

تم تحميل هذا الملف من موقع المناهج الإماراتية



الملف أوراق عمل تطبيقات الاشتقاق 1

[موقع المناهج](#) ← [المناهج الإماراتية](#) ← [الصف الثاني عشر المتقدم](#) ← [رياضيات](#) ← [الفصل الثاني](#)

روابط مواقع التواصل الاجتماعي بحسب الصف الثاني عشر المتقدم



روابط مواد الصف الثاني عشر المتقدم على تلغرام

[الرياضيات](#)

[اللغة الانجليزية](#)

[اللغة العربية](#)

[التربية الاسلامية](#)

المزيد من الملفات بحسب الصف الثاني عشر المتقدم والمادة رياضيات في الفصل الثاني

<a href="#">كل ما يخص الاختبار التكويني لمادة الرياضيات للصف الثاني عشر يوم الأحد 9/2/2020</a>	1
<a href="#">تدريبات متنوعة مع الشرح على الوحدة الرابعة (النهايات والاتصال)</a>	2
<a href="#">تدريبات متنوعة على تطبيقات الاشتقاق</a>	3
<a href="#">قوانين هندسية</a>	4
<a href="#">الاختبار القياسي في الرياضيات</a>	5

الرياضيات

فن وعلم

الثاني عشر متقدم

الفصل الدراسي الثاني

2021/2020م

الوحدة الرابعة – تطبيقات الاشتقاق 1

التقريبات الخطية – طريقة نيوتن – قاعدة لوبيتال

إعداد الأستاذ

خالد ابوكف

التقريبات الخطية وطريقة نيوتن (4 - 1)

التقريب الخطي للدالة  $f(x)$  عند  $x_0$  هو الدالة

$$L(x) = f(x_0) + f'(x_0)(x - x_0)$$

اولا

❖ أوجد التقريب الخطي للدالة  $f(x)$  عند  $x_0$  ثم استخدم التقريب الخطي لتقدير العدد المعطى

1)  $f(x) = x^2 + 5x + 4, x_0 = 2, f(2.01)$

2)  $f(x) = \frac{4}{x+1}, x_0 = 0, f(0.1)$

3)  $f(x) = \sin(x), x_0 = \frac{\pi}{3}, f(1)$

4)  $f(x) = 3xe^{2x-10}, x_0 = 5, f(4.9)$

5)  $f(x) = \sqrt{x+1}$  ,  $x_0 = 0$  ,  $\sqrt{1.02}$

6)  $f(x) = \sqrt{2x+9}$  ,  $x_0 = 0$  ,  $\sqrt{8.8}$



7)  $f(x) = \sqrt[3]{1+3x}$  ,  $x_0 = 0$  ,  $\sqrt[3]{1.02}$

8)  $f'(5) = 4$  ,  $f(5) = 2$  ,  $x_0 = 5$  ,  $f(4.9)$

❖ استخدم التقريب الخطي لإيجاد قيمة تقريبية لما يلي :

1)  $\sqrt{99.9}$

2)  $e^{-0.1}$



3)  $\sin(3)$

4)  $\ln(1.05)$

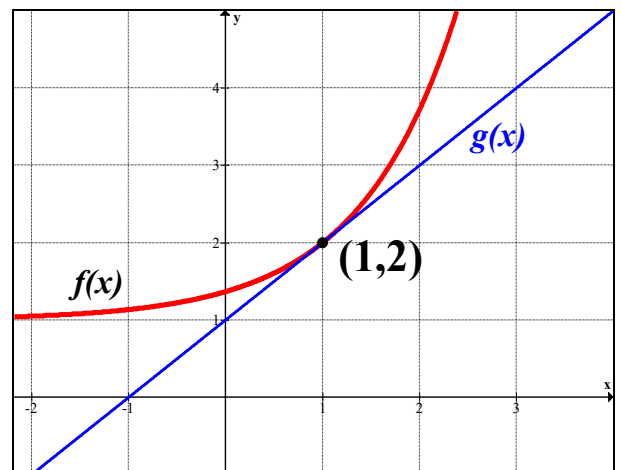
(1) قدرت شركة بيع أنه يمكن بيع  $f(x)$  علبة مشروبات غازية كل يوم إذا كانت درجة الحرارة  $x^{\circ}C$  كما هو معطى في الجدول.

$x$	18	26	38
$f(x)$	80	120	168

(a) قدر عدد العلب التي يمكن بيعها عند درجة حرارة  $24^{\circ}$

(b) قدر عدد العلب التي يمكن بيعها عند درجة حرارة  $40^{\circ}$

(2) بالاعتماد على الشكل المجاور وباستخدام التقريب الخطي قدر  $f(1.001)$  حيث  $g(x)$  مماس لمنحنى  $f(x)$  عند النقطة  $(1, 2)$



(3) استخدم التقريب الخطي عند  $x_0 = 0$  لتبين ان

a)  $(x + 1)^n \approx 1 + nx$

b)  $\tan x \approx x$

c)  $\frac{1}{1+x} \approx 1-x$

d)  $e^x - 4x \approx 1 - 3x$

(4) أوجد  $\Delta y$  و  $dy$  حيث  $y = 3x^2 + 2x + 1$  عندما تتغير  $x$  من 2 الى 2.04

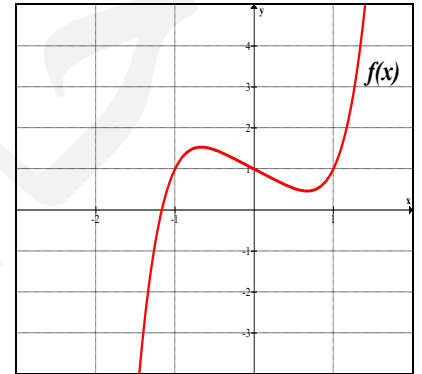
## طريقة نيوتن

ثانيا

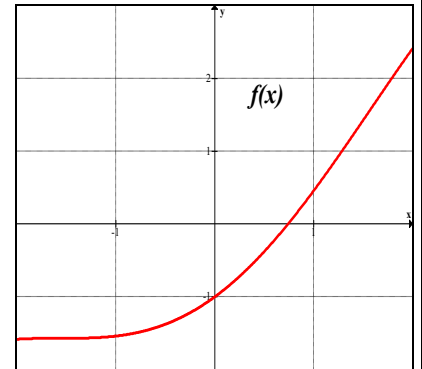
$$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)} \quad : n = 0, 1, 2, 3, \dots$$

❖ استخدم طريقة نيوتن مع قيم  $x_0$  المعطاة لحساب  $x_1$  ,  $x_2$  فيما يلي

1)  $f(x) = x^5 - x + 1$  ,  $x_0 = -1$



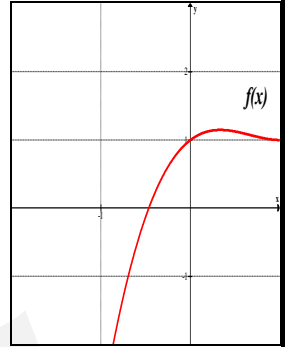
2)  $f(x) = x - \cos x$  ,  $x_0 = 1$



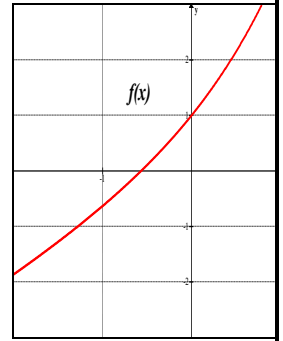


❖ أوجد الجذر التقريبي للدالة التالية لست منازل عشرية باستخدام طريقة نيوتن

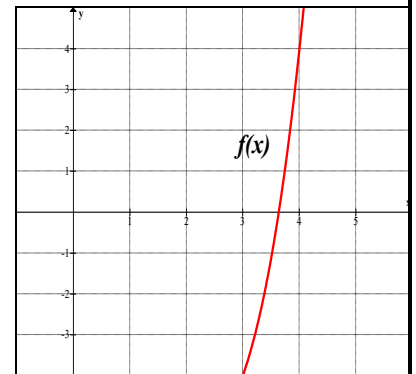
1)  $f(x) = x^3 - 2x^2 + x + 1$



2)  $f(x) = e^x + x$



3)  $f(x) = (x - 2)^3 + x - 8$



❖ استخدم طريقة نيوتن لتقدير قيمة ما يلي لست منازل عشرية

1)  $\sqrt{24}$

2)  $\sqrt[3]{28}$

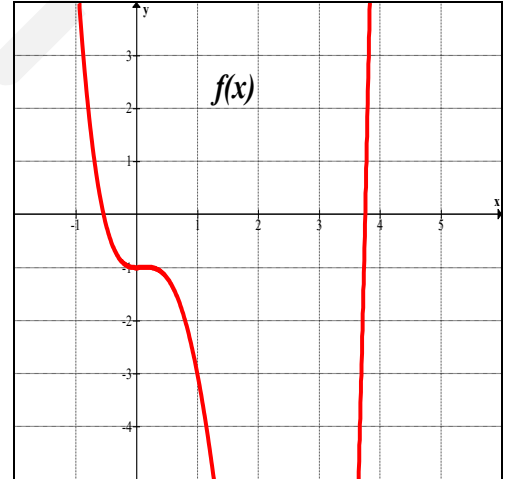
3)  $\sqrt[5]{31}$

(1) بين أن المعادلة  $\ln x = -x^2 + 3$  لها حل في الفترة [1,3] ثم استخدم طريقة نيوتن لإيجاد حل تقريبي للمعادلة ( اوجد  $x_2$  )

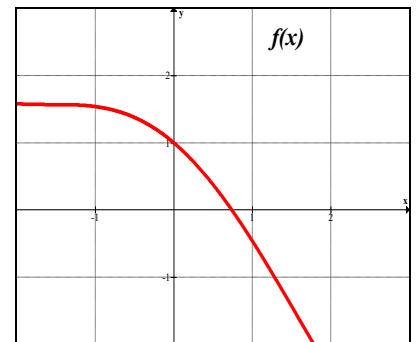


(2) استخدم طريقة نيوتن لإيجاد الجذور التقريبية للمعادلة التالية:

1.  $x^4 - 4x^3 + x^2 - 1 = 0$



2.  $\cos x = x$



(3) استخدم طريقة نيوتن مع  $x^2 - c = 0$  حيث  $(c > 0)$  لاثبات ان (المخطط التكراري)

$$x_{n+1} = \frac{1}{2} \left( x_n + \frac{c}{x_n} \right) \quad \text{الحل التقريبي للمعادلة يعطى بالعلاقة}$$



(4) بين باستخدام طريقة نيوتن ان تقدير العدد  $\sqrt[n]{c}$  حيث  $(c, n > 0)$  يعطى بالعلاقة

$$x_{n+1} = \frac{1}{n} \left[ (n-1)x_n + cx_n^{(1-n)} \right]$$

❖ بين لماذا تفشل طريقة نيوتن فيما يلي

1.  $f(x) = x^3 + 5x^2 + 4$  ,  $x_0 = 0$

2.  $f(x) = x^3 - 5x$  ,  $x_0 = 1$

3.  $f(x) = \sqrt[3]{x}$  ,  $x_0 = 1$

4.  $f(x) = x^2 + 5$  ,  $x_0 = 1$

5.  $f(x) = \frac{4x^2 - 8x + 1}{4x^2 - 3x - 7}$  ,  $x_0 = -1$

**الصيغ غير المعرفة وقاعدة لوبيتال (4 - 2)**

الصيغ غير المعرفة  $\frac{0}{0}$  ,  $\frac{\infty}{\infty}$  ,  $0 \cdot \infty$  ,  $\infty - \infty$  ,  $0^0$  ,  $1^\infty$  ,  $\infty^0$

قاعدة لوبيتال *If*  $\lim_{x \rightarrow c} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{0}{0}$  *or*  $\frac{\infty}{\infty}$  *then*  $\lim_{x \rightarrow c} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \rightarrow c} \frac{f'(x)}{g'(x)} = \dots$

اوجد كلا من النهايات التالية -

1)  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x^2 + x - 6}$

2)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{e^x}{x^3}$

3)  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x+1} - 2}{1 - (x-2)^3}$

4)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 2}{e^x + 3}$

$$5) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \sin x}{1 - \cos x}$$

$$6) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{2x} - 1}{\sin 3x}$$

$$7) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 + 4x - 7}{2x^2 - 5x + 1}$$

$$8) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2^x + 3^x - 2}{5^x - 1}$$

$$9) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(\ln x)^2}{x^2 - 2x + 1}$$

$$10) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\ln(x + 1)}{\ln(x + 2)}$$

$$11) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\ln x}{\sqrt{x}}$$

$$12) \lim_{x \rightarrow 0^+} x \ln x$$



$$13) \lim_{x \rightarrow 0^+} x \ln(\sin x)$$

$$14) \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\ln(x+1)}{\sqrt{x}}$$

$$15) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^{-1} x}{\tan^{-1} x}$$

$$16) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\ln x^3}{x}$$



$$17) \lim_{x \rightarrow 0^+} \left( \frac{1}{\sin x} - \frac{1}{x} \right)$$

$$18) \lim_{x \rightarrow 0^+} \left( \frac{1}{x} - \cot x \right)$$



$$19) \lim_{x \rightarrow 1^+} x^{\left(\frac{1}{x-1}\right)}$$

$$20) \lim_{x \rightarrow 0^+} x^x$$

$$21) \lim_{x \rightarrow 0^+} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x$$

$$22) \lim_{x \rightarrow 0^+} (1 + x)^{\frac{1}{x}}$$



$$23) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^{kx}$$

$$24) \lim_{x \rightarrow 0^+} (\sin x)^x$$

$$1) \lim_{x \rightarrow 0^+} (\cos x)^{\frac{1}{x}}$$

$$2) \lim_{x \rightarrow \infty} x e^{-x}$$

$$3) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(\sin x)}{\sin x}$$

$$4) \lim_{x \rightarrow \infty} x \sin\left(\frac{1}{x}\right)$$

$$5) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{3}{x}\right)^x$$

$$6) \lim_{x \rightarrow \infty} \left| \frac{x+1}{x-2} \right|^{\sqrt{x^2-4}}$$

$$7) \lim_{x \rightarrow \infty} (\ln x - \ln(x+1))$$

$$8) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(\sinh x)}{\sinh(\sin x)}$$

$$9) \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \left( \tan x - \frac{1}{x - \frac{\pi}{2}} \right)$$

$$10) \lim_{x \rightarrow 0^+} (\tan x)^x$$

$$11) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x - \sinh x}{\cos x - \cosh x}$$

$$12) \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x-3}{x+2} \right)^x$$

$$13) \lim_{x \rightarrow \infty} (5^x - 2^x)$$

$$14) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\ln(\ln x)}{\ln x}$$

$$15) \lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 + 1} - x)$$

$$16) \lim_{x \rightarrow \infty} (\ln x - x)$$

$$17) \lim_{x \rightarrow -1} \frac{\cos^{-1} x}{x^2 - 1}$$

$$18) \lim_{x \rightarrow 0} (ax + 1)^{\frac{b}{x}}$$

$$19) \lim_{x \rightarrow 0} (\cos x)^{\frac{1}{\sin x}}$$

$$20) \lim_{x \rightarrow 2^+} \left( \frac{2}{x} \right)^{\frac{x}{x-2}}$$

$$21) \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\ln x}{\csc x}$$

$$22) \lim_{x \rightarrow 0^+} \left( \frac{1}{\ln(x+1)} - \frac{1}{x} \right)$$

1.  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{2x-6}{x^2-9}$

2.  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x+1}-2}{x-3}$

3.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^2-3x+1}{3x^2-5}$

4.  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3-x-2}{x-2}$

13.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(\ln x)^3}{x}$

5.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{4-x^2}-2}{x}$

14.  $\lim_{x \rightarrow 0^+} (-x \ln x)$

6.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x-(1-x)}{x}$

15.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( x \sin \frac{1}{x} \right)$

7.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(2x)}{\sin(3x)}$

16.  $\lim_{x \rightarrow \infty} x^{1/x}$

8.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin x}{x}$

17.  $\lim_{x \rightarrow 0^+} (1+x)^{1/x}$

9.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2-2x+1}{2x^2+3}$

18.  $\lim_{x \rightarrow 2^+} \left( \frac{8}{x^2-4} - \frac{x}{x-2} \right)$

10.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2+2x+1}{x-1}$

19.  $\lim_{x \rightarrow 1^+} \left( \frac{3}{\ln x} - \frac{2}{x-1} \right)$

11.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{2x}-1}{e^x}$

20.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2}{e^{5x}}$

12.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\ln x}{x}$

1.  $\frac{1}{3}$

8. 1

15. 1

2.  $\frac{1}{4}$

9.  $\frac{3}{2}$

16. 1

3.  $\frac{5}{3}$

10.  $\infty$

17.  $e$

4. ( ليس لوبيتال ) غم .

11. 0 ( ليس لوبيتال )

18.  $-\frac{3}{2}$

5. 0

12. 0

19.  $\infty$

6. 2

13. 0

20. 0

7.  $\frac{2}{3}$

14. 0

❖ اختر الاجابة الصحيحة لما يلي

(1) التقريب الخطي للدالة  $f(x) = \frac{4}{x}$  عند  $x = 1$  هو

a)  $l(x) = 8 + x$

b)  $l(x) = 8 + 2x$

c)  $l(x) = 8 - 4x$

d)  $l(x) = 8 + 4x$

(2) التقريب الخطي للدالة  $f(x) = \sqrt{x+4}$  عند  $x = 5$  هو

a)  $l(x) = 6 + \frac{1}{6}x$

b)  $l(x) = \frac{13+x}{6}$

c)  $l(x) = 13 + \frac{1}{6}x$

d)  $l(x) = 3 + \frac{1}{6}x$

(3) التقريب الخطي للدالة  $f(x) = \sin x$  عند  $x = \pi$  هو

a)  $l(x) = x - \pi$

b)  $l(x) = \pi - \pi x$

c)  $l(x) = \pi^2 x$

d)  $l(x) = \pi - x$

(4) التقريب الخطي للدالة  $f(x) = \cos x$  عند  $x = \frac{\pi}{3}$  هو

a)  $l(x) = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}(x - \frac{\pi}{3})$

b)  $l(x) = \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}(x + \frac{\pi}{3})$

c)  $l(x) = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}(x + \frac{\pi}{3})$

d)  $l(x) = \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}(x - \frac{\pi}{3})$

(5) التقريب الخطي للدالة  $f(x) = \tan^{-1} x$  عند  $x = 0$  هو

a)  $l(x) = x$

b)  $l(x) = 1 - x$

c)  $l(x) = 1 + x$

d)  $l(x) = \pi + x$

(6) التقريب الخطي الدالة  $f(x) = e^{\sin x}$  عند  $x = \pi$  هو

a)  $l(x) = x - \pi$

b)  $l(x) = 1 + \pi - x$

c)  $l(x) = 1 + x - \pi$

d)  $l(x) = 1 - \pi - x$

(7) إذا علمت أن  $f(3) = 8$ ,  $f'(3) = -4$ , استخدم التقريب الخطي للدالة  $f(x)$

عند  $x_0 = 3$  لتقدير  $f(3.01)$

a) 7.96

b) 7.6

c) 7.69

d) 7.93

(8) استخدم التقريب الخطي لتقدير  $\sqrt[3]{67}$

a)  $\frac{65}{16}$

b)  $\frac{17}{4}$

c)  $\frac{33}{8}$

d)  $\frac{9}{2}$

(9) استخدم التقريب الخطي لتقدير  $(8.2)^{\frac{2}{3}}$

a)  $\frac{65}{16}$

b)  $\frac{203}{50}$

c)  $\frac{61}{14}$

d)  $\frac{61}{15}$

(10) استخدم التقريب الخطي لتقدير  $\sin(1)$

a)  $\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} \left(1 - \frac{\pi}{3}\right)$

b)  $\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2} \left(1 + \frac{\pi}{3}\right)$

c)  $\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2} \left(1 + \frac{\pi}{3}\right)$

d)  $\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2} \left(1 - \frac{\pi}{3}\right)$

(11) استخدم التقريب الخطي لتقدير  $\cos(46^\circ)$

a)  $\frac{\sqrt{2}}{2} \left(1 + \frac{\pi}{180}\right)$

b)  $\frac{\sqrt{2}}{2} \left(1 - \frac{\pi}{180}\right)$

c)  $\frac{\sqrt{2}}{2} \left(1 + \frac{\pi}{90}\right)$

d)  $\frac{\sqrt{2}}{2} \left(1 - \frac{\pi}{90}\right)$

(12) استخدم الجدول التالي  $(x, f(x))$  والتقريب الخطي لتقدير قيمة  $f(23)$

$x$	20	30	40
$f(x)$	18	20	23

a) 18.1      b) 18.3      c) 18.6      d) 18.9

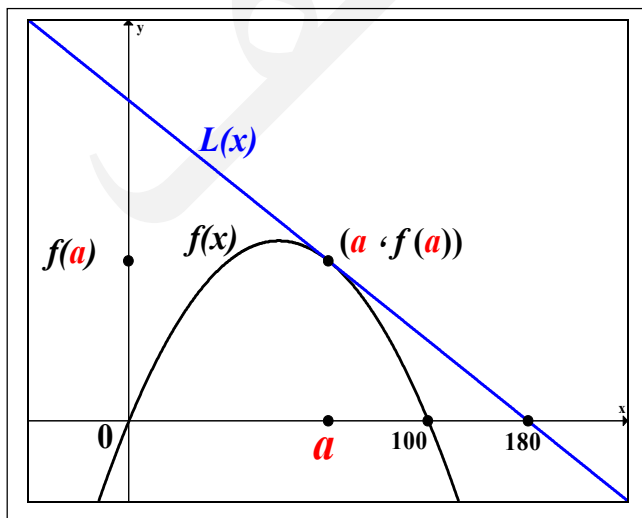
(13) إذا كان التقريب الخطي للدالة  $f(x) = x^2 + 4$  عند  $x = a$  يمر بنقطة الاصل

فأوجد قيمة  $a$  (حيث  $a > 0$ )

a) 4      b) 3      c) 2      d) 1

(14) بالاعتماد على الشكل المجاور حيث  $L(x)$  هو التقريب الخطي للدالة  $f(x) = 100x - x^2$

أوجد قيمة  $a$



a) 75

b) 70

c) 65

d) 60

(15) باستخدام التقريب الخطي عند  $x_0 = 0$  فان  $\ln(x + \frac{1}{e}) \approx$

a)  $l(x) = ex + e$

b)  $l(x) = 1 - ex$

c)  $l(x) = 1 + ex$

d)  $l(x) = ex - 1$

(16) أي من الدوال التالية لها نفس التقريب الخطي للدالة  $f(x) = (x + 1)^2$  عند  $x_0 = 0$

a)  $g(x) = x^2$

b)  $h(x) = 1 - 2x$

c)  $k(x) = \cos 2x$

d)  $v(x) = e^{2x}$

(17) التقريب الخطي للدالة  $f(x) = a\sqrt{1 - bx}$  عند  $x = 0$  هو

a)  $l(x) = a(1 - \frac{bx}{2})$

b)  $l(x) = a(1 + \frac{bx}{2})$

c)  $l(x) = \frac{a}{2}(1 - \frac{x}{2b})$

d)  $l(x) = a(1 - 2bx)$

(18) حدد عدد التكرارات التي نحتاجها لتقريب  $\sqrt{5}$  لثمانية منازل عشرية باستخدام

طريقة نيوتن حيث  $x_0 = 2$

a) 4

b) 3

c) 2

d) 1

(19) قدر  $\ln(2)$  لخمس منازل عشرية حيث  $x_0 = 1$

a) 0.69315

b) 0.69316

c) 0,69314

d) 0.69319

(20) قدر  $\sqrt[4]{24}$  لست منازل عشرية حيث  $x_0 = 2$

a) 1.995474

b) 1.995473

c) 1.995470

d) 1.995477



(21) التقريب الثاني للعدد  $\sqrt{2}$  باستخدام طريقة نيوتن هو.

- a)  $\frac{17}{12}$       b)  $\frac{7}{4}$       c)  $\frac{7}{5}$       d)  $\frac{3}{2}$

(22) لتقريب  $\sqrt{8}$  باستخدام طريقة نيوتن فان الحل التقريبي يعطى بالعلاقة

- a)  $x_{n+1} = \frac{x_n^2 - 8}{2x_n}$       b)  $x_{n+1} = \frac{x_n^2 + 8}{2x_n}$   
 c)  $x_{n+1} = \frac{x_n^2 - 8}{x_n}$       d)  $x_{n+1} = \frac{x_n^2 + 8}{x_n}$

(23) باستخدام قاعدة لوبيتال اوجد  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos(mx)}{1 - \cos(nx)}$

- a)  $\frac{m}{n}$       b)  $\frac{n}{m}$       c)  $\frac{m^2}{n^2}$       d)  $\frac{n^2}{m^2}$

(24) باستخدام قاعدة لوبيتال اوجد  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{a^x - 1}{b^x - 1}$

- a)  $\ln(a) - \ln(b)$       b)  $\ln\left(\frac{a}{b}\right)$   
 c)  $\log_b a$       d)  $\log ab$

(25) باستخدام قاعدة لوبيتال اوجد  $\lim_{x \rightarrow 0} (1 + mx)^{\frac{n}{x}}$

- a)  $e^{\frac{m}{n}}$       b)  $e^{\frac{n}{m}}$   
 c)  $e^{mn}$       d)  $e$

(26) باستخدام قاعدة لوبيتال اوجد  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{12e^{nx} - 2n^3x^3 - 6n^2x^2 - 12nx - 12}{6 \cos(nx) + 3n^2x^2 - 6}$

- a) 2      b) 3      c) 6      d) 12

الدوال المثلثية		الدوال المثلثية العكسية		قواعد الاشتقاق	
$y$	$y'$	$y$	$y'$	$y$	$y'$
$\sin x$	$\cos x$	$\sin^{-1} x$	$\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$	$e^x$	$e^x$
$\cos x$	$-\sin x$	$\cos^{-1} x$	$\frac{-1}{\sqrt{1-x^2}}$	$e^{f(x)}$	$f'(x)e^{f(x)}$
$\tan x$	$\sec^2 x$	$\tan^{-1} x$	$\frac{1}{1+x^2}$	$a^x$	$a^x \ln a$
$\cot x$	$-\csc^2 x$	$\cot^{-1} x$	$\frac{-1}{1+x^2}$	$a^{f(x)}$	$f'(x)a^{f(x)} \ln a$
$\sec x$	$\sec x \cdot \tan x$	$\sec^{-1} x$	$\frac{1}{ x \sqrt{x^2-1}}$	$\ln x$	$\frac{1}{x}$
$\csc x$	$-\csc x \cdot \cot x$	$\csc^{-1} x$	$\frac{-1}{ x \sqrt{x^2-1}}$	$\ln f(x)$	$\frac{f'(x)}{f(x)}$
الدوال الزائدية		الدوال الزائدية العكسية		$\sqrt{x}$	$\frac{1}{2\sqrt{x}}$
$y$	$y'$	$y$	$y'$	$\sqrt{f(x)}$	$\frac{f'(x)}{2\sqrt{f(x)}}$
$\sinh x$	$\cosh x$	$\sinh^{-1} x$	$\frac{1}{\sqrt{x^2+1}}$	$u \cdot v$	$u'v + v'u$
$\cosh x$	$\sinh x$	$\cosh^{-1} x$	$\frac{1}{\sqrt{x^2-1}}$	$\frac{u}{v}$	$\frac{u'v - v'u}{v^2}$
$\tanh x$	$\operatorname{sech}^2 x$	$\tanh^{-1} x$	$\frac{1}{1-x^2}$	$(f(x))^n$	$n(f(x))^{n-1} f'(x)$
$\operatorname{coth} x$	$-\operatorname{csch}^2 x$	$\operatorname{coth}^{-1} x$	$\frac{1}{1-x^2}$		
$\operatorname{sech} x$	$-\operatorname{sech} x \cdot \tanh x$	$\operatorname{sech}^{-1} x$	$\frac{-1}{x\sqrt{1-x^2}}$		
$\operatorname{csch} x$	$-\operatorname{csch} x \cdot \operatorname{coth} x$	$\operatorname{csch}^{-1} x$	$\frac{-1}{ x \sqrt{1+x^2}}$		