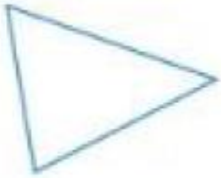
تصنيف المثلثات

تصنيف المثلثات 12-1

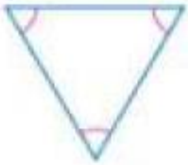
المفهوم الأساسي تصنيفات المثلثات حسب الزوايا

مثلث حاد



3 زوايا حادة

مثلث متساوي الزوايا

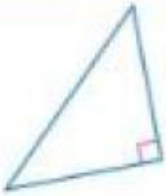


3 زوايا حادة متطابقة

مثلث منفرج الزاوية

1 زاوية منفرجة

مثلث قائم الزاوية



1 زاوية قائمة

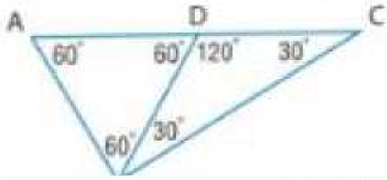
تمرين 1

ضع تصنيفًا لكل مثلث باعتباره حاد الزاوية أو متساوي الزوايا أو منفرج الزاوية أو قائم الزاوية . اشرح تبريرك.

4. $\triangle ABD$

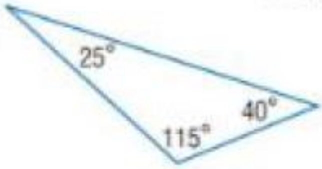
5. $\triangle BDC$

6. $\triangle ABC$

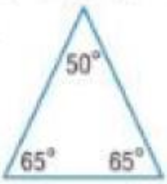


ضع تصنيفًا لكل مثلث باعتباره حاد الزاوية أو متساوي الزوايا أو منفرج الزاوية أو قائم الزاوية.

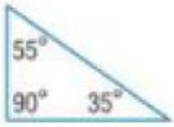
15.



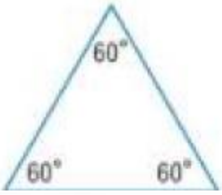
16.



17.

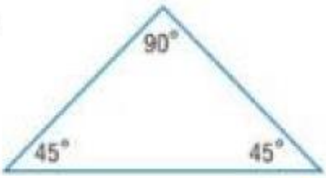


18.



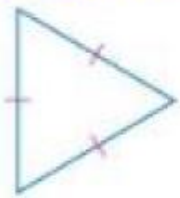
19.

20.



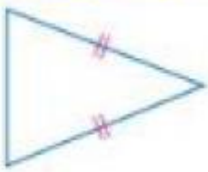
المفهوم الأساسي تصنيفات المثلثات حسب الأضلاع

مثلث متساوي الأضلاع



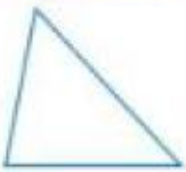
الأضلاع الثلاثة متطابقة

مثلث متساوي الساقين



ضلعان متطابقان على الأقل

مثلث مختلف الأضلاع



لا توجد أضلاع متطابقة

D

ضع تصنيفًا لكل مثلث باعتباره متساوي الأضلاع، أو متساوي الساقين، أو مختلف الأضلاع.

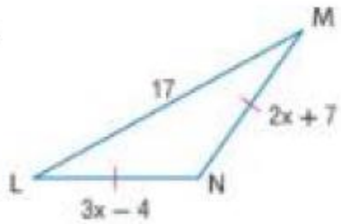
7.

8.

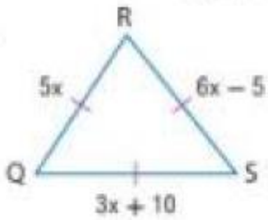
L

أوجد قيمةx وقياسات الأضلاع المجهولة لكل مثلث.

12.

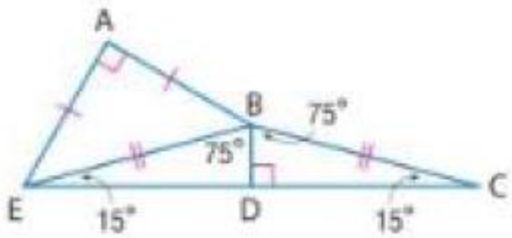


13.



Mohaed Kewan

الدقة ضع تصنيفًا لكل مثلث في الشكل حسب زواياه وأضلاعه.



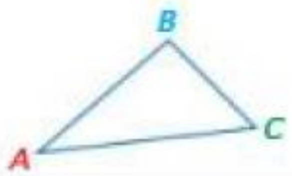
40. $\triangle ABE$

41. $\triangle EBC$

42. $\triangle BDC$

مجموع زوايا المثلث 2- 12

النظرية 12.1 نظرية مجموع زوايا المثلث



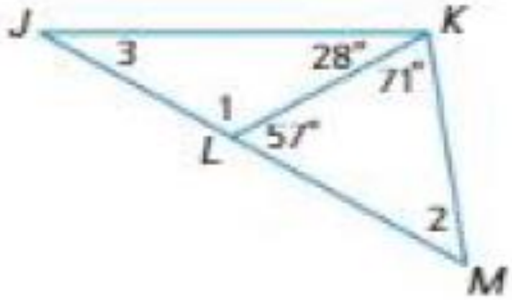
الشرح يبلغ مجموع قياسات زوايا المثلث 180.

مثال $m\angle A + m\angle B + m\angle C = 180$

صـ 771

تمرين موجّه

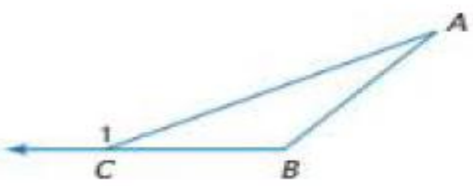
أوجد قياسات جميع الزوايا المرقمة.



النظرية 12.2 نظرية الزوايا الخارجية

قياس الزاوية الخارجية في مثلث يساوي مجموع قياسات الزاويتين الداخليتين غير المجاورتين.

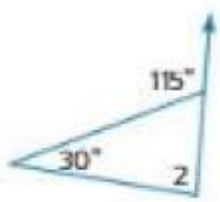
مثال $m\angle A + m\angle B = m\angle 1$



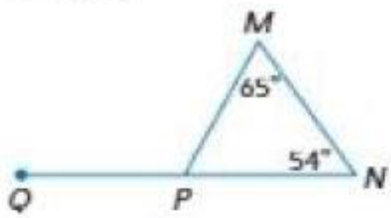
تمرين 2

أوجد قياس كل مما يلي.

3. $m\angle 2$



4. $m\angle MPQ$



Mohamed Kewan

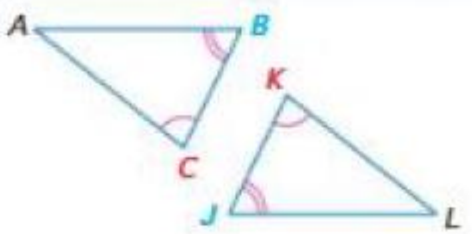
Mohaed Kewan

المثلثات المتطابقة 3 – 12

النظرية 12.3 نظرية الزوايا الثالثة

الشرح: إذا كانت زاويتان في مثلث متطابقتين مع زاويتين في مثلث آخر، فعندئذٍ تتطابق الزاوية الثالثة في المثلثين.

مثال: إذا كانت $\angle C \cong \angle K$ و $\angle B \cong \angle J$، إذاً $\angle A \cong \angle L$.



النظرية 12.4 خصائص تطابق المثلث

خاصية انعكاس تطابق المثلث

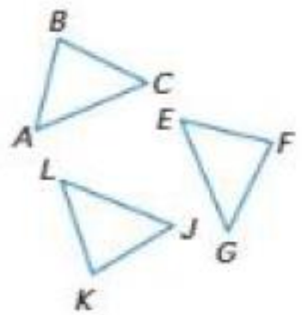
$\triangle ABC \cong \triangle ABC$

خاصية تناظر تطابق المثلث

إذا كان $\triangle ABC \cong \triangle EFG$، فإن $\triangle EFG \cong \triangle ABC$.

خاصية تعدي تطابق المثلث

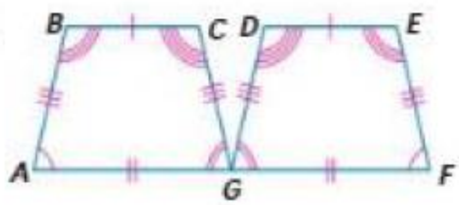
إذا كان $\triangle ABC \cong \triangle EFG$ و $\triangle EFG \cong \triangle JKL$، فإن $\triangle ABC \cong \triangle JKL$.



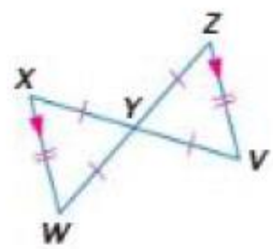
تمرين 1 :

وضّح أن الشكلين المضلعين متطابقان عن طريق تحديد جميع الأجزاء المتناظرة المتطابقة. ثم اكتب عبارة التطابق.

1.



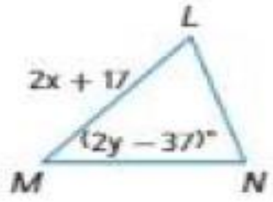
2.

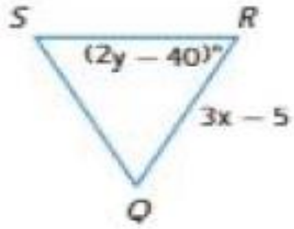


في الشكل، $\triangle LMN \cong \triangle QRS$.

3. أوجد x.

4. أوجد y.

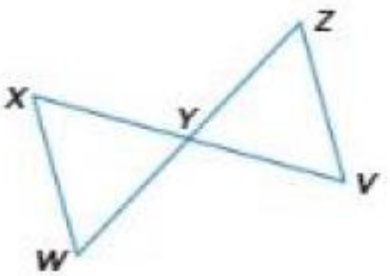




7. البرهان اكتب برهانًا حرًا.

المعطيات: Y هي نقطة منتصف $\overline{XV}$ و $\overline{WZ}$،
$\overline{WX} \parallel \overline{ZV}; \overline{WX} \cong \overline{ZV}$

المطلوب: $\triangle WYX \cong \triangle ZYV$



21. المعطيات: متوازي الأضلاع $PQRS$

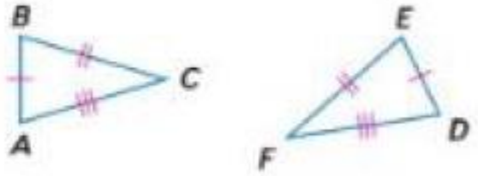
المطلوب: $\triangle PQS \cong \triangle RSQ$

إثبات تطابق المثلثات S S S , S A S 12 - 4

المسلّمة 12.1 تطابق بتساوي الأضلاع الثلاثة (SSS)

إذا كانت ثلاثة أضلاع في مثلث متطابقة مع ثلاثة أضلاع في مثلث آخر، فالمثلثان متطابقان.

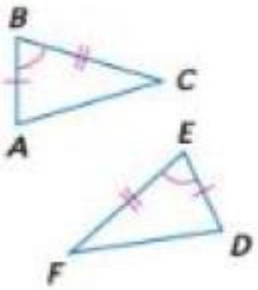
مثال إذا كان الضلع $\overline{AB} \cong \overline{DE}$،
الضلع $\overline{BC} \cong \overline{EF}$،
والضلع $\overline{AC} \cong \overline{DF}$،
إذًا $\triangle ABC \cong \triangle DEF$.



المسلّمة 12.2 التطابق بتساوي ضلعين وزاوية (SAS)

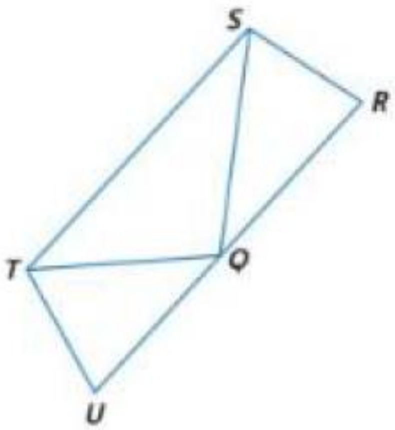
الشرح عند تطابق ضلعين والزاوية المحصورة بينهما في مثلث مع ضلعين والزاوية المحصورة بينهما في مثلث آخر، فيكون المثلثان متطابقين.

مثال إذا كان الضلع $\overline{AB} \cong \overline{DE}$،
والزاوية $\angle B \cong \angle E$،
والضلع $\overline{BC} \cong \overline{EF}$،
فإن $\triangle ABC \cong \triangle DEF$.

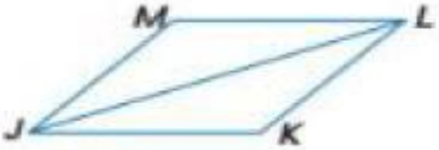


تمرين 1 : الكتاب صـــ 738

3. في الرسم التخطيطي، $\triangle TQS$ متساوي الأضلاع، و $\angle RSQ \cong \angle UTQ$ و $\overline{SR} \cong \overline{TU}$. اكتب برهانا حرًا لإثبات أن $\triangle RSQ \cong \triangle UTQ$.



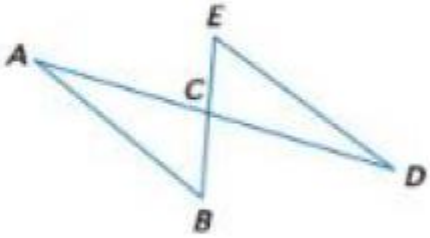
انشاءات هندسية رسم مثلثات S S S , S A S



4. اكتب برهانًا من عمودين.

المعطيات: $\overline{JK} \cong \overline{LM}$; $\angle KJL \cong \angle MLJ$

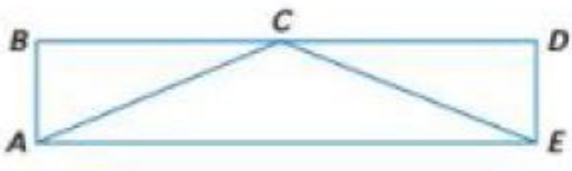
المطلوب: $\overline{JM} \cong \overline{LK}$



6. برهان من عمودين

المعطيات: C نقطة منتصف كل من $\overline{AD}$ و $\overline{BE}$

المطلوب: $\triangle ABC \cong \triangle DCE$



13. برهان حرّ

المعطيات: المستطيل $ABDE$؛ C نقطة منتصف $\overline{BD}$

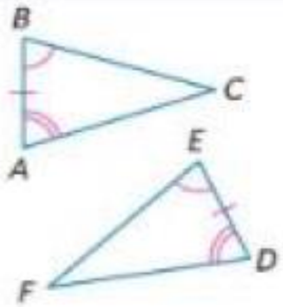
المطلوب: $\triangle ABC \cong \triangle EDC$

مسلمة زاويتين وضلع 5 – 12

المسلّمة 12.3 تطابق زاويتين والضلع المحصور بينهما (ASA)

عند تطابق زاويتين والضلع المحصور بينهما في مثلث مع زاويتين والضلع المحصور بينهما في مثلث آخر، يكون المثلثان متطابقان.

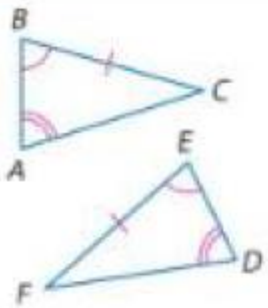
مثال إذا كانت الزاوية $\angle D \cong \angle A$،
والضلع $\overline{DE} \cong \overline{AB}$،
الزاوية $\angle E \cong \angle B$،
فإن $\triangle DEF \cong \triangle ABC$.



النظرية 12.5 تطابق بتساوي زاويتين وضلع (AAS)

عند تطابق زاويتين والضلع غير المحصور بينهما في مثلث مع زاويتين وضلع مناظرين في مثلث آخر، فالمثلثان متطابقان.

مثال إذا كانت الزاوية $\angle D \cong \angle A$،
الزاوية $\angle E \cong \angle B$،
و الضلع $\overline{EF} \cong \overline{BC}$،
فإن $\triangle DEF \cong \triangle ABC$.



ملخص حالات التطابق

ملخص المفهوم البرهنة على تطابق المثلثات

ضلع-ضلع-ضلع	ضلع-زاوية-ضلع	زاوية-ضلع-زاوية	ضلع-ضلع-زاوية
			
تطابق ثلاثة أزواج من الأضلاع المتناظرة.	تطابق زوجين من الأضلاع المتناظرة والزاويتين المحصورتين بينهما.	تطابق زوجين من الزوايا المتناظرة والضلعين المحصورين بينهما.	تطابق زوجين من الزوايا المتناظرة والضلعين المتناظرين غير المحصورين.

انشاءات هندسية رسم مثلثات A A S , A S A

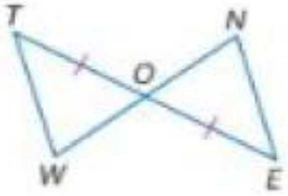
M o h a m e d K e w a n

M o h a e d K e w a n

تمرين 1 : **2.** برهان من عمودين

المعطيات: $\overline{WT} \parallel \overline{NE}; \overline{TO} \cong \overline{EO}$

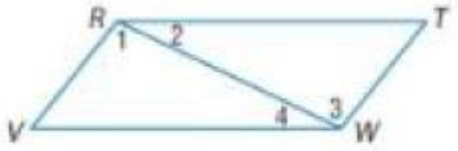
المطلوب: $\triangle WOT \cong \triangle NOE$



3. برهان حرّ

المعطيات: $\overline{RV} \parallel \overline{TW}; \overline{RT} \parallel \overline{VW}$

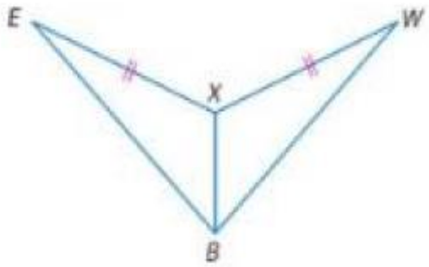
المطلوب: $\triangle RWV \cong \triangle WRT$



4. برهان من عمودين

المعطيات: $\overline{EX} \cong \overline{WX}$؛ $\overline{XB}$ ينصف $\angle EXW$ و $\angle EBW$

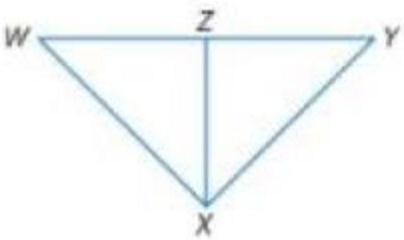
المطلوب: $\triangle EXB \cong \triangle WXB$



12. **البرهان** اكتب برهانًا تسلسليًا.

المعطيات: $\overline{XZ}$ هو المنصف العمودي لـ $\overline{WY}$

المطلوب: $\angle W \cong \angle Y$



مختبر الهندسة
التطابق في المثلثات قائمة الزاوية

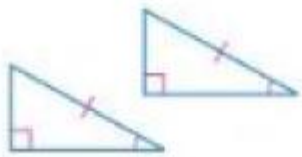
النظرية تطابق المثلثات قائمة الزاوية

النظرية 12.6 تطابق بتساوي ساقين
إذا كانت ساقا مثلث قائم الزاوية متطابقتين مع الساقين المناظرتين في مثلث آخر قائم الزاوية، فالمثلثان متطابقان.

الاختصار *LL* يرمز إلى تساوي ساقين

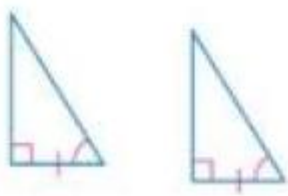
النظرية 12.7 تطابق وتر وزاوية
إذا كان الوتر وزاوية حادة في مثلث قائم الزاوية متطابقين مع الوتر والزاوية الحادة المناظرتين في مثلث آخر قائم الزاوية، فالمثلثان متطابقان.

الاختصار *HA* يرمز إلى وتر وزاوية



النظرية 12.8 تطابق ساق وزاوية
إذا كانت ساق واحدة وزاوية حادة في مثلث قائم الزاوية متطابقتين مع الساق والزاوية الحادة المناظرتين في مثلث آخر قائم الزاوية، فالمثلثان متطابقان.

الاختصار *LA* يرمز إلى ساق وزاوية

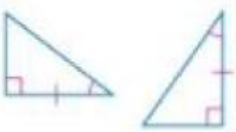


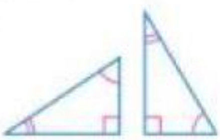
النظرية 12.9 تطابق وتر وساق
إذا كان الوتر وساق في مثلث قائم الزاوية متطابقان مع الوتر والساق المناظرين في مثلث آخر قائم الزاوية، فالمثلثان متطابقان.

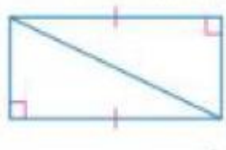
الاختصار *HL* يرمز إلى وتر وساق

تمرين 1 :

حدد ما إذا كان كل زوجين من المثلثات متطابقين. إذا كان الأمر كذلك، فحدد المسلّمة أو النظرية المستخدمة.

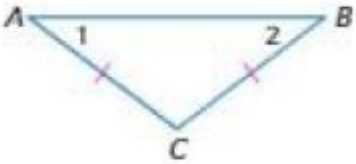
7.


8.


9.


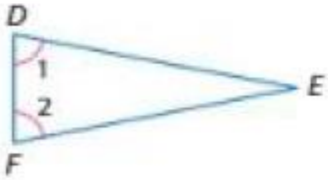
المثلثات متساوية الساقين ومتساوية الاضلاع   6 – 12

النظريات المثلث متساوي الساقين



12.10 نظرية المثلث متساوي الساقين إذا كان ضلعان في المثلث متطابقين، فالزاويتان المقابلتان لهذين الضلعين متطابقتان.

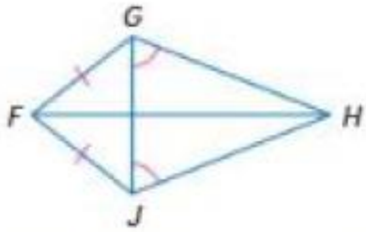
مثال إذا كان $\overline{AC} \cong \overline{BC}$، فإن $\angle 1 \cong \angle 2$.



12.11 معكوس نظرية المثلث متساوي الساقين
إذا كانت زاويتان في المثلث متطابقتين، فالضلعان المقابلان لهاتين الزاويتين متطابقان.

مثال إذا كان $\angle 2 \cong \angle 1$، فإن $\overline{FE} \cong \overline{DE}$.

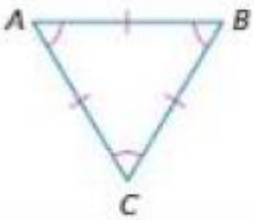
تمرين 1 : تمرين موجّه



1A. اذكر اسم زاويتين متطابقتين ليست عليهما علامة.

1B. اذكر اسم قطعتين متطابقتين ليست عليهما علامة.

اللازمات المثلث متساوي الأضلاع

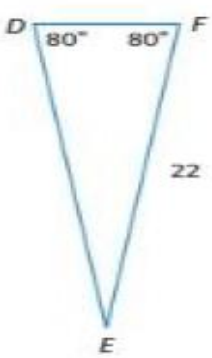


12.3 يكون المثلث متساوي الأضلاع فقط إذا كان متساوي الزوايا.

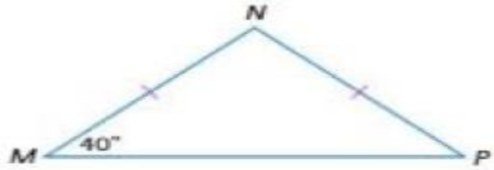
مثال إذا كانت $\angle A \cong \angle B \cong \angle C$، فإن $\overline{AB} \cong \overline{BC} \cong \overline{CA}$.

تمرين 2 : **أوجد قياس كل مما يلي.**

3. DE



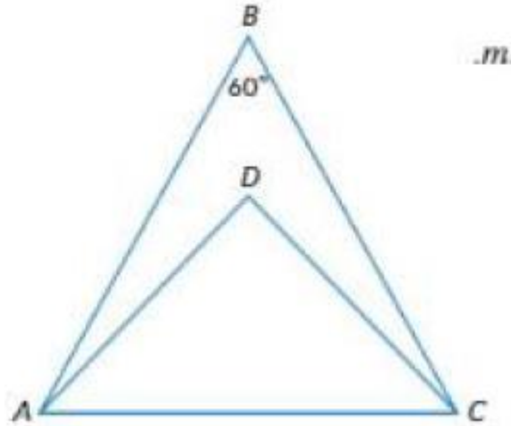
4. $m\angle MPN$



7. البرهان اكتب برهانًا من عمودين.

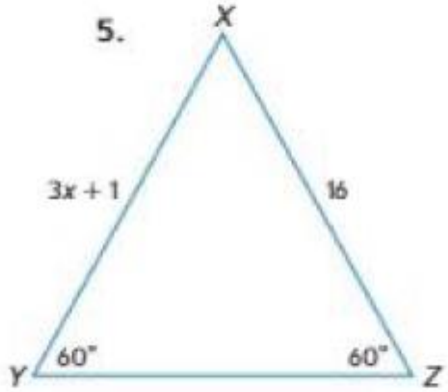
المعطيات: $m\angle ABC = 60$, $\overline{DA} \cong \overline{DC}$, $\angle BAD \cong \angle BCD$.

المطلوب: $\triangle ABC$ متساوي الأضلاع.

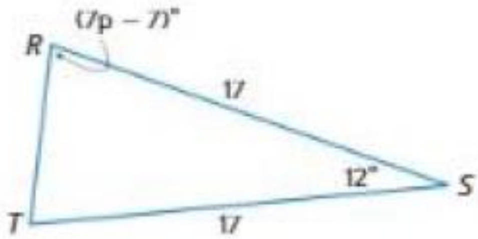


الجبر أوجد قيمة كل متغير.

5.



6.



19.