

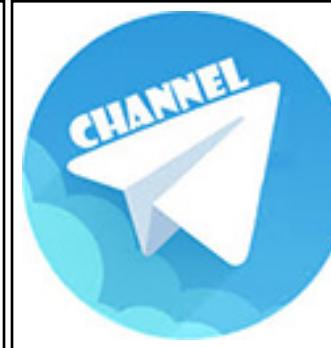
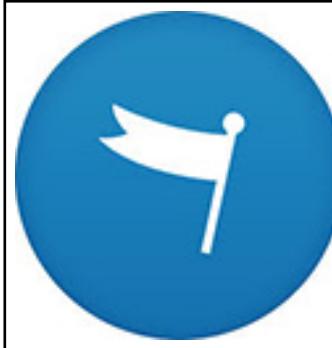
تم تحميل هذا الملف من موقع المناهج الإماراتية



الملف مراجعة درس التكامل بالأجزاء مع الحل

[موقع المناهج](#) ← [المناهج الإماراتية](#) ← [الصف الثاني عشر المتقدم](#) ← [رياضيات](#) ← [الفصل الثالث](#)

روابط موقع التواصل الاجتماعي بحسب الصف الثاني عشر المتقدم



روابط مواد الصف الثاني عشر المتقدم على تلغرام

[الرياضيات](#)

[اللغة الانجليزية](#)

[اللغة العربية](#)

[التربية الاسلامية](#)

المزيد من الملفات بحسب الصف الثاني عشر المتقدم والمادة رياضيات في الفصل الثالث

<a href="#">الدرس الأول المشتقات العكسية والتكامل غير المحدود</a>	1
<a href="#">ملخص وأوراق عمل الوحدة السابعة: التكامل وتطبيقاته</a>	2
<a href="#">إختبار تدريسي في التكامل</a>	3
<a href="#">مقررات الفصل الثالث</a>	4
<a href="#">نموذج تحريري 2</a>	5

## التكامل بالاجزاء

هو عملية حاصل ضرب دالتين من نوعين مختلفين . حيث نستقر أحد هما ونتكامل الأخرى

تكامل دالة حدودية مع دالة مثلثية مثال :

$$* \int x \cos x \, dx$$

$$* \int x^2 \cos x \, dx$$

$$* \int x \tan^2 x \, dx$$

$$* \int \frac{x}{\sin^2 x} \, dx$$

$$* \int x \sin x \cos x \, dx$$

$$* \int x \sec^2 x \, dx$$

$$* \int x \sin x^2 \, dx$$

يجب ان تكون النسبة المثلثية زاويتها من  
الدرجة الاولى

زاويتها ليست من الدرجة الاولى

ثانياً: دالة حدوية مع دالة أسيّة :

$$* \int x e^x dx , \int x e^{x^2} dx$$

ثانياً: دالة حدوية مع دالة لوغاریتميّة :

$$\int x \ln x dx , \int x^3 \ln x dx$$

ثانياً: دالة متّأثرة مع دالة أسيّة :

$$* \int e^x \sin x dx , \int e^{x^2} \cos x dx$$

## التجاوز

$$(uv)' = u dv + v du$$

$$\int (uv)' = \int u dv + \int v du$$



المراجعة

$$uv = \int u dv + \boxed{\int v du}$$

$$uv - \int v du = \int u dv$$

$$\therefore \int u dv = uv - \int v du$$

$$\int x \cos 2x \, dx \quad \text{احسب (1)}$$

$$\int x \cos x \, dx = uv - \int v du$$

$$\begin{aligned} u &= x \quad , \quad dv = \cos 2x \, dx \\ du &= dx \quad , \quad v = \frac{\sin 2x}{2} \end{aligned}$$

$$= x \cdot \frac{\sin 2x}{2} - \frac{1}{2} \int \sin 2x \cdot dx$$

$$= \frac{1}{2} x \sin x - \frac{1}{2} \cdot \frac{-\cos 2x}{2} + c$$

$$= \frac{1}{2} x \sin x + \frac{1}{4} \cos 2x + c$$

$$\int x \sec^2 x dx \quad \text{حل (2)}$$

$$\int x \sec x^2 dx = uv - \int vdu$$

$u = x$ ,  $dv = \sec^2 x dx$   
 $du = dx$ ,  $v = \tan x$

$$= x \tan x - \int \tan x dx$$

$$= x \tan x - \int \frac{\sin x}{\cos x} dx$$

$$= x \tan x - (-) \int \frac{-\sin x}{\cos x} dx$$

$$= x \tan x + \int \frac{-\sin x}{\cos x} dx$$

$$= x \tan x + \ln|\cos x| + C$$

$$3) \int x \cdot \sin x \cos x \, dx$$

$$\frac{\sin 2x}{2} = 2 \sin x \cos x$$

$$\sin x \cos x = \frac{1}{2} \sin 2x$$

$$= \frac{1}{2} \int x \cdot \sin 2x \, dx$$

$$\int u \, dv = uv - \int v \, du$$

$$\begin{aligned} u &= x & dv &= \sin 2x \, dx \\ du &= dx & v &= -\frac{1}{2} \cos 2x \end{aligned}$$

$$= \frac{1}{2} \left[ -\frac{1}{2} x \cos 2x - \int -\frac{1}{2} \cos 2x \, dx \right]$$

$$= \frac{1}{2} \left[ -\frac{1}{2} x \cos x + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \sin 2x \right] + C$$

$$= \frac{1}{2} \left[ -\frac{1}{2} x \cos x + \frac{1}{4} \sin 2x \right] + C$$

2)  $\int x \tan^2 x \, dx$

1)  $\int x \tan^2 x \, dx$

$= \int u \, dv = uv - \int v \, du$

$$\tan^2 x = \sec^2 x - 1$$

$$\begin{array}{ccc} u = x & & dv = \tan^2 x \, dx \\ du = dx & \xleftarrow{-\int} & v = \tan x - x \end{array}$$

$$= x(\tan x - x) - \int (\tan x - x) \, dx$$

$$= x(\tan x - x) - \int \left( \frac{\sin x}{\cos x} - x \right) dx$$

$$= x(\tan x - x) - \left[ -\ln|\cos x| - \frac{x^2}{2} \right] + C$$

$$= x(\tan x - x) + \ln|\cos x| + \frac{x^2}{2} + C$$

$$2) \int x^2 \ln x \, dx$$

$$\int u \, dv = uv - \int v \, du$$


almanahj.com/ae  
 المنشآت التعليمية

في حالة ان يكون في السؤال Ln x نفرض

$$\begin{aligned}
 u &= \ln x & dv &= x^2 dx \\
 du &= \frac{1}{x} dx & v &= \frac{x^3}{3}
 \end{aligned}$$

$$\int x^2 \ln x \, dx = \frac{x^3}{3} \ln x - \int \frac{x^3}{3} \cdot \frac{1}{x} \, dx$$

$$= \frac{x^3}{3} - \ln x - \frac{1}{3} \int x^2 dx$$

$$= \frac{x^3}{3} \ln x - \frac{1}{3} \cdot \frac{x^3}{3} + C$$

$$= \frac{x^3}{3} \ln x - \frac{1}{9} x^3 + C$$

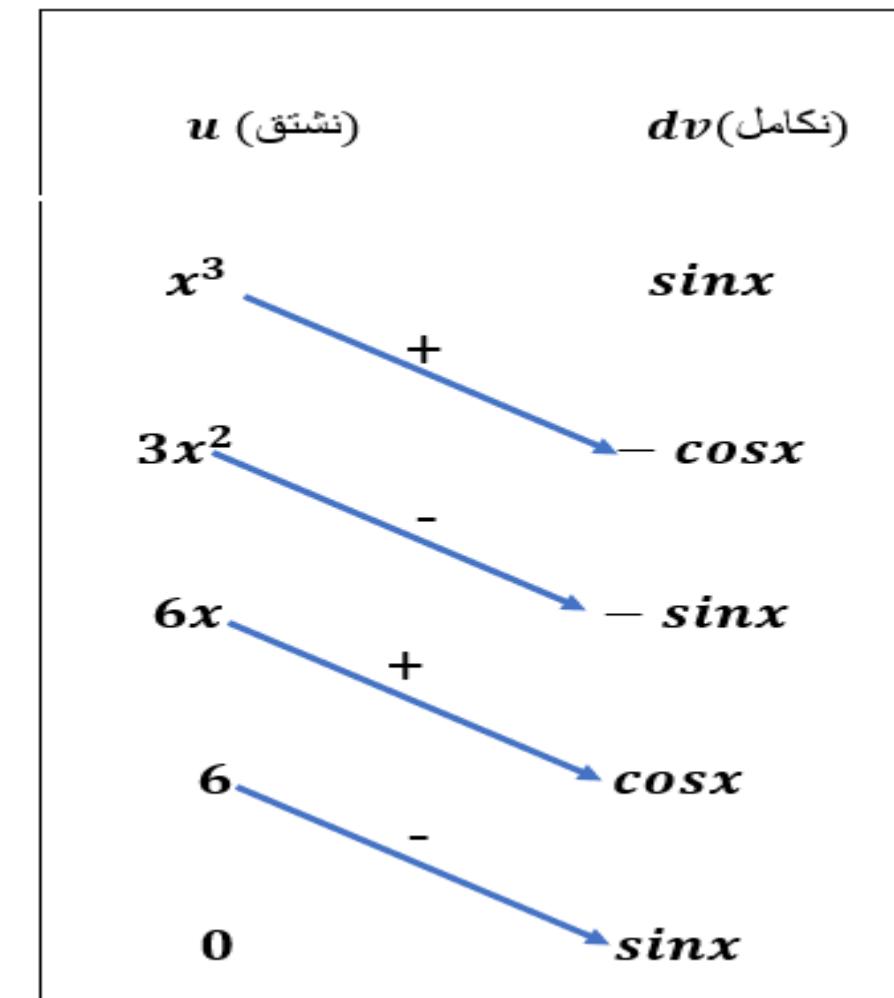
### حصة 3

بسبب وجود  $x^3$  سنفرض  $u, dv$  3 مرات  
لذا نلجأ إلى التكامل الجدولي الذي يستخدم  
في حالة توفر شرطين :

- 1) الدالة الأولى اشتقاقها يؤدي للصفر
- 2) الدالة الثانية سهل تكاملها

$$1) \int x^3 \sin x \, dx$$

$$= -x^3 \cos x + 3x^2 \sin x + 6x \cos x - 6 \sin x + C$$



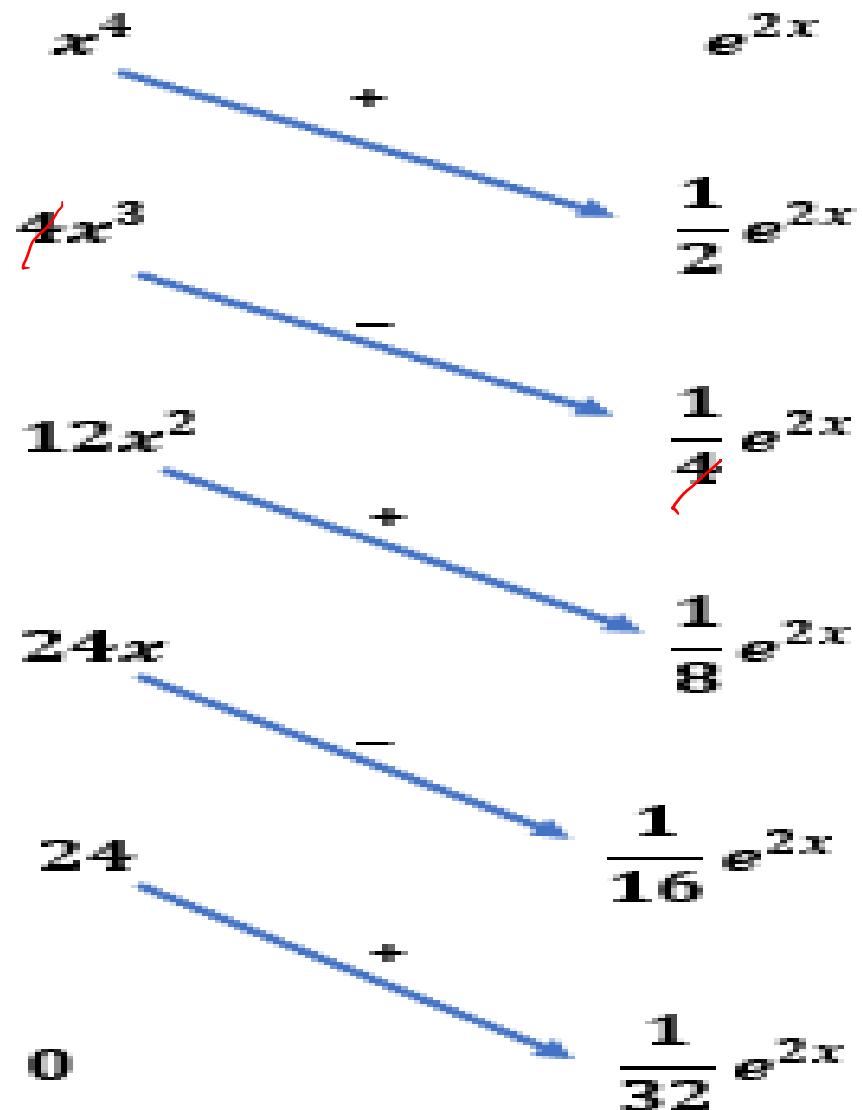
$$2) \int x^4 e^{2x} dx$$

$$= \frac{1}{2} x^4 e^{2x} - x^3 e^{2x} + \frac{3}{2} x^2 e^{2x} - \frac{3}{2} x e^{2x} + \frac{3}{4} e^{2x} + c$$

الإجابة

$u(x)$

$d v(x)$



الجاء

$$\int \cos^{-1} x \, dx$$

$$\int u \, dv = uv - \int v \, du$$

$$u = \cos^{-1} x \quad dv = dx$$
$$du = \frac{-1}{\sqrt{1-x^2}} dx \quad v = x$$

$$= x \cos^{-1} x - \int x \cdot \frac{-1}{\sqrt{1-x^2}} \, dx$$

$$u = 1 - x^2$$

$$\frac{du}{dx} = -2x$$

$$dx = \frac{-du}{2x}$$

$$= x \cos^{-1} x + \int \frac{x}{\sqrt{1-x^2}} dx$$

$$= x \cos^{-1} x + \int \frac{x}{\sqrt{u}} \frac{du}{-2x} = x \cos^{-1} x - \frac{1}{2} \int u^{-\frac{1}{2}} du$$

$$= x \cos^{-1} x - \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{1} u^{\frac{1}{2}} + C$$

$$= x \cos^{-1} x - \sqrt{1-x^2} + C$$

$$2) \int \sin\sqrt{x} dx$$

$$u = \sqrt{x}$$

$$\frac{du}{dx} = \frac{1}{2\sqrt{x}}$$

$$dx = 2\sqrt{x} du$$

$$dx = 2u du$$

almanahj.com/ae

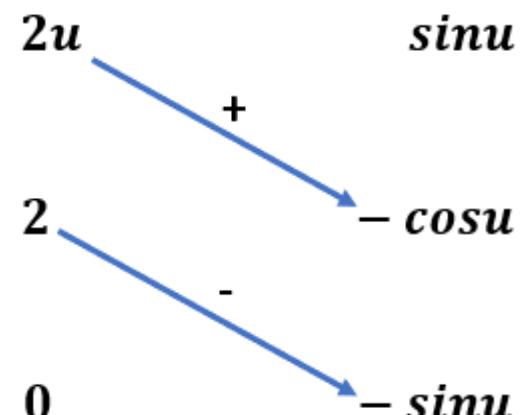
$$= \int \sin u (2u du) = \int 2u \sin u du$$

$u$  (نشق)

$dv$  (نکمل)

$$= -2u \cos u + 2 \sin u + C$$

$$= -2\sqrt{x} \cos\sqrt{x} + 2\sin\sqrt{x} + C$$



$$3) \int \cos(\ln x) dx$$

$$\int u dv = uv - \int v du$$

$$u = \cos(\ln x) \quad dv = dx$$

$$du = \frac{-\sin(\ln x)}{x} dx \quad v = x$$

almanahj.com/ae

المناجي

$$\int \cos(\ln x) dx = \underbrace{x \cos(\ln x)}_{U \cdot M} - \int \cancel{x} \cdot \frac{-\sin(\ln x)}{\cancel{x}} dx$$

$$= x \cos(\ln x) + \int \sin(\ln x) dx$$

$$u = \sin(\ln x) \quad dv = dx$$

$$du = \frac{\cos(\ln x)}{x} dx \quad - \int v = x$$

$$\int \cos(\ln x) dx = x \cos(\ln x) + x \sin(\ln x) - \int \cos(\ln x) dx$$

$$\int \cos(\ln x) dx + \int \cos(\ln x) dx = x \cos(\ln x) + x \sin(\ln x) + c$$

almanahj.com/ae

المناجي

$$2 \int \cos(\ln x) dx = x \cos(\ln x) + x \sin(\ln x)$$

$$\int \cos(\ln x) dx = \frac{1}{2} [x \cos(\ln x) + x \sin(\ln x)] + c$$

5 حصة

$$\underline{u = x^3}$$

$$* \int_0^1 x^5 e^{x^3} dx \quad \text{أوجد قيمة}$$

$$\frac{du}{dx} = 3x^2 \rightarrow dx = \frac{du}{3x^2}$$

$$\begin{aligned} \int_0^1 x^5 e^u \frac{du}{3x^2} &= \frac{1}{3} \int_0^1 x^3 e^u du \\ &= \frac{1}{3} \int_0^1 u e^u du \end{aligned}$$

x	0	1
u	0	1

$$= \frac{1}{3} [ue^u - e^u]_0^1$$

$$= \frac{1}{3} [(e^1 - e^1) - (0 - 1)] = \frac{1}{3}[1] = \frac{1}{3}$$