تم تحميل هذا الملف من موقع المناهج الإماراتية

*للحصول على أوراق عمل لجميع الصفوف وجميع المواد اضغط هنا

https://almanahj.com/ae

* للحصول على أوراق عمل لجميع مواد الصف الثاني عشر المتقدم اضغط هنا

https://almanahj.com/ae/15

* للحصول على جميع أوراق الصف الثاني عشر المتقدم في مادة رياضيات ولجميع الفصول, اضغط هنا

https://almanahj.com/ae/15

* للحصول على أوراق عمل لجميع مواد الصف الثاني عشر المتقدم في مادة رياضيات الخاصة بـ اضغط هنا

https://almanahj.com/ae/15

* لتحميل كتب جميع المواد في جميع الفصول للـ الصف الثاني عشر المتقدم اضغط هنا

https://almanahj.com/ae/grade15

للتحدث إلى بوت المناهج على تلغرام: اضغط هنا

https://t.me/almanahj_bot

أولًا: الحجوم شرائح

$$V = \int_a^b A(x)\,dx$$

تمارين صـ 429 ـ :

في التمارين 4–1، أوجد حجم المجسّم مع مساحة المقطع العرضي $A(x)$.

1. $A(x) = x + 2 \quad , -1 \le x \le 3$

.....

.....

.....

.....

.....

تمارين صـ 430 ـ :

15 قدّر الحجم من مساحات المقطع العرضي.

x (m)	0.0	0.5	1.0	1.5	2.0
$A(x)$ (m^2)	1.0	1.2	1.4	1.3	1.2

ارشاد:
استخدم قاعدة سمبسون

.....

.....

.....

.....

.....

الرياضيات ـ 12 متقدم ـ ف3

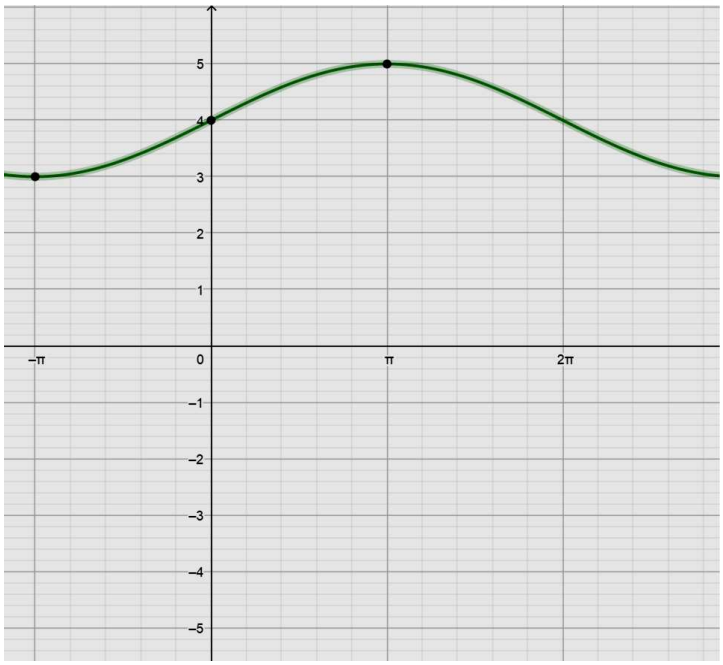
(2 - 6) الحجوم شرائح وأقراص وحلقات

أولًا: الحجوم شرائح

$$V = \int_a^b A(x)\, dx$$

تمارين صـ 430 ـ :

11. لإناء فخاري مقاطع عرضية دائرية بنصف قطر $4 + \sin\frac{x}{2}$ سنتيمتر لكل $0 \le x \le 2\pi$. ارسم صورة للإناء و احسب حجمه.



.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

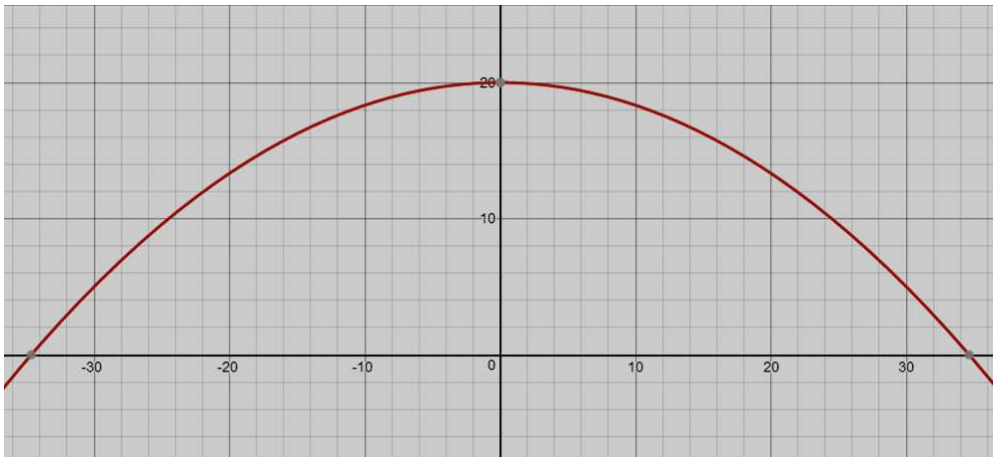
.....

أولًا: الحجوم شرائح

$$V = \int_a^b A(x)\,dx$$

تمارين صـ 430 ـ :

9) يتم إعطاء الرسم التخطيطي لقبة $y = 20 - \frac{x^2}{60}$ لكل $-20 \le x \le 20$ (بالأمتار) بمقاطع عرضية دائرية متعامدة على محور y . أوجد حجمه؟



.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

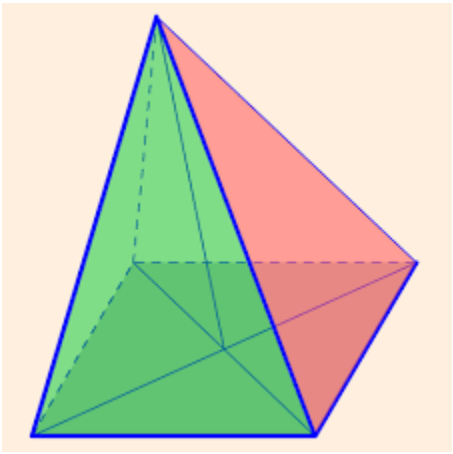
.....

أولًا: الحجوم شرائح

$$V = \int_a^b A(x)\,dx$$

مثال 1 ص 420: للهرم في ممفيس قاعدة مربعة يبلغ طول ضلعها 180 متراً وارتفاعها 100 متراً . أوجد حجم الهرم باستخدام التكامل المحدود إذا علمت أن طول ضلع المقطع العرضي المربع عند الارتفاع x هو

$$y = -\frac{9}{5}x + 180$$



.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

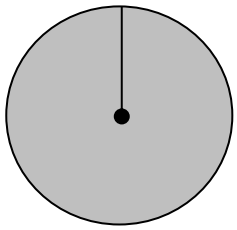
.....

الحجوم الدورانية

إذا كانت منطقة المساحة

ملاصقة لمحور الدوران على طول الفترة [a,b] بأكملها	غيرملاصقة لمحور الدوران على طول الفترة [a,b] بأكملها

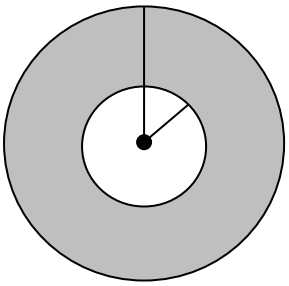
فالمجسم الناتج من الدوران مصمت والمقاطع أقراص



ومساحته:

$A = \ldots\ldots\ldots$

فالمجسم الناتج من الدوران أجوف والمقاطع حلقات

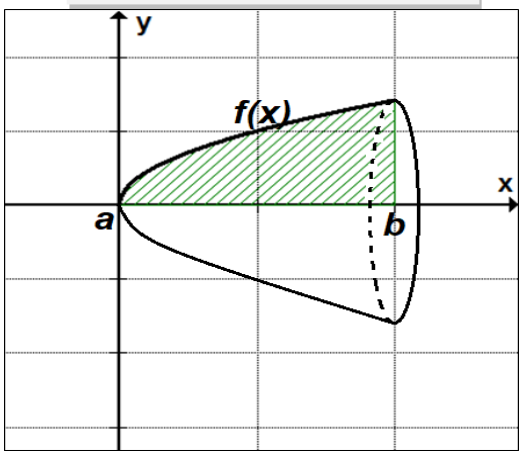


ومساحته:

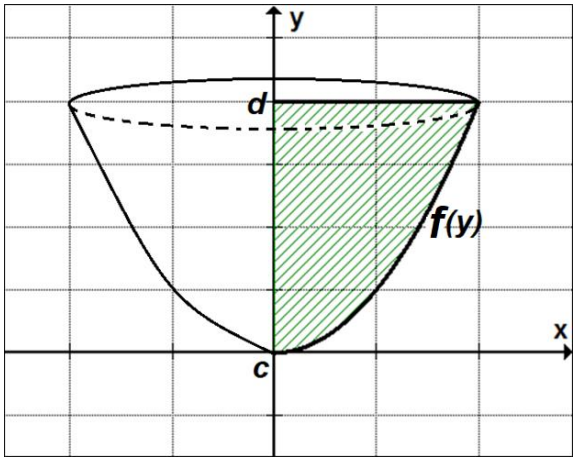
$A = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$

المقاطع أقراص

الدوران حول محور x



الدوران حول محور y



الحجم: هو التكامل المحدود لمساحة المقطع العرضي

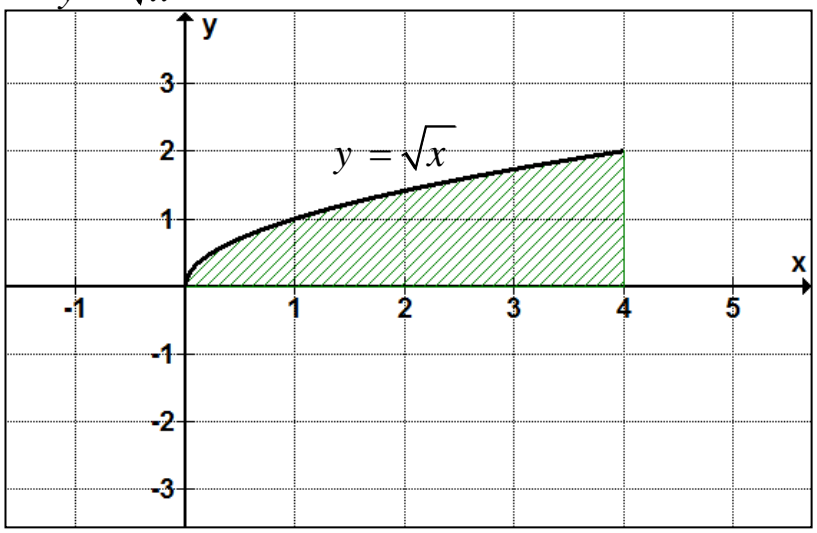
$$V = \pi \int_a^b [f(x)]^2 \, dx$$

$$V = \pi \int_c^d [f(y)]^2 \, dy$$

ثانيًا: الحجوم أقراص

	الدوران حول محور x أو مستقيم أفقي	الدوران حول محور y أو مستقيم رأسي
المقطع العرضي	رأسي: عمودي على محور الدوران	أفقي: عمودي على محور الدوران
الدالة	$y = f(x)$	$x = f(y)$
حدود التكامل	رأسية من محور x: من اليسار إلى اليمين $x = a \quad , \quad x = b$	أفقية من محور y: من أسفل إلى أعلى $y = c \quad , \quad y = d$
الحجم	$V = \pi \int_a^b [f(x)]^2 \, dx$	$V = \pi \int_c^d [f(y)]^2 \, dy$

مثال 4 ص 423 : أوجد حجم الجسم الناتج من الدوران حول محور x للمنطقة تحت المنحنى $y = \sqrt{x}$ على الفترة $[\,0\,,4\,]$



نصف قطر المقطع:

$r =$ .....

مساحة المقطع:

$\pi r^2 =$ .....

الحجم:

.....

.....

.....

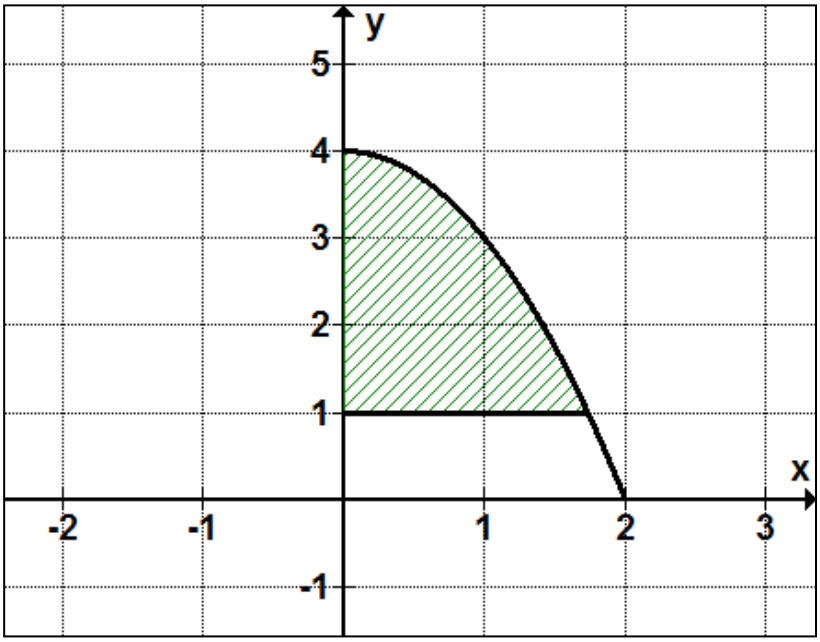
.....

ثانيًا: الحجوم أقراص

	الدوران حول محور x أو مستقيم أفقي	الدوران حول محور y أو مستقيم رأسي
المقطع العرضي	رأسي: عمودي على محور الدوران	أفقي: عمودي على محور الدوران
الدالة	$y = f(x)$	$x = f(y)$
حدود التكامل	رأسية من محور x: من اليسار إلى اليمين $x = a \quad , \quad x = b$	أفقية من محور y: من أسفل إلى أعلى $y = c \quad , \quad y = d$
الحجم	$V = \pi \int_a^b [f(x)]^2 \, dx$	$V = \pi \int_c^d [f(y)]^2 \, dy$

مثال 5 ص 424 : أوجد حجم المجسم الناتج من الدوران حول محور y للمنطقة المحدودة بين المنحنيين

$y = 1$, $y = 4 - x^2$ من $x = 0$ إلى $x = \sqrt{3}$



الدالة على صورة $x = f(y)$

.....

.....

نصف قطر المقطع:

$r =$ .....

مساحة المقطع:

$\pi r^2 =$ .....

الحجم:

.....

.....

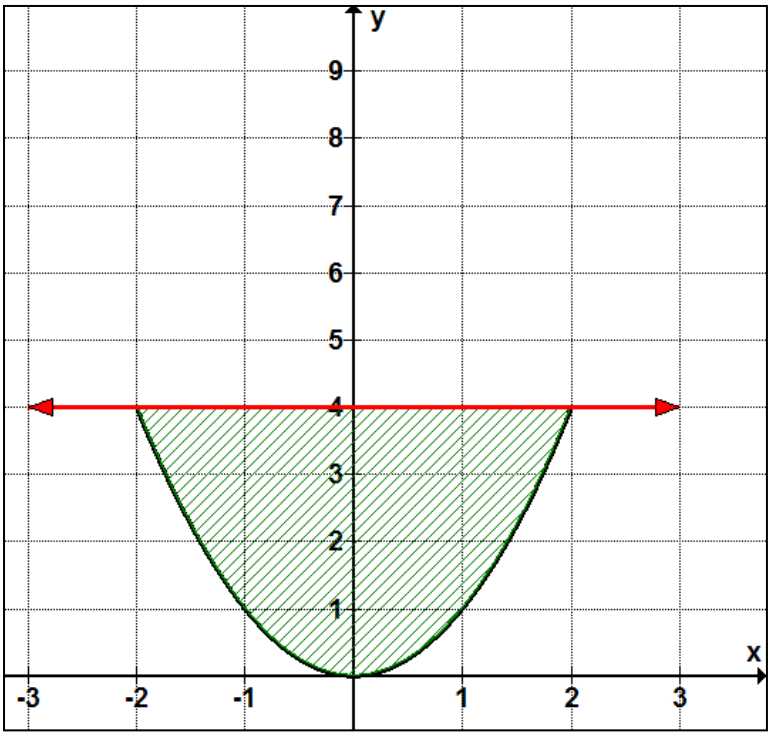
.....

.....

ثانيًا: الحجوم أقراص

	الدوران حول محور x أو مستقيم أفقي	الدوران حول محور y أو مستقيم رأسي
المقطع العرضي	رأسي: عمودي على محور الدوران	أفقي: عمودي على محور الدوران
الدالة	$y = f(x)$	$x = f(y)$
حدود التكامل	رأسية من محور x: من اليسار إلى اليمين $x = a \ , \ x = b$	أفقية من محور y: من أسفل إلى أعلى $y = c \ , \ y = d$
الحجم	$V = \pi \int_a^b [f(x)]^2 \, dx$	$V = \pi \int_c^d [f(y)]^2 \, dy$

تمرين 26 صـ 430 ـ : أوجد حجم المجسم الناتج من الدوران حول المستقيم $y = 4$ للمنطقة المحدودة بالمنحنيات $y = 4$, $y = x^2$



نصف قطر المقطع:

$r =$ .....

مساحة المقطع:

$\pi r^2 =$ .....

الحجم:

.....

.....

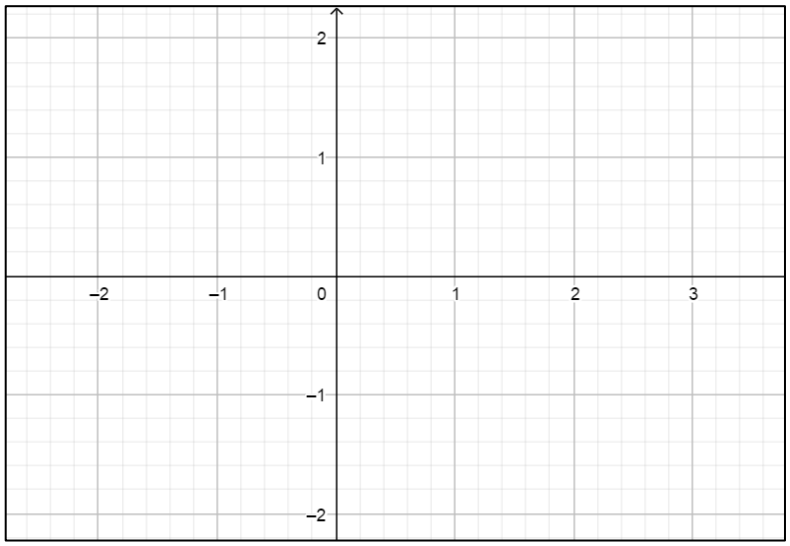
.....

.....

ثانيًا: الحجوم أقراص

تمارين ص 431:

31. على فرض أنّه يتم دوران المربع المكوّن من كل نقاط (x, y) مع $-1 \le x \le 1$ و $-1 \le y \le 1$ حول المحور y. أثبت أنّ حجم المجسّم الناتج هو 2π.



المنحنى هو:

.....

نصف قطر المقطع:

$r =$ .....

مساحة المقطع:

$\pi r^2 =$ .....

الحجم:

.....

.....

.....

.....

.....

حل آخر باستخدام الخواص الهندسية:

.....

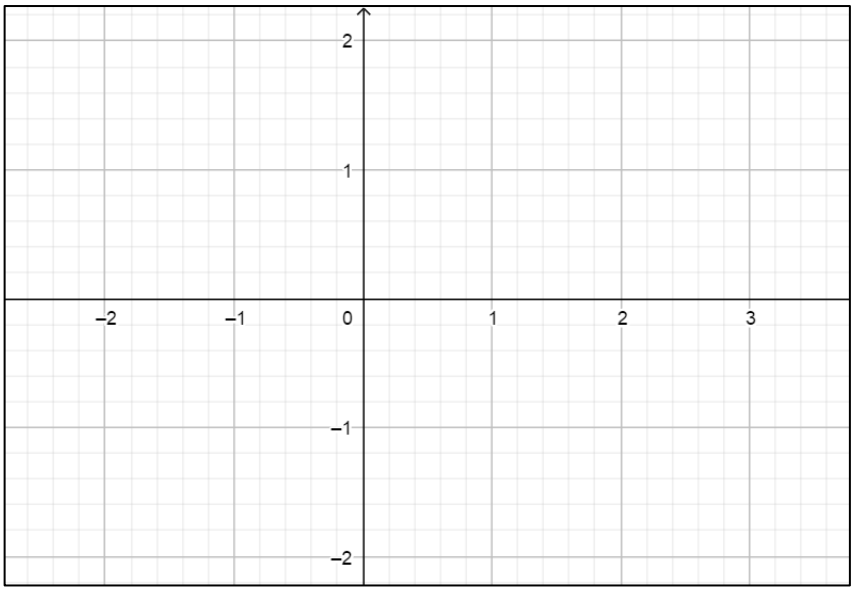
.....

.....

ثانيًا: الحجوم أقراص

تمارين ص 431:

33. على فرض يتم دوران المثلث رؤوسه $(-1, -1)$ و $(0, 1)$ و $(1, -1)$ حول المحور y. أثبت أنّ حجم المجسّم الناتج هو $\frac{2}{3}\pi$



الحجم:

.....

.....

.....

.....

.....

.....

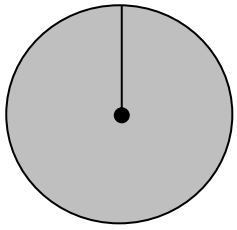
.....

الحجوم الدورانية

إذا كانت منطقة المساحة

ملاصقة لمحور الدوران على طول الفترة [a,b] بأكملها	غيرملاصقة لمحور الدوران على طول الفترة [a,b] بأكملها

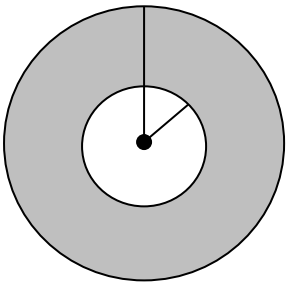
فالمجسم الناتج من الدوران مصمت والمقاطع أقراص



ومساحته:

$A = \ldots\ldots\ldots$

فالمجسم الناتج من الدوران أجوف والمقاطع حلقات



ومساحته:

$A = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$

المقاطع حلقات

الحجم: هو التكامل المحدود لمساحة المقطع العرضي (مساحة الحلقة)

	الدوران حول محور x أو مستقيم أفقي	الدوران حول محور y أو مستقيم رأسي
المقطع العرضي	رأسي: عمودي على محور الدوران	أفقي: عمودي على محور الدوران
الدوال	$y = f(x)$	$x = f(y)$
حدود التكامل	رأسية من محور x: من اليسار إلى اليمين وهي حدود المجسم بعد الدوران $x = a \ , \ x = b$	أفقية من محور y: من أسفل إلى أعلى وهي حدود المجسم بعد الدوران $y = c \ , \ y = d$
الحجم	$V = \pi \int_a^b [R^2(x) - r^2(x)]\, dx$ حيث: $R(x)$ نصف القطر الخارجي $r(x)$ نصف القطر الداخلي	$V = \pi \int_c^d [R^2(y) - r^2(y)]\, dy$ حيث: $R(y)$ نصف القطر الخارجي $r(y)$ نصف القطر الداخلي

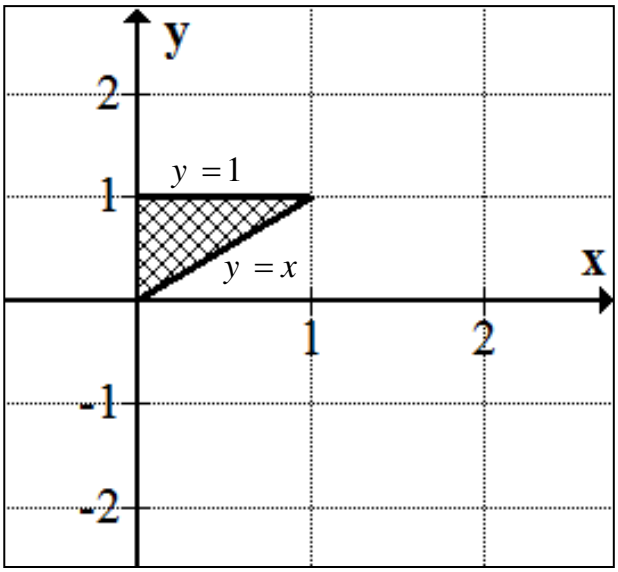
ثالثاً :الحجوم حلقات

1) الدوران حول محور x أو مستقيم أفقي

$$V = \pi \int_a^b [R^2(x) - r^2(x)]\, dx$$

تدريب: أوجد حجم الجسم الناتج من الدوران حول محور السينات للمنطقة المحدودة بالمستقيمات والمنحنيات

$y = x$, $y = 1$, $x = 0$



نصف القطر الداخلي	نصف القطر الخارجي
$r =$ ……	$R =$ ……
مساحة المقطع الداخلي	مساحة المقطع الخارجي
$\pi r^2 =$ ……	$\pi R^2 =$ ……

الحجم:

……

……

……

……

……

……

……

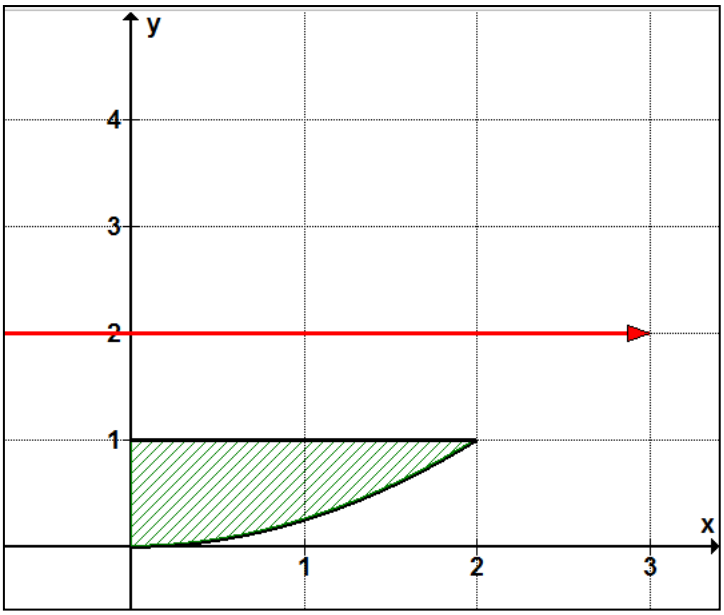
ثالثاً :الحجوم حلقات

1) الدوران حول محور x أو مستقيم أفقي

$$V = \pi \int_a^b [R^2(x) - r^2(x)]\, dx$$

تدريب: أوجد حجم الجسم الناتج من الدوران حول $y = 2$ للمنطقة المحدودة بالمستقيمات والمنحنيات

$$y = \frac{x^2}{4} \quad , \quad y = 1 \quad , \quad x = 0$$



نصف القطر الداخلي	نصف القطر الخارجي
r = ……...	R = ……
مساحة المقطع الداخلي	مساحة المقطع الخارجي
πr^2 = ……...	πR^2 = ……

الحجم:

……

……

……

……

……

……

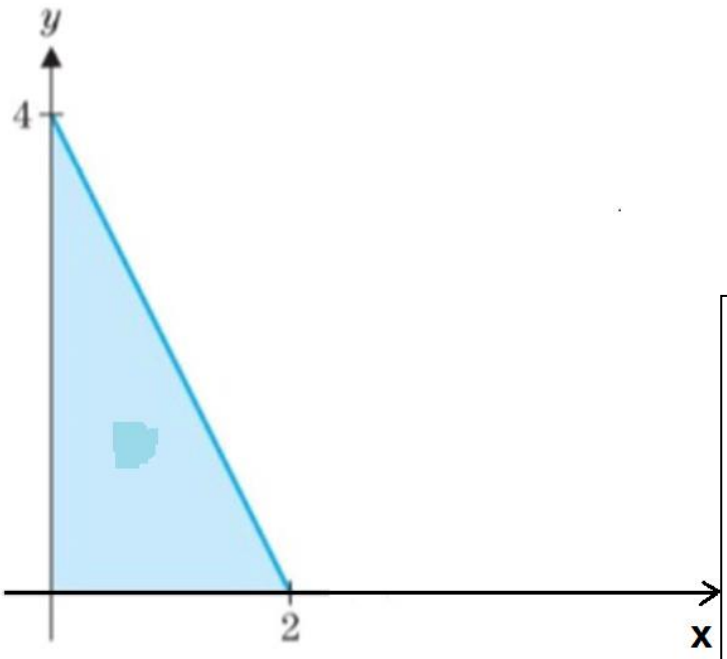
……

ثالثاً :الحجوم حلقات

2) الدوران حول محور y أو مستقيم رأسي

$$V = \pi \int_c^d [R^2(y) - r^2(y)]\, dy$$

25. لتكنّ A هي المنطقة المحدودة بواسطة $y = 4 - 2x$ والمحور x والمحور y. احسب حجم المجسّم الذي تكوّن من دوران A حول المستقيم $x = 2$



الدالة في y
.....
.....

نصف القطر الداخلي	نصف القطر الخارجي
r = ...	R = ...
مساحة المقطع الداخلي	مساحة المقطع الخارجي
πr^2 = ...	πR^2 = ...

الحجم:

.....

.....

.....

.....

.....