تم تحميل هذا الملف من موقع المناهج الإماراتية

*للحصول على أوراق عمل لجميع الصفوف وجميع المواد اضغط هنا

https://almanahj.com/ae

* للحصول على أوراق عمل لجميع مواد الصف الثاني عشر المتقدم اضغط هنا

https://almanahj.com/ae/15

* للحصول على جميع أوراق الصف الثاني عشر المتقدم في مادة رياضيات ولجميع الفصول, اضغط هنا

https://almanahj.com/ae/15

* للحصول على أوراق عمل لجميع مواد الصف الثاني عشر المتقدم في مادة رياضيات الخاصة بـ اضغط هنا

https://almanahj.com/ae/15

* لتحميل كتب جميع المواد في جميع الفصول للـ الصف الثاني عشر المتقدم اضغط هنا

https://almanahj.com/ae/grade15

للتحدث إلى بوت المناهج على تلغرام: اضغط هنا

https://t.me/almanahj_bot

الرياضيات المتقدمة

الصف الثاني عشر المتقدم

الوحدة الرابعة

الفصل الدراسي الثاني للعام الدراسي 2020-2021

مدرس المادة:- صكبان صالح محمد

الوحدة (4) :- تطبيقات الاشتقاق

التقريبات الخطية وطريقة نيوتن

معادلة التقريب الخطي (معادلة المماس) للدالة $f(x)$ عند النقطة $x = x_0$:-

$$L(x) = f(x_0) + f'(x_0)(x - x_0)$$

س1):- أوجد التقريب الخطي للدالة $f(x) = \cos x$ عند $x_0 = \frac{\pi}{3}$

.....

.....

.....

س2):- أوجد التقريب الخطي للدالة $f(x) = \sin x$ عندما تقترب x من الصفر .

.....

.....

.....

.....

س3):- استخدم التقريب الخطي لتقريب كل من الجذور :- $\sqrt{26}$, $\sqrt[3]{25.2}$

.....

.....

.....

.....

.....

س4):- قدرت شركة أنه يمكن بيع $f(x)$ ألف ألة تصوير بسعر x درهم . كما هو معطى في الجدول المجاور . قدر عدد الات التصوير التي يمكن بيعها بسعر 7 دراهم .

x	6	10	14
f(x)	84	60	32

.....

.....

.....

.....

س5):- أوجد التقريب الخطي للدالة $f(x)=\frac{2}{x}$, $x_0=1$. ثم قدر العدد المعطى $\frac{2}{0.99}$

.....

.....

.....

س6):- استخدم التقريبات الخطية لتقدير الكمية المطلوبة :- $\cos(1)$

.....

.....

.....

س7):- أوجد التقريب الخطي للدالة $f(x)=\sin x$, $x_0=0$ ثم قدر $\sin(3.0)$

.....

.....

.....

الواجب :- أوجد القيمة التقريبية لكل مما يلي باستخدام التفاضل $\sqrt{15^{-1}}$, $\sqrt[3]{-63}$

.....

.....

.....

طريقة نيوتن رافسون للتقريب :-

$$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)} \quad , \quad n = 0,1,2,.....$$

س8):- استخدم طريقة نيوتن لإيجاد الصفر التقريبي للدالة $f(x) = x^5 - x + 1$

.....

.....

.....

.....

س9):- استخدم طريقة نيوتن لتقريب الجذور $\sqrt{23}$, $\sqrt[3]{11}$

.....

.....

.....

.....

س10):- استخدم طريقة نيوتن لحساب x_2 , x_1 حيث $f(x) = x^3 + 3x^2 - 1$, $x_0 = 1$

.....

.....

.....

.....

.....

س11):- لماذا تفشل طريقة نيوتن هنا $4x^3 - 7x^2 + 1 = 0$

.....

.....

.....

.....

.....

قاعدة لوبيتال

من الصيغ غير المعرفة التي مرت علينا (0^0 , $0\times\infty$, 1^∞ , $\infty-\infty$, ∞^0 , $\frac{\infty}{\infty}$, $\frac{0}{0}$)

ملاحظة:- قاعدة لوبيتال تطبق فقط عندما يكون ($\frac{\infty}{\infty}$, $\frac{0}{0}$) ، أما الصيغ الاخرى تحتاج بعض التعديلات فقط ثم نطبق القاعدة .

س1):- أوجد النهايات التالية ؟ بعد تحديد ما إذا كان يمكن استخدام طريقة لوبيتال أم لا :-

1) $\lim_{x\to 0}\frac{\sin x}{e^{3x}-1}$

2) $\lim_{t\to\infty}\frac{e^{2t}}{t^4+2}$

3) $\lim_{x\to 1}\frac{\ln x}{x-1}$

4) $\lim_{x\to\infty}\frac{x+5}{x^2+6x+5}$

5) $\lim_{x\to\infty}\frac{e^x}{x}$

6) $\lim_{x\to 0}\frac{\sin x}{\sin^{-1}x}$

س2):- أوجد النهايات التالية باستحدام قاعدة لوبيتال :-

7) $\lim_{x\to 0}\frac{1-\cos x}{\sin x}$

8) $\lim_{x\to 0}\frac{x^2}{e^x-1}$

.....

.....

.....

.....

9) $\lim_{x\to \infty}\frac{\tan^{-1} x}{x}$

10) $\lim_{x\to 0^+}\frac{\ln x}{\csc x}$

.....

.....

.....

.....

.....

س3):- الصيغة 1^{∞} ، 0^0

11) $\lim_{x\to \infty}(x+1)^{\frac{2}{x}}$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

12) $\lim_{x\to 0^+} (\sin x)^x$

.....

.....

.....

.....

.....

13) $\lim_{x\to 0^+} (\cos x)^{\frac{1}{x}}$

.....

.....

.....

.....

.....

الواجب :- **اوجد النهايات التالية باستخدام قاعدة لوبيتال**

1) $\lim_{x\to \frac{\pi}{2}} \frac{\cos x}{\pi - 2x}$

2) $\lim_{x\to 0} \frac{\sin x^2 - \sin^2 x}{x^4}$

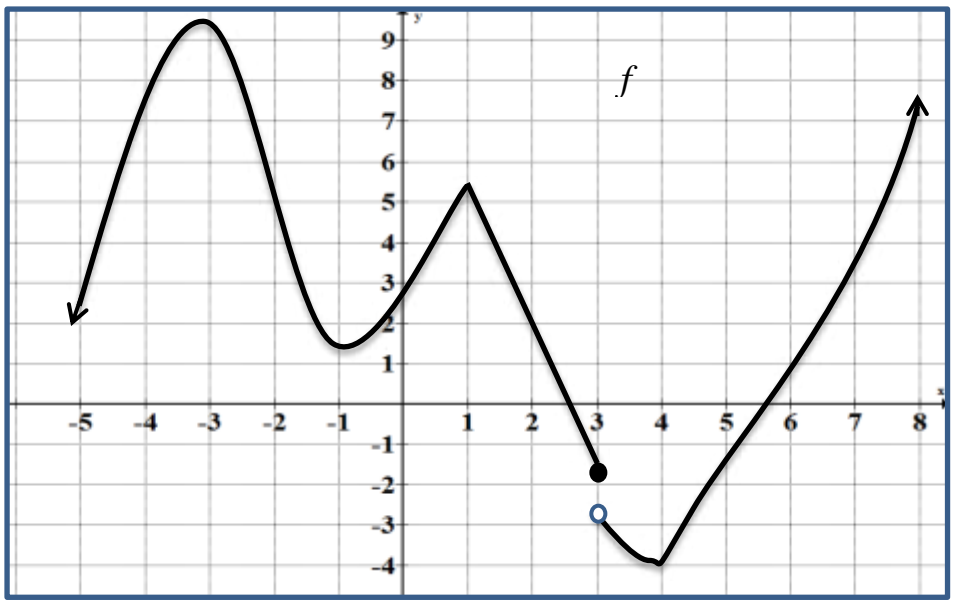
3) $\lim_{x\to 0} \frac{1-\cos x - \frac{1}{2}x^2}{x^4}$

القيم العظمى والصغرى [4,3]

ملاحظة :- يمكن إيجاد القيم العظمى والقيم الصغرى المحلية (والقيم المطلقة) (بيانياً أو جبرياً) .

تعريف النقطة الحرجة (العدد الحرج). تكون النقطة a نقطة حرجة عندما تكون $f'(a)=0$ أو $f'(a)$ غير معرفة . حيث النقطة a تقع في مجال الدالة f .

س3):- من الشكل المجاورالذي يمثل بيان الدالة f حدد ما يلي .



1):- الأعداد الحرجة

2):- القيم العظمى والقيم الصغرى المحلية .

3):- القيم العظمى والصغرى المطلقة :-

الدوال المتزايدة والمتناقصة [4,4]

تكون الدالة متزايدة في فترة إذا كانت $1)\quad x_2>x_1 \rightarrow f(x_2)>f(x_1)$

تكون الدالة متناقصة في فترة إذا كانت $2)\quad x_2>x_1 \rightarrow f(x_2)<f(x_1)$

كما مر بنا سابقاً في الفصل الدراسي الأول .

نظرية :- إذا كانت الدالة f قابلة للإشتقاق في فترة معينة فإن :-

1):- تكون الدالة f متزايدة إذا كانت $f'(x)>0$

2):- تكون الدالة f متناقصة إذا كانت $f'(x)<0$

س):- متى تكون $f'(x)>0$ ، ومتى تكون $f'(x)<0$

الجواب :-

.....

س1):- لكل مما يلي أوجد (النقاط الحرجة ، فترات التزايد والتناقص ، القيم القصوى المحلية)

1) $f(x)=2x^3-3x^2-12x+5$

2) $f(x)=(3x+1)^{\frac{2}{3}}$

3) $f(x)=\begin{cases} x^2+2x-1 & , \quad x<0 \\ x^2-4x+3 & , \quad x\geq 0 \end{cases}$

4) $f(x)=\dfrac{3x^2}{x-3}$, $[-2,2]$

س2:- في كل مما يلي أوجد (النقاط الحرجة والقيم القصوى المطلقة) في الفترة المشار إليها .

1) $f(x)=x^3-3x+1$, $[-3,2]$

.....

.....

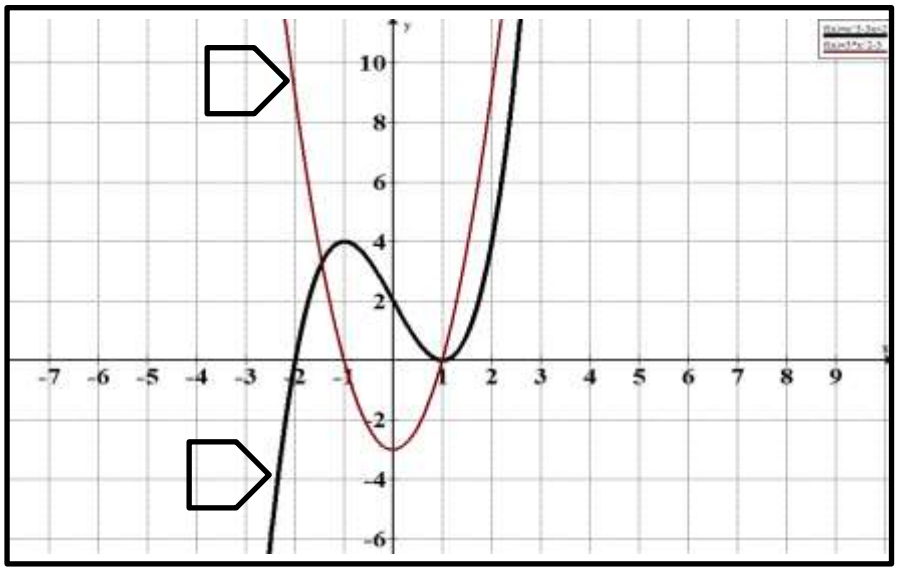
.....

.....

.....

كيفية إيجاد النقاط الحرجة والقيم القصوى المحلية وفترات التزايد وفترات التناقص من رسم المشتقة الأولى :-

س3):- الشكل المجاور يمثل بيان الدالة $f(x)$ وبيان مشتقتها الأولى $f'(x)$ والمطلوب :-



أين $f(x)$ وأين $f'(x)$ ؟

.....

1): النقاط الحرجة للدالة $f(x)$

.....

.....

2):- فترات التزايد للدالة $f(x)$

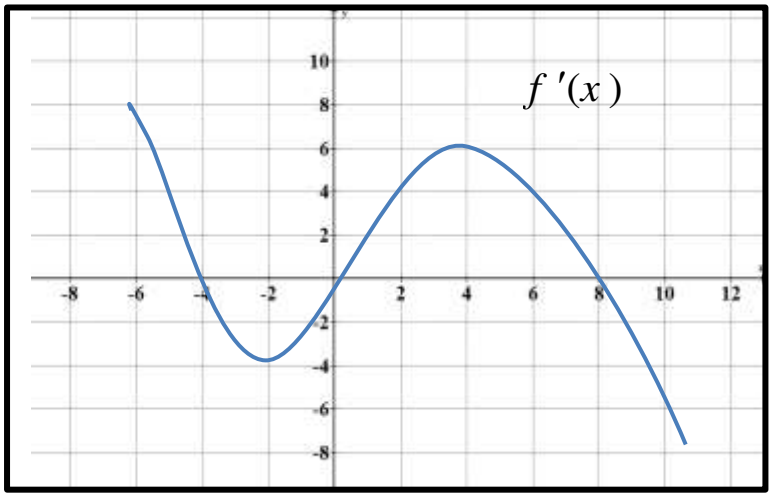
.....

3):- فترة التناقص للدالة $f(x)$

.....

4):- قيم x التي عندها قيم عظمى وصغرى ؟ هل توجد للدالة قيم قصوى مطلقة ؟

س4):- الشكل المجاور يمثل بيان المشتقة الأولى $f'(x)$ والمطلوب :-



1):- النقاط الحرجة للدالة f

2):- قيم x التي عندها قيم قصوى محلية لـ f

3):- فترات التزايد وفترات التناقص للدالة f

4):- أيهما أكبر $f(8)$.....$f(4)$ من الشكل المجاور .

س5):- ارسم كل من الدالتين التاليتين بيانياً بالخصائص التالية .

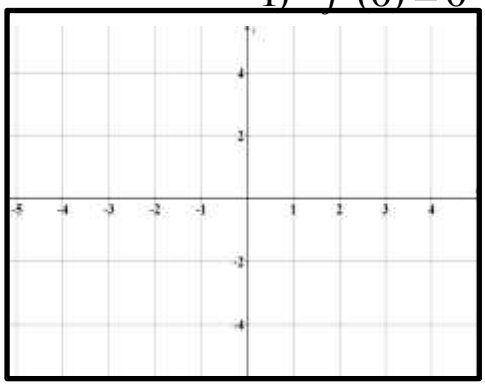
1):-

1) $f(0)=0$, $f'(x)>0 \rightarrow x<-1, -1<x<1$

$f'(x)<0 \rightarrow x>1$

$f''(x)>0 \rightarrow x<-1 \ , \ 0<x<1, \ x>1$

$f''(x)<0 \rightarrow -1<x<0$



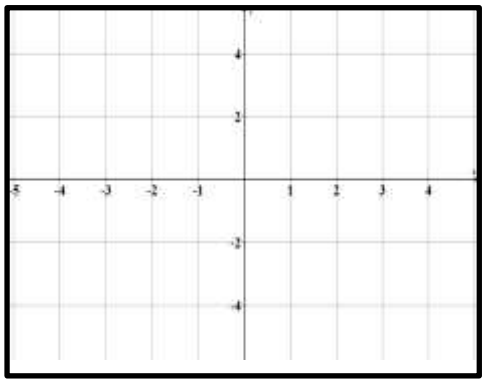
2):-

$f(0)=0 \ , \ f(-1)=-1 \ , f(1)=1$

$f'(x)>0 \rightarrow x<-1, 0<x<1$

$f'(x)<0 \rightarrow -1<x>0 \ , \ x>1$

$f''(x)<0 \rightarrow x<0, x>0$



س6):- أوجد جميع الأعداد الحرجة ثم استخدم اختبار المشتقة الثانية في تحديد جميع القيم القصوى المحلية للدالة :-

1) $f(x)=x^4-8x^2+1$

.....

.....

.....

.....

.....

2) $f(x)=\dfrac{x^2+1}{x^2}$

.....

.....

.....

.....

.....

س7):- إذا كانت 6 تمثل قيمة صغرى محلية لمنحنى الدالة $f(x)=3x^2-x^3+a$. أوجد قيمة a ثم أوجد معادلة المماس للمنحنى عند نقطة انعطافه .

.....

.....

.....

.....

.....

يتبع التقعر القيم المثلى والمعدلات المرتبطة بالزمن وتمارين إختيار من متعدد إن شاء الله