الفصل الدراسي الثالث 2019/2020

الرياضيات المتقدمة

الثانى عشر المتقدم

حل مراجعة

التكامل وتطبيقاته الوحدة السادسة

اعداد وتقديم

صكبان صالح محمد

س1):- احسب المساحة المحددة بالمنحنى $y = 4 - x^2$ ومحور x .

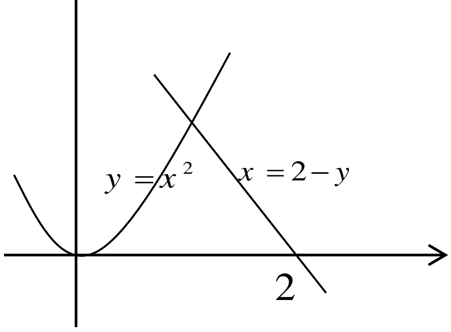
$a)\quad A = \int_{0}^{2} (4 - x^2)\,dx$

$c)\quad A = \int_{0}^{2} (x^2 - 4)\,dx$

$b)\quad A = \int_{-2}^{2} (4 - x^2)\,dx$

$d)\quad A = \int_{-2}^{2} (x^2 - 4)\,dx$

س2):- احسب مساحة المنطقة المحددة بالقطع المكافئ $y = x^2$ والمستقيم $x = 2 - y$



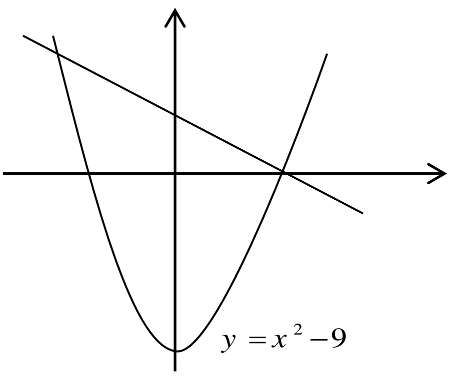
$a)\quad A = \int_{0}^{1} (2 - y - \sqrt{y})\,dy$

$b)\quad A = \int_{0}^{2} (2 - x - x^2)\,dx$

$c)\quad A = \int_{0}^{2} (2 - y - \sqrt{y})\,dy$

$d)\quad A = \int_{0}^{1} (\sqrt{y})\,dy + \int_{1}^{2} (2 - y)\,dy$

س3):- احسب مساحة المنطقة المحددة بالتمثيلين البيانيين $y = 3 - x \quad , \quad y = x^2 - 9$



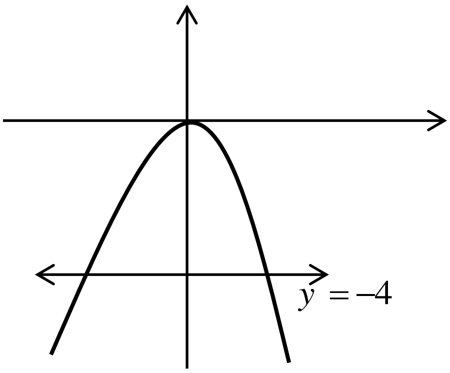
$a)\quad A = \int_{-4}^{3} (12 - x^2 - x)\,dx$

$b)\quad A = \int_{-9}^{3} (12 - x^2 - x)\,dx$

$c)\quad A = \int_{-4}^{3} (x^2 + x - 12)\,dx$

$d)\quad A = \int_{-4}^{3} (3 - x)\,dx$

س4):- احسب مساحة المنطقة المحدودة بالتمثيلين البيانيين ، $y=-4$ ، $y=-x^2$



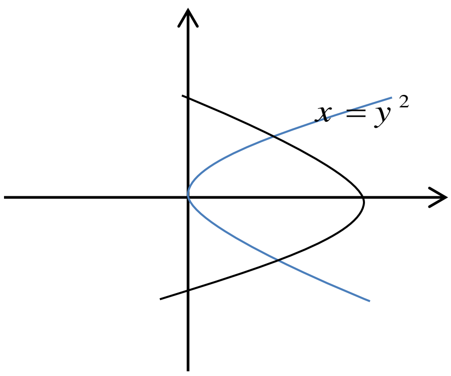
a) $A=\int_{-2}^{2}(-x^2-4)\,dx$

b) $A=\int_{-2}^{2}-(x^2+4)\,dx$

c) $A=\int_{-2}^{2}(x^2-4)\,dx$

d) $A=\int_{-2}^{2}(-x^2+4)\,dx$

س5):- أوجد مساحة المنطقة المحدودة بالتمثيلين البيانيين $x=2-y^2$ ، $x=y^2$



a) $A=\int_{0}^{1}\sqrt{x}\,dx+\int_{1}^{2}\sqrt{2-x}\,dx$

b) $A=2\int_{0}^{1}2\sqrt{x}\,dx$

c) $A=\int_{0}^{1}2\sqrt{x}\,dx+\int_{1}^{2}2\sqrt{2-x}\,dx$

d) $A=\int_{-1}^{1}(2-2y^2)^2\,dy$

س6):- مساحة المنطقة المحددة بالدائرة $x^2+y^2-4=0$ تعطى بالتكامل :-

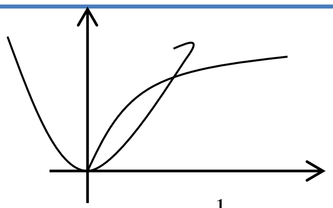
a) $A=\int_{-2}^{2}2\sqrt{4-x^2}\,dx$

b) $A=\int_{-2}^{2}\sqrt{4-x^2}\,dx$

c) $A=\int_{-2}^{2}2\sqrt{x^2-4}\,dx$

d) $A=\int_{-2}^{2}\sqrt{x^2-4}\,dx$

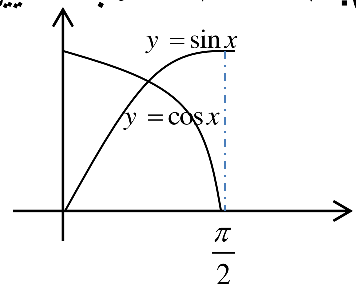
س7):- مساحة المنطقة التي تحددها تقاطعات المنحنيات $y = x^2$, $y = \sqrt{x}$



a) $A = \int_0^1 (\sqrt{y} - y^2)dy$ c) $A = \int_0^1 (x^2 - \sqrt{x})dx$

b) $A = \int_0^1 (y + \sqrt{y})dy$ d) $A = \int_0^1 (y - \sqrt{y})dy$

س8):- المساحة المحددة بالمنحنيين $y = \cos x$, $y = \sin x$ حيث $x \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right]$



a) $A = \int_0^{\frac{\pi}{4}} (\sin x - \cos x)dx + \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} (\sin x + \cos x)dx$

b) $A = \int_0^{\frac{\pi}{4}} (\sin x + \cos x)dx + \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} (\sin x + \cos x)dx$

c) $A = \int_0^{\frac{\pi}{4}} (\cos x - \sin x)dx + \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} (\sin x - \cos x)dx$

d) $A = 2\int_0^{\frac{\pi}{2}} (\cos x + \sin x)dx$

الحجوم $[6,2]$

1):- إذا يطلب حجم المجسم . (نحتاج مساحة المقطع العرضي للشكل المطلوب فقط) ثم نطبق القانون ونكامل .

2):- أو يطلب حجم (منطقة) بالدوران حول (محور أفقي أو رأسي) .

3):- أو يطلب إيجاد الحجم باستخدام الأصداف الإسطوانية . (نحتاج الى نصف القطر r وأرتفاع الصدفة h) ، وكذلك يجب معرفة الدوران إذا كان أفقي أو رأسي .

.حجم المجسم الذي له مساحة مقطع عرضي $A(x)$ هو

$$\boxed{V=\int_a^b A(x)dx}$$

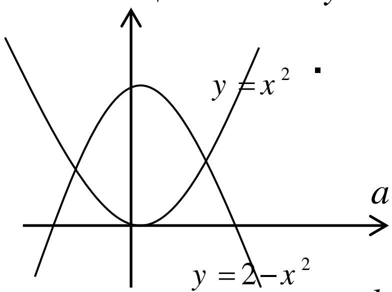
س9):- إذا كانت مساحة المقطع العرضي لشكل ما هي :-

$A(x)=\pi(4-x)^2$ فإن حجم المجسم على الفترة $[1,2]$ يكون :-

a) $v=\pi\int_1^2(16+8x-x^2)dx$ b) $v=\pi\int_1^2(16-8x+x^2)dx$

c) $v=\int_1^2(16-8x+x^2)dx$ d) $v=\int_1^2\pi(16+x^2)dx$

10):- قاعدة المجسم V هي المنطقة المحدودة بواسطة $y=2-x^2$, $y=x^2$ أوجد الحجم إذا كان لدى V إذا كانت المقاطع العرضية أنصاف دوائر تكون أقطارها متعامدة مع محور .



a) $v=\int_{-1}^{1}(2-2x^2)^2dx$ c) $v=\int_{-1}^{1}\pi(2-2x^2)^2dx$

b) $v=\int_{-1}^{1}(2x^2-2)^2dx$ d) $v=\pi\int_{-1}^{1}(\frac{1}{2}-x^2+\frac{x^4}{2})dx$

2):- الحجم الدوراني

طريقة الأقراص (Disk):- يكون حجم المجسم الناتج عن التدويرحول محور x (المحور الأفقي) دورة كاملة هو :-

$$\boxed{V=\int_a^b\pi(y)^2dx} \quad \text{or} \quad \boxed{V=\int_a^b\pi(f(x))^2dx}$$

في هذه الحالة من الدوران نريد (y) هي الدالة أي $y=......$

ملاحظة

1):- الاسطوانة تتولد من دوران مستطيل

2):- المخروط يتولد من دوران مثلث .

3):- الكرة تتولد من دوران نصف دائرة . وهكذا

س11):- احسب الحجم المجسم الناتج من دوران المنطقة تحت المنحنى $y = \sqrt{x}$ على الفترة $[0,4]$ بالدوران حول $y = 0$

$a)\quad v = \pi\int_0^4 (\sqrt{x})\,dx$

$b)\quad v = \pi\int_0^4 (\sqrt{x} - x)^2 dx$

$c)\quad v = \pi\int_0^4 x\,dx$

$d)\quad v = \pi\int_0^4 y^2\,dy$

س12):- احسب حجم المنطقة المحدودة بواسطة $x = 0,\ y - 2 + x = 0,\ y = 0$ بالدوران دورة كاملة حول محور x

$a)\quad v = \int_0^2 \pi(2-x)^2\,dx$

$b)\quad v = \int_0^2 \pi(x-2)^2\,dx$

$c)\quad v = \int_0^2 \pi(y-2)^2\,dx$

$d)\quad v = \int_0^2 \pi(2-y)^2\,dx$

س13):- احسب حجم المنطقة المحدودة بواسطة $y = 8 - x^2,\ y = x^2$ بالدوران حول محور x

$a)\quad v = 16\pi\int_{-2}^{2} (4-x^2)dx$

$b)\quad v = 2\pi\int_{-2}^{2} (4-x^2)dx$

$c)\quad v = \pi\int_{-2}^{2} (8-x^2)dx$

$d)\quad v = \pi\int_{-2}^{2} (2x^2-8)dx$

ملاحظة :- إذا كان الدوران حول محور y (المحور الرأسي) يكون :- نريد الدالة $x =$......................

$g(y) = x$

$$V = \int_c^d \pi (x)^2 dy \qquad V = \int_c^d \pi (g(y))^2 dy$$

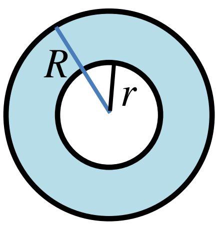
س14):- أوجد حجم المجسم الناتج عن دوران المنطقة المحدودة بين المنحنيين $y = 4 - x^2 \quad , \quad y = 1$

من $x = 0$ الى $x = \sqrt{3}$ حول محور y

$a) \quad v = \pi \int_0^{\sqrt{3}} (3 - x^2)^2 dx \qquad c) \quad v = \pi \int_0^4 (4 - y) dy$

$b) \quad v = \pi \int_0^4 (4 - y)^2 dy \qquad d) \quad v = \pi \int_1^4 (4 - y) dy$

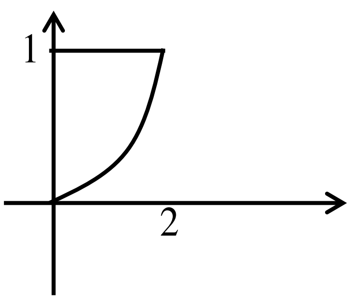
حساب الحجم عن طريق الحلقات :-



$$V = \int_a^b \pi ((R)^2 - (r)^2) dx \qquad V = \int_a^b \pi (R)^2 dx - \int_a^b \pi (r)^2 dx$$

س15):- احسب حجم المنطقة المحدودة بالتمثيلين البيانيين

$y = \frac{1}{4} x^2 \quad , x = 0 \quad , \quad y = 1$ بالدوران حول محور y

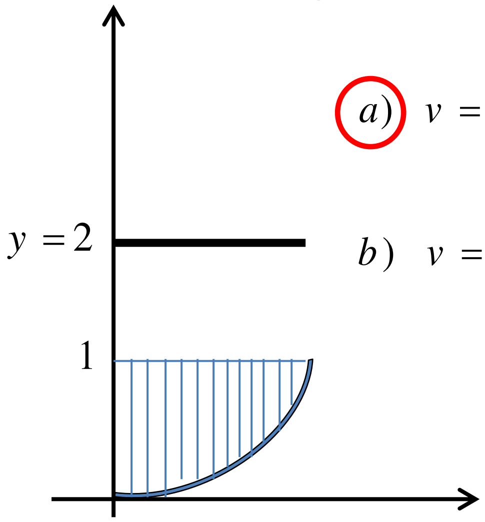


$a) \quad v = \pi \int_0^2 (\frac{x^2}{4})^2 dx \qquad c) \quad v = \pi \int_0^1 (2y)^2 dy$

$b) \quad v = \pi \int_0^1 2y \, dy \qquad d) \quad v = \pi \int_0^1 4y \, dy$

س) :؛- أكتب التكامل لإيجاد الحجم الدوراني حول محور x للسؤال السابق .

س16):- احسب حجم المنطقة المحدودة بين المنحنيين $y=1$, $x=0$, $y=\frac{1}{4}x^2$ وذلك بالدوران حول المستقيم $y=2$



a) $v=\pi\int_0^2 (\frac{1}{16}x^4-x^2+3)dx$

b) $v=\pi\int_0^2 (2-\frac{1}{4}x^2)^2 dx$

c) $v=\pi\int_0^2 (3-x^2+\frac{1}{16}x^2)dx$

d) $v=\pi\int_0^1 (\sqrt{4y})^2 dx$

س17):- إذا تم دوران المنطقة المحدودة بين $y=x^2$, $y=4-x^2$ حول المستقيم $y=-3$ تكون أنصاف أقطار الدوران الخارجي والداخلي :-

a) $R=7+x^2$, $r=3-x^2$

b) $R=7-x^2$, $r=3-x^2$

c) $R=7-x^2$, $r=x^2+3$

d) $R=7$, $r=x^2+3$

س18):- لتكن R هي المنطقة المحدودة بواسطة $y=9-x^2$ والمستقيم $y=0$. فإذا كان الدوران حول المستقيم $x=4$ فيكون حجم المنطقة :-

a) $v=\pi\int_{-3}^{3} (4-\sqrt{9-y})^2-(4+\sqrt{9-y})^2 dy$

b) $v=\pi\int_0^9 (4+\sqrt{9-y})^2-(4-\sqrt{9-y})^2 dy$

c) $v=\pi\int_0^9 (9-x^2)^2 dx$

d) $v=\pi\int_{-3}^{3} (9-y)\,dy$

س19):- على فرض يتم دوران مثلث رؤوسه $(-1,-1),(0,1),(1,-1)$ حول المحور y فإن حجم المخروط يكون :-

$a)\quad v=\pi\int_{-1}^{1}(1-y)^2\,dy$　　$c)\quad v=\pi\int_{-1}^{1}\left(\frac{1+y}{2}\right)^2 dy$

$b)\quad v=\pi\int_{-1}^{1}\left(\frac{1-y}{2}\right)^2 dy$　　$d)\quad v=\pi\int_{-1}^{1}(-2x+1)^2\,dx$

س20):- على فرض يتم تدوير الدائرة $x^2+y^2=1$ حول محور x فإن حجم الكرة الناتج من دوران هذه الدائرة هو

$a)\quad v=\pi\int_{-1}^{1}(1-x^2)^2dx$　　$c)\quad v=\pi\int_{-1}^{1}(1-y^2)dy$

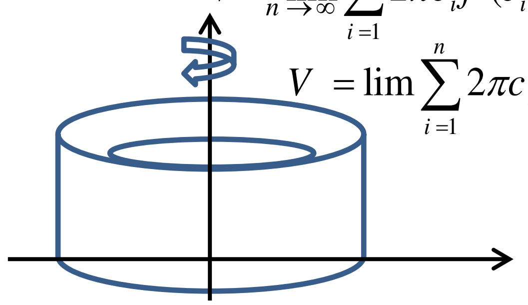
$b)\quad v=\pi\int_{-1}^{1}(1-y^2)^2dy$　　$d)\quad v=\pi\int_{-1}^{1}(1-x^2)dx$

[8-3] الأحجام بالأصداف الأسطوانية

يعتبر بديلاً لطريقة الحلقات التي مرت سابقاً . والتي يكون فيها حساب الحجم أسهل في بعض الأحيان .

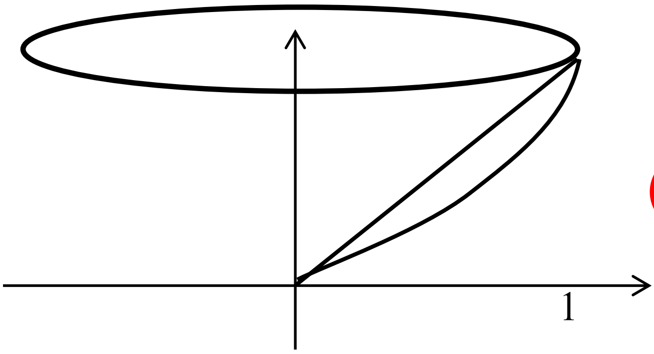
$$V=\lim_{n\to\infty}\sum_{i=1}^{n}2\pi c_i f(c_i)\Delta x=\int_a^b 2\pi\;x\;\;f(x)\;\;dx$$

$$V=\lim\sum_{i=1}^{n}2\pi c_i f(c_i)\Delta x=\int_a^b 2\pi\;\underbrace{r}_{\text{نصف القطر}}\;\;\underbrace{h}_{\text{الارتفاع}}\;\;\underbrace{dx}_{\text{السماكة}}$$



س21):- استخدم طريقة الأصداف لأيجاد حجم المجسم الذي تكون من دوران المنطقة المحدودة بالتمثيلين

$y = x^2$, $y = x$ في الربع الأول حول المحور y



$a)\quad v = 2\pi \int_0^1 (x-1)(x-x^2)\,dx$

$b)\quad v = 2\pi \int_0^1 (x^2 - x^3)\,dx$

$c)\quad v = 2\pi \int_0^1 (y)(y-\sqrt{y})\,dy$

$d)\quad v = \pi \int_0^1 (x)(x^2 - x)\,dy$

_ في كل من التمارين التالية ارسم صدفة نوعية وحدد نصف قطر وارتفاع كل صدفة ثم احسب الحجم

22):- يتم دوران المنطقة المحدودة بواسطة $y = x^2$ والمحور x حيث $-1 \le x \le 1$ حول $x = 2$

$a)\quad v = \pi \int_{-1}^{1} (4x^2 - 2x^3)\,dx$　　　$c)\quad v = 2\pi \int_{-1}^{1} (2-y)(\sqrt{y})\,dy$

$b)\quad v = \pi \int_{-1}^{1} (4x^2 + 2x^3)\,dx$　　　$d)\quad v = \pi \int_{-1}^{1} y(\sqrt{y})\,dy$

23):- يتم دوران المنطقة المحدودة بواسطة $x = 1$, $y = -x$, $y = x$, حول المحور y . فيكون نصف قطر الصدفة وأرتفاعها هو :-

$a)\quad r = y \ ,\ h = 2y$　　　$c)\quad r = 1 - x \ ,\ h = 2x$

$b)\quad r = x \ ,\ h = 2x$　　　$d)\quad r = x \ ,\ h = 0$

24):- يتم دوران المنطقة المحدودة بواسطة $x=1$, $y=-x$, $y=x$ حول $x=1$ فيكون نصف قطر الصدفة وأرتفاعها هو :-

a) $r=1-x$, $h=2x$ c) $r=1-y$, $h=2y$

b) $r=x-1$, $h=2x$ d) $r=y-1$, $h=2y$

25):- يتم دوران المنطقة المحدودة بواسطة $x^2+y^2=1$ حول $y=2$ فإن أرتفاع الصدفة هو :-

a) $h=2$ b) $h=2\sqrt{1+x^2}$ c) $h=2\sqrt{1-y^2}$ d) $h=2\sqrt{1-x^2}$

26):- حجم المجسم الذي تكون من دوران المنطقة المحدودة بالتمثيل البياني $y=4-x^2$ والمحور x حول المستقيم $x=3$

a) $v=2\pi\int_{-2}^{2}(3-x)(4-x^2)dx$

b) $v=2\pi\int_{0}^{4}(3-x)(4-x^2)dx$

c) $v=2\pi\int_{0}^{4}(3-y)(\sqrt{4-y})dy$

d) $v=2\pi\int_{0}^{4}(3+x)(4-x^2)dy$

س27):-

يتم دوران المنطقة المحدودة بواسطة $y=4-x$ ، $y=4$ و $y=x$ حول :- $y=4$

a) $v=2\pi\int_{2}^{4}(y-4)(2y+4)dy$

b) $v=2\pi\int_{0}^{4}(4-x)(2x-4)dx$

c) $v=2\pi\int_{0}^{4}(4-y)(2y-4)dy$

d) $v=2\pi\int_{2}^{4}(4-y)(2y-4)dy$

س28):- حجم المنطقة المحددة بالمنحنى $y=\cos x$ على الفترة $\left[0,\frac{\pi}{2}\right]$ بالدوران حول محور y .

a) $v=\pi\int_{0}^{1}(\cos^{-1}y)^2dy$

b) $v=2\pi\int_{0}^{1}(\cos^{-1}y)dy$

c) $v=2\pi\int_{0}^{\frac{\pi}{2}}x\cos x\,dx$

d) $v=2\pi\int_{0}^{\frac{\pi}{2}}\cos x\,dx$

$[6-4]$ طول القوس ومساحة السطح

$$\boxed{S=\int_{a}^{b}\sqrt{1+(f'(x))^2}\,dx}$$

1):- احسب طول المنحنى لكل مما يلي :-

29):- $f'(x)=\sqrt{x^2-6x+8}$

a) $s=L=\int_{3}^{6}(x-3)dx$

b) $s=L=\int_{3}^{6}(x+3)dx$

c) $s=L=\int_{3}^{6}\sqrt{x^2-6x+10}\,dx$

d) $s=L=\int_{3}^{6}\sqrt{x^2+6x-9}\,dx$

$\frac{dy}{dx}=\sqrt{x^2+2x}$ على الفترة $[0,4]$ اكتب القانون الذي يمثل طول القوس .

مساحة السطح

$$S=\int_a^b 2\pi f(x)\sqrt{1+(f'(x))^2}\,dx$$

س30):- على فرض أنه تم تدوير المربع المكون من جميع (x,y) ، مع $-1\le x\le 1$ و $-1\le y\le 1$ ، حول محور y ، احسب مساحة السطح .

a) $S=2\pi\int_{-1}^{1}(1).\sqrt{0+1})dy=4\pi+2\pi=6\pi\,unit^2$

b) $S=2\pi\int_{-1}^{1}(1).\sqrt{0+1})dy=4\pi+0=4\pi\,unit^2$

c) $S=2\pi\int_{-1}^{1}(1).\sqrt{0+1})dy=6\pi+2\pi=8\pi\,unit^2$

d) $S=2\pi\int_{-1}^{1}(1).\sqrt{0+1})dy=5\pi+2\pi=7\pi\,unit^2$

ملاحظة :- هنا جمعنا مساحة القاعدتين
مع المساحة الجانبية
حيث كل قاعدة على شكل دائرة
مساحتها π

[6-5] حركة المقذوفات Projectile Motion

قانون نيوتن الثاني للحركة $F = ma$ حيث F هو مجموع القوى المؤثرة و m هو كتلة الجسم و a هو تسارع الجسم .

القوة الناتجة عن الجاذبية $F = -mg$

التسارع $a(t) = h''(t)$ ، $h''(t) = -32$ أو $h''(t) = -9.8$

س31):- إذا كان ارتفاع لوح الغطس $4.5\ m$ فوق مستوى سطح المياه وبدأ الغواص بسرعة متجهة ابتدائية $2.4\ m/s$ (في اتجاه لأعلى) . فإن الارتفاع في الزمن t (بافتراض عدم وجود مقاومة هواء)

$a)\ h(t) = -9.8t^2 + 2.4t + 4.5$ $\qquad c)\ h(t) = -4.9t^2 + 2.4t + 4.5$

$b)\ h(t) = 9.8t^2 - 2.4t + 4.5$ $\qquad d)\ h(t) = -4.9t^2 + 2.4t$

س32):- يسقط غطاس من ارتفاع $40\ ft$ لغرض سباقات الغطس الأولمبي ، ما السرعة المتجهة لهذا الغطاس لحظة الاصطدام بالماء بدلالة الزمن t .

$a)\ h'(t) = -32t$ $\qquad c)\ h'(t) = 32t + 40$

$b)\ h'(t) = 32t$ $\qquad d)\ h'(t) = -32t + 40$

$[6-6]$ تطبيقات التكامل على الفيزياء والهندسة

الشغل $\boxed{W = F d}$

لإيجاد الشغل المبذول نتبع ما يلي :-

1): نحدد قيمة الثابت للنابض .

2):- نجد F

3):- نجري عملية التكامل $\boxed{W = \int_0^b k\ x\ dx}$

$F = kx$ حيث k (ثابت النابض).

س1):- تعمل قوة قدرها 5 باوند على تمدد نابض $4\ inch$ من طوله الطبيعي . أوجد الشغل المبذول في تمدد النابض $6\ inch$ أكثر من طوله الطبيعي .

$a)\quad W = \int_0^{\frac{1}{4}} 15x\, dx$　　$c)\quad W = \int_0^{6} 15x\, dx$

$b)\quad W = \int_0^{\frac{1}{2}} 15x\, dx$　　$d)\quad W = \int_0^{\frac{1}{3}} 20x\, dx$

س2):- أحدثت قوة من 10 باوند تمدد على نابض $2\ inch$. أوجد الشغل المبذول في تمدد هذا النابض $3\ inch$ أبعد من طوله الطبيعي .

س3):- تزن سلسلة 1000 lb و طولها 40 ft ويتم سحبها لأعلى على سطح قارب . السلسلة موجهة رأسياً والجزء العلوي من السلسلة يبدأ في المياه 30ft أسفل السطح . احسب الشغل المبذول .

س6):- احدثت قوة من $7\ Ib$ تمدد على نابض $5\ in$ ، أوجد الشغل المبذول في تمدد هذا النابض $6in$ أبعد من طوله الطبيعي .

ملاحظة :- لا تنسى تحويل الوحدات (إذا كانت مختلفة) لنوع واحد .

الاحتمال $[6-7]$

تعريف دقيق لـ pdf (كثافة الاحتمال) :- على فرض أن X هي متغير عشوائي له فرضيته أي قيمة x لكل $a \le x \le b$ تكون كثافة الاحتمال لـ X دالة $f(x)$ تحقق .

1):- $f(x) \ge 0$ لكل $a \le x \le b$ (لا يمكن أن تكون سالبة).

2):- $\int_a^b f(x)dx = 1$ الاحتمال الكلي 1

يعطي الاحتمال الذي تقع فيه قيمة X (المرئية) بين c,d بالمساحة تحت التمثيل البياني لـ pdf

$$P(c \le X \le d) = \int_c^d f(x)dx$$

ملاحظة :- $pdf = probability\ density\ function$

س1):- أثبت أن كل من الدوال المعطاة هي دالة pdf على الفترة المعينة .

a):- $f(x) = 2x^3 + x \quad , \quad [0,1]$

b):- $f(x) = \dfrac{3}{8}x^2 \quad , \quad [0,2]$

c):- $f(x) = \dfrac{1}{2}\sin x \quad , \quad [0,\pi]$

d):- $f(x)=e^{\frac{-x}{2}} \quad , \quad [0,\ln 4]$

تعريف :- يعطى الوسط μ لمتغير عشوائي له $pdf\ \ f(x)$ على الفترة $[a,b]$ بالصيغة

$$\boxed{\mu=\int_a^b xf(x)dx}$$

إيجاد قيمة c التي تجعل الدالة $pdf\ \ f(x)$

س2):- أوجد قيمة c التي تكون عندها $pdf\ \ f(x)$ على الفترة المعينة

a):- $f(x)=cx+x^2 \quad , \quad [0,1]$

b):- $f(x) = \dfrac{c}{1+x^2} \quad , \quad [0,1]$

c): - $f(x) = \dfrac{c}{\sqrt{1-x^2}} \quad , \quad [0,1]$

س3):- على فرض أن العمر الافتراضي بالاعوام لعلامة تجارية معينة لمصباح يتم توزيعه أسياً بواسطة pdf

$f(x) = 4e^{-4x}$. أوجد احتمال أن يدوم مصباح محدد لمدة 3 أشهر أو أقل .

a) $p(0 \le X \le \frac{1}{3}) = \int_0^3 4e^{-4x}\,dx$

b) $p(0 \le X \le \frac{1}{4}) = \int_0^{\frac{1}{4}} 4e^{-4x}\,dx$

c) $p(0 \le X \le \frac{1}{4}) = \int_0^3 4e^{-4x}\,dx$

d) $p(0 \le X \le 3) = \int_0^{\frac{1}{3}} 4e^{-4x}\,dx$

إيجاد الوسط والوسيط

س5):- أوجد الوسط والوسيط للمتغير العشوائي من pdf التالية :-

$$f(x) = \frac{2/\pi}{\sqrt{1-x^2}} \quad , \quad [0,1]$$

مع خالص تحياتي للجميع (لا تنسونا من صالح دعائكم) يتبع الى الوحدة الأخيرة