

## شكراً لتحميلك هذا الملف من موقع المناهج الإماراتية



## التشابه والتحويلات مع الحل

[موقع المناهج](#) ⇨ [المناهج الإماراتية](#) ⇨ [الصف التاسع المتقدم](#) ⇨ [رياضيات](#) ⇨ [الفصل الثالث](#) ⇨ [الملف](#)

تاريخ نشر الملف على موقع المناهج: 17:36:40 2019-06-05

## التواصل الاجتماعي بحسب الصف التاسع المتقدم



## روابط مواد الصف التاسع المتقدم على تلغرام

[الرياضيات](#)

[اللغة الانجليزية](#)

[اللغة العربية](#)

[التربية الاسلامية](#)

## المزيد من الملفات بحسب الصف التاسع المتقدم والمادة رياضيات في الفصل الثالث

[حل أسئلة الامتحان النهائي الالكتروني ريفيل](#)

1

[أسئلة الامتحان النهائي الالكتروني بريدج](#)

2

[أسئلة الامتحان النهائي الورقي بريدج](#)

3

[حل أسئلة الاختبار التحريبي ريفيل](#)

4

[أسئلة نموذج تدريبي ريفيل](#)

5

كل ما يحتاجه الطالب في جميع الصفوف من أوراق عمل واختبارات ومذكرات، يجده هنا في الروابط التالية لأفضل مواقع تعليمي إماراتي 100 %

<u>تطبيق المناهج الإماراتية</u>	<u>الاجتماعيات</u>	<u>الرياضيات</u>
<u>الصفحة الرسمية على التلغرام</u>	<u>الاسلامية</u>	<u>العلوم</u>
<u>الصفحة الرسمية على الفيسبوك</u>	<u>الانجليزية</u>	
<u>التربية الاخلاقية لجميع الصفوف</u>	<u>اللغة العربية</u>	
<u>التربية الرياضية</u>		
<b>مجموعات التلغرام.</b>	<b>مجموعات الفيسبوك</b>	<b>قنوات تلغرام</b>
<u>الصف الأول</u>	<u>الصف الأول</u>	<u>الصف الأول</u>
<u>الصف الثاني</u>	<u>الصف الثاني</u>	<u>الصف الثاني</u>
<u>الصف الثالث</u>	<u>الصف الثالث</u>	<u>الصف الثالث</u>
<u>الصف الرابع</u>	<u>الصف الرابع</u>	<u>الصف الرابع</u>
<u>الصف الخامس</u>	<u>الصف الخامس</u>	<u>الصف الخامس</u>
<u>الصف السادس</u>	<u>الصف السادس</u>	<u>الصف السادس</u>
<u>الصف السابع</u>	<u>الصف السابع</u>	<u>الصف السابع</u>
<u>الصف الثامن</u>	<u>الصف الثامن</u>	<u>الصف الثامن</u>
<u>الصف التاسع عام</u>	<u>الصف التاسع عام</u>	<u>الصف التاسع عام</u>
<u>الصف التاسع متقدم</u>	<u>الصف التاسع متقدم</u>	<u>الصف التاسع متقدم</u>
<u>الصف العاشر عام</u>	<u>الصف العاشر عام</u>	<u>الصف العاشر عام</u>
<u>الصف العاشر متقدم</u>	<u>الصف العاشر متقدم</u>	<u>الصف العاشر متقدم</u>
<u>الحادي عشر عام</u>	<u>الحادي عشر عام</u>	<u>الحادي عشر عام</u>
<u>الحادي عشر متقدم</u>	<u>الحادي عشر متقدم</u>	<u>الحادي عشر متقدم</u>
<u>ثاني عشر عام</u>	<u>الثاني عشر عام</u>	<u>الثاني عشر عام</u>
<u>ثاني عشر متقدم</u>	<u>الثاني عشر متقدم</u>	<u>الثاني عشر متقدم</u>

أو أي نوع كرة آخر مشابه، بالإضافة إلى مسطرة قياس مترية، وكوب ورقي، وشريط لاصق، وقلم تحديد.

- حدّد، على حائط مستو، نقطة قريبة من الأرض مستخدمًا قطعة من الشريط (النقطة A). قس مسافة تبلغ 4 أمتار وحدّد نقطة ثانية باستخدام الشريط على الحائط القريب من الأرضية (النقطة B). قس مترين إضافيين وحدّد علامة ثالثة بقطعة من الشريط مجددًا على الحائط القريب من الأرضية (النقطة C).

- بجوار النقطة A، قس للخارج مسافة عمودية مع الحائط تبلغ 5 أمتار وضع قطعة من الشريط اللاصق على الأرضية وقم بتسميتها "نقطة البدء".

- كيف يمكنك الاعتماد على خواص المثلثات المتشابهة لتحديد مدى البُعد الذي يتعين عنده وضع كوب ورقي متعامد مع الحائط عن النقطة C بحيث إذا دحرجت الكرة من نقطة البدء إلى النقطة B، ترند الكرة عند ارتطامها بالحائط وتسقط فوق الكوب؟

- ماذا يحدث عندما تُغيّر مسافة بُعد نقطة البدء عن الحائط؟

- سجّل نتائجك، وقم بإعداد رسم مقياسي تفصيلي لتجربتك وأعرض عملك على الفصل.

### لماذا؟

الرياضة يمكن استخدام البطاقات المتشابهة في الرياضة ليست بمسار كرة بل الصورة الرمز التي تتصل من شخص آخر.

### الحالي

في هذه الوحدة سوف:

- تحدد الخصائص المتشابهة وتستخدم النسبة والتناسب في حل المسائل.
- تحدد وتستخدم تحويلات التشابه.
- تستخدم المصاحف الرياضية/الهندسة والرسومات ذات الخلفيات النسبية في حل المسائل.

### المسابق

لقد درست موضوع النسبة والتناسب واستخدمت في تطبيقات من الحياة اليومية.

اسأل: ما معامل قياس  $\triangle DFG$  بالنسبة إلى

$$\triangle JHK \text{ ؟ } \frac{12}{4} \text{ أو } 3$$

ما معامل قياس  $\triangle JHK$  بالنسبة إلى  $\triangle DFG$  ؟

$$\frac{4}{12} \text{ أو } \frac{1}{3}$$

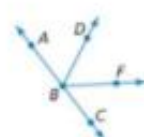


المفردات الأساسية قدم المفردات الأساسية في الوحدة متبعا النظام التالي.

عرّف: معامل المقياس هو نسبة أطوال الأضلاع المتناظرة في مضلعين متشابهين.

مثال: في الرسم التخطيطي،  $\triangle DFG \sim \triangle JHK$ .



مراجعة سريعة	تدريب سريع
<p>أوجد حل كل معادلة مما يلي.</p> <p>1. <math>\frac{3x}{8} = \frac{6}{x}</math> -4 أو 4</p> <p>2. <math>\frac{7}{3} = \frac{x-4}{6}</math> 18</p> <p>3. <math>\frac{x+9}{2} = \frac{3x-1}{8}</math> -37</p> <p>4. <math>\frac{3}{2x} = \frac{3x}{8}</math> 2 أو -2</p> <p>5. التعليق: صبة الطلاب إلى المعلمين في إحدى المدارس الثانوية هي 17 إلى 1. فإذا كان عدد الطلاب في المدرسة هو 1088 طالبًا، فكم يبلغ عدد المعلمين؟ 64</p>	<p><b>مثال 1</b> (مستخدم بالدرس من 14-1 إلى 14-7)</p> <p>أوجد حل <math>\frac{4x-3}{5} = \frac{2x+11}{3}</math></p> <p>المعادلة الأصلية</p> <p>الضرب التفاضلي</p> <p>خاصية التوزيع</p> <p>اجمع.</p> <p>بسط.</p> <p><math>3(4x-3) = 5(2x+11)</math></p> <p><math>12x-9 = 10x+55</math></p> <p><math>2x = 64</math></p> <p><math>x = 32</math></p>

مراجعة سريعة	تدريب سريع
<p><b>الجبر في الشكل التالي.</b> <math>\overrightarrow{BA}</math> و <math>\overrightarrow{BC}</math> هما شعاعان متقابلان و <math>\overrightarrow{BD}</math> ينصف <math>\angle ABF</math>.</p>  <p>6. إذا كان <math>m\angle ABD = x + 14</math> و <math>m\angle ABF = 3x - 8</math> فأوجد <math>m\angle ABD</math> 50</p> <p>7. إذا كان <math>m\angle ABF = 10x - 1</math> و <math>m\angle FBC = 2x + 25</math> فأوجد <math>m\angle DBF</math> 64.5</p> <p>8. <b>المنظور الطبيعية</b> يمسط مهندس منظرة طبيعية لإضافة أرصفة حول نافورة كما هو مبين في الشكل التالي. إذا كان <math>\overrightarrow{BA}</math> و <math>\overrightarrow{BC}</math> هما شعاعان متقابلان و <math>\overrightarrow{BD}</math> ينصف <math>\angle ABF</math> فأوجد <math>m\angle FBC</math> 64</p> 	<p><b>مثال 2</b> (مستخدم في الدرس 5-14)</p> <p>في الشكل، <math>\overrightarrow{OP}</math> و <math>\overrightarrow{OR}</math> هما شعاعان متقابلان و <math>\overrightarrow{OT}</math> ينصف <math>\angle SQR</math>. إذا كان <math>m\angle SQR = 6x + 8</math> و <math>m\angle TQR = 4x - 14</math> فأوجد <math>m\angle SQT</math>.</p>  <p>بما أن <math>\overrightarrow{TO}</math> ينصف <math>\angle SQR</math> فإن <math>m\angle SQR = 2(m\angle TQR)</math></p> <p>تعريف منصف الزاوية</p> <p>التعويض</p> <p>خاصية التوزيع</p> <p>اطرح.</p> <p>بسط.</p> <p><math>m\angle SQR = 2(m\angle TQR)</math></p> <p><math>6x + 8 = 2(4x - 14)</math></p> <p><math>6x + 8 = 8x - 28</math></p> <p><math>-2x = -36</math></p> <p><math>x = 18</math></p> <p>بما أن <math>\overrightarrow{TO}</math> ينصف <math>\angle SQR</math> فإن <math>m\angle SQT = m\angle TQR</math></p> <p>تعريف منصف <math>\angle</math></p> <p>التعويض</p> <p><math>m\angle SQT = m\angle TQR</math></p> <p><math>m\angle SQT = 4x - 14</math></p> <p><math>m\angle SQT = 58</math></p> <p><math>x = 18</math></p>

### 3 الأسئلة الأساسية

- ما الذي يجعل الأشكال متشابهة؟ الإجابة النموذجية: تتشابه الأشكال عندما يكون لها نفس الشكل بالضبط. وليس من الضروري أن تكون بنفس الحجم.
- كيف تثبت أن الأشكال متشابهة؟ الإجابة النموذجية: إحدى الطرائق هي إثبات أن جميع الأضلاع متناسبة.
- كيف يُستخدم مفهوم التشابه في الحياة اليومية؟ الإجابة النموذجية: يُستخدم التشابه في إعداد رسوم مقياس ونماذج لحل مسائل تتضمن قياسًا غير مباشر.

التدريس اطلب من الطلاب عمل المطويات وتسميتها حسبها هو موضع.

يستخدم الطلاب مطوياتهم في عمل الملاحظات، وحل المسألة، وتحديد الأوصاف. بينما يقوم الطلاب بالقراءة والعمل في كل درس من هذه الوحدة، اطلب منهم تدوين أسئلتهم. وبينما يتعلم الطلاب المزيد عن التناسب والتشابه، شجّعهم على إجابة أسئلتهم؛ حيث يعدّ طرح الأسئلة على الذات إستراتيجية تساعد الطلاب في الحفاظ على تركيزهم خلال القراءة.

**وقت الاستخدام** استخدام الأجزاء المناسبة أثناء تناول الطلاب لكل درس في هذه الوحدة. ويمكن للطلاب الإضافة إلى جزء المفردات أثناء كل درس.

### التدريس المتهيز

مسرد مصطلحات الطالب

يُكمل الطلاب المخطط عن طريق تقديم تعريف كل مصطلح وطرح مثال عليه أثناء التقدم في الوحدة 14. هذه الوسيلة الدراسية يمكن استخدامها أيضًا في المراجعة استعدادًا لاختبار الوحدة.

### المطويات منظّم الدراسة

التناسب والتشابه يساعدك تكوين هذه المطوية في تنظيم ملاحظتك الخاصة بالوحدة 14 عن التناسب والمثلثات المتناظرة والتحويلات والتشابه. ابدأ بأربع صفحات من دفتر.



1 اطو الورقات الأربع عند المنتصف.



2 اقطع بطول ثلث الورق. وثبّس الورق من الداخل لعمل كتاب.



3 اقطع الجانب الأيمن من كل ورقة لعمل ثوبب لكل فصل.



4 اكتبها على كل ثوبب رقم الدرس. كما هو موضح.

### المفردات الجديدة

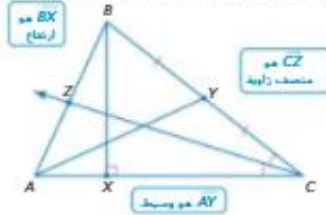
dilation	تغير الأبعاد (التبديد)
similarity	التشابه
transformation	التحويل
enlargement	التكبير
reduction	التصغير
line of reflection	خط الانعكاس
center of rotation	مركز الدوران
angle of rotation	زاوية الدوران
composition of transformations	تركيب التحويلات
symmetry	التناظر
line symmetry	تناظر عمودي
line of symmetry	محور التناظر

### مراجعة المفردات

الارتفاع هو عبارة عن قطعة مستقيمة مرسومة من أحد رؤوس المثلث وعمودية على المستقيم المحتوي على الضلع المقابل للرأس.

منتصف الزوايا هو عبارة عن شعاع يقسم الزاوية إلى زاويتين متطابقتين.

الوسيط هو عبارة عن قطعة مستقيمة مرسومة من أحد رؤوس المثلث وتمثل إلى منتصف الضلع المقابل للرأس.





**الدرس 14-1** تحديد المثلثات المتشابهة باستخدام مصلية تشابه مثلثين من خلال تساوي زاويتين متناظرتين فيهما (زاوية-زاوية) ونظرية التشابه (ضلع-ضلع) ونظرية التشابه (ضلع-زاوية-ضلع). استخدم المثلثات المتشابهة لحل المسائل.

**بعد الدرس 14-1** تحليل علاقات تشابه المثلثات.

## 2 التدريس

### الأسئلة الداعمة

كَلِّف الطلاب بقراءة القسم **لماذا؟** الوارد في هذا الدرس.

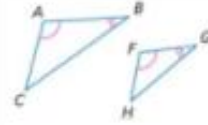
### اطرح الأسئلة التالية:

- ما وجه المقارنة بين زوايا مثلثين؟  
**متطابقة**
- هل المثلث الجديد مطابق للمثلث الأصلي؟ لا، فأطوال الضلع ليست متشابهة.
- نسخ علي زاويتين من المثلث الأصلي. هل الزاوية الثالثة هي نفس الزاوية في كل مثلث؟ لماذا؟ نعم، لأن مجموع قياسات الزاوية يبلغ 180.

إثبات نظريات حول المثلثات. استخدم معايير التطابق والتشابه بالنسبة للمثلثات لحل المسائل وإثبات العلاقات في الأشكال الهندسية. استخدم نتائج الرياضيات. محاولة إيجاد البنية واستخدامها.

**1 تحديد المثلثات المتشابهة** يشير المثال إلى أن المثلثين يكونان متشابهين إذا كان زوجان من الزوايا المتناظرة فيهما متطابقين.

### مصلية 14.1 تشابه زاويتين (AA)



إذا تطابقت زاويتان في مثلث مع زاويتين في مثلث آخر، فإنَّ يكون المثلثان متشابهين.  
مثال إذا كان  $\angle A \cong \angle F$  و  $\angle B \cong \angle G$ ، فإن  $\triangle ABC \sim \triangle FGH$ .

### مثال 1 استخدام مصلية تشابه زاويتين (AA)

حدِّد إذا ما كان المثلثان متشابهين. وإذا كانا كذلك، فاكتب عبارة تشابه واضرِّح استنتاجك.

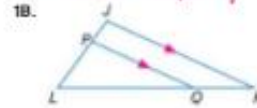


- a. بما أن  $m\angle L = m\angle M$ ، فإن  $\angle L \cong \angle M$ . حسب نظرية مجموع زوايا المثلث،  $57 + 48 + m\angle K = 180$ ، إذاً  $m\angle K = 75$ ، بما أن  $m\angle P = 75$ ، فإن  $\angle K \cong \angle P$ . إذاً  $\triangle JKL \sim \triangle MPO$  حسب مصلية تشابه زاويتين (AA).
- b.  $\angle RSX \cong \angle WST$  حسب نظرية الزوايا المتطابقة بالرأس. بما أن  $\overline{RX} \parallel \overline{TW}$ ، فإن  $\angle R \cong \angle W$ . إذاً  $\triangle RSX \sim \triangle WST$  حسب مصلية تشابه زاويتين (AA).

**تمرين موجّه** نعم:  $\angle L \cong \angle L$  و  $\angle LJK \cong \angle LPQ$ ، إذاً  $\triangle KJL \sim \triangle QLP$ .



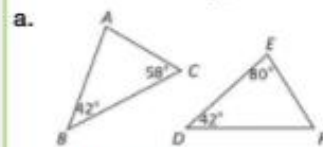
لا، لا يتوفر زوجان من  $\triangle$ .



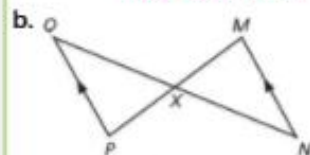
استخدم التبرير البؤري في التسم  
"تبرين موجه" بعد كل مثال للوقوف  
على مدى استيعاب الطلاب للمفاهيم.

## مثال إضافي

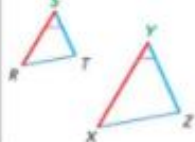
1 حدّد إذا كان المثلثان متشابهين.  
وإذا كانا كذلك، فاكتب عبارة  
تشابه. وشرح استنتاجك.



بحسب نظرية مجموع زوايا  
المثلث، فإن  $m\angle A = 80$ . بما  
أن  $\angle B \cong \angle D$  و  $\angle A \cong \angle E$   
فإن  $\triangle ABC \sim \triangle EDF$   
بالتشابه (زاوية-زاوية).

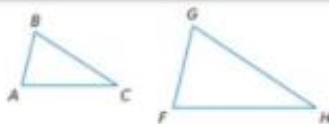


بحسب نظرية الزوايا المتقابلة  
بالرأس، فإن  $\angle OXP \cong \angle NXM$   
وبما أن  $\overline{OX} \parallel \overline{NX}$  و  $\overline{OP} \parallel \overline{MN}$   
إذًا،  $\triangle OXP \sim \triangle NXM$   
بالتشابه (زاوية-زاوية).

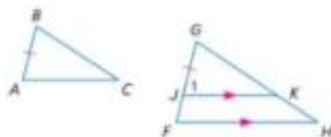


14.2 تشابه ضلعين وزاوية (SAS)  
إذا كان طول ضلعين في مثلث متناسلين مع طولي ضلعين  
متناظرين في مثلث آخر وكانت الزاويتان المحصورتان بين كل  
زوج من هذه الأضلاع متطابقتين، فإنّ يكون المثلثان متشابهين.  
مثال إذا كان  $\angle S \cong \angle Y$ ،  $\frac{RS}{XY} = \frac{ST}{YZ}$  فإن  
 $\triangle RST \sim \triangle XYZ$

## برهان النظرية 14.1



المعطيات:  $\frac{AB}{FG} = \frac{BC}{GH} = \frac{AC}{FH}$   
المطلوب:  $ABC \sim \triangle FGH$



### فقرة البرهان:

حدد موقع ل على  $\overline{FG}$  بحيث يكون  $\overline{JG} = \overline{AB}$ .  
ارسم  $\overline{JK}$  بحيث يكون  $\overline{JK} \parallel \overline{FH}$ . قم بتسمية  
 $\angle GJK$  باسم  $\angle 1$ .

بما أن  $\angle G \cong \angle G$  حسب خاصية الانعكاس  
و  $\angle 1 \cong \angle F$  حسب مصلية الزوايا المتناظرة،  
فإن  $\triangle GJK \sim \triangle GFH$  حسب مصلية تشابه  
زاويتين (AA).

وحسب تعريف المثلثات المتشابهة،  $\frac{JG}{FG} = \frac{GK}{GH} = \frac{JK}{FH}$  وبالتعميق،

$$\frac{AB}{FG} = \frac{GK}{GH} = \frac{JK}{FH}$$

وبما أن المعطيات تقول أيضًا إن  $\frac{AB}{FG} = \frac{BC}{GH} = \frac{AC}{FH}$  يمكننا القول إن  $\frac{GK}{GH} = \frac{BC}{GH}$   
هذا يعني أن  $JK = AC$ ،  $GK = BC$ ، وإذا  $\overline{JK} \cong \overline{AC}$ ،  $\overline{GK} \cong \overline{BC}$

بحسب نظرية الأضلاع الثلاثة (SSS)،  $\triangle ABC \cong \triangle JGK$ .

بحسب مصلية تطابق الأجزاء المتناظرة في المثلثات المتطابقة (CPCTC)،  $\angle A \cong \angle 1$ ،  $\angle B \cong \angle G$ .  
بما أن  $\angle 1 \cong \angle F$  فإن  $\angle A \cong \angle F$  حسب خاصية التمدد. وحسب مصلية تشابه زاويتين (AA)،  
 $\triangle ABC \sim \triangle FGH$

### نصيحة دراسية

الأضلاع المتناظرة لتعدد  
الأضلاع المتناظرة في مثلثين،  
ليبدأ بمقارنة أطوال ضلعين،  
ثم اللذين يليهما طولًا، وأخيرًا  
فكرن بين أقصر ضلعين.

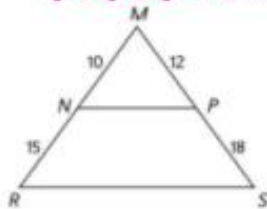
## التركيز على محتوى الرياضيات

المقارنة وضح أوجه التشابه والاختلاف بين  
مسلّمات ونظريات نطاق المثلثات، ومسلّمات  
ونظريات التشابه في هذه الوحدة. أكد أنه على  
الرغم من ضرورة وجود زوجين من الزوايا المتطابقة  
فقط لمثلثين حتى يكونا متشابهين، إلا أن الأزواج  
الثلاثة للأضلاع المتناظرة يجب أن تكون متناسبة.



$\triangle ABC \sim \triangle DEC$  بموجب نظرية التشابه (ضلع-ضلع-ضلع).

b.



$\triangle MNP \sim \triangle MRS$  بموجب نظرية التشابه (ضلع-زاوية-ضلع)

3 **تهرين على الاختيار المعياري** إذا كان  $\triangle XYZ$  و  $\triangle RST$  مثلثين

يتحقق فيها  $\frac{RS}{XY} = \frac{2}{3}$

فأي مما يلي يكون كافيًا للبرهنة أن المثلثين متشابهين؟ **B**

A  $\frac{RT}{XZ} = \frac{ST}{YZ}$       C  $\angle R \cong \angle S$

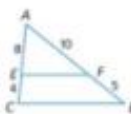
B  $\frac{RS}{XY} = \frac{RT}{XZ} = \frac{ST}{YZ}$       D  $\frac{RS}{RT} = \frac{XY}{XZ}$

**انتبه!**

**الزوايا المتطابقة** يمكن استخدام نظرية التشابه (ضلع-زاوية-ضلع) فقط إذا كانت الزاوية واقعةً بين الضلعين المتناظرين في كل مثلث.

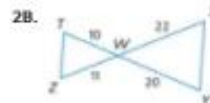
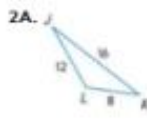
حسب خاصية الأضلاع،  $\angle A \cong \angle A$

$\frac{2}{3} \cdot \frac{AE}{AC} = \frac{8}{8+4} = \frac{8}{12} = \frac{2}{3}$  أو  $\frac{AE}{AB} = \frac{10}{10+5} = \frac{10}{15} = \frac{2}{3}$   
 بما أن أطوال الأضلاع التي تحصر الزاوية  $\angle A$  متناسبة، فإن  $\triangle AEF \sim \triangle ACB$  حسب نظرية تشابه ضلعين وزاوية (SAS).



b.

**تهرين موجّه**



تستطوع أن تقرر ما بعد كتابة لإثبات تشابه المثلثين.

**مثال 3 على الاختيار المعياري شروط كافية**



في الشكل،  $\angle ADB$  هو مثلث قائم. أي من المعلومات التالية لن تكون كافية لإثبات أن  $\triangle ADB \sim \triangle CDB$  ؟

- A  $\frac{AD}{BD} = \frac{BD}{CD}$       C  $\angle ABD \cong \angle C$   
 B  $\frac{AB}{BC} = \frac{BD}{CD}$       D  $\frac{AD}{BD} = \frac{BD}{CD} = \frac{AB}{BC}$

**قراءة فقرة الاختيار**

أمامك معطيات تقول إن  $\angle ADB$  زاوية قائمة وكلّك منك تحديد أي من المعلومات الإضافية لن تكون كافية لإثبات أن  $\triangle ADB \sim \triangle CDB$ .

**حل فقرة الاختيار**

بما أن  $\angle ADB$  مثلث قائم، فإن  $\angle CDB$  مثلث قائم أيضًا. بما أن كل الزوايا القائمة تكون متطابقة، فإن  $\angle ADB \cong \angle CDB$ . راجع كل الخيارات حتى تجد أحدعا الذي لا يقدم شرطًا إضافيًا يكفي لإثبات أن  $\triangle ADB \sim \triangle CDB$ .

**الخيار A:** إذا كان  $\frac{AD}{BD} = \frac{BD}{CD}$  و  $\angle ADB \cong \angle CDB$ ، فإن  $\triangle ADB \sim \triangle CDB$  حسب نظرية تشابه ضلعين وزاوية (SAS).

**الخيار B:** إذا كان  $\frac{AB}{BC} = \frac{BD}{CD}$  و  $\angle ADB \cong \angle CDB$ ، فهذا لا يمكننا استنتاج أن  $\triangle ADB \sim \triangle CDB$  لأن زاوية الضلعين  $AB$  و  $BD$  ليست الزاوية  $\angle ADB$ . إذا، الإجابة هي **B**.

**تصبيحة دراسية**  
 رسم الأشكال التخطيطية من المفيد لك أن تتردد رسم المثلثات المتشابهة حتى يكون لأطوال الأضلاع المتناظرة نفس الاتجاه.

2A. **نمو:**  $\triangle JLE \sim \triangle JKE$  حسب نظرية تشابه الأضلاع الثلاثة (SSS) لأن

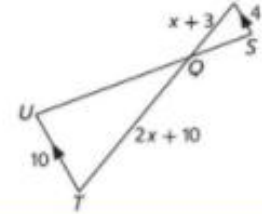
$\frac{JL}{JK} = \frac{LE}{KE} = \frac{JE}{JE} = \frac{4}{3}$

2B. **نمو:**  $\triangle TWZ \sim \triangle XYV$  حسب نظرية تشابه ضلعين وزاوية (SAS) و  $\angle W \cong \angle W$

$\frac{TW}{XW} = \frac{WZ}{WX} = \frac{1}{2}$

**تصبيحة عدد حل الاختيار**  
 تحديد أمثلة خارجة عن التصريف أمرا أن تتطلب أمثلة الاختيار منك أن تفكر مثالًا خارجيًا عن التعريف كما في هذه الحالة.

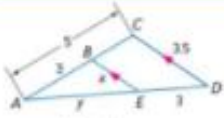




### نظرية 14.3 خواص التشابه

- خاصية انعكاس التشابه:  $\triangle ABC \sim \triangle ABC$
- خاصية تناظر التشابه: إذا كان  $\triangle ABC \sim \triangle DEF$ ، فإن  $\triangle DEF \sim \triangle ABC$
- خاصية التبعدي في التشابه: إذا كان  $\triangle ABC \sim \triangle DEF$ ،  $\triangle DEF \sim \triangle XYZ$ ، فإن  $\triangle ABC \sim \triangle XYZ$

### مثال 4 أجزاء المثلثات المتشابهة



أوجد  $AD$  و  $BE$

بما أن  $BE \parallel CD$ ، فإن  $\angle ABE \cong \angle BCD$ ،  $\angle AEB \cong \angle EDC$  لأنها زاويتان متطابقتان. وحسب معادلة تشابه زاويتين (AA)،  $\triangle ABE \sim \triangle ACD$ .

$$\frac{AB}{AC} = \frac{BE}{CD}$$

$$\frac{3}{5} = \frac{x}{3.5}$$

تعريف المضلعين المتشابهين

$$AC = 5, CD = 3.5, AB = 3, BE = x$$

خاصية الضرب التاطفي

$$2.1 = x$$

تعريف المضلعين المتشابهين

$$AC = 5, AB = 3, AD = y + 3, AE = y$$

خاصية الضرب التاطفي

$$5y = 3y + 9$$

خاصية التوزيع

$$2y = 9$$

$AD$  يساوي  $y + 3$  أو  $7.5$

$$3.5 \cdot 3 = 5 \cdot x$$

$$2.1 = x$$

$$\frac{AC}{AB} = \frac{AD}{AE}$$

$$\frac{5}{3} = \frac{y+3}{y}$$

$$5 \cdot y = 3(y + 3)$$

$$5y = 3y + 9$$

$$2y = 9$$

$$y = 4.5$$

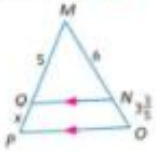
### نصيحة دراسية

التناسبات تناسب إسلافي  
تطبق على مثال 4 هو  
 $\frac{AC}{CD} = \frac{AB}{BE}$

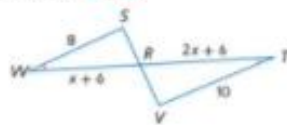
### تمرين موجّه

أوجد قياس كل مما يلي.

4A.  $OP$ ,  $MP$  3; 8



4B.  $WR$ ,  $RT$  8; 10





1452 m (الارتفاع الحقيقي:  
1450 متراً)

**التخطيط** في مسائل الظل، يمكنك أن تفترض أن الزوايا المتكونة من أشعة الشمس مع أي شئتين أخريين تكون متطابقة وأن الشئتين يشكلان أضلاع مثلثين قاسي الزاوية.

بما أن زوايا من الزوايا متطابقتان، فالمثلثات العاشمة تكون متشابهة حسب معلّمة تشابه زاويتين (AA). إذاً يمكننا كتابة التناسب التالي:

$$\frac{\text{ارتفاع ظل نورا}}{\text{ارتفاع العمدة}} = \frac{\text{ارتفاع ظل العمدة}}{\text{ارتفاع ظل العمدة}}$$

**حل** عوض عن القيم المعروفة وافترض أن  $x =$  ارتفاع العمدة.

$$\frac{1.575}{x} = \frac{0.9}{12}$$

$$0.9 \cdot x = 12(1.575)$$

$$0.9x = 18.9$$

$$x = 21$$

التعويض

خاصية الضرب التبادلي

بسط

انقسم كل طرف على 0.9

يرتفع طول عمدة قطار البلاهي 21 متراً.

**تحقق** يبلغ طول ظل العمدة  $\frac{12}{0.9}$  m أو حوالي 13.3 مرة من طول ظل نورا. نتحقق من أن ارتفاع العمدة

$$\checkmark \frac{21}{1.575} = 13.3 \text{ مرة من طول نورا. } \frac{21}{1.575} = 13.3$$

تبرهن موجّه

5. **مياثي** يقف عبر بحوار منى البالينو في كولومبيا، وكارولينا الجنوبية. ويبلغ طول عبر 1.80 متر وطول ظله 2.7 متر. فإذا كان طول ظل هذا البس هو 96.75 متراً، فكم يبلغ طولها؟ **64.5 m**

تصبيحة في حل المسائل  
إجابات منطقية عندما نحل مسائل راجع إجاباتك للتحقق من صحتها في هذا المثال. ظل نورا أكثر قليلاً من نصف طولها، وكذلك يزيد طول ظل العمدة قليلاً عن نصف الطول الذي صيغته لذلك الإجابة منطقية.

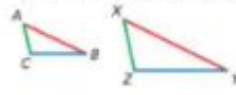
### ملخص المفهوم تشابه المثلثات

معلّمة تشابه زاويتين (AA)



إذا كان  $\angle A \cong \angle X$  و  $\angle B \cong \angle Y$   
فإن  $\triangle ABC \sim \triangle XYZ$

نظرية تشابه الأضلاع الثلاثة (SSS)



إذا كان  $\frac{AB}{XY} = \frac{BC}{YZ} = \frac{AC}{XZ}$   
فإن  $\triangle ABC \sim \triangle XYZ$

نظرية تشابه ضلعين وزاوية (SAS)



إذا كان  $\frac{AB}{XY} = \frac{AC}{XZ}$  و  $\angle A \cong \angle X$   
فإن  $\triangle ABC \sim \triangle XYZ$

لقد استكشف الطلاب النسب والمثلثات المتشابهة ونظرية التشابه.  
أسأل:

- كيف يمكن إيجاد القياسات المجهولة في المثلثات المتشابهة؟ الإجابة النموذجية: كتابة وحل مسألة تناسب تربط بين ضلعين متناظرين بقياسات معلومة وبين ضلعين متناظرين مع وجود ضلع معلوم وضلع غير معلوم.
- كيف يمكن البرهنة على أن المثلثين متشابهان؟ الإجابة النموذجية: استخدام معلّمة AA (زاوية-زاوية) أو نظرية SSS (ضلع-ضلع-ضلع) أو نظرية SAS (ضلع-زاوية-ضلع).

## إجابات إضافية

24. المعطيات:  $\angle B \cong \angle E$ ,  $\overline{OP} \parallel \overline{BC}$ 

$$\overline{OP} \cong \overline{EF}, \frac{AB}{DE} = \frac{BC}{EF}$$

المطلوب:  $\triangle ABC \sim \triangle DEF$ 

البرهان:

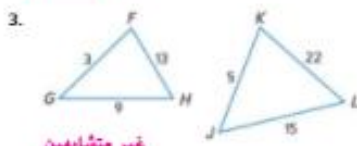
العبارات (المبررات)

1.  $\angle B \cong \angle E$ ,  $\overline{OP} \parallel \overline{BC}$ ,  $\overline{OP} \cong \overline{EF}$ .(معطى)  $\frac{AB}{DE} = \frac{BC}{EF}$ 2.  $\angle APQ \cong \angle C$ ,  $\angle AQP \cong \angle B$   
(مسلّمة في الزوايا المتناظرة)3.  $\angle AQP \cong \angle E$  (خاصية التعدي)4.  $\triangle ABC \sim \triangle AQP$   
(تشابه زاوية-زاوية)5.  $\frac{AB}{AD} = \frac{BC}{QP}$  (تعريف  $\sim$ )6.  $AB \cdot QP = AQ \cdot BC$ ;  $AB \cdot EF = DE \cdot BC$ 

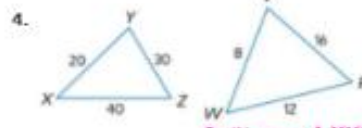
(بالضرب التفاضلي)

7.  $QP = EF$  (تعريف القطع المستقيمة المتطابقة  $\cong$ )8.  $AB \cdot EF = AQ \cdot BC$   
(بالتعويض)9.  $AQ \cdot BC = DE \cdot BC$   
(بالتعويض)10.  $AQ = DE$  (خاصية التوزيع)11.  $\overline{AO} \cong \overline{DE}$  (تعريف القطع المستقيمة المتطابقة  $\cong$ )12.  $\triangle AQP \cong \triangle DEF$  (تشابه ضلع-زاوية-ضلع)13.  $\angle APQ \cong \angle F$  (الأجزاء المتناظرة من مثلثين متطابقين متطابقة)14.  $\angle C \cong \angle F$  (خاصية التعدي)15.  $\triangle ABC \sim \triangle DEF$  (تشابه زاويتين (AA))

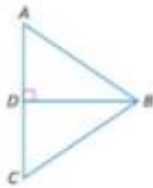
25. (انظر الإجابة في صفحة 868).



غير متشابهين

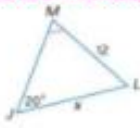
نظرية  $\triangle XYZ \sim \triangle VWR$   
تشابه الأضلاع الثلاثة (SSS)

مثال 3

5. الاختيار من متعدد في الشكل. يكون  $AB$  متعامدا على  $BD$ . أي من المعلومة الإضافية التي ستكون كافية لإثبات أن  $\triangle ABC \sim \triangle DEC$ A  $m\angle A = 60$ B  $m\angle ABD = m\angle BDC$ C  $\overline{AB} \cong \overline{BC}$ D  $BD$  تنصف  $AC$ 

الجبر حدد المثلثات المتشابهة. وأوجد كل قياس.

مثال 4

6.  $\triangle ABE \sim \triangle ACD$ ,  $x = \frac{35}{3}$ 7.  $\triangle WXY \sim \triangle MLJ$ ,  $x = 30$ 8. حيوانات أليفة تسير سالي مع قطها ماكس. فإذا كان طول سالي يبلغ 160 سنتيمترا وطول قطها هو 95 سنتيمترا. وكان طول قط ماكس هو 45 سنتيمترا. فما طولها؟  
يبلغ طول ماكس حوالي 75 سنتيمترا.

مثال 5

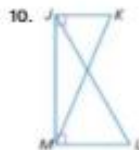
## التبرين وحل المسائل

الأئلة 1-3

حدّد إذا ما كان المثلثان متشابهين. وإذا كان كذلك، فاكتب عبارة تشابه. وإن كان غير ذلك، فبا المعلومات التي ستكون كافية لإثبات تشابه المثلثين؟ اشرح استنتاجك.



حسب مسلّمة تشابه زاويتين (AA)



11.

9.  $\triangle ACB \sim \triangle ECD$   
حسب نظرية تشابه ضلعين وزاوية (SAS)  
10. إذا علمنا أن  $\frac{JK}{ML} = \frac{KM}{JL}$  إذا يمكننا إثبات أن  $\triangle TRS \sim \triangle WXY$ 

866 | الدرس 14-1 | المثلثات المتشابهة

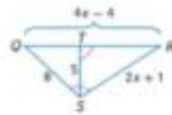
## خيارات الواجب المنزلي المتميزة

المستوى	الواجب	الخيار اليومي
متدئ AL	9-24, 37, 39-56	37, 39-41, زوجي 10-24, 46-56
أساسي OL	9-21, 22-25, 27, 29, 31-33, 35, 37, 39, 56	9-24, 42-45
متقدم BL	56 (اختياري), 25-55	9-24, 42-45

زاويتين (AA)  
 14.  $\triangle QPR \sim \triangle VST$  حسب  
 معلومة تشابه  
 (AA) زاويتين

$\triangle ABC \sim \triangle DFE$ ; 10

18. SR, TR



$\triangle KJM \sim \triangle PLN$ ; 22

19. HJ, DK



$\triangle WXY \sim \triangle PZY$ ;  
 WX = 9; XZ = 17

20. SR, OR



18.

$\triangle QRS \sim \triangle SRT$ ;  
 SR = 15; TR =  $\frac{75}{8}$

19.  $\triangle GHD \sim \triangle KJD$ ; DK = 6; HJ =  $\sqrt{48} + \sqrt{27}$       20.  $\triangle PSN \sim \triangle PRQ$ ; SR = 2; QR = 12

21. الأبراج ينفذ عمدان بعمود برج هاتف علوي. فإذا كان طول عمدان هو 18 متر وطول قله 45 سنتيمتراً، وكان طول ظل البرج هو 16.5 متراً، فما طول البرج؟ **66 متراً**

مثال 5

22. الأعلام عندما وقفت ربا البالغ طولها 159 cm بعمود سارية علم، بلغ طول ظلها 57.5 cm، وكان طول ظل سارية العلم هو 172.5 cm، فما طول سارية العلم؟ **472.5 cm**

23. التشبيه يستخدم عيسى السلام في عمله لطلاء المنازل. وبالتصية لجميع السلام، يريد عيسى أن تكون الزاوية التي يستعملها السلم مع الأرض مساوية  $65^\circ$ ، وعندما يميل السلم على منزل، بهذه الزاوية بلغ السلم البالغ طوله 4.50 أمتار ارتفاع 4.08 أمتار. فما الارتفاع الذي يمكن أن يصل إليه سلم طوله 6 أمتار؟ **5.43 أمتار**

**B** البرهان اكتب برهاناً من عيودين 24-25. انظر الهامش.

24. نظرية 2.      25. نظرية 14.3

البرهان اكتب برهاناً من عيودين. 26-27. انظر ملحق إجابات الوحدة 14.

26. المخططات: BD متعامد.

AC،  $\frac{AB}{BC} = \frac{AD}{DC}$  على

المطلوب:  $\triangle ABD \sim \triangle BCD$



27. المخططات: LMNP عبارة عن شكل طائرة ورقية.

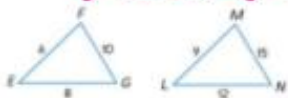
المطلوب:  $\frac{AP}{AM} = \frac{PQ}{QM}$



29. مثل المثلثين السابقين، وحدد ما إذا كان  $\triangle ABC \sim \triangle EBF$ . انظر ملحق إجابات الوحدة 14.

30. أوجد معامل المقياس ونسبة محيطي المثلثين السابقين.

معامل المقياس =  $\frac{2}{3}$ ، نسبة المحيطين =  $\frac{2}{3}$



31. التزلج يرتفع فارس على مسدود تزلج. وبعد أن تجاوز 6 أمتار على المسدود، بلغ ارتفاعه 150 متر فوق الأرض. استخدم مثلثات متشابهة لاكتشاف ارتفاع فارس فوق الأرض بعد تجاوز 15 متراً على المسدود 3.75 أمتار



برهان أم مثال مضاد قدم إثباتاً أو مثلاً مضاداً لكل من العبارات التالية.

32. كل المثلثات العاتمة تكون متشابهة. انظر ملحق إجابات الوحدة 14.

33. كل المثلثات العاتمة متساوية المساقين تكون متشابهة. البرهان: لا بد أن يكون للمثلثات القائمة متساوية المساقين زوايا بالقياسات 45-45-90، إذا فهي كلها متشابهة بموجب مسلمة تشابه زاويتين (AA).

34. كل المثلثات متساوية الأضلاع تكون متشابهة. البرهان: كل المثلثات متساوية الأضلاع لها زوايا قياسها 60 كما هو الحال مع كل مثلث. وحسب مسلمة تشابه زاويتين (AA)، لا بد أن تكون هذه المثلثات متشابهة.

35. المثلثات المتعددة في هذه المسألة، سوف تستكشف محيطات المثلثات المتشابهة.



هـ. هندسياً ارسم ثلاثة مثلثات متشابهة لـ  $\triangle ABC$  مع المحيطات  $EFG$  و  $LMN$ ، و  $XYZ$ . مع أطوال كل الأضلاع الإيجابية النموذجية:

35b.

محيط $\triangle EFG$	محيط $\triangle ABC$	معامل المقياس $\triangle ABC$
24	2	2
36	3	3
48	4	4

المعطيات:  $\triangle ABC$

المطلوب:  $\triangle ABC \sim \triangle ABC$

البرهان:

العبارات (المبررات)

1.  $\triangle ABC$  (معطى)

2.  $\angle B \cong \angle B, \angle A \cong \angle A$

(خاصية الانعكاس)

3.  $\triangle ABC \sim \triangle ABC$

(تشابه ضلع-ضلع)

خاصية التناظر في التشابه

المعطيات:  $\triangle ABC \sim \triangle DEF$

المطلوب:  $\triangle DEF \sim \triangle ABC$

العبارات (المبررات)

1.  $\triangle ABC \sim \triangle DEF$  (معطى)

2.  $\angle A \cong \angle D, \angle B \cong \angle E$

(تعريف المضلعات المتشابهة تقريباً ~)

3.  $\angle E \cong \angle B, \angle D \cong \angle A$  (خاصية التماثل)

4.  $\triangle DEF \sim \triangle ABC$

(تشابه زاوية-زاوية)

خاصية التعدّي في التشابه

المعطيات:  $\triangle ABC \sim \triangle DEF$

و  $\triangle DEF \sim \triangle GHI$

المطلوب:  $\triangle ABC \sim \triangle GHI$

العبارات (المبررات)

1.  $\triangle DEF \sim \triangle GHI, \triangle ABC \sim \triangle DEF$

(معطى)

2.  $\angle B \cong \angle E, \angle A \cong \angle D$

$\angle E \cong \angle H, \angle D \cong \angle G$

(تعريف المضلعات المتشابهة تقريباً ~)

3.  $\angle B \cong \angle H, \angle A \cong \angle G$  (خاصية التعدّي)

4.  $\triangle ABC \sim \triangle GHI$  (تشابه زاوية-زاوية)

المعطيات:  $\triangle ABC$

المطلوب:  $\triangle ABC \sim \triangle ABC$

العبارات (المبررات)

1.  $\triangle ABC$  (معطى)

2.  $\angle A \cong \angle A, \angle B \cong \angle B$

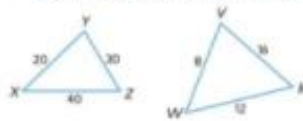
(خاصية الانعكاس)

3.  $\triangle ABC \sim \triangle ABC$  (تشابه زاوية-زاوية)

c. لفظيًا حتى نحصل على العلاقة بين محيطات المثلثات المتطابقة.  
محيطات المثلثات المتشابهة لها نفس معامل مقياس المثلثات المتشابهة.

### مسائل مهارات التفكير العليا استخدام مهارات التفكير العليا

36. الكتابة في الرياضيات قرن وتقال بين المثلثات المتطابقة والمثلثات المتشابهة. يكون للمثلثات المتشابهة والمثلثات المتطابقة نفس الزوايا. ويكون للمثلثات المتشابهة أضلاع متناسبة، بينما يكون للمثلثات المتطابقة أضلاع متطابقة.
37. مسألة غير محددة الإجابة: ارسم مثلثين متشابهين لمتشابهين. اشرح كيف يمكنك التأكد من أنها متشابهان.



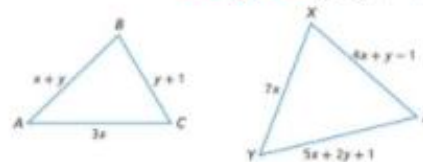
الإجابة النموذجية: أعلم أنها متشابهان لأن كل الأضلاع متناسبة.

38. الاستنتاج حدد ما إذا كانت العبارة التالية صحيحة أم خاطئة أم دائمًا أم غير صحيحة على الإطلاق. اشرح استنتاجك.

المثلثان المتطابقان يكونان متشابهين.

دائمًا، لأن المثلثين المتطابقين يجب أن تكون بهما زوايا متطابقة، لذا فهما يحققان مسلمة تشابه زاويتين (AA).

39. التحدي إذا كان  $\triangle ABC \sim \triangle XYZ$ ، فاستخدم الرسم التخطيطي أدناه لإيجاد قيمي  $x$  و  $y$ .  $x = 3$ ,  $y = 4$



40. الكتابة في الرياضيات أوسع ما المعلومات التي تحتاج إليها لإثبات تشابه أن مثلثين. تتمثل إحدى طرق إثبات تشابه مثلثين في إظهار تطابق زاويتين في كل منهما. وتتمثل طريقة أخرى في إظهار تناسب كل الأضلاع الثلاثة. وتتمثل الطريقة الأخيرة في إظهار تناسب ضلعين وتطابق الزاوية المحصورة بينهما.

### التدريس المتميز

التوسع اطلب من الطلاب رسم مثلث قائم الزاوية على مستوى إحداثي وتسمية كل رأس بزواج مرتب. ثم اطلب منهم رسم مثلث قائم الزاوية آخر أكبر ويتناسب معه. الإجابة النموذجية: نظرًا لأن أطوال ضلعي المثلث متناسبة مع أطوال الضلعين المتناظرين لمثلث آخر علاوة على تطابق الزوايا المضمنة، فإن المثلثين متشابهان.

### إجابات إضافية

45.  $\{k \mid 10 < k \leq 16\}$



46.  $\{d \mid d \leq 5 \text{ أو } d > 7\}$



47.  $\{x \mid 3 < x < 9\}$



48.  $\emptyset$



49.  $\{h \mid h < -1\}$



50.  $\{y \mid 3 < y < 6\}$



52. الإجابة الصورية: إذا كان هناك زوج واحد من الأضلاع المتعاقبة متطابقة ومتوازية، فإن رباعي الأضلاع يكون متوازي أضلاع.

56. المعطيات:  $r \parallel t$ ;  $\angle 5 \cong \angle 6$

المطلوب:  $\ell \parallel m$



البرهان:

العبارات (المبررات)

1.  $r \parallel t$ ;  $\angle 5 \cong \angle 6$  (معطى)

2.  $\angle 4$  و  $\angle 5$  متكاملتان.

(نظرية الزوايا الداخلية المتتالية)

3.  $m\angle 4 + m\angle 5 = 180$

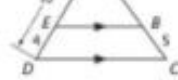
(تعريف الزوايا المتكاملة)

4.  $m\angle 5 = m\angle 6$

(تعريف الزوايا المتطابقة)

44. SAT/ACT يبلغ حجم جسم مكعب مستطيل  $16x$  وحدة مكعبة. إذا كانت أبعاد الجسم من الأعداد الصحيحة  $x$  و  $y$  و  $z$  وحدة، فما أكبر قيمة يمكن أن تكون  $z$ ؟

- A 32                      D 4  
B 16                      E 2  
C 8



- a. اكتب ناسبة يمكن استخدامها لإيجاد  $x$ .  $\frac{6}{x-2} = \frac{4}{5}$   
b. أوجد قيمة  $x$  وقاس  $\overline{AB}$ .  
9.5, 7.5

### مراجعة شاملة

- أوجد حل كل متباينة مركبة، ثم مثل مجموعة الحلول بيانياً. 45-50. انظر الهامش.
45.  $k + 2 > 12$  و  $k + 2 \leq 18$       46.  $d - 4 > 3$  أو  $d - 4 \leq 1$       47.  $3 < 2x - 3 < 15$   
48.  $3t - 7 \geq 5$  و  $t + 6 \leq 12$       49.  $h - 10 < -21$  أو  $h + 3 < 2$       50.  $4 < 2y - 2 < 10$

51. المعرفة المالية: شركة متخصصة في أمن المنازل تقدم أنظمة أمنية مقابل 5 AED في الأسبوع زائد رسوم التركيب وتبلغ التكلفة الإجمالية للتركيب و 12 أسبوعاً من الخدمة 210 AED. اكتب معادلة في صيغة المنطق والميل لإيجاد الرسوم الإجمالية  $y$  لأي عدد من الأسابيع  $x$ . ما قيمة رسوم التركيب؟

$y - 210 = 5(x - 12)$ ; AED 150



52. مربع الفلز الصيني يتكون جهاز التانغرام من سبع قطع، مربع صغير، مثلثين صغيرين قائمي الزاوية ومتطابقين، مثلثين كبيرين قائمي الزاوية ومتطابقين، مثلث متوسط الحجم قائم الزاوية، والشكل الرباعي، كيف يمكنك تمديد شكل رباعي؟ اشرح انظر الهامش.

حدد المسألة التي يمكن استخدامها لإثبات أن المثلثين متطابقين. وإذا لم يكن يمكن إثبات التناظر، فاكتب لا يمكن.



53. لا يمكن



54. لا يمكن



55. نظرية تشابه الأضلاع الثلاثة (SSS) يمكن

### مراجعة المهارات



اكتب برهاناً من عمودين. انظر الهامش.

56. المعطيات:  $r \parallel t$ ;  $\angle 5 \cong \angle 6$

المطلوب:  $\ell \parallel m$

5.  $m\angle 4 + m\angle 6 = 180$  (التعويض)

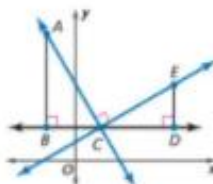
6. الزاويتان  $\angle 4$  و  $\angle 6$  متكاملتان.

(تعريف الزوايا المتكاملة)

7.  $\ell \parallel m$  (إذا كانت الزوايا الداخلية المتتالية

$\angle 5$  متكاملة، فإن الخطوط المستقيمة  $\parallel$ )

المعطيات: ميل  $m_1 = AC$  وميل  $m_2 = CE$  و  $AC \perp CE$ .  
المطلوب:  $m_1 m_2 = -1$



في المستوى الإحداثي، قم بإنشاء المستقيم  $AC \perp CE$  والقاطع  $BD$  بحيث يكون موازاً للمحور  $x$  مازا بالنقطة  $C$ . ثم قم بإظهار المثلث القائم الزاوية  $\triangle ABC$  بحيث يكون الوتر هو  $AC$  والمثلث القائم الزاوية  $\triangle EDC$  بحيث يكون الوتر هو  $CE$ . من المعترض أن تتوازي سيجان  $AS$  المتثلين مع المحورين  $x$  و  $y$  كما هو موضح.

## الخطوة 1

الخطوة 2 أوجد ميل المستقيم  $AC$  والمستقيم  $CE$ .

ميل $AC$	ميل $CE$
قانون الميل	قانون الميل
$m_1 = \frac{\text{الارتفاع}}{\text{الإزاحة}}$	$m_2 = \frac{\text{الارتفاع}}{\text{الإزاحة}}$
$= \frac{-AB}{BC}$ أو $-\frac{AB}{BC}$	$= \frac{DE}{CD}$
الارتفاع $-AB$ ، الإزاحة $BC$	الارتفاع $DE$ ، الإزاحة $CD$

الخطوة 3 أوجد أن  $\triangle ABC \sim \triangle CDE$ .

بما أن  $\triangle ABC$  مثلث قائم بزاوية القائمة  $B$ ، فإن  $\angle BAC$  متتام مع  $\angle ACB$ . ومن المعطيات أن  $AC \perp CE$ ، فإذاً، نعلم أن  $\angle ACE$  زاوية قائمة. وحسب الإظهار، الزاوية  $\angle BCD$  هي عبارة عن زاوية مستقيمة. إذاً،  $\angle ECD$  متتام مع  $\angle ACB$ . وبما أن الزوايا البديلة لخطين متوازيين متتامتين، فإن  $\angle BAC \cong \angle ECD$ ، وبما أن الزوايا القائمة تكون متطابقة، فإن  $\angle B \cong \angle D$ . لذلك، حسب معادلة التشابه زاويتين (AA)،  $\triangle ABC \sim \triangle CDE$ .



الخطوة 4 استخدم المعطية  $\triangle ABC \sim \triangle CDE$  في إثبات أن  $m_1 m_2 = -1$ .

بما أن  $m_1 = -\frac{AB}{BC}$  و  $m_2 = \frac{DE}{CD}$ ، فإن  $m_1 m_2 = \left(-\frac{AB}{BC}\right)\left(\frac{DE}{CD}\right)$  وبما أن المثلثين المتشابهين يشتركان على أضلاع متناسبة، فإن  $\frac{AB}{BC} = \frac{CD}{DE}$ ، لذلك بالتعويض نجد أن  $m_1 m_2 = \left(-\frac{CD}{DE}\right)\left(\frac{DE}{CD}\right) = -1$ .

- منطقة
- مسطرة تقويم

## نصيحة للتدريس

أسأل الطلاب عن تقنيات (تشابه زاوية-زاوية، ضلع-ضلع-ضلع، ضلع-زاوية-زاوية، ضلع-زاوية-ضلع) التي تعلموها إلى الآن والتي يمكن استخدامها لإثبات تشابه مثلثين.

## 2 التدريس

## العمل في مجموعات متعاونة

نظم الطلاب في مجموعات متنوعة القدرات كل منها من طالبين. اطلب منهم بعد ذلك إكمال النشاط.

تبرين اطلب من الطلاب إتمام التمرينين 1 و 2.

## التركيز على محتوى الرياضيات

إيجاد الميل في النشاط 1. ميل  $AC$  سالب لأن الارتفاع الذي نشأ من  $A$  إلى  $B$  في الاتجاه السالب على المسافة الأفقية من  $B$  إلى  $C$  في الاتجاه الموجب.

## إجابة إضافية

$$\begin{aligned}
 1. \text{ ميل } CE &= m_1 = \frac{DE}{CD} \\
 \text{و ميل } AC &= m_2 = -\frac{AB}{BC} \\
 &\text{معطى} \\
 &\text{استبدال} \\
 &\text{اضرب} \\
 &\text{بسط.}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 m_1 m_2 &= -1 \\
 \left(\frac{DE}{CD}\right)\left(-\frac{AB}{BC}\right) &= -1 \\
 \left(\frac{DE}{CD}\right)\left(-\frac{AB}{BC}\right)\left(-\frac{BC}{AB}\right) &= -1\left(-\frac{BC}{AB}\right) \\
 \frac{DE}{CD} &= \frac{BC}{AB}
 \end{aligned}$$

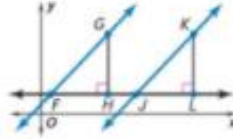
بما أن  $\angle B$  و  $\angle D$  زاويتان قائمتان، فإن  $\angle B \cong \angle D$ . وبحسب نظرية التشابه (ضلع-زاوية-ضلع)، فإن  $\triangle ABC \sim \triangle CDE$ . بما أن  $\angle B$  زاوية قائمة، فإن  $\angle BAC$  و  $\angle BCA$  متتامتان. بما أن  $\triangle ABC \sim \triangle CDE$ ، فإن  $\angle BAC \cong \angle DCE$  وبالإستبدال، فإن  $\angle BCA$  و  $\angle DCE$  متتامتان. وبحسب تعريف النكامل، فإن  $m\angle DCE + m\angle BCA = 90$  وبما أن  $m\angle DCE + m\angle ACE + m\angle BCA = 180$  زاوية قائمة، فإنه بإضافة الزاوية  $m\angle ACE = 180$  وبالتعويض، فإن  $m\angle ACE = 90$ . لذلك  $m\angle ACE = 90$  وبحسب التعريف فإن الزاوية  $\angle ACE$  تكون زاوية قائمة. بما أن  $AC$  و  $CE$  يتقاطعان ليشكلا الزاوية القائمة  $\angle ACE$ ، فإن  $CE \perp AC$ .



يمكنك أيضًا استخدام مثلثات متشابهة في إثبات بعض العبارات عن المستقيبات المتوازية.

## النشاط 2 مستقيبات متوازية

المعطيات: ميل  $m_1 = \vec{FG}$ ، وميل  $m_2 = \vec{JK}$ ، و  $m_1 = m_2$ .  $\triangle FGH$  عبارة عن مثلث قائم به الزاوية القائمة  $H$ .  $\triangle JKL$  عبارة عن مثلث قائم به الزاوية القائمة  $L$ .



المطلوب:  $\vec{FG} \parallel \vec{JK}$

**الخطوة 1** في المستوى الإحداثي، قم بإنشاء  $\vec{FG}$  و  $\vec{JK}$  واليثلث القائم  $\triangle FGH$  واليثلث القائم  $\triangle JKL$ . ثم ارسم قاطعًا أفديًا  $\vec{FL}$ ، كما هو موضح.

**الخطوة 2** أوجد ميل المستقيم  $\vec{FG}$  والمستقيم  $\vec{JK}$ .

ميل  $\vec{FG}$

$$m_1 = \frac{\text{الارتفاع}}{\text{الإزاحة}} = \frac{GH}{HF}$$

قانون الميل

الارتفاع =  $GH$ ، الإزاحة =  $HF$

ميل  $\vec{JK}$

$$m_2 = \frac{\text{الارتفاع}}{\text{الإزاحة}} = \frac{KL}{LJ}$$

قانون الميل

الارتفاع =  $KL$ ، الإزاحة =  $LJ$



**الخطوة 3** أثبت أن  $\triangle FGH \sim \triangle JKL$ .

من المعطيات أن  $m_1 = m_2$ ، بالتعويض،  $\frac{GH}{HF} = \frac{KL}{LJ}$ . يمكن إعادة صياغة هذه النسبة في الصورة  $\frac{GH}{KL} = \frac{HF}{LJ}$ . بما أن  $\angle H \cong \angle L$  زاويتان قائمتان، فإن  $\angle H \cong \angle L$ . إذا حسب ثنائيه ضلعين وزاوية (SAS)، فإن  $\triangle FGH \sim \triangle JKL$ .

**الخطوة 4** استخدم الحقيقة  $\triangle FGH \sim \triangle JKL$  في إثبات أن  $\vec{FG} \parallel \vec{JK}$ .

الزوايا المتناظرة في المثلثات المتشابهة تكون متطابقة، إذا  $\angle GFH \cong \angle KJL$ ، وفقًا لتعريف الزوايا المتطابقة،  $m\angle GFH = m\angle KJL$  (أو  $\angle GFH \cong \angle KJL$ )، حسب التعريف،  $\angle KJH$  و  $\angle KJL$  تشكلان زوجًا خطيًا، بما أن الأزواج الخطية تكون متكاملة، فإن  $m\angle KJH + m\angle KJL = 180$ ، إذا بالتعويض،  $m\angle KJH + m\angle GFH = 180$ . حسب التعريف، تكون  $\angle GFH$  و  $\angle KJH$  متكاملتين، بما أن  $\angle GFH$  و  $\angle KJH$  متكاملتان وزاويتان داخليتان متقابلتان، فإن  $\vec{FG} \parallel \vec{JK}$ .

## النموذج

2. البرهان استخدم الرسم التخطيطي من النشاط 2 في إثبات العبارة التالية.

المعطيات: ميل  $m_1 = \vec{FG}$ ، وميل  $m_2 = \vec{JK}$ ، و  $\vec{FG} \parallel \vec{JK}$

المطلوب:  $m_1 = m_2$  **انظر الهامش.**

الدرس 2-14 استخدام الأجزاء  
المتناسبة ضمن المثلثات مع  
المستقيمات المتوازية.

بعد الدرس 2-14 تحديد التحويلات  
المتشابهة.

## 2 التدريس

### الأسئلة الداعمة

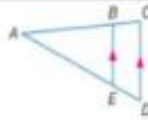
كلّف الطلاب بقراءة القسم **لماذا؟** الوارد  
في هذا الدرس.

### اطرح الأسئلة التالية:

- صف المسافة بين مستقيمين متوازيين.  
دائماً نفس المسافة.
- لماذا تبدو المسافة بين خطي سكة  
القطار تتناقص شيئاً فشيئاً؟  
الإجابة النموذجية: يقترب المستقيمان  
في الصورة إلى بعضهما.
- هل المستقيمان البيّتان في الصورة  
والمشكّلان من خطي سكة الحديد  
متوازيان؟ نعم

1 **الأجزاء المتناسبة داخل المثلثات** عندما يحتوي مثلث على مستقيم يوازي أحد أضلاعها، فيمكن  
باستخدام عملية تشابه الزوايا إثبات تشابه المثلثين المتكوّنين. بما أن المثلثين متشابهين، فإن أضلاعها  
متناسبة.

### النظرية 14.4 نظرية تناسب المثلثات



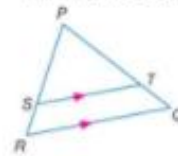
إذا توازي مستقيم مع أحد أضلاع المثلث وكان ينصف الضلعين الآخرين،  
فإنه يقسم هذين الضلعين إلى قطع متناسبة أطوالها متناسبة.

مثال إذا كان  $BE \parallel AC$ ، فإن  $\frac{AB}{BC} = \frac{AE}{ED}$ .

### مثال 1 أوجد طول الضلع

في  $\triangle PQR$ ، تجد أن  $\overline{ST} \parallel \overline{RQ}$ . فإذا كان  $PT = 7.5$  و  $TQ = 3$ ، و  
 $SR = 2.5$ ، فأوجد  $PS$ .

استخدم نظرية تناسب المثلثات.



$$\frac{PS}{SR} = \frac{PT}{TQ}$$

نظرية تناسب المثلثات

$$\frac{PS}{2.5} = \frac{7.5}{3}$$

عوض.

$$PS \cdot 3 = (2.5)(7.5)$$

خاصية الضرب التبادلي

$$3PS = 18.75$$

الضرب.

$$PS = 6.25$$

اقسم الطرفين على 3.

### تمرين موجّه

1. إذا كان  $PS = 12.5$ ، و  $SR = 5$ ، و  $PT = 15$ ، فأوجد  $TQ$ .

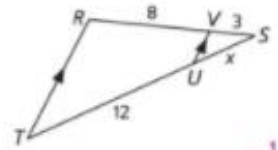
### المفردات الجديدة

منصف ساق المثلث  
midsegment of a  
triangle

إثبات نظريات حول المثلثات.  
استخدم معيار التوازي  
والتشابه بالنسبة للمثلثات  
لحل المسائل وإثبات العلاقات  
في الأشكال الهندسية.  
فهم طبيعة المسائل والبشره  
في حلها.  
بناء فرضيات سليمة والتعليل  
على طريقة استنتاج الآخرين.

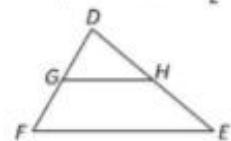
### أمثلة إضافية

1 في  $\triangle RST$ ,  $\overline{RT} \parallel \overline{VU}$ ,  $SV = 3$  و  $VR = 8$  و  $UT = 12$ . أوجد  $SU$ .



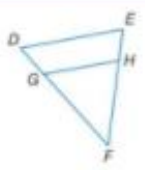
$4\frac{1}{2}$

2 في  $\triangle DEF$ ,  $DH = 18$  و  $HE = 36$  و  $DG = \frac{1}{2}GF$ . هل  $\overline{GH} \parallel \overline{FE}$ ؟



نعم. من المعلومات المعطاة.  $\frac{DG}{GH} = \frac{DH}{HE}$  ولأن للقطع المستقيمة أطوالاً متناسبة، فإن  $\overline{GH} \parallel \overline{FE}$ .

### مثال 2 تحديد ما إذا كان المستقيمان متوازيين أم لا



في  $\triangle DEF$ ,  $EH = 3$  و  $HF = 9$  و  $DG$  تمثل ثلث طول  $\overline{GF}$ . هل  $\overline{DE} \parallel \overline{GH}$ ؟

باستخدام مبرهن نظرية تناسب المثلثات. ولإثبات أن  $\overline{DE} \parallel \overline{GH}$  يجب أن نثبت أن  $\frac{DG}{GF} = \frac{EH}{HF}$ .

أوجد كل نسبة وبسطها. افترض أن  $DG = x$  بما أن  $DG$  ثلث  $GF$ ، فإن  $GF = 3x$ .

$$\frac{DG}{GF} = \frac{x}{3x} \text{ أو } \frac{1}{3} \quad \frac{EH}{HF} = \frac{3}{9} \text{ أو } \frac{1}{3}$$

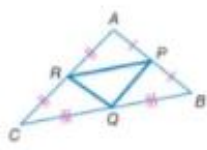
وبما أن  $\frac{1}{3} = \frac{1}{3}$ ، والأضلاع متناسبة فإن  $\overline{DE} \parallel \overline{GH}$ .

### تمرين موجّه

2.  $DG$  يمثل نصف طول  $\overline{GF}$  و  $EH = 6$  و  $HF = 10$ . هل  $\overline{DE} \parallel \overline{GH}$ ؟

### نصيحة دراسية

**متصف ساقى المثلث**  
تغطي منتصف ساقى المثلث. يوجد في كل مثلث ثلاثة منتصفات السيقان. منتصفات السيقان في  $\triangle ABC$  هي  $\overline{PQ}$  و  $\overline{QR}$  و  $\overline{RP}$ . الثلاثة مثلثات المنتصفات.

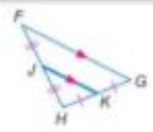


نظرية تناسب منتصفات سيقان المثلثات هي حالة خاصة من نظرية تناسب المثلثات.

### النظرية 14.6 نظرية منتصفات سيقان المثلثات

يكون منتصف ساقى المثلث موازيًا لأحد أضلاع المثلث. ويبلغ طوله نصف طول هذا الضلع.

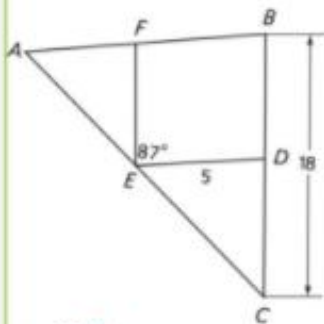
مثال إذا كان  $J$  و  $K$  هما نقطتي المنتصف للضلعين  $\overline{FG}$  و  $\overline{FH}$  على الترتيب، فإن  $\overline{JK} \parallel \overline{FH}$  و  $JK = \frac{1}{2}FH$ .



أو يكون طول كل من  $\overline{DE}$  و  $\overline{EF}$  نصف طول ضلع المثلث، فخليهم استخدام طول ضلع المثلث المشابه بكامله.

### مثال إضافي

3 في الشكل،  $\overline{EF}$  و  $\overline{DE}$  هما منصفان لسيقان  $\triangle ABC$ . أوجد كل قياس مما يلي.



- a.  $AB$  10  
b.  $FE$  9  
c.  $m\angle AFE$  87

$XZ = 6.5$       بشرط



b.  $ST$

- $XY = \frac{1}{2}ST$       نظرية منتصفات سيقان المثلثات  
 $7 = \frac{1}{2}ST$       عوض  
 $14 = ST$       ضرب الطرفين في 2

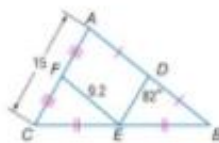
c.  $m\angle RYX$

باستخدام نظرية منتصفات سيقان المثلثات،  $XZ \parallel RT$

- $\angle RYX \cong \angle YXZ$       نظرية الزوايا الداخلية المتبادلة  
 $m\angle RYX = m\angle YXZ$       تعريف التطابق  
 $m\angle RYX = 124$       عوض

### تمرين موجّه

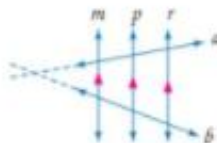
أوجد قياس كل مما يلي.



- 3A.  $DE$  7.5  
3B.  $DB$  9.2  
3C.  $m\angle FED$  82

## 2 الأجزاء المتناسبة مع المستقيمتين المتوازيتين

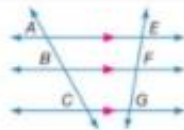
هي حالة خاصة أخرى من نظرية تناسب المثلثات وتضمن ثلاثة مستقيمتين متوازيتين أو أكثر يقطعها قاطعان. لاحظ أنه عند مد القاطعين  $h$  و  $b$ ، فإنهما يتكوّنان مثلثات مع المستقيمتين المتوازيتين.



### اللازمة 14.1 الأجزاء المتناسبة للمستقيمتين المتوازيتين

عند تقاطع ثلاثة مستقيمتين متوازيتين أو أكثر مع قاطعين فإنهما تقسم القاطعين إلى أجزاء متناسبة.

مثال إذا كان  $\overline{AE} \parallel \overline{BF} \parallel \overline{CG}$ ، فإن  $\frac{AB}{BC} = \frac{EF}{FG}$



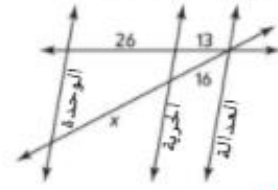
### نصيحة دراسية

تناسبات أخرى يمكن كتابة تناسيب آخرين للمثال في التلمذة 7.1.

$$\frac{AB}{BC} = \frac{EF}{FG} \quad \text{و} \quad \frac{AC}{BC} = \frac{EC}{CG}$$

- يشارات مصورة
- الحجم - الأشباه المبهمة تبدو أقرب
  - الوضوح - الأشباه الأقرب تبدو أكثر تركيزاً
  - التباين - الأشباه القريبة يكون لها هيئة وشكل بينما الأشباه المبهمة تكون تقريباً مخططة
- المصدر: مارك شر تشارك الإقليم

**4 الخرائط في الشكل، شوارع الوحدة والحرية والعدالة شوارع متوازية. يبين الشكل المسافة بين مباني المدينة. أوجد X.**



32

### التركيز على محتوى الرياضيات

**المستقيبات المتوازية** إن معكوس النتيجة 14.2 صحيحٌ أيضًا. إذا قطعت ثلاثة مستقيبات كل قاطع إلى قطع مستقيمة متطابقة، فإنها تقطع القاطع المستقيمة المتطابقة الواقعة على أي مستقيم عمودي على كل من المستقيبات المتوازية. وهذا يبين أن المستقيبات الثلاثة تقصّل بينها المسافة نفسها ولذلك فهي متوازية.

$$\frac{AB}{WX} = \frac{DC}{ZY}$$

النتيجة 14.1

$$8 = 9$$

عوض

$$WX - 9 = 8 - 5$$

خاصية الضرب التفاضلي

$$9WX = 40$$

بسّط

$$WX = \frac{40}{9}$$

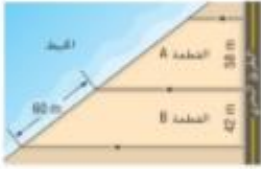
اقسم الطرفين على 9

من المعطى المسافة بين  $X$  و  $W$  أن تكون  $\frac{40}{9}$  أو حوالي 4.4 سنتمترات.

**التحقق** نسبة  $DC$  إلى  $ZY$  تساوي 9 إلى 5 بماوي 5 تقريباً أو 2 إلى 1. نسبة  $AB$  إلى  $WX$  تساوي 8 إلى 4.4 أو حوالي 8 إلى 4 أو 2 إلى 1 أيضاً، إذًا الإجابة منطقية. ✓

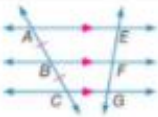
### تعرين موجّه

**4. المقترات الواجبة** هي قياس طول حد المقار الذي يطل على منظر معين مثل شارع أو بحيرة أو محيط أو غير. أوجد طول واجهة المحيط للمخطة A مغرباً إلى أقرب جزء من عشرة من المتر. **92.9 متراً**



إذا كان معامل القياس للقطع المستقيمة متناسبة هو 1، فإنها تضم العاطمين إلى أجزاء متطابقة.

### النتيجة 14.2 الأجزاء المتطابقة للمستقيبات المتوازية



إذا أحدثت ثلاثة مستقيبات متوازية أو أكثر قطعاً مستقيمة متطابقة على قاطع ما، فإنها تحدث قطعاً مستقيمة متطابقة على كل القواطع.

مثال إذا كان  $\overline{AE} \parallel \overline{BF} \parallel \overline{CG}$  وكان  $\overline{AB} \cong \overline{BC}$  فإن  $\overline{EF} \cong \overline{FG}$

876 | الدرس 14-2 | المستقيبات المتوازية والأجزاء المتناسبة

### التدريس المتمايز

**المعلمون أصحاب النمط البصري** اطلب من الطلاب ابتكار رسم يستخدم نقطة تلاش وناقش التواحي الرياضية التي ينطوي عليها ذلك.

876 | الدرس 7-4 | المستقيبات المتوازية والأجزاء المتناسبة

$$y = 2; x = 6$$

**انتبه!**

**الإجابة عن الأسئلة** نوع الحذر في الإجابة عن السؤال المطروح. في المثال 5، عليك إيجاد قيمتي  $x$  و  $y$  وليس طولي القطعتين المستقيمتين.

تعريف التوازي  
عوض  
اطرح  $y$  من الطرفين.  
اجمع 7 إلى الطرفين.  
اقسم 2 على الطرفين.

$$MP = PQ$$

$$3y + 8 = 5y - 7$$

$$8 = 2y - 7$$

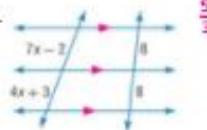
$$15 = 2y$$

$$7,5 = y$$

تدوين موجّه

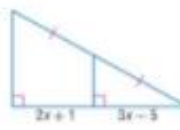
6

5A.



5/3

5B.

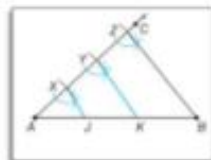


من الممكن تقسيم قطعة مستقيمة إلى جزأين متطابقتين عن طريق إنشاء منتصف عمودي على القطعة المستقيمة. إلا أنه لا يمكن تقسيم القطعة المستقيمة إلى ثلاثة أجزاء متطابقة بإنشاء منتصفات عمودية. ولعل ذلك يجب عليك استخدام المستقيمتين المتوازيين والنتيجة 14.2.

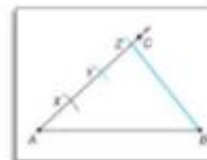
### الإشارة تقسيم القطعة المستقيمة إلى ثلاثة أجزاء

ارسم القطعة المستقيمة  $\overline{AB}$ . ثم استخدم النتيجة 14.2 لتقسيم  $\overline{AB}$  إلى ثلاثة أجزاء.

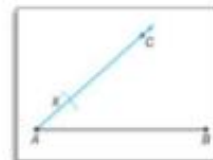
ارسم مستقيمتين يربطان بين  $Y$  و  $X$  بحيث يوازيان  $\overline{AB}$ . اكتب على نقطتي التقاطع على  $\overline{AB}$  الحرفين  $J$  و  $K$ .



استخدم نفس وضعية العرجار. ارسم  $Z$  و  $Y$  بحيث يكون  $\overline{AZ} \cong \overline{ZY} \cong \overline{YZ}$ . ثم ارسم  $ZB$ .



ارسم  $\overline{AC}$ . ثم ضع العرجار على  $A$ . وارسم قوسًا يقطع  $\overline{AC}$  عند  $X$ .



**الاستنتاج.** بما أن المستقيمتين المتوازيين يقطعان قطعتين مستقيمتين متطابقتين على المقاطع، فإن  $\overline{AJ} \cong \overline{JK} \cong \overline{KB}$ .

877

### التدريس المتمايز

**المتعلمون بالطريقة الحسية الحركية** اطلب من الطلاب استخدام خيط وشريط لاصق والأرضية المبلطة لتعليم قطع مستقيمة متطابقة على خطوط متوازية يتم تشكيلها بواسطة الشريط اللاصق على الأرضية. استخدم الخيط لتوضيح أنه إذا شكلت ثلاث مستقيمتين متوازيين قطعًا مستقيمة متطابقة على قاطع واحد، فإنها تشكل قطعًا مستقيمة متطابقة على قاطع آخر.

يستكشف الطلاب المستقيبات المتوازية والأجزاء المتناسبة.

اطرح السؤال التالي:

- ما العلاقة بين المستقيبات المتوازية والتناسبات؟
- الإجابة النموذجية: عند تقاطع ثلاثة مستقيبات متوازية أو أكثر مع قاطعين، فإن القطع المتناظرة التي تقطع كل قاطع متناسبة.

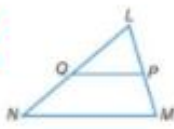
14. نعم، لأن  $\frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC}$

15. لا، لأن  $\frac{AD}{DB} \neq \frac{AE}{EC}$

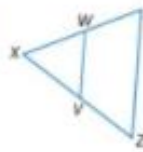
16. لا، لأن  $\frac{AD}{DB} \neq \frac{AE}{EC}$

17. نعم، لأن  $\frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC}$

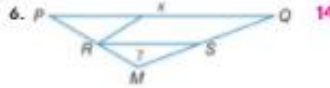
4. لا، لأن  $\frac{LO}{ON} \neq \frac{LP}{PM}$



3. نعم، لأن  $\frac{XW}{WY} = \frac{XV}{YZ}$

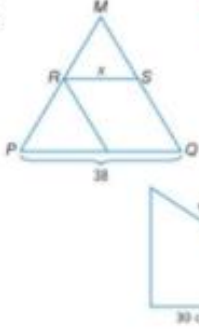


6.  $\overline{RS}$  هو منتصف ساق  $\triangle MPQ$ . أوجد قيمة  $x$ .



مثال 3

5. 19

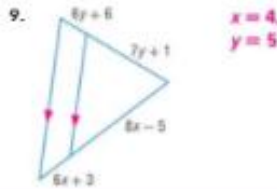
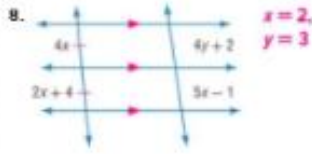


7. الرياضات بنى جبال منحزما للدراجات بالأيام الموضحة. إذا كانت الدعامة موازية لظهر المتحدر، فما طول المسافة من مقدمة المتحدر إلى الدعامة؟ 20 cm

مثال 4

الجبر أوجد قيمة  $x$  و  $y$ .

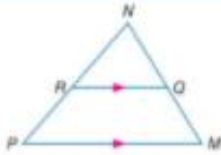
مثال 5



### التدريب وحل المسائل

10. إذا كان  $PR = 60, RN = 74, MQ = 30, WQ = 37$
11. إذا كان  $MQ = 44, RN = 34, PR = 22, MQ = 44$
12. إذا كان  $PR = 94, MQ = 47, NQ = 18$
13. إذا كان  $RN = 30, PR = 20, MQ = 60$

مثال 1

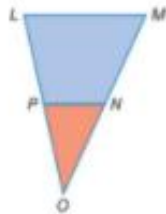
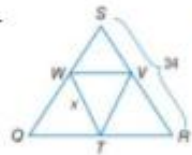


### خيارات الواجب المنزلي المتميزة

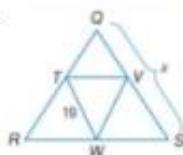
المستوى	الواجب	خيار اليمين
متبتئ	10-25, 48, 49, 51-73	48, 49, 51, 52, 57-73 زوجي 10-24
أساسي	11-47, 48, 49, 51-73	10-25, 53-56
متقدم	26-66, (اختياري: 67-73)	26-49, 51, 52, 57-73



20. 17



21. 38

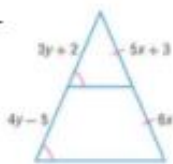


22. الروح المدرسية تسمو نجاة لثقة لتجميع طلابي نشيطين.  
 إذا كان  $PO = 50 \text{ cm}$  ,  $LP = 26 \text{ cm}$  ,  $PN \parallel LM$  ,  
 فأوجد  $MN = 13 \text{ cm}$  ,  
 $MO = 48 \text{ cm}$

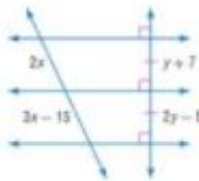
مقال 4

23. التكبير آثار التخفيف. يريد عامر نصب خيمته في منتصف المسافة بين إحدى الأشجار وسفرة إبعاد النار. إذا كانت المسافة بين قمة الشجرة وقمة خيمته تماوي 12 مترا فكم تمتد قمة خيمته عن حجرة النار؟ 12 مترا

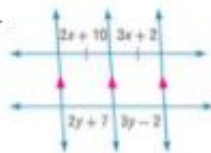
24.  $x = 3$ ,  
 $y = 7$



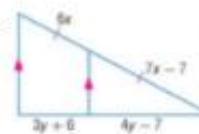
25.  $x = 15$ ,  
 $y = 12$



26.  $x = 8$ ,  
 $y = 9$



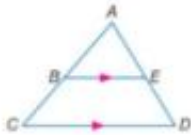
27.  $x = 7$ ,  
 $y = 13$



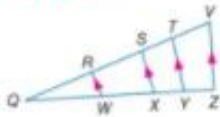
مقال 5



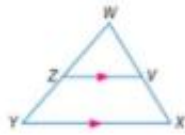
36. إذا كان  $AB = 4t + 8$ ,  $AC = 3t$ ,  $BC = t + 2$  فأوجد  $ED$ .  $ED = 2t - 4$ ,  $AB$  فأوجد  $ED$ .



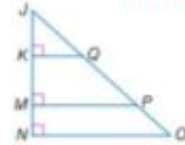
38. إذا كان  $RS = 80$ ,  $QW = 2$ ,  $QR = 4$  فأوجد  $TV$ .  $TV = 28$ ,  $XY = 6$ ,  $YZ, ST, WX$  فأوجد  $YZ, ST, WX$ .



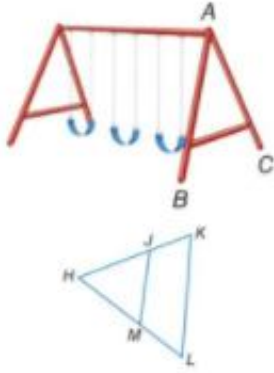
37. إذا كان  $ZY = Zx + 1$ ,  $WZ = Zx + 4$ ,  $WX = 130$ ,  $WV = 68$ ,  $ZY$  فأوجد  $WX$ .  $WX = 130$ ,  $WV = 68$ ,  $ZY$  فأوجد  $WX$ .



إذا كان  $JQ = 24$ ,  $MN = 7$ ,  $JK = 12$  فأوجد  $QP$  و  $PO$ .  $QP = 14$ ,  $PO = 98$ .



39. معالجة الأطفال أثناء معالجة الأبطال لا صحت بها أن عمود الدعم بألّة الأروحة عبارة عن منتصف سابقين لـ  $\triangle ABC$ . إذا قُطرت منها أن طول عمود الدعم يبلغ 1.2 متر، فكم تمتد المنطقة B من المنطقة C؟  $2.4$  متر.



حدد قيمة x بحيث  $JM \parallel KL$ .

40.  $ML = 7x + 3$ ,  $HM = 6x + 2$ ,  $JK = 93$ ,  $HL = 19x + 2$ .  
41.  $ML = 39$ ,  $HM = 2x - 8$ ,  $JK = x - 3$ ,  $HL = \frac{1}{2}x$ .

42. الهندسة الإحداثية  $\triangle QRS$  له الرؤوس  $S(10, 8)$ ,  $R(1, 4)$  و  $Q(-5, 10)$ . ارسم  $\triangle QRS$ . وحدد إحداثيات منتصف سابقي البطل والذي يكون متوازياً مع  $RS$ . برر إجابتك.  $(7.5, 9)$ ,  $(-1, 7)$ . هذان هما نقطتا المنتصف لـ  $QR$  و  $QS$ .



البرهان:

في  $\triangle GBE$ .  $\overline{AD} \parallel \overline{BE}$  وبحسب

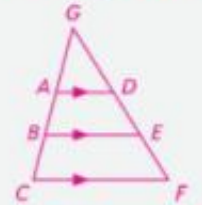
نظرية تناسب المثلثات فإن  $AB$  و  $DE$  متناسبان. في  $\triangle GCF$ .

وبحسب نظرية تناسب المثلثات فإن  $BC$  و  $EF$  متناسبان.

$$\frac{AB}{BC} = \frac{DE}{EF}$$

29. المعطيات:  $\overline{AD} \parallel \overline{BE} \parallel \overline{CF}$ .  
المطلوب:  $\overline{AB} \cong \overline{BC}$

$\overline{DE} \cong \overline{EF}$



البرهان:

من النتيجة 14.1.  $\frac{AB}{BC} = \frac{DE}{EF}$ .

بما أن  $\overline{AD} \parallel \overline{BE}$  فإن  $AB = BC$  بحسب تعريف التطابق.

لذلك،  $\frac{AB}{BC} = 1$ . بحسب التعويض فإن

$1 = \frac{DE}{EF}$  لذلك،  $DE = EF$ . بحسب تعريف التطابق،  $\overline{DE} \cong \overline{EF}$ .

البرهان:  $\overline{BD} \parallel \overline{AE}$  و  $\angle 4 \cong \angle 1$  و  $\angle 3 \cong \angle 2$  لأنهما زاويتان متناظرتان. بحسب نظرية تشابه ضلع-ضلع

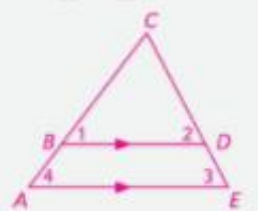
$\triangle ACE \sim \triangle BCD$ . وبحسب تعريف المضلعات المتشابهة فإن  $\frac{CA}{CB} = \frac{CE}{CD}$ . بحسب عملية جمع القطع

المستقيمة فإن  $CA = BA + CB$  و  $CE = DE + CD$ . وبالتعويض فإن  $\frac{BA + CB}{CB} = \frac{DE + CD}{CD}$ . وبإعادة الكتابة

في صورة مجموع كلي  $\frac{BA}{CB} + \frac{CB}{CB} = \frac{DE}{CD} + \frac{CD}{CD}$ . وبالتبسيط،  $\frac{BA}{CB} + 1 = \frac{DE}{CD} + 1$ . لذلك،  $\frac{BA}{CB} = \frac{DE}{CD}$ . عن طريق طرح واحد من كل جانب.

30. المعطيات:  $\overline{BD} \parallel \overline{AE}$

المطلوب:  $\frac{BA}{CB} = \frac{DE}{CD}$

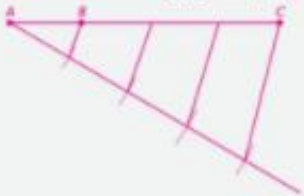


### إجابات إضافية

44. الإجابة النموذجية:



45. الإجابة النموذجية:



46. الإجابة النموذجية:



46. قطعة مستقيمة طولها 8 متساوية مقسمة إلى أربع قطع متطابقة  
47. **النشيطات المتعددة** في هذه المسألة، سوف تستكشف منتصفات الماثلث للثلثات المتشابهة.

a. هندسيًا ارسم ثلاثة مثلثات قائمة مع منتصفات الماثلث لها. ثم بتسمية المثلثات ABC ومنتصفات الماثلث MLP.

ثم قم بقياس طول كل منتصف الماثلث وتصنيفه. **انظر ملحق إجابات الوحدة 14.**

b. جدوليًا اضع الجدول التالي واكمله. **انظر ملحق إجابات الوحدة 14.**

المنتج	AE	LP	م. ج.	هل DMLP مثلث قائم؟
1				
2				
3				

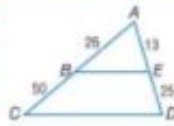
c. لفظيًا عتق شيئًا حول تعريف منتصفات الماثلث للثلث القائم.

**منتصفات الماثلث في المثلث القائم تشكل مثلثًا قائمًا.**

### مصادر مهارات التفكير العليا استخدم مهارات التفكير العليا

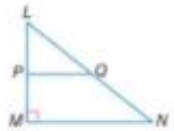
48. آدم على صواب لأن

$$\frac{AB}{BC} = \frac{AE}{ED}$$

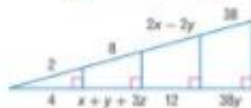


48. **تحليل الخطأ** يحاول إبراهيم وأسامة اكتشاف ما إذا كان  $BE \parallel CD$ . يعتقد إبراهيم أن  $BE$  ليس موازيًا لـ  $CD$ . ولكن أسامة يعتقد أنهما متوازيان. أي منهما على صواب؟ اشرح إجابتك.

49. **تبرير** إذا كان  $\triangle LMN$  مثلثًا قائمًا فيه  $PO$  منتصف مائلين، فهل تكون  $\angle LPO$  زاوية قائمة؟ اشرح إجابتك. **نعم، لأن  $\angle LPO$  و  $\angle LMN$  زاويتان متناظرتان.**



50. **تحذّر** استعمل بالرسم التخطيطي أدناه لإيجاد  $x$  و  $y$ .  
 $x = 5, y = 2, z = 3$



51. **مسألة غير محددة الإجابة** قم برسم وتسمية المثلث ABC مع منتصف الماثلث PQ الموازي لـ BC. بحيث يكون  $AP = 3$  و  $QC = 4$ . **انظر ملحق إجابات الوحدة 14.**

52. **الكتابة في الرياضيات** قارن وقارن بين النتيجة 14.1 والنتيجة 14.2.

52. **تتعلق باللازمات والمستقيمات المتوازية والعلاقات بين القطع المستقيمة. وتتناول اللازمة 14.1 فقط التناسب بينما تتناول 14.2 اللازمة التطابق.**

يكون شبه منحرف متساوي الساقين لأن  $RS = \sqrt{26} = QT$ .

62.  $ABCD$  شبه منحرف ولكن ليس

متساوي الساقين لأن  $AB = \sqrt{17}$

و  $CD = 5$

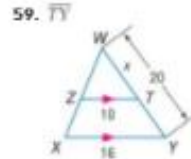
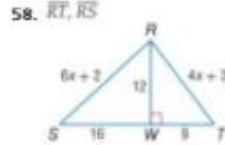
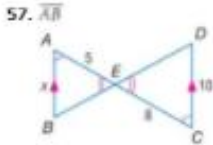
A 20 وحدة<sup>2</sup> B 30 وحدة<sup>2</sup>  
C 36 وحدة<sup>2</sup> D 40 وحدة<sup>2</sup> E 10π

57.  $\triangle ABE \sim \triangle CDE$  حسب مسألة تشابه زاويتين (AA)؛ 6.25  
58.  $\triangle RSW \sim \triangle TRW$  حسب نظرية تشابه ضلعين وزاوية (SAS)؛ 15، 20

### مراجعة شاملة

الجبر حدد المثلثات المتشابهة. ثم أوجد قياس (قياسات) القطعة (القطع) المستقيمة المهيئة. (الدرس 1-19)

7.5  $\triangle WZT \sim \triangle WXY$  حسب تشابه AA؛



60. كرة السلة في كرة السلة، الرمية الحرة تساوي نقطة واحدة والهدف الميداني إما إنه يساوي نقطتين أو ثلاث نقاط. في أحد الأشواط، سجل تيم دانكن لاعب فريق سان أنتونيو سبيرز إجمالي 1342 نقطة. وبلغ إجمالي عدد الأهداف الميدانية ذات النقطتين والأهداف الميدانية ذات النقاط الثلاث، 517 هدفاً. ونجح في إحراز 305 رميات حرة من أصل 455 محاولة. أوجد عدد الأهداف الميدانية ذات النقطتين والأهداف الميدانية ذات النقاط الثلاث التي سجلها دانكن في هذا الشوط. **514 هدفاً ميدانياً ذا النقطتين؛ 3 أهداف ميدانية ذات النقاط الثلاث**

الهندسة الإحداثية بالنسبة لكل شكل رباعي له رؤوس معلومة، تحقق ما إذا كان الشكل الرباعي هذا شبه منحرف. وحدد ما إذا كان الشكل شبه المنحرف متساوي الساقين أم لا. 61-62. انظر الهامش.

61.  $A(-12, 1), B(-9, 4), C(-4, 3), D(-11, -4)$   
62.  $A(-3, 3), B(-4, -1), C(5, -1), D(2, 3)$

حل كل متباينة مما يلي. وتحقق من حلك.

63.  $3y - 4 > -37$  ( $y | y > -11$ )  
64.  $-5q + 9 > 24$  ( $q | q < -3$ )  
65.  $-2k + 12 < 30$  ( $k | k > -9$ )  
66.  $5q + 7 \leq 3(q + 1)$  ( $q | q \leq -2$ )  
67.  $\frac{2}{4} + 7 \geq -5$  ( $x | x \geq -48$ )  
68.  $8c - (c - 5) > c + 17$  ( $c | c > 2$ )

### مراجعة المهارات

حل كل من التناسبات التالية.

69.  $\frac{1}{3} = \frac{x}{2} = \frac{2}{3}$   
70.  $\frac{3}{4} = \frac{5}{x}$  6.7  
71.  $\frac{2.3}{4} = \frac{x}{3.7}$  2.1  
72.  $\frac{x-2}{2} = \frac{4}{5}$  3.6  
73.  $\frac{x}{12-2} = \frac{8}{3}$  8.7

### التدريس المتمايز

التوسع يقع برج مياه إحدى البلدات في النقطة A. تشكل حدود البلدة مثلثاً باستخدام النقاط B، و C و برج المياه. تقع النقطة D في المنتصف بين برج المياه والنقطة B، وتقع النقطة E في المنتصف بين برج المياه والنقطة C. وتقدر المسافة من D إلى E بـ 18.9 كيلو متراً. فما المسافة من النقطة C إلى النقطة B؟ **37.8 كيلو متراً.**

4.  $\triangle ABC \sim \triangle BCD$  (تشابه ضلعين وزاوية محصورة)

27. البرهان:

العبارات (المبررات)

1.  $LMNP$  شكل طائرة ورقية (معطى)

2.  $AP = AM$  (تعريف شكل الطائرة الورقية)

3.  $PQ = OM$  (يتصف قطرا الطائرة بعضهما بعضاً)

4.  $AO = AO$  (خاصية التماثل)

5.  $\triangle APQ \sim \triangle AMO$  (تشابه أضلاع المثلث الثلاثة)

3.  $\frac{AP}{AM} = \frac{PQ}{OM}$  (تعريف تشابه المثلثات).

28. البرهان: بما أن طاوله الكي موازية للأرض، ومن ثم فإن  $AB \parallel DC$

إذا  $\angle A \cong \angle C$  و  $\angle B \cong \angle D$  لأنهما زاويتان متداخلتان متبادلتان.

ومن ثم ووفقاً لتشابه زاوية-زاوية، فإن  $\triangle ABE \sim \triangle CDE$ . وبما أن

المثلثين متشابهين، فإن  $\frac{AE}{EC} = \frac{AB}{DC}$

29. الحل: المثلثان غير متشابهين.

$$AB = \sqrt{(7-1)^2 + (5-(-7))^2} = \sqrt{261},$$

$$AC = \sqrt{(1-1)^2 + (8-(-7))^2} = 15,$$

$$BC = \sqrt{(7-8)^2 + (5-1)^2} = \sqrt{17},$$

$$EB = \sqrt{(7-3)^2 + (5-(-3))^2} = \sqrt{80},$$

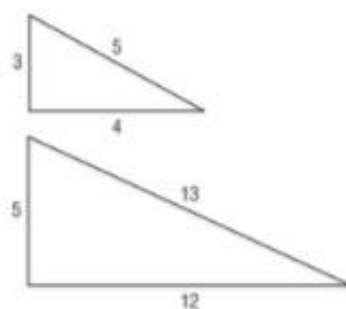
$$FB = \sqrt{(7-3)^2 + (5-7)^2} = \sqrt{20},$$

$$\frac{AB}{EB} = \frac{\sqrt{261}}{\sqrt{80}} = \frac{\sqrt{29}}{3}, \frac{BC}{BF} = \frac{\sqrt{261}}{\sqrt{80}} = \frac{\sqrt{17}}{\sqrt{20}}$$

إذا فإن هذه الأضلاع غير متناسبة، والمثلثان غير متشابهين.

32. الإجابة النموذجية:

المثال المضاد:



الصفحتان 881-880، الدرس 14-2

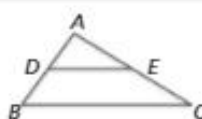
31. المعطيات:  $\frac{DB}{AD} = \frac{EC}{AE}$

المطلوب إثبات:  $\overline{DE} \parallel \overline{BC}$

البرهان:

العبارات (المبررات)

1.  $\frac{DB}{AD} = \frac{EC}{AE}$  (معطى)



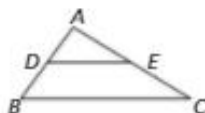
6.  $\angle A = \angle A$  (خاصية الانعكاس)

7.  $\triangle ADE \cong \triangle ABC$  (تشابه ضلع-زاوية-ضلع)

8.  $\angle ADE \cong \angle ABC$  (تعريف - المضلعات المتشابهة)

9.  $\overline{DE} \parallel \overline{BC}$  (إذا كانت الزاويتان المتناظرتان  $\hat{A}$  متطابقتين  $\cong$ ، إذا

المستقيمان متوازيان  $\parallel$ .)



32. المعطيات: D هي نقطة منتصف  $\overline{AB}$

هي نقطة منتصف  $\overline{AC}$  E

المطلوب:  $\overline{DE} \parallel \overline{BC}$ ;  $DE = \frac{1}{2}BC$

البرهان:

العبارات (المبررات)

1. D هي نقطة منتصف  $\overline{AB}$  هي نقطة منتصف  $\overline{AC}$  (معطى)

2.  $\overline{AD} \cong \overline{DB}$   $\overline{AE} \cong \overline{EC}$  (نظرية نقطة المنتصف).

3.  $AD = DB$ ,  $AE = EC$  (تعريف  $\cong$  القطع المستقيمة).

4.  $AB = AD + DB$ ,  $AC = AE + EC$  (مسلمة جمع القطع

المستقيمة)

5.  $AB = AD + AD$ ,  $AC = AE + AE$  (بالتعويض)

6.  $AB = 2AD$ ,  $AC = 2AE$  (بالتعويض)

7.  $\frac{AB}{AD} = 2$ ,  $\frac{AC}{AE} = 2$  (خاصية الطرح)

8.  $\frac{AB}{AD} = \frac{AC}{AE}$  (خاصية التعدي)

9.  $A \cong \angle A$  (خاصية الانعكاس).

10.  $\triangle ADE \sim \triangle ABC$  (تشابه ضلع-زاوية-ضلع)

11.  $\angle ADE \cong \angle ABC$  (تعريف - المضلعات المتشابهة)

12.  $\overline{DE} \parallel \overline{BC}$  (إذا كانت الزاويتان المتناظرتان  $\hat{A}$  متطابقتين  $\cong$ ، إذا

المستقيمان متوازيان  $\parallel$ .)

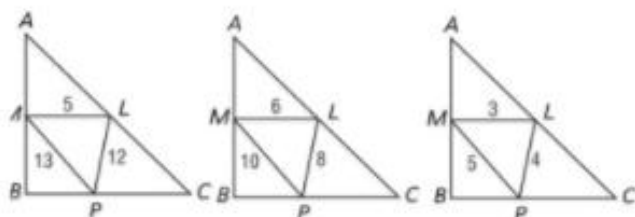
13.  $\frac{BC}{DE} = \frac{AB}{AD}$  (تعريف - المضلعات المتشابهة)

14.  $\frac{BC}{DE} = 2$  (بحسب خاصية التعويض)

15.  $2DE = BC$  (خاصية الضرب)

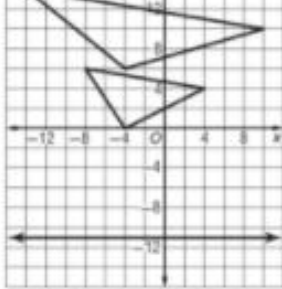
16.  $DE = \frac{1}{2}BC$  (خاصية القسمة)

47a. الإجابة النموذجية:



47b.

المثلث	ML	LP	MP	$\triangle MLP$ قائم الزاوية؟
1	5	12	13	نعم
2	3	4	5	نعم
3	6	8	10	نعم



$$\overline{JK} = 2\sqrt{37}, \overline{KM} = 2\sqrt{17}, \overline{JM} = 4\sqrt{2}, \overline{RS} = 4\sqrt{37},$$

$$\overline{ST} = 4\sqrt{17}, \overline{RT} = 8\sqrt{2}$$

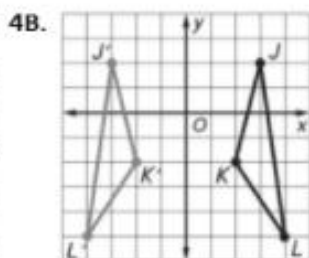
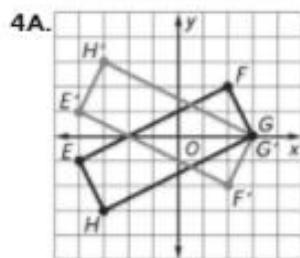
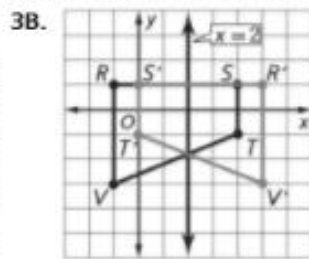
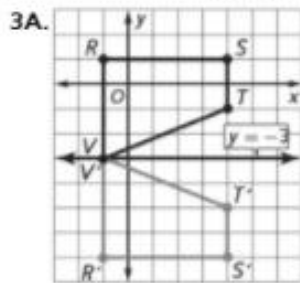
$$\frac{RS}{JK} = 2, \frac{ST}{KM} = 2, \frac{RT}{JM} = 2$$

وحيث إن

$$JKM \sim RST \text{ حسب مسألة تساوي الأضلاع الثلاثة. } \frac{RS}{JK} = \frac{ST}{KM} = \frac{RT}{JM}$$

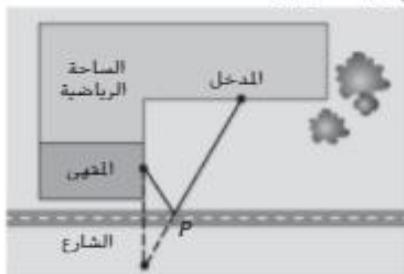
22.  $W(0, 0), X(0, \frac{4}{\sqrt{2}}), Y(\frac{4}{\sqrt{2}}, \frac{3}{\sqrt{2}}), Z(0, \frac{3}{\sqrt{2}})$ .

الصفحة 892، الدرس 14-4 (تمرين موجه)



الصفحات 894-896، الدرس 14-4

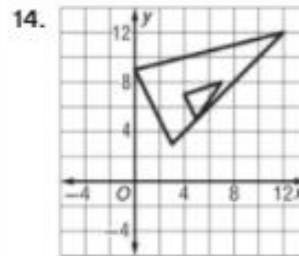
4. الإجابة النموذجية:



961B



الصفحتان 887-888، الدرس 14-3



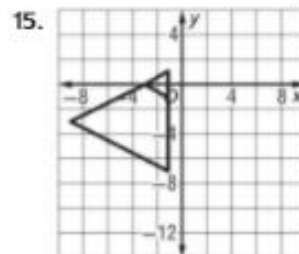
$$\overline{AB} = \sqrt{5}, \overline{BC} = 3\sqrt{2}, \overline{AC} = \sqrt{17}, \overline{EF} = 3\sqrt{5}, \overline{FG} = 9\sqrt{2},$$

$$\overline{EG} = 3\sqrt{17}$$

$$\frac{AB}{EF} = 3, \frac{BC}{FG} = 3, \frac{AC}{EG} = 3$$

وحيث إن

$$\frac{AB}{EF} = \frac{BC}{FG} = \frac{AC}{EG} \text{ حسب مسألة تساوي الأضلاع الثلاثة. إذا } ABC \sim EFG$$



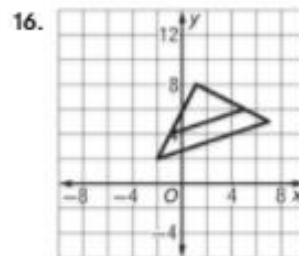
$$\overline{XY} = \sqrt{5}, \overline{YZ} = \sqrt{5}, \overline{XZ} = \sqrt{5}, \overline{XW} = 4\sqrt{5}, \overline{WV} = 4\sqrt{5},$$

$$\overline{VX} = 4\sqrt{5}$$

$$\frac{XW}{XY} = 4, \frac{WV}{YZ} = 4, \frac{VX}{XZ} = 4$$

وحيث إن

$$\frac{XW}{XY} = \frac{WV}{YZ} = \frac{VX}{XZ} \text{ حسب مسألة تساوي الأضلاع الثلاثة. } XYZ \sim XWV$$



$$\overline{LM} = 2\sqrt{5}, \overline{MN} = 2\sqrt{10}, \overline{LN} = 2\sqrt{5}, \overline{LP} = 3\sqrt{5}, \overline{PO} = 3\sqrt{10},$$

$$\overline{LO} = 3\sqrt{5}$$

$$\frac{LM}{LP} = \frac{2}{3}, \frac{MN}{PO} = \frac{2}{3}, \frac{LN}{LO} = \frac{2}{3}$$