = 1600$

$y = \sqrt{1600 - x^2}$

$A = x \cdot y = x\sqrt{1600 - x^2}$

$A' = 1\sqrt{1600-x^2} + x \cdot \frac{-2x}{2\sqrt{1600-x^2}}$

$= \sqrt{1600-x^2} - \frac{x^2}{\sqrt{1600-x^2}} = 0$

$\frac{\sqrt{1600-x^2}}{1} = \frac{x^2}{\sqrt{1600-x^2}}$

$1600 - x^2 = x^2 \rightarrow 2x^2 = 1600$

$x^2 = 800 \rightarrow \boxed{x = 20\sqrt{2}}$ مرفوض

عند $x = 20\sqrt{2}$ يعطي نهاية عظمى للدالة

x		$20\sqrt{2}$	
A'	+	0	−
A	↗		↘

$y = \sqrt{1600 - 800} = \sqrt{800} = 20\sqrt{2}$

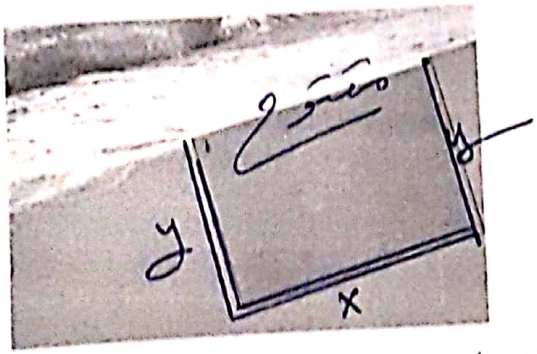
$A = x \cdot y$

$= (20\sqrt{2})(20\sqrt{2}) = 800\ cm^2$ المساحة تساوي

T:Mahmoud Murad

12) يراد اقامة سياج حول قطعة ارض مستطيلة الشكل من ثلاث جهات. الجهة الرابعة مفتوحة جهة البحر

أوجد أقصر طول لهذا السياج علما بان مساحة قطعة الارض 500 متر مربع



$A = 500 = xy$

$y = \frac{500}{x}$

المتغير المجهول هو أ

$P = 2y + x = \frac{1000}{x} + x$

$P' = \frac{-1000}{x^2} + 1 = 0$

$1 = \frac{1000}{x^2} \rightarrow x^2 = 1000$

$\boxed{x = 10\sqrt{10}}$ مقبول

عند $x = 10\sqrt{10}$ يعطي نهاية صغرى للدالة

x		$10\sqrt{10}$	
P'	−	0	+
P	↘		↗

$y = \frac{500}{10\sqrt{10}} = 5\sqrt{10}$

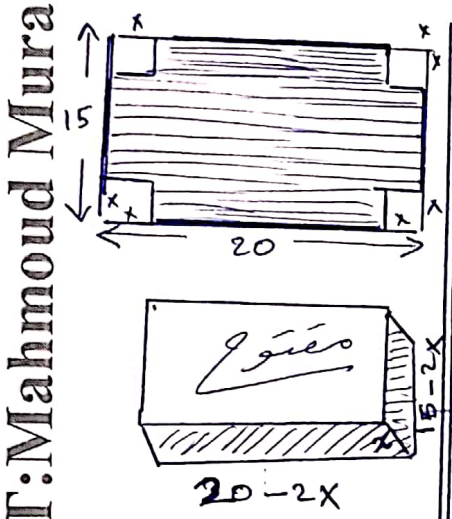
T:Mahmoud Murad

أقصر طول للسياج = المتغير المجهول هو

$P = 2(5\sqrt{10}) + 10\sqrt{10} = 20\sqrt{10} \simeq 63.2m$

Scanned by CamScanner

13) قطعة من الورق المقوى مستطيلة الشكل ابعادها 20 و 15 سم قطع من الاركان الاربعة مربعات متساوية ثم ثنيت الاجزاء البارزة ليتكون صندوق مفتوح من أعلى . أوجد طول المربع المقطوع الذي يعطي أكبر حجم للصندوق



$$V(x) = (20-2x)(15-2x)(x)$$
$$= (300 - 40x - 30x + 4x^2)(x)$$
$$= 300x - 70x^2 + 4x^3$$

$$V' = 300 - 140x + 12x^2 = 0$$

$x = 8.84$ $\qquad$ $x = 2.83$

$$V'' = -140 + 24x$$

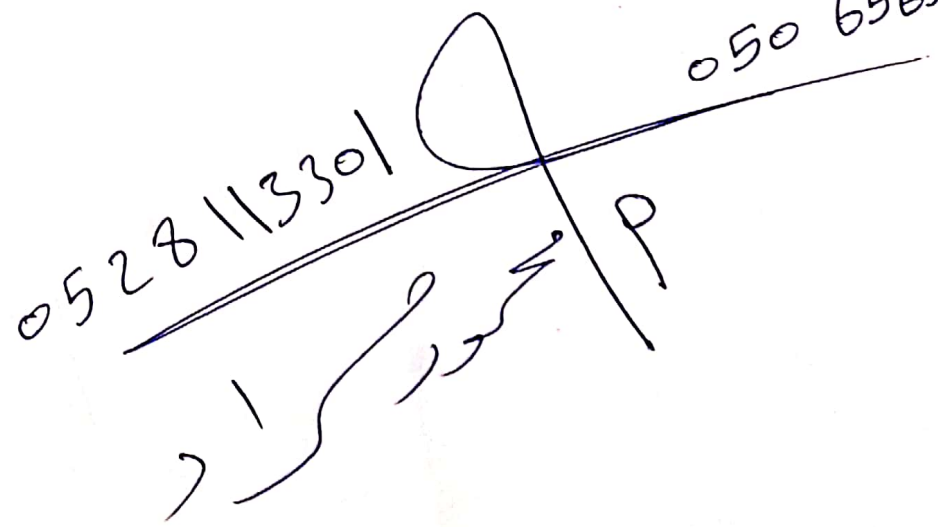
$V''(8.84) > 0$, $V''(2.83) < 0$

عند $x = 2.83$ يوجد نهاية عظمى للدالة

ثم أن $x = 2.83$ تعطي البعد المطلوب للصندوق

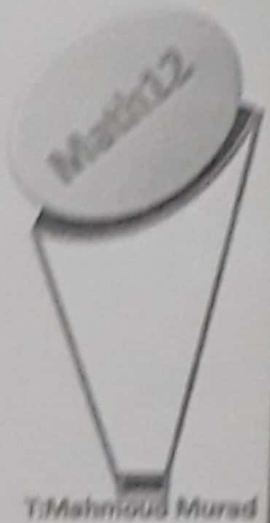
14) مصنع ينتج هواتف ثابتة يبيع المصنع x جهاز من نفس النوع أسبوعيا بمبلغ $r(x) = 30x$ درهم فإذا كانت دالة التكلفة لإنتاج x جهاز أسبوعيا تعطى بالعلاقة $c(x) = 0.0015x^2 + 6x + 450$ درهم

فأوجد عدد الهواتف التي يجب على المصنع أن يبيعها أسبوعيا لتحقيق أعلى ربح



T:Mahmoud Murad

Scanned by CamScanner



التواصل

T:Mahmoud Murad
0506565584
0528113301
xmmx22@hotmail.com

Scanned by CamScanner