تم تحميل هذا الملف من موقع المناهج الإماراتية

*للحصول على أوراق عمل لجميع الصفوف وجميع المواد اضغط هنا

https://almanahj.com/ae

* للحصول على أوراق عمل لجميع مواد الصف الثاني عشر المتقدم اضغط هنا

https://almanahj.com/ae/15

* للحصول على جميع أوراق الصف الثاني عشر المتقدم في مادة رياضيات ولجميع الفصول, اضغط هنا

https://almanahj.com/ae/15

* للحصول على أوراق عمل لجميع مواد الصف الثاني عشر المتقدم في مادة رياضيات الخاصة بـ اضغط هنا

https://almanahj.com/ae/15

* لتحميل كتب جميع المواد في جميع الفصول للـ الصف الثاني عشر المتقدم اضغط هنا

https://almanahj.com/ae/grade15

للتحدث إلى بوت المناهج على تلغرام: اضغط هنا

https://t.me/almanahj_bot

استراتيجية حل المسألة:

1) الفروض والرسم (إن أمكن) والدالة المساعدة.

2) الدالة الأساسية (القانون المرتبط بالقيمة القصوى).

3) كتابة الدالة الأساسية في متغير واحد فقط.

4) تحديد مجال الدالة الناتجة.

5) المشتقة الأولى والأعداد الحرجة.

6) تحديد القيم القصوى المطلوبة، حسب مجال الدالة

إذا كان المجال فترة مغلقة

نستخدم طريقة القيم القصوى المطلقة

تذكر:
إذا كانت f متصلة على $[a,b]$ فيجب أن تكون القيم القصوى المطلقة موجودة عند a أو b أو عند عدد حرج.

إذا كان المجال فترة مفتوحة

نستخدم اختبار المشتقة الأولى ← إذا الأعداد الحرجة وحيدة

نستخدم اختبار المشتقة الثانية ← إذا الأعداد الحرجة وحيدة أو غير وحيدة

ملاحظة:

الدالة المساعدة (إن كانت موجودة) هي معادلة في متغيرين يُستفاد منها في:

1) كتابة الدالة الأساسية في متغير واحد.

2) إيجاد مجال الدالة الأساسية.

3) إيجاد قيم المتغيرات الأخرى في نهاية الحل.

تمارين ص 296:

2. يجب بناء سياج من ثلاثة جوانب بجوار القسم المستقيم من النهر، الذي يشكل الجانب الرابع لمنطقة مستطيلة. يتوفر 96 قدمًا من السياج. أوجد القيمة العظمى للمساحة المحاطة بالسياج وأبعاد السياج المناظر لهذه المساحة.

النهر ..... النهر ..... النهر

المساحة المحاطة بالسياج

x

y

الفروض والرسم والدالة المساعدة.....

نفرض أن الطول = y ..... العرض = x x

..... المحيط = $2x + y$ .....

الدالة الأساسية: ..... $y = 96 - 2x$ ... $\rightarrow$ .... $2x + y = 96$ ..... المجال:

الدالة الأساسية في متغير واحد: ..... $A = x\,y$ .....

..... $A = x\,(96 - 2x)$ .....

..... $A = 96\,x - 2x^2$ .....

المشتقة الأولى والأعداد الحرجة: ..... $A`(x) = 96 - 4x$ .....

..... $96 - 4x = 0$ ..... $\rightarrow$ ... $-4x = -96$ .... $\rightarrow$ .. $x = 24$

..... يوجد عدد حرج عند $x = 24$ .....

اختبار المشتقة ..... $A``(x) = -4$

..... $A``(x) = -4 < 0$ ..... هناك قيمة عظمى عند $x = 24$ .....

..... العرض $\leftarrow$ $x = 24$ .....

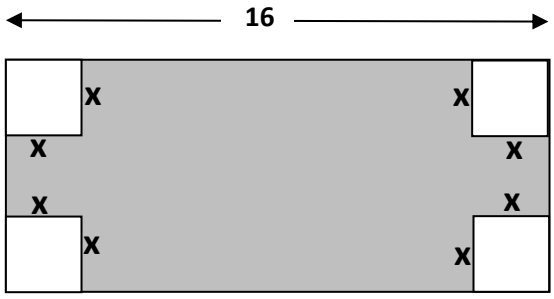
..... الطول $\leftarrow$ ..... $y = 96 - 2(24)$ ..... $y = 48$ .....

..... المساحة $A = x\,y \rightarrow (24)(48) = 1152\ ft^2$ .....

.....

تمارين ص 297:

8. يجب بناء صندوق مفتوح من الأعلى بأخذ لوح من الورق المقوى مساحته 12″ –في– 16″ ، وقص مربعات بحجم x-in من كل زاوية وطي الجوانب. أوجد قيمة x تحقق القيمةالعظمى لحجم الصندوق.



الفروض والرسم والدالة المساعدة.....

نفرض أن الطول = $16 - 2x$

العرض = $12 - 2x$

الارتفاع = x

الدالة الأساسية: ..... $V = L \times W \times H$ ..... المجال:

..... $V = (16 - 2x)(12 - 2x)\,x$ .....

..... $V = x(192 - 56x + 4x^2)$.....

..... $V = 4x^3 - 56x^2 + 192x$ .....

المشتقة الأولى والأعداد الحرجة: ..... $V`(x) = 12x^2 - 112x + 192$ .....

$x = \frac{14 - 2\sqrt{13}}{3}$ ..... $x = \frac{14 + 2\sqrt{13}}{3}$ .....$12x^2 - 112x + 192 = 0$.....

.....

↓

مرفوض

اختبار المشتقة .....:

.....هناك قيمة عظمى عند..... $x = \frac{14 - 2\sqrt{13}}{3}$ .....

.....

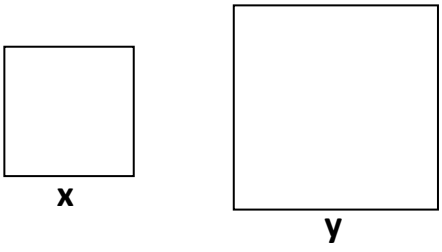
.....وبالتالى .. $x = \frac{14 - 2\sqrt{13}}{3}$ ..... تحقق القيمة العظمى لحجم الصندوق .....

.....

تمارين ص 298:

32. على فرض أن هناك سلكًا بطول 2 ft يجب قصه إلى قطعتين. ستشكل كل منهما مربعًا. أوجد طول كل قطعة لتحقق قيمة صغرى لاجمالي مساحتي المربعين.

الفروض والرسم والدالة المساعدة.....



نفرض أن محيط المربع الصغير يساوى x وطول ضلعه يساوى $\frac{x}{4}$ ....

نفرض أن محيط المربع الكبير يساوى $2-x$ وطول ضلعه يساوى $\frac{2-x}{4}$

الدالة الأساسية: ..... $A=\left(\frac{x}{4}\right)^2+\left(\frac{2-x}{4}\right)^2$ .....المجال:

الدالة الأساسية في متغير واحد: .....

..... $A=\frac{x^2}{16}+\frac{4-4x+x^2}{16}$ .... $\rightarrow$ .... $A=\frac{2x^2-4x+4}{16}$.

..... $A=\frac{1}{8}x^2-\frac{1}{4}x+\frac{1}{4}$ .....

المشتقة الأولى والأعداد الحرجة: .....

.... $A`(x)=\frac{1}{4}x-\frac{1}{4}$ ..... $\rightarrow$ ..... $\frac{1}{4}x-\frac{1}{4}=0$ ..... $\rightarrow$ ..... $x=1$ .....

..... يوجد عدد حرج عند $x=1$ .....

اختبار المشتقة .....:

..... $A``(x)=\frac{1}{4}$ ..... $\rightarrow$ ..... $A``(x)=\frac{1}{4}>0$ .....

.... إذن هناك قيمة صغرى عند $x=1$ .....

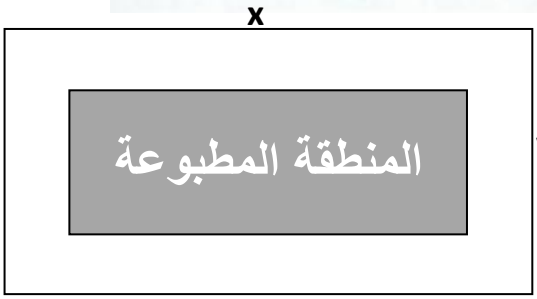
.... تحدث القيمة الصغرى لمجموع المساحتين عندما يتطابق المربعان ويكون محيط كل منهما يساوى 1 .....

.....

.....

تمارين ص 298:

34. إعلان يتكون من منطقة مستطيلة مطبوعة بالإضافة إلى هوامش 1-in على الجانبين و1.5-in في الأعلى والأسفل. فإذا كان لابد أن يكون إجمالي مساحة الإعلان $120\ in.^2$ ، ما هي الأبعاد التي ينبغي أن يكون عليها الإعلان لتحقق القيمة العظمى لمساحة المنطقة المطبوعة؟



الفروض والرسم والدالة المساعدة.....

نفرض أن طول المنطقة المستطيلة يساوى x وعرضها يساوى y ...

وبالتالى يكون طول المنطقة المطبوعة يساوى $x-2$ وعرضها $y-3$

الدالة الأساسية: ..... $A=(x-2)(y-3)$ .....المجال:

الدالة الأساسية في متغير واحد: .. $y=\frac{120}{x}$ ، $xy=120$ ..... $\rightarrow$

$A=(x-2)\left(\frac{120}{x}-3\right)$ ... $\rightarrow$ $A=\frac{-3x^2+126x-240}{x}$

$A=-3x+126-\frac{240}{x}$ .....

المشتقة الأولى والأعداد الحرجة: ..... $-3+\frac{240}{x^2}=0$ ... $\rightarrow$ $A`(x)=-3+\frac{240}{x^2}$ .....

.....

$x=4\sqrt{5}$ ..... $\rightarrow$ $3x^2=240$ ..... $\rightarrow$ $\frac{240}{x^2}=3$ .....

اختبار المشتقة .....:

هناك قيمة عظمى عند ..... $x=4\sqrt{5}$ .....

$y=\frac{120}{4\sqrt{5}}$ $\rightarrow$ $y=6\sqrt{5}$ .....

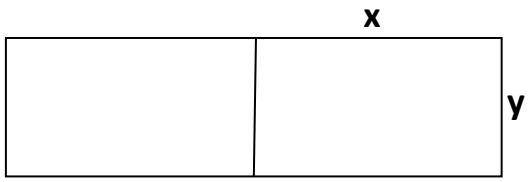
أبعاد الاعلان : ..... $x=4\sqrt{5}\ in$

$y=6\sqrt{5}\ in$

.....

تمارين ص 296:

3) يجب بناء أسطبل مكون من حظيرتين مستطيلتين متطابقتين متجاورتين . إذا كان طول السياج الذي سيحيط بالإسطبل مع الفاصل بين الحظيرتين هو 120 مترًا. أوجد القيمة العظمى لمساحة الأسطبل ؟ وما أبعاد الأسطبل ؟



الفروض والرسم والدالة المساعدة.....

نفرض أن طول الاسطبل $x =$ .....

عرض الاسطبل $y =$

.....

الدالة الأساسية: ..... $A = x\,y$ ..... المجال:

الدالة الأساسية في متغير واحد: ..... $P = 2x + 3y = 120$ .....

..... $3y = 120 - 2x$ ..... $\rightarrow$ .. $y = 40 - \frac{2}{3}x$ .....

..... $A = x\left(40 - \frac{2}{3}x\right)$ ..... $\rightarrow$ ... $A = -\frac{2}{3}x^2 + 40x$ .....

المشتقة الأولى والأعداد الحرجة: .....

..... $A`(x) = -\frac{4}{3}x + 40$ ..... $\rightarrow$ ..... $-\frac{4}{3}x + 40 = 0$ ..... $\rightarrow$ ..... $x = 30$.....

.....

اختبار المشتقة .....:

..... هناك قيمة عظمى عند $x = 30$ .....

.....

أبعاد الاسطبل : $x = 30\ m$ .....

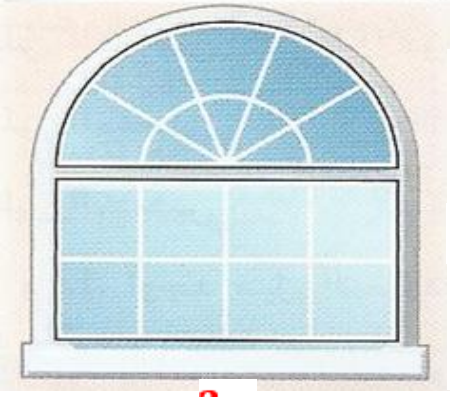
$y = 20\ m$ .....

.....

.....

تمارين ص 829:

31. نافذة نورمندية على شكل نصف دائرة فوق مستطيل. على فرض أنه يتوفر $8+\pi$ قدم من الزخارف الخشبية. ناقش السبب في أن مصمم النافذة قد يرغب في زيادة مساحة النافذة. أوجد أبعاد المستطيل (وبالتالي، نصف الدائرة) التي ستحقق القيمة العظمى لمساحة النافذة.



الفروض والرسم والدالة المساعدة:

نفرض أن عرض النافذة يساوى w .....

..... طول النافذة يساوى $2r$ .....

.....

الدالة الأساسية: ..... $4r+2w+\pi r=8+\pi$ ..... المجال:

الدالة الأساسية في متغير واحد: ..... $w=\frac{8+\pi-r(4+\pi)}{2}$ .....

..... $A=\frac{1}{2}\pi r^2+2rw$ ..... $\rightarrow$ $A=\frac{1}{2}\pi r^2+2r\left(\frac{8+\pi-r(4+\pi)}{2}\right)$

..... $A=\frac{1}{2}\pi r^2+r\left(8+\pi-r(4+\pi)\right)$.....

المشتقة الأولى والأعداد الحرجة: ..... $A=r^2\left(-4-\frac{\pi}{2}\right)+r(8+\pi)$

$A`(r)=-2r\left(4+\frac{\pi}{2}\right)+(8+\pi)$..... $\rightarrow$ ..... $-2r\left(4+\frac{\pi}{2}\right)+(8+\pi)=0$.....

$2r\left(4+\frac{\pi}{2}\right)=(8+\pi)$ ..... $\rightarrow$ ..... $r=\frac{(8+\pi)}{2\left(4+\frac{\pi}{2}\right)}$ ..... $\rightarrow$ ..... $r=1$ .....

اختبار المشتقة .....:

... هناك قيمة عظمى عند . $r=1$ .....

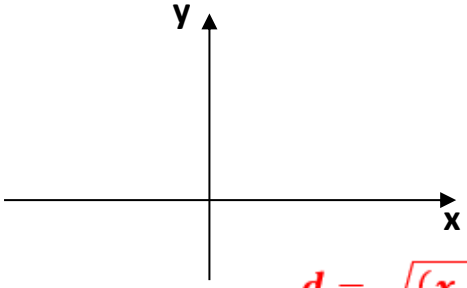
$w=\frac{8+\pi-(4+\pi)}{2}=2$.....

وبالتالى أبعاد المستطيل تساوى . 2×2 .....

.....

تمارين ص 297:

12. أوجد النقطة على المنحنى $y = x^2$ الأقرب للنقطة $(3, 4)$.



الفروض والرسم والدالة المساعدة.....

نفرض أن نقطة تقع على المنحنى تكون احداثياتها (x , x^2) ....

من قانون المسافة بين نقطتين : $d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

الدالة الأساسية: ..... $d = \sqrt{(3 - x)^2 + (4 - x^2)^2}$ ....المجال:

الدالة الأساسية في متغير واحد: .. $d = \sqrt{x^4 - 7x^2 - 6x + 25}$ .....

$d`(x) = \dfrac{4x^3 - 14x - 6}{2\sqrt{x^4 - 7x^2 - 6x + 25}}$ .....

$d`(x) = \dfrac{2x^3 - 7x - 3}{\sqrt{x^4 - 7x^2 - 6x + 25}}$ .....

المشتقة الأولى والأعداد الحرجة: .....

$x = -1.6$ ..... $x = -0.455$ ..... $x = 2.065$ ..... $2x^3 - 7x - 3 = 0$ .....

.....

طريقة القيم القصوى المطلقة:

... هناك قيمة صغرى مطلقة عند.. $x = 2.065$ .....

$y = x^2 = (2.065)^2 = 4.229$ .....

..... وبالتالى أقصر مسافة للنقطة $(3 , 4)$ هى $(2.065 , 4.229)$ .....

.....

.....

.....