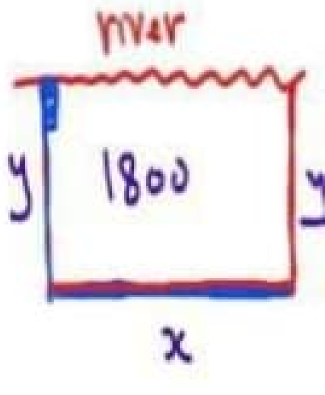
G12 Advanced	Mathematics - Bridge	الرياضيات - بريدج	T2-2023-2024

Paper Part	الجزء الورقي
Show all your work when answering these questions.	يجب كتابة خطوات الحل التفصيلية للفقرات الاختيارية كافة.

Question	1	السؤال
A three–sided fence is to be built next to a straight section of river, which forms the fourth side of a rectangular region. The enclosed area is to equal 1800 ft^2. Find the minimum perimeter and the dimensions of the corresponding enclosure.		يجب بناء سياج من ثلاثة جوانب بجوار الجزء المستقيم من النهر، الذي يشكل الجانب الرابع لمنطقة مستطيلة. المساحة المحاطة تساوي $1800\ ft^2$. أوجد أصغر قيمة ممكنة للمحيط والأبعاد المناظرة لهذه المساحة.

$\boxed{P = x + 2y} = x + 2\left(\frac{1800}{x}\right) = x + \frac{3600}{x}$



$P' = 1 - \frac{3600}{x^2} = 0 \qquad \frac{3600}{x^2} = \frac{1}{1} \qquad x^2 = 3600$

$x = \sqrt{3600} = \boxed{60}$ C.N $\qquad \boxed{y = 30}$

$xy = 1800$

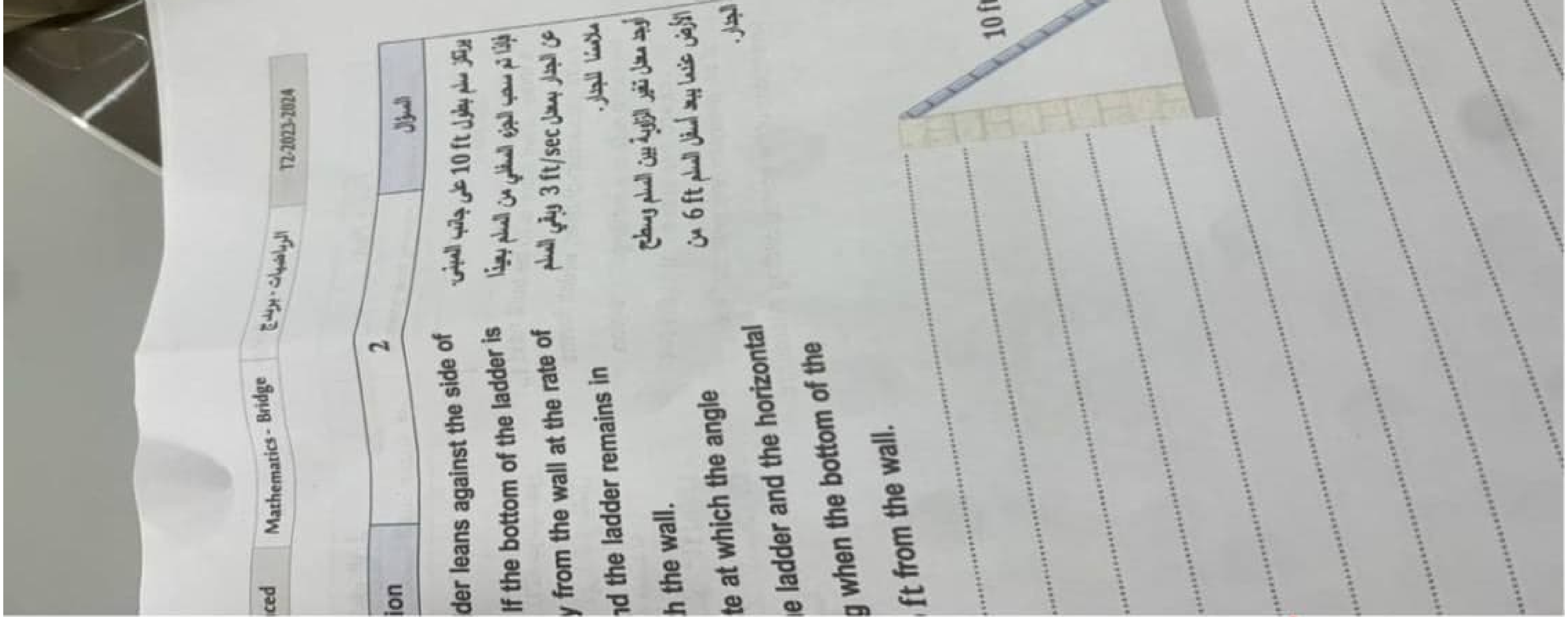
P': $-$ min $+$; 0, 60

$P = 60 + 2(30) = 120$ ft

$y = \frac{1800}{x}$

$y = \frac{1800}{60} = 3$

120 ft min perimeter when $x = 60$ ft, $y = 30$ ft



T2-2023-2024 | الرياضيات - بريدج | Mathematics - Bridge | ...ced

السؤال | 2 | ...ion

يرتكز سلم بطول 10 ft على جانب المبنى. فإذا تم سحب الجزء السفلي من السلم بعيدًا عن الجدار بمعدل 3 ft/sec وبقي السلم ملامسًا للجدار.
أوجد معدل تغير الزاوية بين السلم وسطح الأرض عندما يبعد أسفل السلم 6 ft من الجدار.

...der leans against the side of ... If the bottom of the ladder is ...y from the wall at the rate of ...nd the ladder remains in ...h the wall.
...te at which the angle ...e ladder and the horizontal ...g when the bottom of the ... ft from the wall.

$y' = ?$ ⊝

$x^2 + y^2 = 100$

$y = \sqrt{10^2 - 6^2} = 8$

$2xx' + 2yy' = 0$ $\quad xx' + yy' = 0$

$6(3) + 8(y') = 0$ $\quad 8y' = -18$ $\quad y' = \frac{-18}{8} = -2.25$ ft/s

top is dro pping down by rate 2.25 ft/s

$x' = 3$

$x = 6$ ft

Question	3	السؤال

ppose that a population grows
cording to the logistic equation
$t) = 4p(t)[5 - p(t)]$.
d the population at which the
ulation growth rate is a maximum.

على فرض أن النمو السكاني وفقًا للمعادلة
اللوجستية هو
$.p'(t) = 4p(t)[5 - p(t)]$
أوجد التعداد السكاني الذي يصل فيه معدل
النمو إلى القيمة العظمى.

$p(t) = p'(t) = 4p(5-p) = 20p - 4p^2$

$\rightarrow p'(t) = 20 - 8p = 0 \quad 8p = 20 \quad \boxed{p = 2.5}$

$p''(t) = -8 \quad \cap$ Max

Max growth rate when $p = 2.5$

$g = p(t)$

g rate $= p'(t)$

Max g rate $= p''(t) = 0$

...nced	Mathematics - Bridge	الرياضيات - بريدج	T2-2023-2024

...ion	4	السؤال

... $\mathrm{A}_n = \lim_{n\to\infty} \sum_{i=1}^{n} f(x_i)\,\Delta x$,
... exact area under the curve
... $x^2 + 1$
...val $[0,1]$

استخدم $\mathrm{A} = \lim_{n\to\infty} \mathrm{A}_n = \lim_{n\to\infty} \sum_{i=1}^{n} f(x_i)\,\Delta x$،
لإيجاد المساحة الدقيقة تحت المنحنى
$y = f(x) = x^2 + 1$
على الفترة $[0,1]$.

$y = x^2 + 1$ on $\overset{a}{[0,}\overset{b}{2]}$;

$$\frac{2}{n}\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{2i}{n}\right)^2+1 = \frac{2}{n}\sum_{i=1}^{n}\frac{4i^2}{n^2}+1 = \frac{8}{n^3}\sum_{i=1}^{n} i^2 + \frac{2}{n}\sum_{i=1}^{n} 1$$

$$\frac{8}{n^3}\left[\frac{n(n+1)(2n+1)}{6}\right] + \frac{2}{n}(1)(n)$$

$$\lim_{n\to\infty}\frac{16n^3}{6n^3} + \lim_{n\to\infty}\frac{2n}{n} = \frac{16}{6}+2 = \frac{14}{3}$$

$$\boxed{\Delta x = \frac{b-a}{n}}$$

$$\Delta x = \frac{2}{n}$$

$$\boxed{x_i = a + \Delta x\, i}$$

$$= \frac{2i}{n}$$

Mathematics - Bridg-

السؤال

5

إذا كانت $f(x) = \int_{3x}^{\sin x} (t^2 + 4)\, dt$،

احسب $f'(x)$.

$(t^2 + 4)\, dt,$

$$f(x) = \int_{3x}^{\sin x} (t^2 + 4)\, dt$$

$$f(x) = \int_{3x}^{0} (t^2 + 4)\, dt + \int_{0}^{\sin x} (t^2 + 4)\, dt = -\int_{0}^{3x} (t^2 + 4)\, dt + \int_{0}^{\sin x} (t^2 + 4)\, dt$$

$$f'(x) = -\left[(3x)^2 + 4\right](3) + \left[\sin^2 x + 4\right] \cos x$$

$$= -3(9x^2 + 4) + \cos x(\sin^2 x + 4)$$