الملف حلول أسئلة امتحانات الفصل الثالث 2020

## حلول امتحانات الفصل الثالث 2020

أوجد قيمة التكامل $\int x\sqrt{x-3}\,dx$

$$u = x - 3 \rightarrow x = u + 3$$

$$du = dx$$

$$\int (u+3)u^{\frac{1}{2}}\,du = \int \left(u^{\frac{3}{2}} + 3u^{\frac{1}{2}}\right) du$$

$$\frac{2}{5}u^{\frac{5}{2}} + 3.\frac{2}{3}u^{\frac{3}{2}} + c$$

$$\frac{2}{5}(x-3)^{\frac{5}{2}} + 2(x-3)^{\frac{3}{2}} + c$$

إذا كان $\frac{x-1}{(x+1)(x-2)} = \frac{A}{(x+1)} + \frac{B}{(x-2)}$ اوجد $\int \frac{x-1}{(x+1)(x-2)}dx$

$$(x-1) = A(x-2) + B(x+1)$$

عند $x = 2$ يكون $1 = 3B$ يكون $B = \frac{1}{3}$

عند $x = -1$ يكون $-2 = -3A$ يكون $A = \frac{2}{3}$

$$\frac{2}{3}\int \frac{1}{x+1}dx + \frac{1}{3}\int \frac{1}{x-2}dx$$

أوجدالمساحة المحصورة بين المنحنيين $y = \cos x$ و $y = x^2 + 2$ في الفترة $0 \le x \le 2$

$$A = \int_0^2 (x^2 + 2 - cosx)dx$$

$$\left[\frac{x^3}{3} + 2x + sinx\right]_0^2 = \frac{8}{3} + 4 - sin(2) - 0$$



$$\frac{20}{3} - sin(2)$$

أوجد قيمة التكامل $\int \frac{x^5}{1 + x^6} dx$

$$\frac{1}{6}\int \frac{6x^5}{1 + x^6} dx = \frac{1}{6} ln(1 + x^6) + c$$

$$= ln(1 + x^6)^{\frac{1}{6}} + c$$

على فرض أن محرك سيارة يبذل قوة $800\ x(x-1)$ رطل عندما تكون السيارة في الموقع $x$ ميل

احسب الشغل المبذول في الفترة $0 \le x \le 1$

$$\int_0^1 800(x^2 - x)dx = \frac{400}{3}\ mile.lb$$

إذا كان $\int \tan x \sec^{a} x dx = \frac{1}{3}\sec^{3} x + c$ ] اوجد قيمة $a$

باشتقاق الطرف الايمن ينتج

$$\frac{d}{dx}\left(\frac{1}{3}\ sec^3x + c\right) = \frac{1}{3}.3sec^2x.secxtanx$$

$$= sec^3x.tanx \rightarrow a = 3$$

[ على فرض أن مستنبتاً بكتيرياً كان يحتوي في البداية على 100خلية ؛ وبعد ساعتين ارتفع عدد أفراد المجتمع إلى 400 . حدد عدد الأفراد بعد 6 ساعات.

$$y = Ae^{kt}\ ,\ \ y(0) = 100\ , y(2) = 400$$

$$100 = Ae^0 \rightarrow A = 100$$

$$400 = 100e^{2k} \rightarrow 4 = e^{2k}$$

$$ln4 = lne^{2k}\ \rightarrow 2k = ln2^2 = 2ln2$$

$$k = 2$$

$$y = 100e^{6\ ln2}$$

أوجد قيمة التكامل $\int_0^{\pi} 2x \cos\ xdx$

| اشتقاق u | تكامل dv |
|---|---|
| 2x + | Cosx dx |
| 2 - | sinx |
| 0 | -cosx |

$$[2xsinx + 2cosx]_0^{\pi}$$

اوجد قيمة التكامل $\int_0^1 \frac{x}{\sqrt{4-x^2}}dx$

$$u = 4 - x^2 \rightarrow x = u + 3$$

$$\frac{du}{dx} = -2x \rightarrow dx = \frac{du}{-2x}$$

$$\int_4^3 \frac{x}{u^{\frac{1}{2}}} \cdot \frac{du}{-2x} = -\frac{1}{2}\int_4^3 u^{-\frac{1}{2}}\ du$$

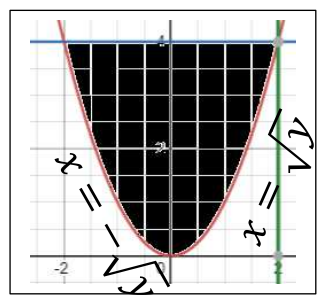
| X | 0 | 1 |
|---|---|---|
| u | 4 | 3 |

$$= \frac{1}{2}\int_3^4 u^{-\frac{1}{2}}\, du = \frac{1}{2}\left[2u^{\frac{1}{2}}\right]_3^4$$

$$= 4^{\frac{1}{2}} - 3^{\frac{1}{2}} = 2 - \sqrt{3}$$

لتكن $R$ هي المنطقة المحددة بواسطة $y = x^2$ و $y = 4$. ما حجم المجسم الذي يكون من دوران $R$ حول المستقيم $x = 2$

$$y = x^2 \rightarrow x = \pm\sqrt{y}$$




$$V = \int_0^4 \pi(R^2 - r^2)dy$$

$$V = \int_0^4 \pi\left((2+\sqrt{y})^2 - (2-\sqrt{y})^2\right)dy$$

أوجد حلاً للمعادلة التفاضلية $y' = 3y$ يحقق الشرط الابتدائي $y(0) = 1$

$$\frac{dy}{dx} = 3y \rightarrow \frac{dy}{y} = 3dx$$

$$\int \frac{dy}{y} = \int 3dx \rightarrow ln\, y = 3x + c$$

$$y(0) = 1 \rightarrow ln1 = 0 + c \rightarrow c = 0$$

$$lny = 3x \rightarrow e^{lny} = e^{3x}$$

$$y = e^{3x}$$

أوجد متوسط المتغير العشوائي لدالة الكثافة الاحتمالية $(pdf)$ $f(x) = \frac{\frac{4}{\pi}}{1+x^2}$ على الفترة $[0,1]$

$$\mu = \int_0^x x.f(x)dx = \int_0^1 \frac{x\,\frac{4}{\pi}}{1+x^2}\, dx\ \mu$$

$$\mu = \frac{1}{2}.\frac{4}{\pi}\int_0^1 \frac{2x}{1+x^2}\, dx = \frac{2}{\pi}[ln(1+x^2)]_0^1$$

$$= \frac{2}{\pi}(ln2 - ln1) = \frac{2}{\pi}ln2$$

أوجد قيمة التكامل $\int \frac{\ln x}{x} dx$

$$u = lnx \rightarrow \frac{du}{dx} = \frac{1}{x} \rightarrow dx = xdu$$

$$\int \frac{u}{x} . xdu = \int udu = \frac{u^2}{2} + c$$

$$\frac{(lnx)^2}{2} = \frac{1}{2}(lnx)^2 + c$$



للحركة الرأسية لجسم معين ،إذا اطلق هذا الجسم من ارتفاع $60\ ft$ صعوداً. بسرعة $10\frac{ft}{s}$

حدد الحالات الابتدائية $y(0), y^{/}(0)$ بحيث تكون نقطة الأصل على الأرض

$$y(0) = 60 \quad , y^{/}(0) = 10$$

أوجد طول قوس لجزء من المنحنى $-1 \leq x \leq 1,\ y = x^3$

$$S = \int_a^b \sqrt{1 + (y^{/})^2}\, dx$$

$$y^{/} = 3x^2 \rightarrow \left(y^{/}\right)^2 = 9x^4$$

$$S = \int_{-1}^{1} \sqrt{1 + 9x^4}\, dx$$

المعادلة التفاضلية $y' = x\cos^2 y$ قابلة للفصل .أوجد الحل العام بصيغة صريحة

$$\frac{dy}{dx} = x\cos^2 y \rightarrow \frac{dy}{\cos^2 y} = x dx$$

$$\sec^2 y\, dy = x dx \rightarrow \tan y = \frac{x^2}{2} + c$$

$$y = \tan^{-1}\left(\frac{x^2}{2} + c\right)$$