

تم تحميل هذا الملف من موقع المناهج الإماراتية



\*للحصول على أوراق عمل لجميع الصفوف وجميع المواد اضغط هنا

<https://almanahj.com/ae>

\* للحصول على أوراق عمل لجميع مواد الصف الثاني عشر المتقدم اضغط هنا

<https://almanahj.com/ae/15>

\* للحصول على جميع أوراق الصف الثاني عشر المتقدم في مادة رياضيات وجميع الفصول, اضغط هنا

<https://almanahj.com/ae/15>

\* للحصول على أوراق عمل لجميع مواد الصف الثاني عشر المتقدم في مادة رياضيات الخاصة بـ اضغط هنا

<https://almanahj.com/ae/15>

\* لتحميل كتب جميع المواد في جميع الفصول للـ الصف الثاني عشر المتقدم اضغط هنا

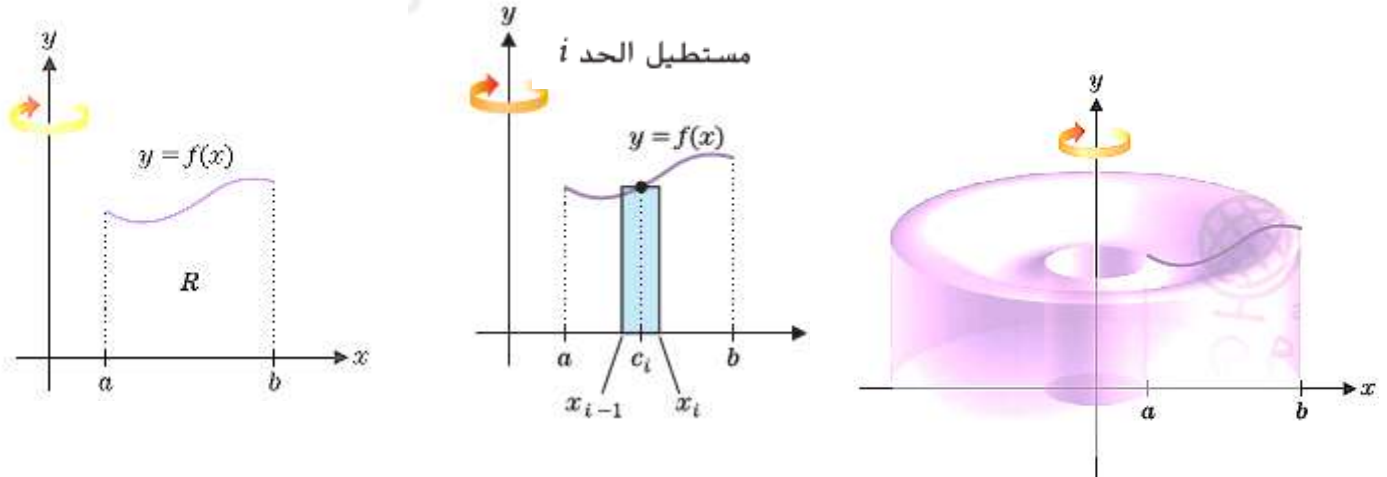
<https://almanahj.com/ae/grade15>

للتحدث إلى بوت المناهج على تلغرام: اضغط هنا

[https://t.me/almanahj\\_bot](https://t.me/almanahj_bot)

## الأحجام بالأصداف الأسطوانية

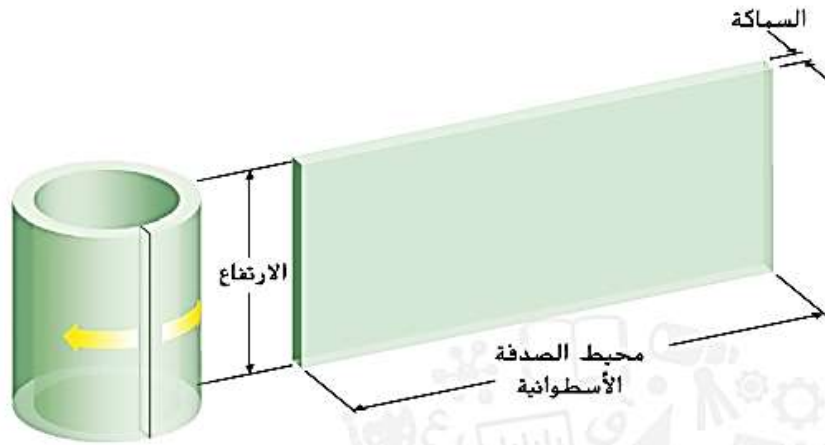
لتكن  $R$  ترمز إلى المنطقة المحدودة بالتمثيل البياني  $y = f(x)$  والمحور  $x$  على الفترة  $[a, b]$ . حيث  $0 < a < b$  و  $f(x) \geq 0$  على  $[a, b]$ .



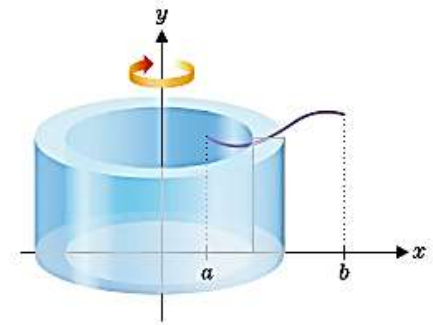
إن تدوير هذا المستطيل حول المحور  $y$  يشكل صدف أسطوانية رفيعة (أي، أسطوانة مجوفة، مثل أنبوب).

$$\begin{aligned} V_i &\approx \text{الارتفاع} \times \text{السماكة} \times \text{الطول} \\ &= (2\pi \times \text{نصف القطر}) \times \text{العرض} \times \text{الارتفاع} \\ &\approx (2\pi c_i) \Delta x f(c_i). \end{aligned}$$

$$V \approx \sum_{i=1}^n 2\pi \underbrace{c_i}_{\text{السماكة}} \underbrace{f(c_i)}_{\text{الارتفاع نصف القطر}} \underbrace{\Delta x}_{\text{السماكة}}$$



صدفة أسطوانية مستوية

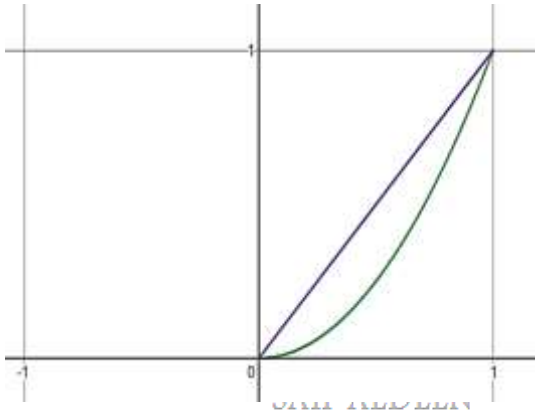


صدفة أسطوانية

$$V = \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^n 2\pi c_i f(c_i) \Delta x = \int_a^b 2\pi \underbrace{x}_{\text{نصف القطر}} \underbrace{f(x)}_{\text{الارتفاع}} \underbrace{dx}_{\text{السماكة}}$$

## المثال 3.1

استخدم طريقة الأصداف الأسطوانية لإيجاد حجم الجسم الذي تكوّن بدوران المنطقة المحدودة بالتمثيلين البيانيين  $y = x$  and  $y = x^2$  في الربع الأول حول المحور  $y$



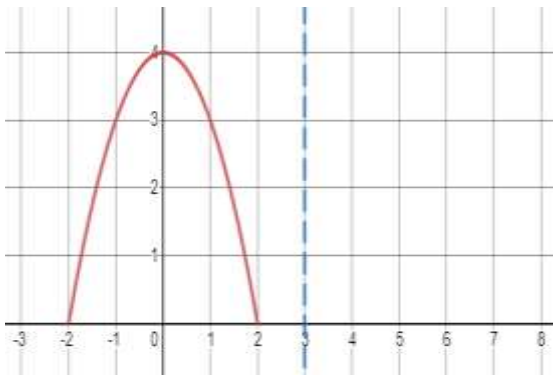
SAIF ALDEEN



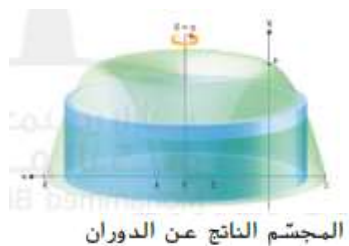
المجسم الناتج عن الدوران

## المثال 3.2

استخدم طريقة الأصداف الأسطوانية لإيجاد حجم الجسم الذي تكوّن بدوران المنطقة المحصورة بين التمثيل البياني  $y = 4 - x^2$  و المحور  $x$  حول المستقيم  $x = 3$



SAIF ALDEEN

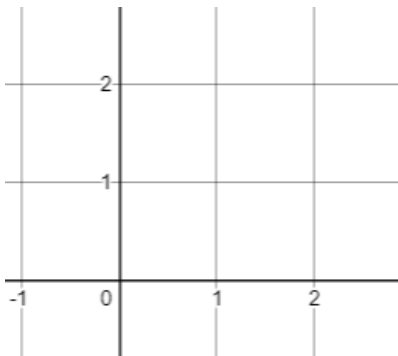
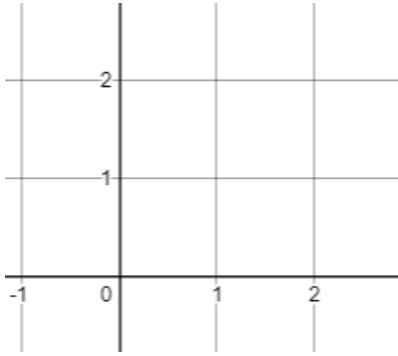


المجسم الناتج عن الدوران

## المثال 3.3 :

لتكن  $R$  هي المنطقة المحدودة بالتمثيلين البيانيين  $y = x$  and  $y = 2 - x$  ,  $y = 0$

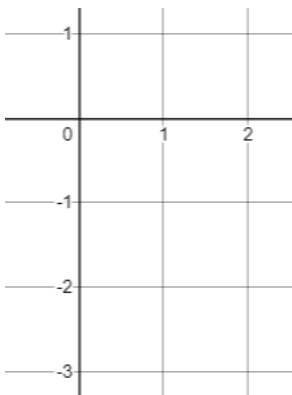
احسب حجم الجسم الذي يتكوّن بتدوير  $R$  حول المستقيم  $y = 2$



SAIF ALDEEN

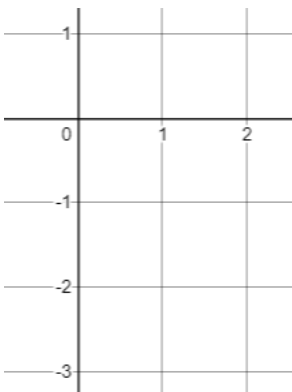
لتكن  $R$  هي المنطقة المحدودة بالتمثيلين البيانيين  $y = x$  and  $y = 2 - x$  ,  $y = 0$

احسب حجم الجسم الذي يتكوّن بتدوير  $R$  حول المستقيم  $y = -1$



DEEN

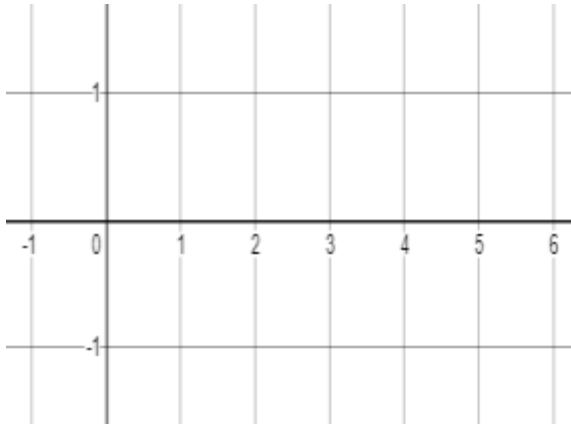
SAIF ALDEEN



لتكن  $R$  هي المنطقة المحدودة بالتمثيلين البيانيين  $y = x$  and  $y = 2 - x$  ,  $y = 0$

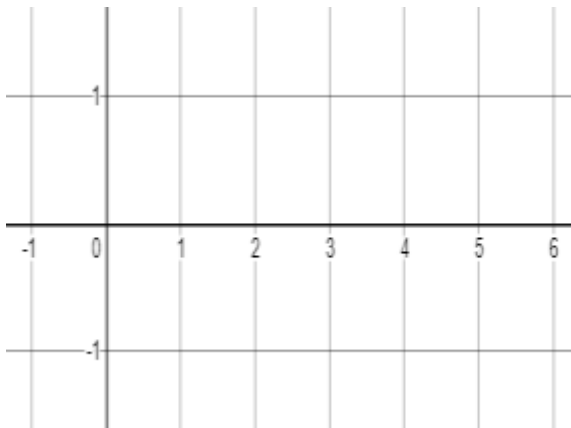
احسب حجم المجسم الذي يتكوّن بتدوير  $R$  حول المستقيم  $x = 3$

استخدم طريقة الحلقات و طريقة الأصداف



SAIF ALDEEN

SAIF ALDEEN



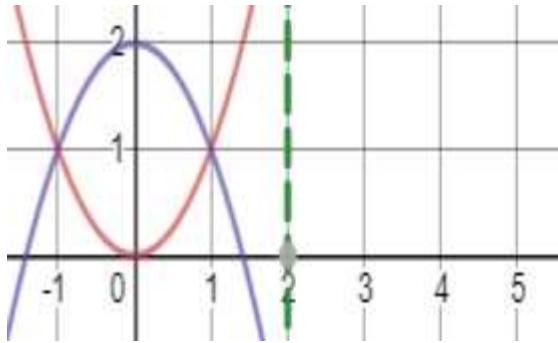
SAIF ALDEEN

SAIF ALDEEN

حدّد الطريقة الأفضل لحساب الحجم الأصداف أم الحلقات ، ثم أحسب الحجم المطلوب

**تمرين 1 :** لتكن  $R$  هي المنطقة المحدودة بالتمثيلين البيانيين  $y = x^2$  ,  $y = 2 - x^2$

احسب حجم الجسم الذي يتكوّن بتدوير  $R$  حول المستقيم  $x = 2$

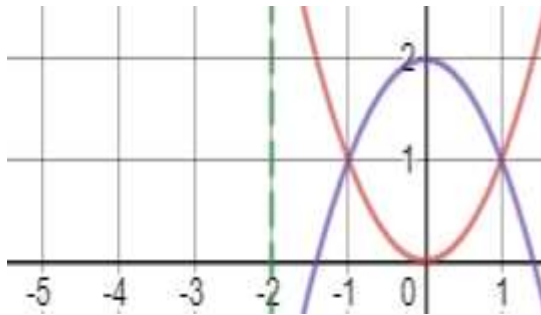


SAIF ALDEEN

SAIF ALDEEN

**تمرين 2 :** لتكن  $R$  هي المنطقة المحدودة بالتمثيلين البيانيين  $y = x^2$  ,  $y = 2 - x^2$

احسب حجم الجسم الذي يتكوّن بتدوير  $R$  حول المستقيم  $x = -2$

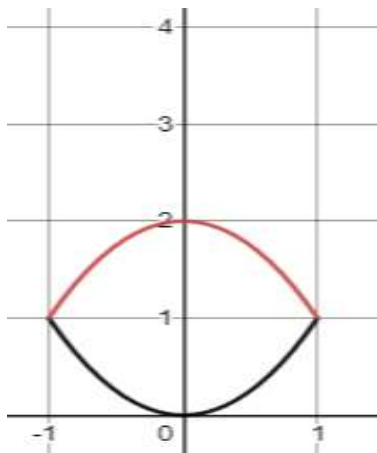


SAIF ALDEEN

SAIF ALDEEN

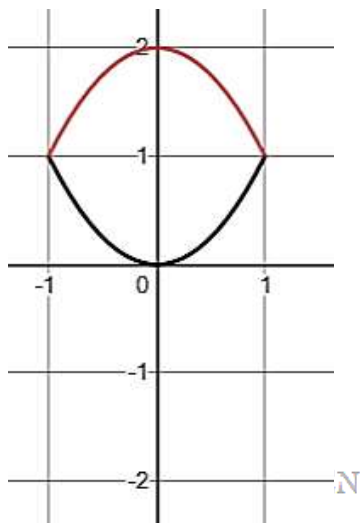
**تمرين 3 :** لتكن  $R$  هي المنطقة المحدودة بالتمثيلين البيانيين  $y = x^2$  ,  $y = 2 - x^2$

احسب حجم الجسم الذي يتكوّن بتدوير  $R$  حول المستقيم  $y = 3$



**تمرين 4 :** لتكن  $R$  هي المنطقة المحدودة بالتمثيلين البيانيين  $y = x^2$  ,  $y = 2 - x^2$

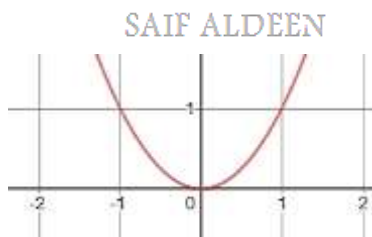
احسب حجم الجسم الذي يتكوّن بتدوير  $R$  حول المستقيم  $y = -1$



SAIF ALDEEN

احسب الحجم الناتج عن الدوران في كل من الاسئلة التالية (بالبداية ارسم المنطقة ، حدد الصدفة ، حدد نصف القطر و الارتفاع )

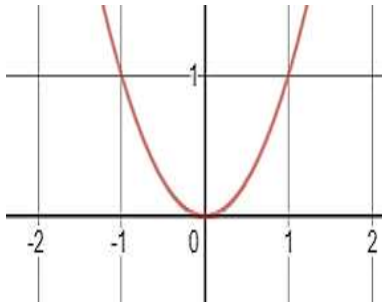
1. يتم دوران المنطقة المحدودة بواسطة  $y = x^2$  و المحور  $x$  حيث  $-1 \leq x \leq 1$  حول  $x = 2$



SAIF ALDEEN

SAIF ALDEEN

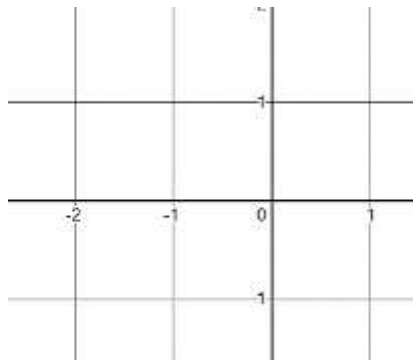
2. يتم دوران المنطقة المحدودة بواسطة  $y = x^2$  و المحور  $x$  حيث  $-1 \leq x \leq 1$  حول  $x = -2$



SAIF ALDEEN

SAIF ALDEEN

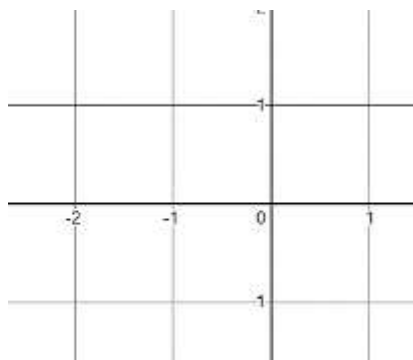
3. يتم دوران المنطقة المحدودة بواسطة  $x = 1$ ,  $y = -x$ ,  $y = x$  حول المحور  $y$



SAIF ALDEEN

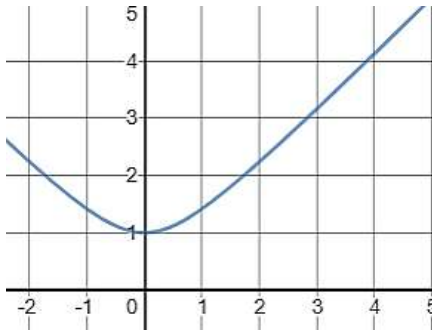
SAIF ALDEEN

4. يتم دوران المنطقة المحدودة بواسطة  $x = 1$ ,  $y = -x$ ,  $y = x$  حول المحور  $x = 1$





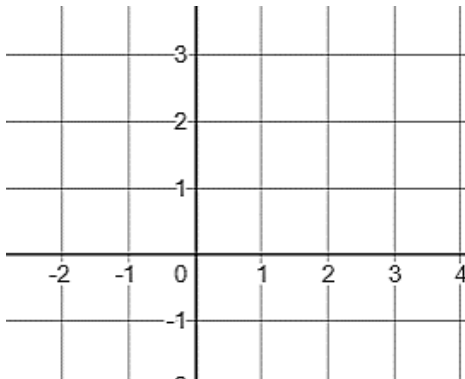
5. يتم دوران المنطقة المحدودة بواسطة  $y = 0$ ,  $y = \sqrt{x^2 + 1}$  و  $0 \leq x \leq 4$  حول المحور  $x = 0$



SAIF ALDEEN

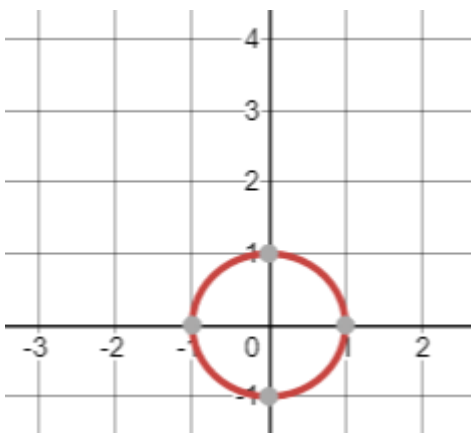
SAIF ALDEEN

6. يتم دوران المنطقة المحدودة بواسطة  $y = 0$  and  $y = x^2$  حول المحور  $x = 2$  ،  $-1 \leq x \leq 1$

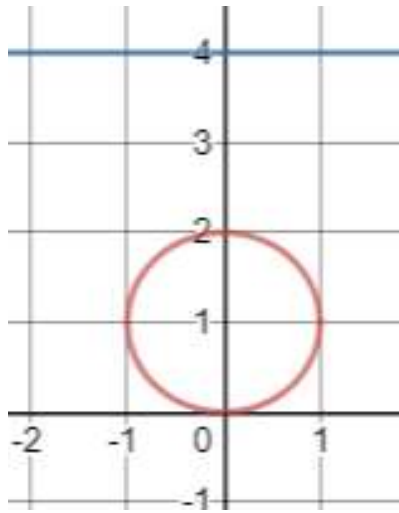


SAIF ALDEEN

7. يتم دوران المنطقة المحدودة بواسطة  $x^2 + y^2 = 1$  حول المحور  $y = 2$

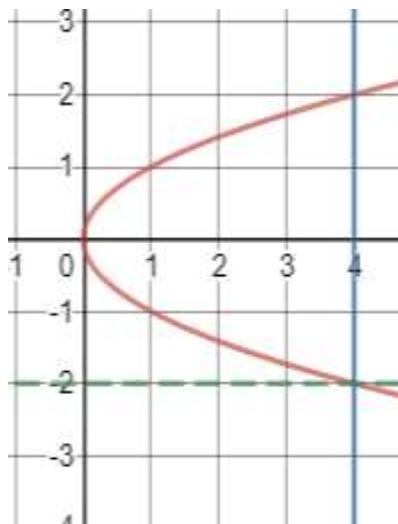


8. يتم دوران المنطقة المحدودة بواسطة  $x^2 + y^2 = 2y$  حول المحور  $y = 4$



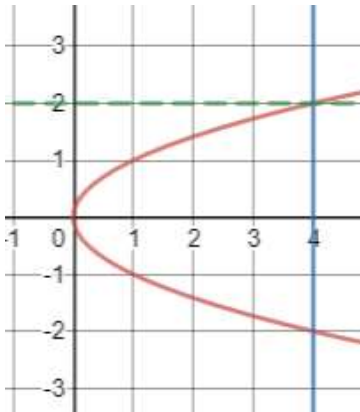
SAIF ALDEEN

11. يتم دوران المنطقة المحدودة بواسطة  $x = y^2$  and  $x = 4$  حول  $y = -2$



SAIF ALDEEN

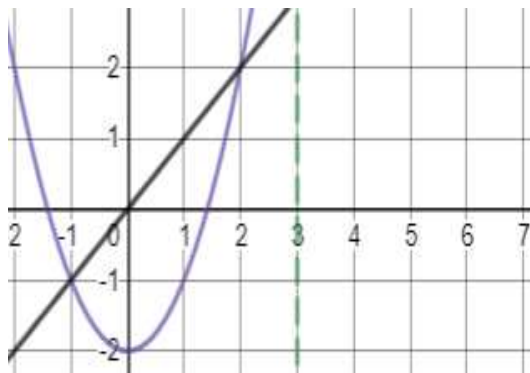
12. يتم دوران المنطقة المحدودة بواسطة  $x = y^2$  and  $x = 4$  حول  $y = 2$



SAIF ALDEEN

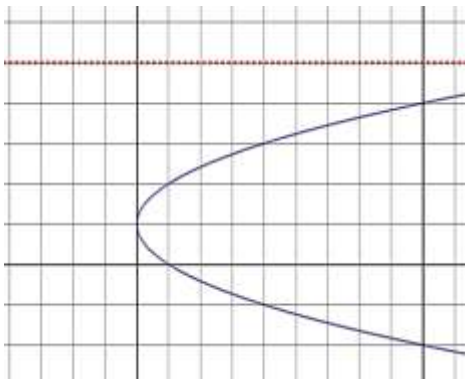
SAIF ALDEEN

14. يتم دوران المنطقة المحدودة بواسطة  $y = x^2 - 2$  and  $y = x$  حول  $x = 3$

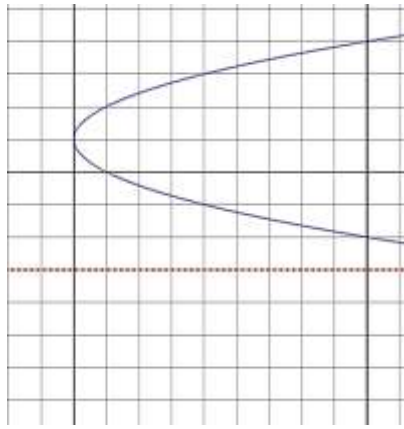


SAIF ALDEEN

15. يتم دوران المنطقة المحدودة بواسطة  $x = (y - 1)^2$  and  $x = 9$  حول  $y = 5$



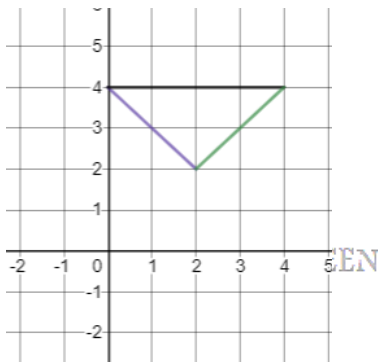
16. يتم دوران المنطقة المحدودة بواسطة  $x = 9$  and  $x = (y - 1)^2$  حول  $y = -3$



SAIF ALDEEN

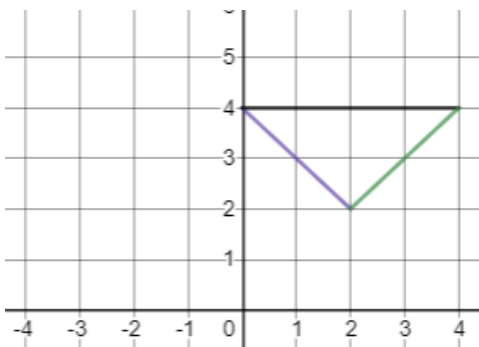
في التمارين 17 - 26 استخدم أفضل طريقة لإيجاد الحجم

17.a يتم دوران المنطقة المحدودة بالمنحنيات  $y = 4 - x$ ,  $y = 4$  and  $y = x$  حول المحور  $x$

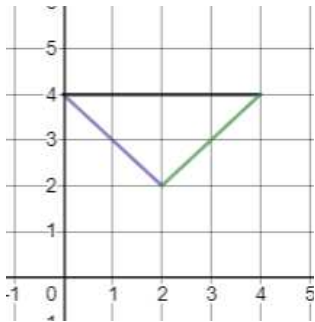


SAIF ALDEEN

17.b يتم دوران المنطقة المحدودة بالمنحنيات  $y = 4 - x$ ,  $y = 4$  and  $y = x$  حول المحور  $y$



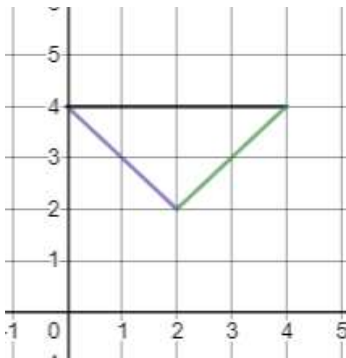
17.c يتم دوران المنطقة المحدودة بالمنحنيات  $y = 4 - x$ ,  $y = 4$  and  $y = x$  حول المحور  $x = 4$



SAIF ALDEEN

SAIF ALDEEN

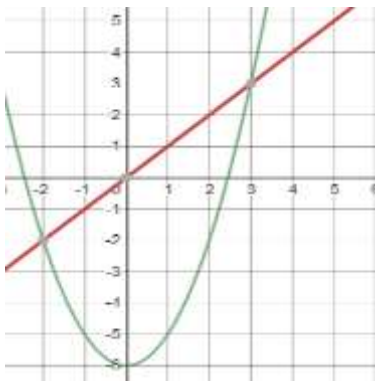
17.a يتم دوران المنطقة المحدودة بالمنحنيات  $y = 4 - x$ ,  $y = 4$  and  $y = x$  حول المحور  $y = 4$



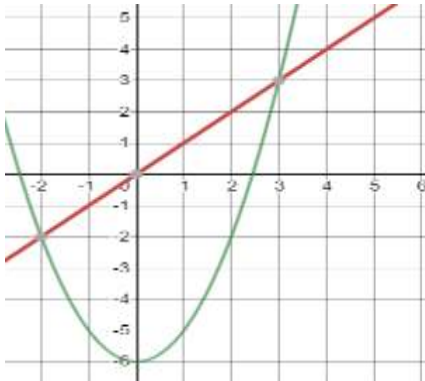
SAIF ALDEEN

SAIF ALDEEN

19.a يتم دوران المنطقة المحدودة بالمنحنيات  $y = x$  and  $y = x^2 - 6$  حول المحور  $x = 3$



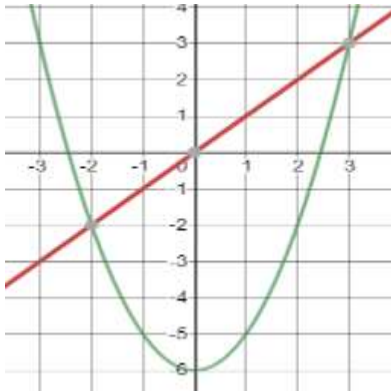
19.b يتم دوران المنطقة المحدودة بالمنحنيات  $y = x$  and  $y = x^2 - 6$  حول المحور  $y = 3$



SAIF ALDEEN

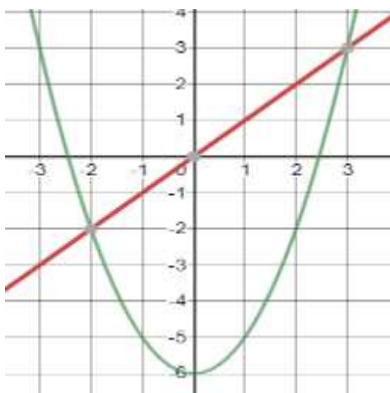
SAIF ALDEEN

19.c يتم دوران المنطقة المحدودة بالمنحنيات  $y = x$  and  $y = x^2 - 6$  حول المحور  $x = -3$

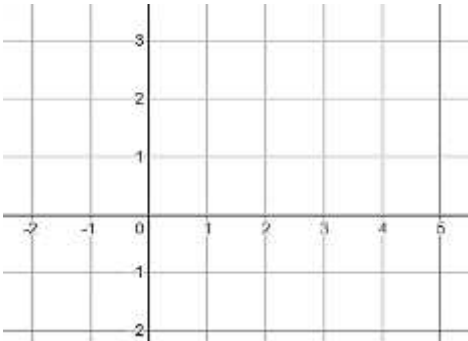


SAIF ALDEEN

19.d يتم دوران المنطقة المحدودة بالمنحنيات  $y = x$  and  $y = x^2 - 6$  حول المحور  $y = -6$



23.a. يتم دوران المنطقة على يمين  $x = y^2$  و على يسار  $y = 2 - x$  حول المحور  $x$

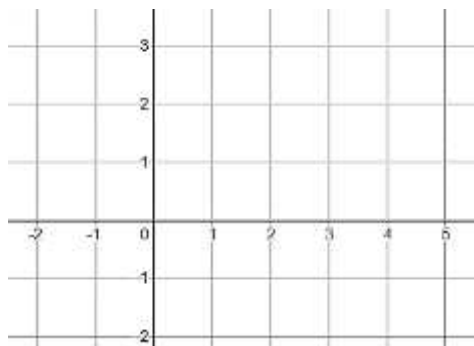


SAIF ALDEEN

SAIF ALDEEN

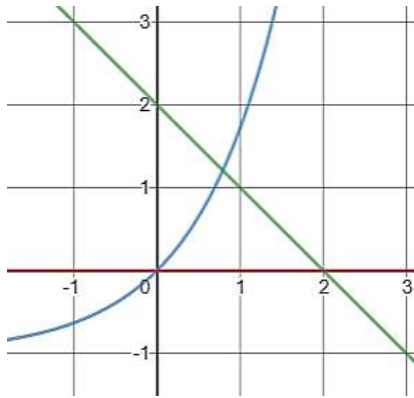
23.b. يتم دوران المنطقة على يمين  $x = y^2$  و على يسار  $y = 2 - x$  حول المحور  $y$

SAIF ALDEEN



SAIF ALDEEN

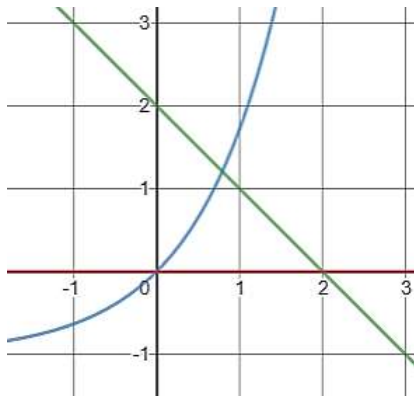
24.a. يتم دوران المنطقة المحدودة بالمنحنيات  $y = e^x - 1$  and  $y = 2 - x$  حول المحور  $x$



SAIF ALDEEN

SAIF ALDEEN

24.b. يتم دوران المنطقة المحدودة بالمنحنيات  $y = e^x - 1$  and  $y = 2 - x$  حول المحور  $y$



SAIF ALDEEN