

تم تحميل هذا الملف من موقع المناهج الإماراتية



* للحصول على أوراق عمل لجميع الصفوف وجميع المواد اضغط هنا

<https://almanahj.com/ae>

* للحصول على أوراق عمل لجميع مواد الصف الثاني عشر المتقدم اضغط هنا

<https://almanahj.com/ae/15>

* للحصول على جميع أوراق الصف الثاني عشر المتقدم في مادة رياضيات وجميع الفصول, اضغط هنا

<https://almanahj.com/ae/15>

* للحصول على أوراق عمل لجميع مواد الصف الثاني عشر المتقدم في مادة رياضيات الخاصة بـ اضغط هنا

<https://almanahj.com/ae/15>

* لتحميل كتب جميع المواد في جميع الفصول للـ الصف الثاني عشر المتقدم اضغط هنا

<https://almanahj.com/ae/grade15>

للتحدث إلى بوت المناهج على تلغرام: اضغط هنا

https://t.me/almanahj_bot

الرياضيات

فن وعلم

الثاني عشر متقدم

الفصل الدراسي الثالث

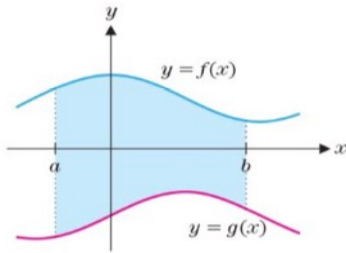
2021\2020

الوحدة السادسة

المساحة

إعداد الاستاذ

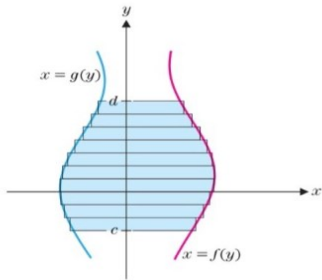
خالد ابوكف



$$A = \int_a^b (f(x) - g(x)) dx$$

(1) بالتكامل على x

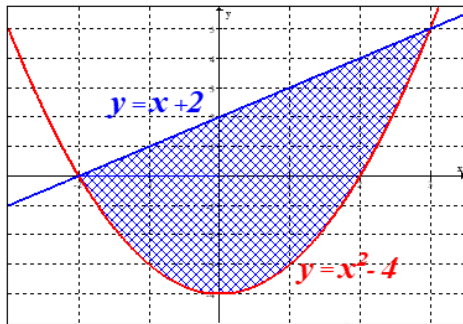
$$A = \int_{x_1}^{x_2} (\text{تحت} - \text{فوق}) dx$$



$$A = \int_c^d (f(y) - g(y)) dy$$

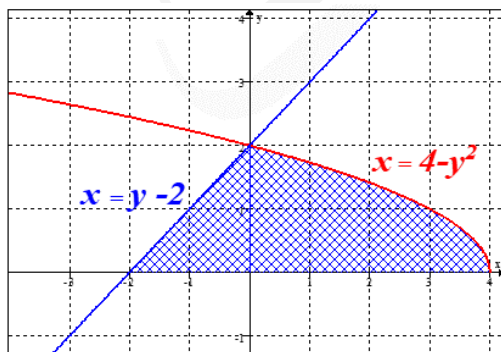
(2) بالتكامل على y

$$A = \int_{y_1}^{y_2} (\text{يسار} - \text{يمين}) dx$$



$$\begin{aligned} A &= \int_{-2}^3 (x+2) - (x^2-4) dx \\ &= \int_{-2}^3 x+2-x^2+4 dx \\ &= \int_{-2}^3 -x^2+x+6 dx = \frac{125}{6} \end{aligned}$$

❖ مثال توضيحي 1

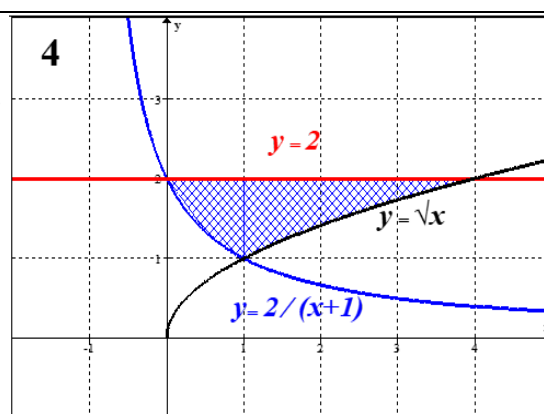
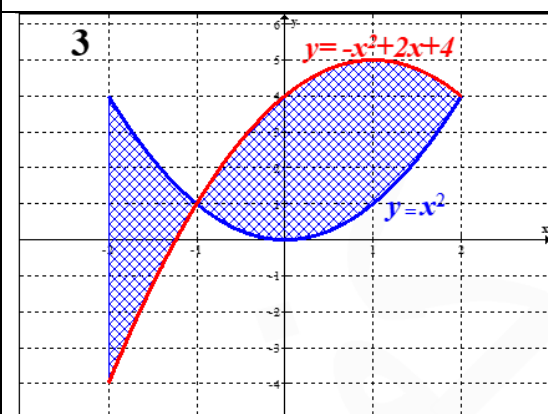
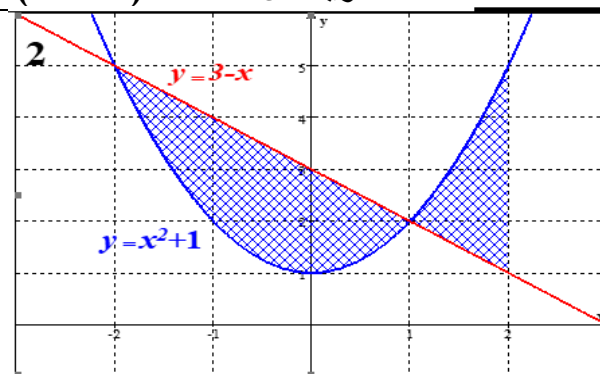
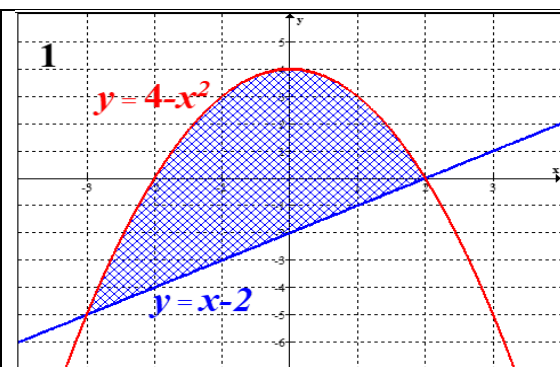
التكامل على x 

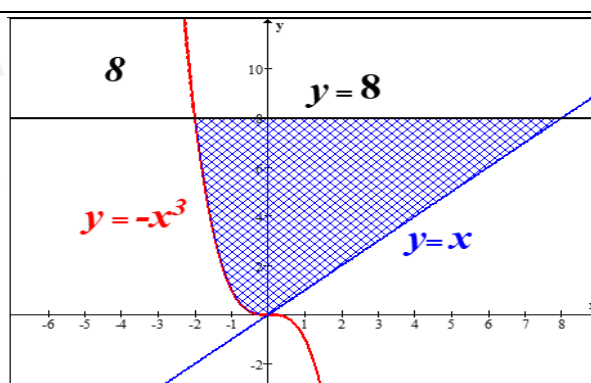
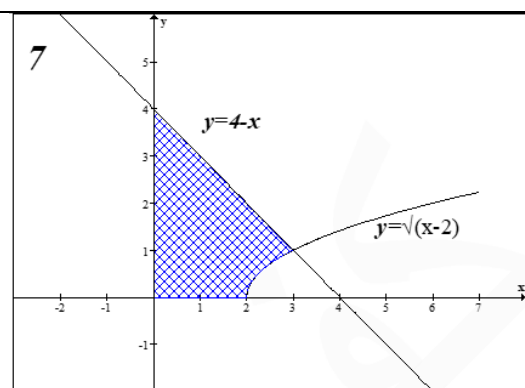
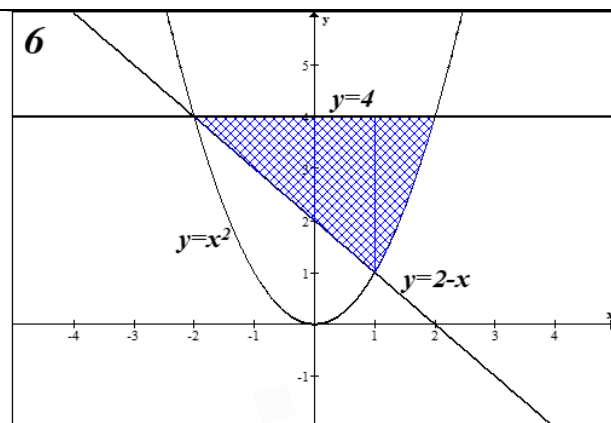
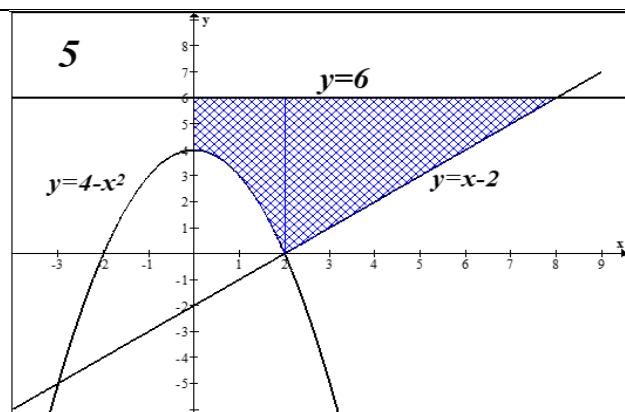
$$\begin{aligned} A &= \int_0^2 (4-y^2) - (y-2) dy \\ &= \int_0^2 4-y^2-y+2 dy \\ &= \int_0^2 -y^2-y+6 dx = \frac{22}{3} \end{aligned}$$

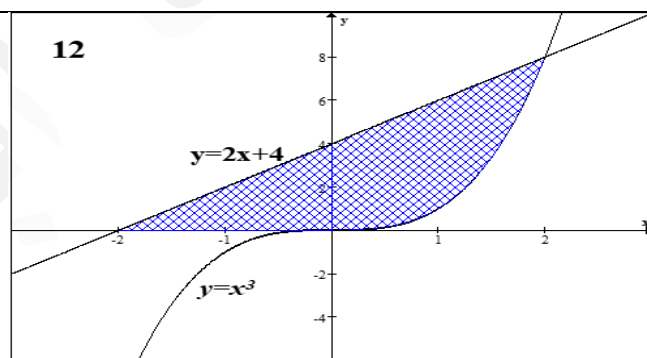
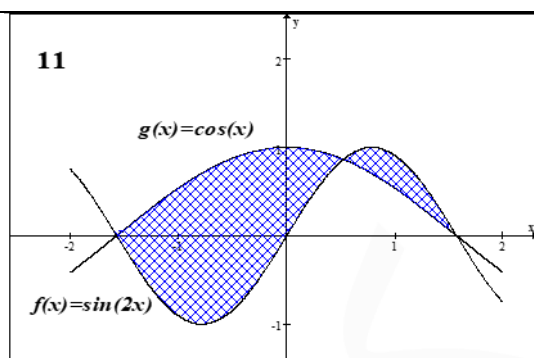
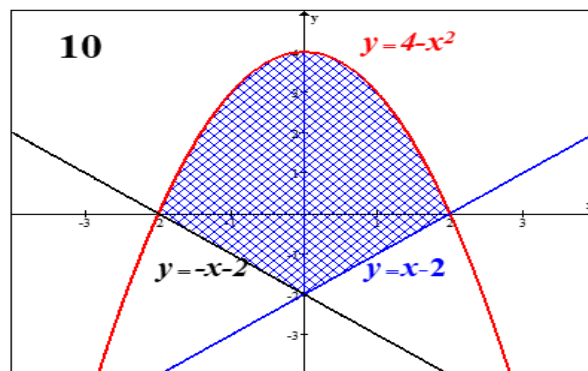
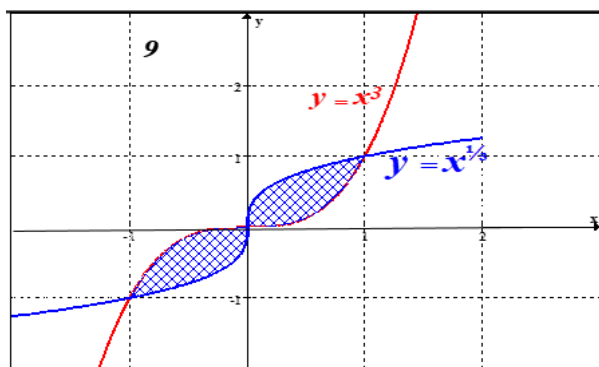
مثال توضيحي 2

التكامل على y

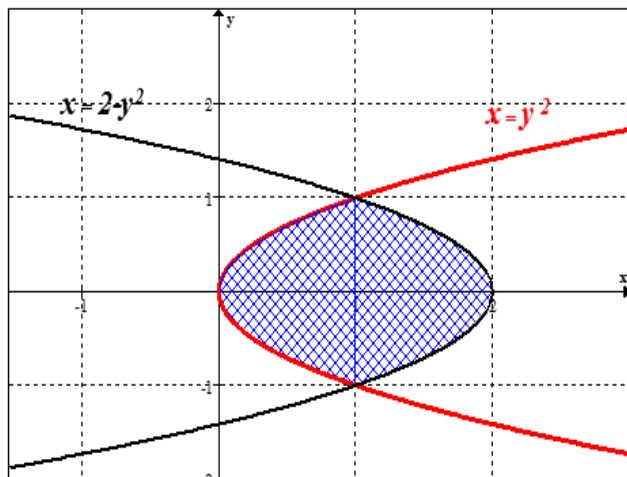
❖ أعط تكاملا مساويا لكل مساحة (1 - 12)



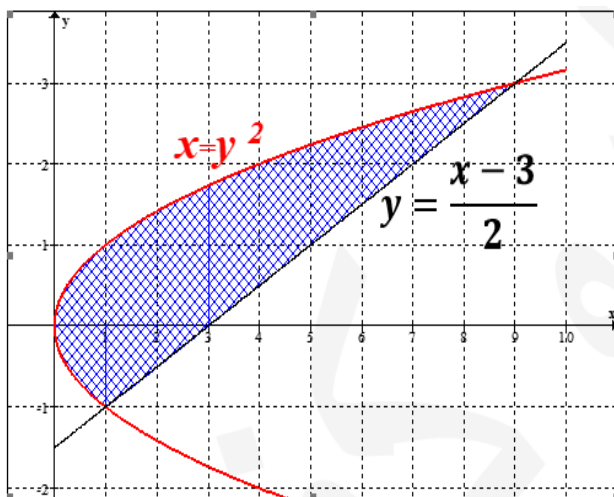




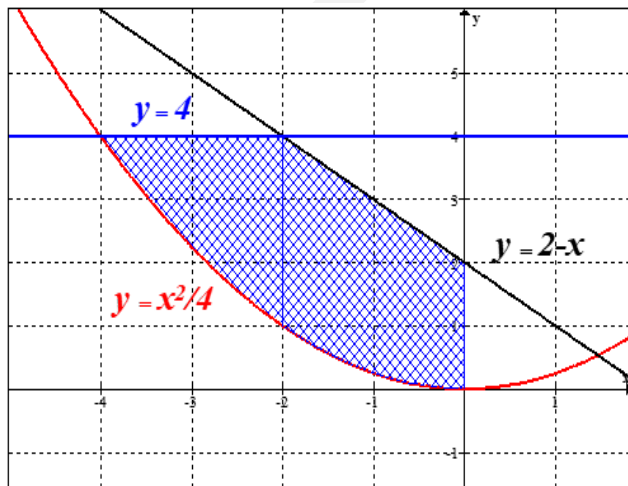
1)

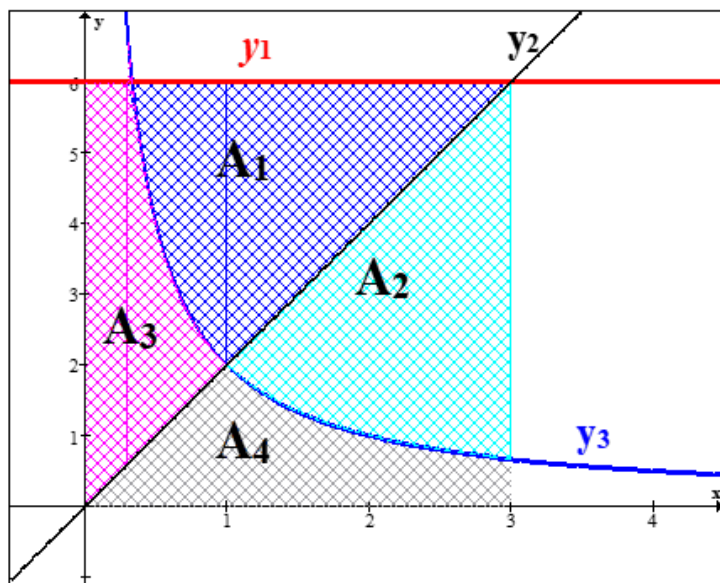


2)



3)





❖ إذا كانت

$$y_1 = 6$$

$$y_2 = 2x$$

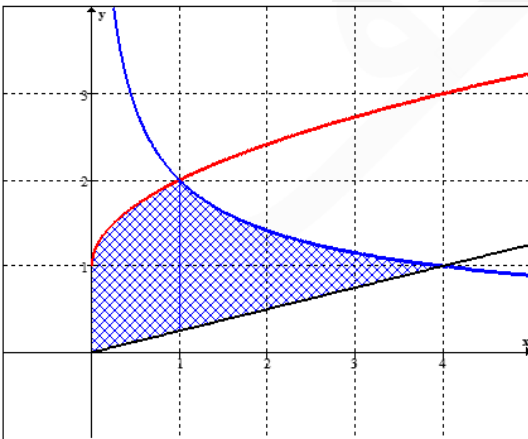
$$y_3 = \frac{2}{x}$$

فأوجد قيم A_4, A_3, A_2, A_1

(1) أوجد مساحة المنطقة المحددة بالمنحنين $y = 3x$ و $y = x^3 - x$

(2) أوجد مساحة المنطقة المحددة بالمنحنين $y = x^2$ و المنحنى $y = 2 - x^2$

(3) أوجد مساحة المنطقة المحددة بالمنحنيات $y = 1 + \sqrt{x}$ و $y = \frac{2}{\sqrt{x}}$ و المستقيم $y = \frac{x}{4}$ و محور y



❖ اوجد المساحة بين المنحنيين على الفترة المعطاة

$$1) y = x^3 \quad , \quad y = x^2 - 1 \quad , \quad 1 \leq x \leq 3$$

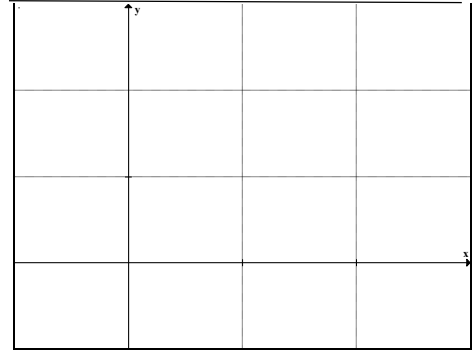
$$2) y = \cos x \quad , \quad y = x^2 + 2 \quad , \quad 0 \leq x \leq 2$$

$$3) y = e^x \quad , \quad y = x - 1 \quad , \quad -2 \leq x \leq 0$$

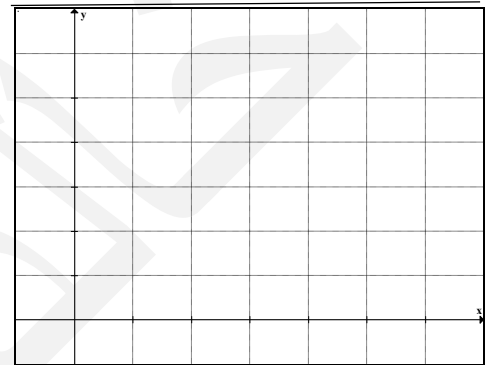
$$4) y = e^{-x} \quad , \quad y = x^2 \quad , \quad 1 \leq x \leq 4$$

❖ اوجد مساحة المنطقة المحدودة بالمنحنيات المعطاة بحيث تكتب المساحة كتكامل واحد

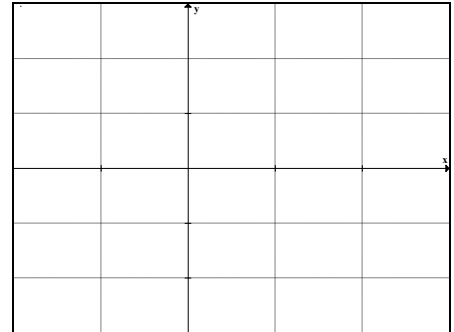
1) $y = x$, $y = 2 - x$, $y = 0$



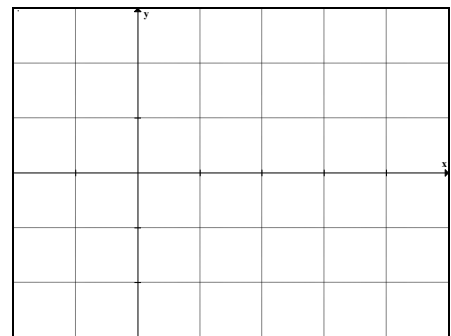
2) $y = x$, $y = 2$, $y = 6 - x$, $y = 0$



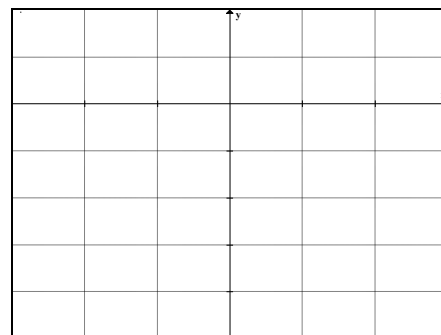
3) $y = x$, $y = -x$, $x = 2$



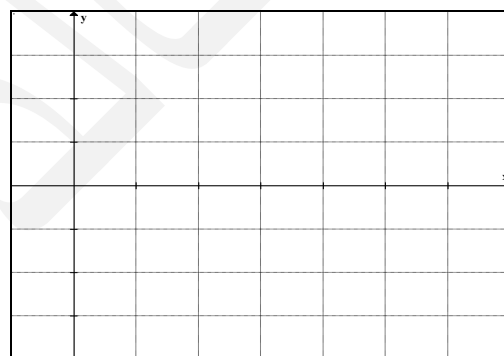
4) $x = y^2$. $x = 4$



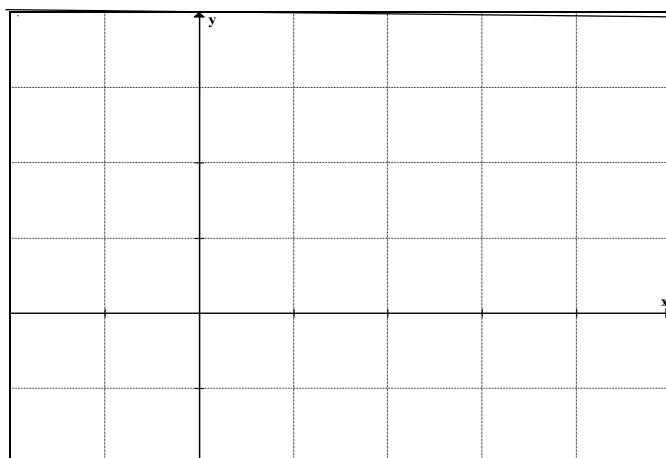
5) $y = x - 2$, $y = -x^2$



6) $x = 3 - y$, $x = 1 + y^2$



7) $y = e^x$, $y = e^{-x}$, $x = e$



❖ من الشكل المجاور

(1) بدلالة A_1 , A_2 , A_3 حدد المساحة المعطاة بكل تكامل

1) $\int_0^2 (2x - x^2) dx = \dots\dots\dots$

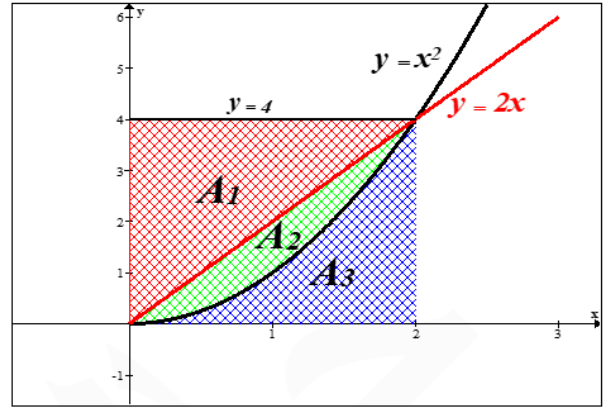
2) $\int_0^2 (4 - x^2) dx = \dots\dots\dots$

3) $\int_0^2 (2x) dx = \dots\dots\dots$

4) $\int_0^2 (x^2) dx = \dots\dots\dots$

5) $\int_0^4 (2 - \sqrt{y}) dy = \dots\dots\dots$

6) $\int_0^4 \left(\sqrt{y} - \frac{y}{2} \right) dy = \dots\dots\dots$



(2) اكتب تكاملا مساويا لكل من المساحات التالية

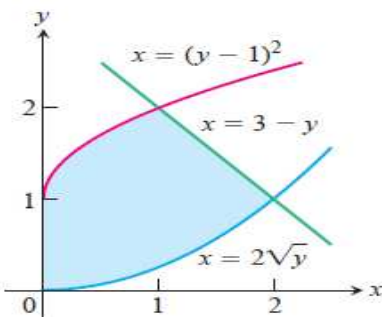
1) $A_1 = \dots\dots\dots$

2) $A_2 = \dots\dots\dots$

3) $A_3 = \dots\dots\dots$

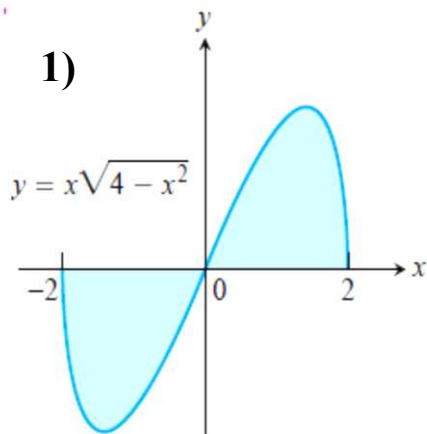
4) $A_1 + A_2 = \dots\dots\dots$

5) $A_2 + A_3 = \dots\dots\dots$

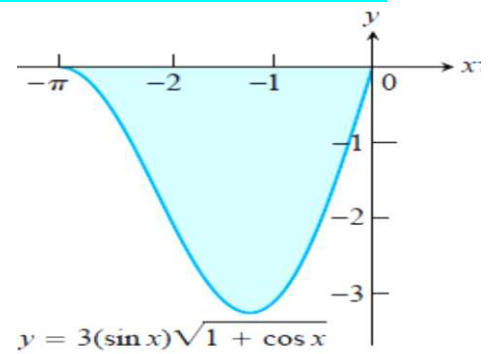
(3) عبر عن مساحة المنطقة المظللة بتكامل على x وتكامل على y 

❖ أعط تكاملاً واحد لكل مساحة مظلة

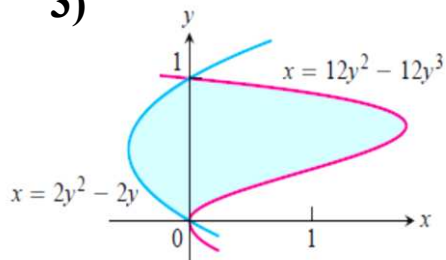
1)



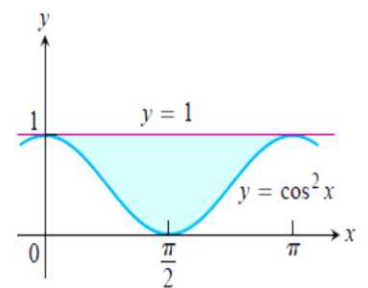
2)



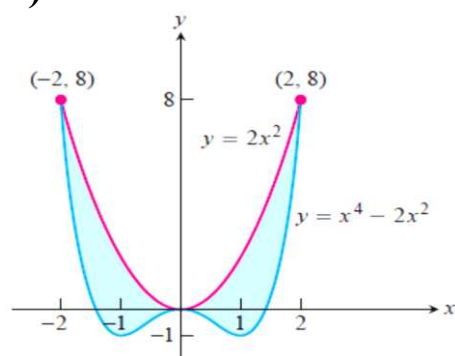
3)



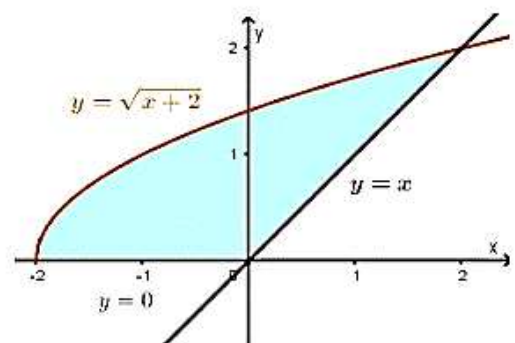
4)



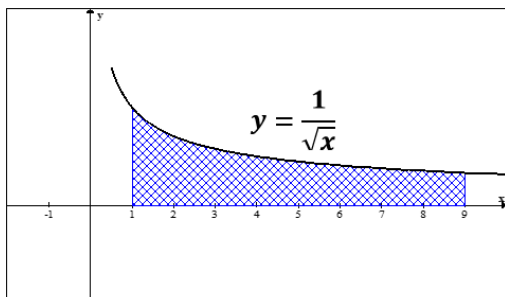
5)



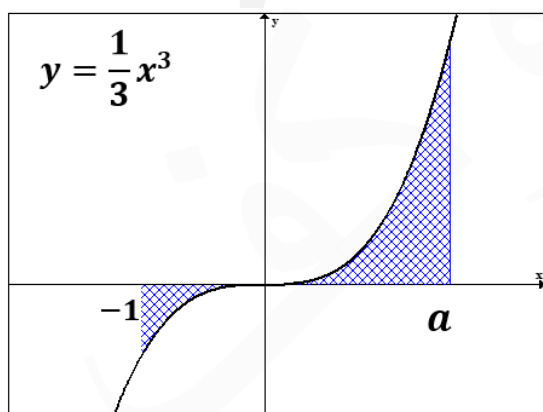
6)



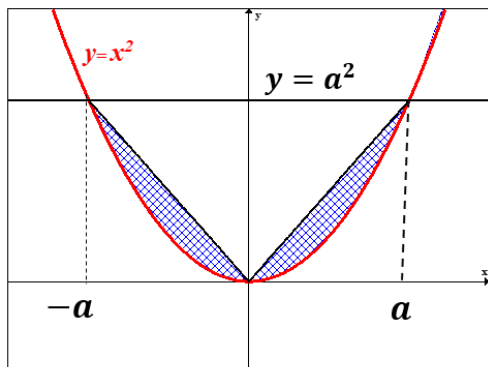
(1) اذا علمت ان المستقيم $x = k$ يقسم المساحة بين المنحنى $y = \frac{1}{\sqrt{x}}$ ومحور x في الفترة $[1, 9]$ الى قسمين متساويين، اوجد قيمة k .



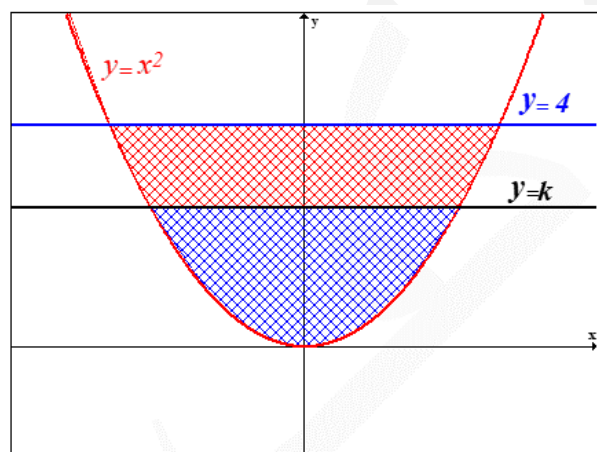
(2) في الشكل المجاور أوجد قيمة a التي تجعل مساحة المنطقة المظلمة تساوي $\frac{17}{12}$ وحدة مربعة.



(3) الشكل المجاور يمثل بيان الدالة $y = x^2$ والمستقيم $y = a^2$ اوجد قيمة الثابت a التي تجعل مساحة المنطقة المظللة تساوي 9 وحدة مربعة.

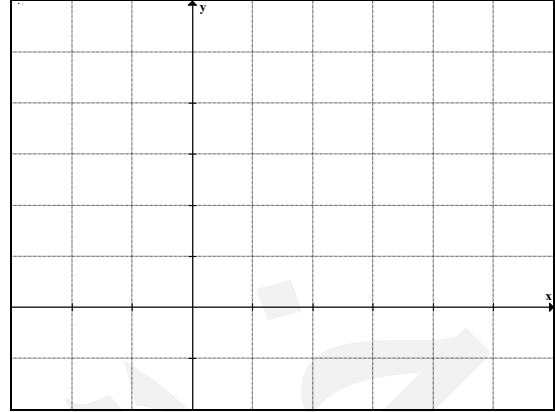


(4) اوجد معادلة المستقيم الافقي $y = k$ الذي يقسم المساحة المحصورة بين $y = x^2$ و $y = 4$ الى مساحتين متساويتين .

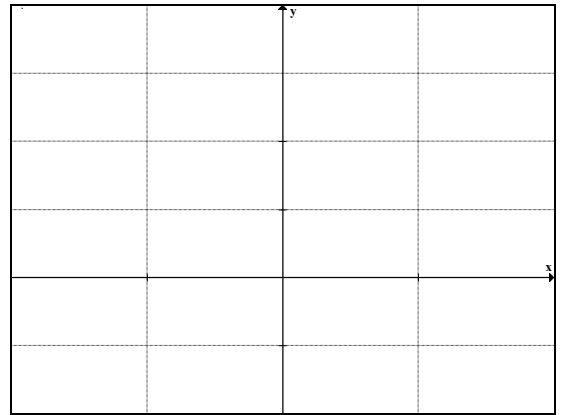


(1) اوجد مساحة المنطقة الواقعة في الربع الاول والمحدودة بين المنحنيات

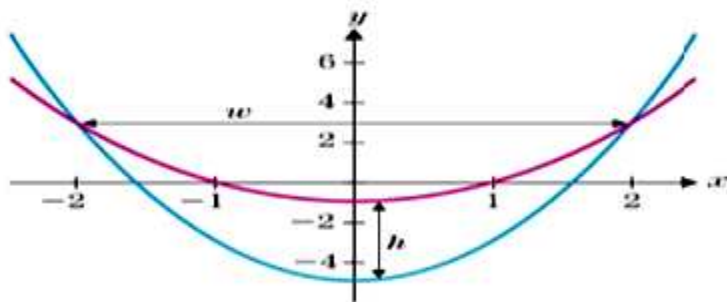
$$x - y = 2 \quad , \quad y = x^2 \quad , \quad y = \sqrt{x}$$



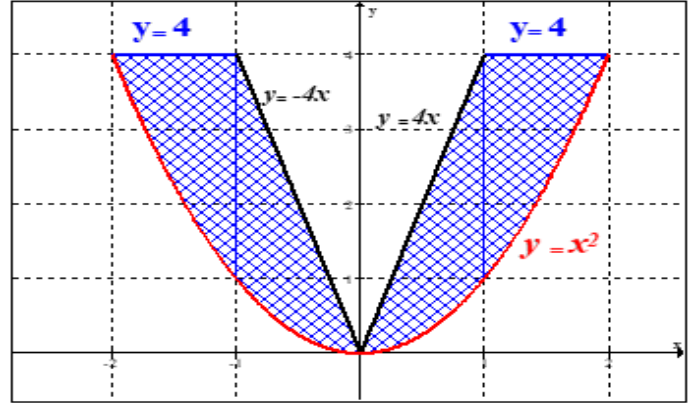
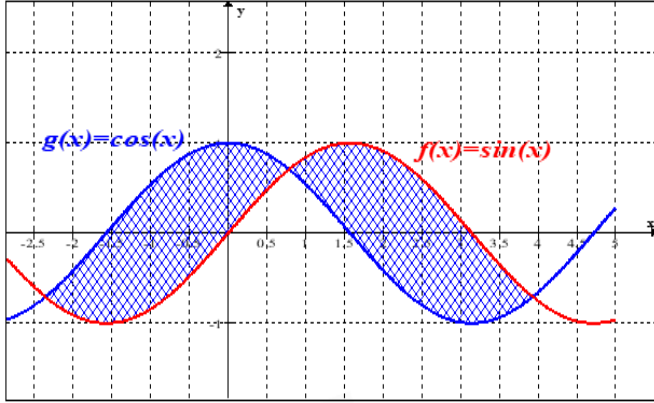
(2) اوجد مساحة المنطقة المحدودة بين المنحنيات $f(x) = -3x^2 + 2$, $g(x) = -2x^2 + 1$



(1) لنأخذ قطعين مكافئين . كل منهما رأسه عند $x = 0$ (على محور y) ولكن بتقعرين مختلفين . لتكن h هي الفرق بين إحداثيات y للرأسين. ولتكن w هي الفرق بين إحداثيات x لنقاط التقاطع بين القطعين . بين أن المساحة المحصورة بين المنحنيين هي $\frac{2}{3}hw$



(1) أوجد مساحة المنطقة المظللة .



(2) أوجد مساحة المنطقة المحصورة بين منحنى الدالة $f(x) = \frac{2}{x+1}$ والمستقيم $y - x = 0$ ومحور y .

1) عند حدوث اصطدام بين مضرب التنس و الكرة . لتكن x تمثل مدى إنكماش الكرة حيث $0 \leq x \leq m$ على فرض أن $f_c(x)$ هي القوة أثناء الانكماش و $f_e(x)$ هي القوة أثناء التمدد . تعطى نسبة الطاقة المفقودة أثناء الاصطدام بالعلاقة

$$\frac{\int_0^m [f_c(x) - f_e(x)] dx}{\int_0^m f_c(x) dx} \times 100\%$$

على فرض ان قياسات الاختبار توفر البيانات التالية اثناء اصطدام كرة التنس بالمضرب قدر نسبة الطاقة المفقودة اثناء الاصطدام

x	0.0	0.25	0.50	0.75	1
$f_c(x)$	0	110	220	400	700
$f_e(x)$	0	100	200	300	700

❖ اوجد مساحة المنطقة المحصورة بين الدوال التالية

1. $f(x) = x^2 - 4x, g(x) = 0$

2. $f(x) = x^2 + 2x + 1, g(x) = x + 1$

3. $y = 2x, y = 4 - 2x, y = 0$

4. $f(x) = x^2 - x, g(x) = 2(x + 2)$

5. $y = x^3 - 2x + 1, y = -2x, x = 1$

6. $y = \sqrt{3x} + 1, g(x) = x + 1$

7. $y = x^2 - 4x + 3, y = 3 + 4x - x^2$

8. $f(y) = y^2, g(y) = y + 2$

9. $x = y^2 + 2, x = 0, y = -1, y = 2$

10. $y = \frac{4}{x}, y = x, x = 1, x = 4$

الاجابات

1. $\frac{32}{3}$

2. $\frac{1}{6}$

3. 2

4. $\frac{125}{6}$

5. 2

6. $\frac{3}{2}$

7. $\frac{64}{3}$

8. $\frac{9}{2}$

9. 9

10. $\frac{9}{2}$