

تم تحميل هذا الملف من موقع المناهج الإماراتية



الملف أوراق عمل التكامل العددي

موقع المناهج ← المناهج الإماراتية ← الصف الثاني عشر المتقدم ← رياضيات ← الفصل الثاني

روابط مواقع التواصل الاجتماعي بحسب الصف الثاني عشر المتقدم



روابط مواد الصف الثاني عشر المتقدم على تلغرام

[الرياضيات](#)

[اللغة الانجليزية](#)

[اللغة العربية](#)

[التربية الاسلامية](#)

المزيد من الملفات بحسب الصف الثاني عشر المتقدم والمادة رياضيات في الفصل الثاني

[كل ما يخص الاختبار التكويني لمادة الرياضيات للصف الثاني عشر يوم الأحد 9/2/2020](#)

1

[تدريبات متنوعة مع الشرح على الوحدة الرابعة \(النهايات والاتصال\)](#)

2

[تدريبات متنوعة على تطبيقات الاشتقاق](#)

3

[قوانين هندسية](#)

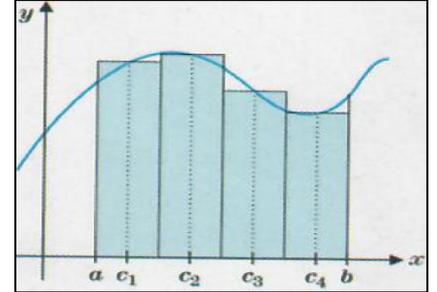
4

[الاختبار القياسي في الرياضيات](#)

5

التكاملات $\int_0^2 \cos x^2 dx$, $\int_0^2 \sqrt{x^2 + 1} dx$ وغيرها العديد من التكاملات المحدودة لا يمكن حسابها بشكل دقيق باستخدام قواعد وطرق التكامل.... يأتي التكامل العددي ليوحد قيم تقريبية لمثل هذه التكاملات.

أولاً: قاعدة نقطة المنتصف: إحدى طرق التقريب بالمستطيلات في مجاميع ريمان



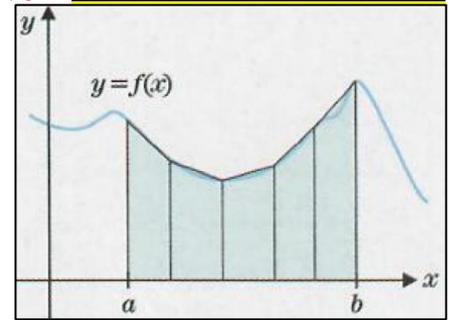
$$\int_a^b f(x) dx \approx \sum_{i=1}^n f(c_i) \Delta x$$

$$\approx \frac{b-a}{n} [f(c_1) + f(c_2) + f(c_3) + \dots + f(c_{n-1}) + f(c_n)]$$

حيث c_i هي نقطة منتصف الفترة الجزئية $[x_{i-1}, x_i]$

$$i = 1, 2, \dots, n \quad \downarrow \quad c_i = \frac{x_{i-1} + x_i}{2}$$

ثانياً: قاعدة شبه المنحرف: طريقة أشباه المنحرفات

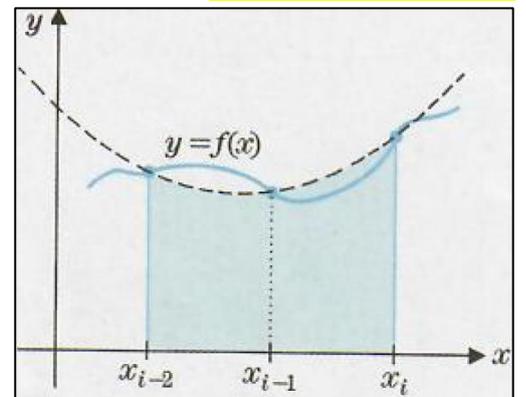


$$\int_a^b f(x) dx$$

$$\approx \frac{b-a}{2n} [f(x_0) + 2f(x_1) + 2f(x_2) + \dots + 2f(x_{n-1}) + f(x_n)]$$

لاحظ أن: عدد الحدود داخل القوس $n + 1$

ثالثاً: قاعدة سمبسون: طريقة ربط كل ثلاث نقاط متتالية بقطع مكافئ



$$\int_a^b f(x) dx$$

$$\approx \frac{b-a}{3n} [f(x_0) + 4f(x_1) + 2f(x_2) + 4f(x_3) + \dots + 4f(x_{n-1}) + f(x_n)]$$

لاحظ أن: عدد الحدود داخل القوس $n + 1$



أوجه الشبه والاختلاف بين طرق التكامل العددي

سيمبسون $S_n(f)$ Simpson's Rule	أشباه المنحرفات $T_n(f)$ Trapezoidal Rule	نقطة المنتصف $M_n(f)$ Midpoint Rule	
$\Delta x = \frac{b-a}{n}$	$\Delta x = \frac{b-a}{n}$	$\Delta x = \frac{b-a}{n}$	التجزئة المنتظمة عرض كل فترة جزئية
بداية ونهاية كل فترة جزئية $f(x_i)$ من $i = 0$ إلى $i = n$	بداية ونهاية كل فترة جزئية $f(x_i)$ من $i = 0$ إلى $i = n$	المنتصفات $f(c_i)$ من $i = 1$ إلى $i = n$	الارتفاعات
$\frac{b-a}{3n}$	$\frac{b-a}{2n}$	$\frac{b-a}{n}$	المعامل المضروب في القوس
$n+1$	$n+1$	n	عدد الحدود داخل القوس
معامل الحد الأول = 1 معامل الحد الأخير = 1 ومعاملات الحدود بينهما $4, 2, 4, \dots, 4, 2, 4$	معامل الحد الأول = 1 معامل الحد الأخير = 1 ومعاملات الحدود بينهما $2, 2, 2, \dots, 2$	جميعها = 1	معاملات الحدود داخل القوس
n عدد زوجي	n عدد زوجي أو فردي	n عدد زوجي أو فردي	عدد فترات التجزئة n المنتظمة

ملحوظة (1):

حيث إن قاعدة سيمبسون تحسب قيمة المساحة التقريبية تحت القطوع المكافئة. بالتالي فإن قاعدة سيمبسون تُعطي القيم الدقيقة للتكاملات لأي كثيرة حدود من الدرجة 3 أو أصغر.

ملحوظة (2):

قاعدة سيمبسون تتطلب عددًا زوجيًا n من الفترات الجزئية. يُعني ذلك أننا سنحتاج إلى تعديل المسألة:

x	0.2	0.4	0.6	0.8	1.0	1.2
$f(x)$	4	3.4	3.6	3	2.6	2.4

لأن عدد الفترات الجزئية 5 (عدد فردي). سنضيف فترة باستخدام $n = 6$ وإضافة قيمة دالة صفرية.
لتصبح المسألة:

x	0.2	0.4	0.6	0.8	1.0	1.2	1.4
$f(x)$	4	3.4	3.6	3	2.6	2.4	0



تمارين صد 389 :- أوجد قيم تقريبات نقطة المنتصف وقاعدة شبه المنحرف وقاعدة سمبسون حيث $n = 4$:

$$2) \int_0^2 (x^2 + 1) dx$$

$$f(x) = \dots\dots\dots, [a, b] = \dots\dots\dots, n = \dots, \Delta x = \dots\dots\dots$$

أولاً: قاعدة نقطة المنتصف:

$$\approx \frac{b-a}{n} [f(c_1) + f(c_2) + f(c_3) + \dots\dots\dots + f(c_{n-1}) + f(c_n)]$$

$$c_1 = \dots\dots\dots$$

$$c_2 = \dots\dots\dots$$

$$c_3 = \dots\dots\dots$$

$$c_4 = \dots\dots\dots$$

ثانياً: قاعدة شبه المنحرف:

$$\approx \frac{b-a}{2n} [f(x_0) + 2f(x_1) + 2f(x_2) + \dots\dots\dots + 2f(x_{n-1}) + f(x_n)]$$

$$x_0 = \dots\dots\dots$$

$$x_1 = \dots\dots\dots$$

$$x_2 = \dots\dots\dots$$

$$x_3 = \dots\dots\dots$$

$$x_4 = \dots\dots\dots$$

ثالثاً: قاعدة سمبسون:

$$\approx \frac{b-a}{3n} [f(x_0) + 4f(x_1) + 2f(x_2) + 4f(x_3) + \dots\dots\dots + 4f(x_{n-1}) + f(x_n)]$$

$$x_0 = \dots\dots\dots$$

$$x_1 = \dots\dots\dots$$

$$x_2 = \dots\dots\dots$$

$$x_3 = \dots\dots\dots$$

$$x_4 = \dots\dots\dots$$



تمارين ص 389 :- أوجد قيم تقريبات نقطة المنتصف وقاعدة شبه المنحرف وقاعدة سمبسون حيث $n = 4$ وحدد إذا كان كل تقريب صغير للغاية أم كبير للغاية.

$$6) \ln 8 = \int_1^8 \frac{1}{x} dx$$

$$f(x) = \dots\dots\dots, [a, b] = \dots\dots\dots, n = \dots, \Delta x = \dots\dots\dots$$

أولاً: قاعدة نقطة المنتصف:

$$\approx \frac{b-a}{n} [f(c_1) + f(c_2) + f(c_3) + \dots\dots\dots + f(c_{n-1}) + f(c_n)]$$

$$c_1 = \dots\dots\dots$$

$$c_2 = \dots\dots\dots$$

$$c_3 = \dots\dots\dots$$

$$c_4 = \dots\dots\dots$$

ثانياً: قاعدة شبه المنحرف:

$$\approx \frac{b-a}{2n} [f(x_0) + 2f(x_1) + 2f(x_2) + \dots\dots\dots + 2f(x_{n-1}) + f(x_n)]$$

$$x_0 = \dots\dots\dots$$

$$x_1 = \dots\dots\dots$$

$$x_2 = \dots\dots\dots$$

$$x_3 = \dots\dots\dots$$

$$x_4 = \dots\dots\dots$$

ثالثاً: قاعدة سمبسون:

$$\approx \frac{b-a}{3n} [f(x_0) + 4f(x_1) + 2f(x_2) + 4f(x_3) + \dots\dots\dots + 4f(x_{n-1}) + f(x_n)]$$

$$x_0 = \dots\dots\dots$$

$$x_1 = \dots\dots\dots$$

$$x_2 = \dots\dots\dots$$

$$x_3 = \dots\dots\dots$$

$$x_4 = \dots\dots\dots$$



تمارين ص 390 :- (51) الجدول يُعطي السرعة المتجهة m/s لجسم في أزمنة مختلفة بالثواني استخدم البيانات لتقدير المسافة المجتازة:

t	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
$v(t)$	40	42	40	44	48	50	46	46	42	44	40	42	42

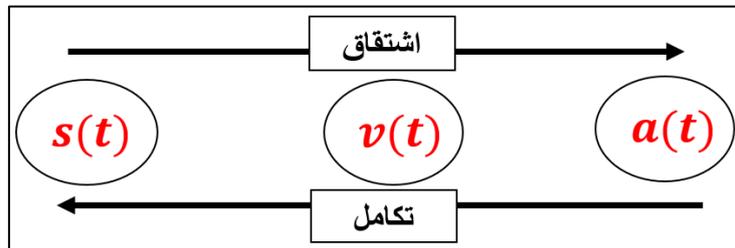
قاعدة سمبسون:

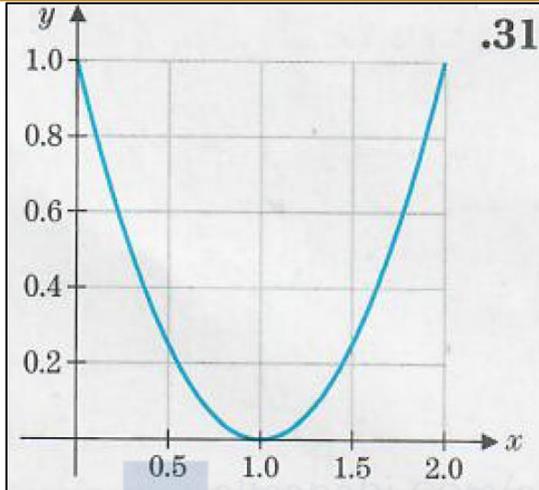
$$\int_0^{12} v(t) dt$$

$$[a, b] = \dots, n = \dots, \Delta t = \dots$$

$$\approx \frac{b-a}{3n} [v(t_0) + 4v(t_1) + 2v(t_2) + 4v(t_3) + \dots + 4v(t_{n-1}) + v(t_n)]$$

تذكر أن:





تمارين ص 389 :- أوجد قيم تقريبات نقطة المنتصف

وقاعدة شبه المنحرف وقاعدة سمبسون حيث $n = 4$

$$\int_0^2 f(x) dx$$

$$[a, b] = \dots, n = \dots, \Delta x = \dots$$

أولاً: قاعدة نقطة المنتصف:

$$\approx \frac{b-a}{n} [f(\dots) + f(\dots) + f(\dots) + f(\dots)]$$

$$C_1 = \dots$$

$$C_2 = \dots$$

$$C_3 = \dots$$

$$C_4 = \dots$$

ثانياً: قاعدة شبه المنحرف:

$$\approx \frac{b-a}{2n} [f(\dots) + 2f(\dots) + 2f(\dots) + 2f(\dots) + f(\dots)]$$

$$x_0 = \dots$$

$$x_1 = \dots$$

$$x_2 = \dots$$

$$x_3 = \dots$$

$$x_4 = \dots$$

ثالثاً: قاعدة سمبسون:

$$\approx \frac{b-a}{3n} [f(\dots) + 4f(\dots) + 2f(\dots) + 4f(\dots) + f(\dots)]$$

$$x_0 = \dots$$

$$x_1 = \dots$$

$$x_2 = \dots$$

$$x_3 = \dots$$

$$x_4 = \dots$$