

تم تحميل هذا الملف من موقع المناهج الإماراتية



\*للحصول على أوراق عمل لجميع الصفوف وجميع المواد اضغط هنا

<https://almanahj.com/ae>

\* للحصول على أوراق عمل لجميع مواد الصف الثامن اضغط هنا

<https://almanahj.com/ae/8>

\* للحصول على جميع أوراق الصف الثامن في مادة رياضيات وجميع الفصول, اضغط هنا

<https://almanahj.com/ae/8math>

\* للحصول على أوراق عمل لجميع مواد الصف الثامن في مادة رياضيات الخاصة بـ الفصل الثالث اضغط هنا

<https://almanahj.com/ae/8math3>

\* لتحميل كتب جميع المواد في جميع الفصول للـ الصف الثامن اضغط هنا

<https://almanahj.com/ae/grade8>

\* لتحميل جميع ملفات المدرس خالد ابراهيم اضغط هنا

للتحدث إلى بوت المناهج على تلغرام: اضغط هنا

[https://t.me/almanahj\\_bot](https://t.me/almanahj_bot)

مجلس أبوظبي للتعليم

منطقة الظفرة التعليمية



Rowad Al Dhafra Private School  
مدرسة رواد الظفرة الخاصة

مدرسة رواد الظفرة الخاصة

الصف الثامن <sup>الأجته</sup> الوحدة الثانية عشر

الدرس الأول :-موضوع المجموعات

إعداد إستاذ

خالد إبراهيم



إعداد إستاذ  
خالد إبراهيم

## مقدمة في نظرية المجموعات

# 12-1

الدرس

## سوف نتعلم اليوم :

• معنى مجموعة

1

• نتعرف على عناصر المجموعة وطرق كتابة المجموعة

2

• نتعرف على المجموعات الجزئية من المجموعة

3

## المفاهيم الأساسية

لنبدأ بالتعريف الأساسي للمجموعات.

**المجموعة** عبارة عن تجميع للأشياء.

ص — 852

يسمى كل شيء في المجموعة **عنصراً** أو عضواً في المجموعة. يُطلق على إحدى طرق تصنيف المجموعة **طريقة ذكر العناصر أو ذكر عناصرها**. وفيما تُدرج العناصر بين قوسين، مع الفصل بينها باستخدام الفواصل. ولا يُعد ترتيب العناصر مهماً؛ فالمجموعتان  $\{2, 5, 7\}$  و  $\{5, 2, 7\}$  هما نفسهما. ونسَمّي المجموعات غالباً باستخدام حرف كبير من أحرف الانجليزية.

اكتب مجموعة شهور السنة التي تبدأ بحرف M في اللغة الإنجليزية. هل هذه المجموعة محددة جيدًا؟  
لم أو لم لا؟

**الحل**

الشهران اللذان يبدأان بالحرف M هما March و May. ويمكن كتابة الإجابة باستخدام رمز المجموعة كما يلي

$$M = \{\text{March, May}\}$$

وهذه مجموعة محددة جيدًا لأن كلاً من أسماء الشهور إما أن يبدأ بحرف M أو لا؛ فلا تحتل التاويل.

اكتب مجموعة أسماء الشهور التي تنتهي بحرف Y في اللغة الإنجليزية.

**الحل**

يوجد ثلاث شهور تنتهي بحرف Y هما **January** ، **February** ، **July**

$$M = \{\text{January, February, July}\}$$

في الرياضيات، يجري تحديد مجموعة أعداد العد

الأعداد الطبيعية كما يلي  $N = \{1, 2, 3, 4, \dots\}$ .

مجموعة الأعداد الطبيعية الزوجية  $E = \{2, 4, 6, 8, \dots\}$ .

مجموعة الأعداد الطبيعية الفردية  $O = \{1, 3, 5, 7, \dots\}$ .

## مثال 2 كتابة المجموعات بذكر العناصر

استخدم طريقة ذكر العناصر للقيام بما يلي:

- كتابة مجموعة الأعداد الطبيعية التي تقل عن 6.
- كتابة مجموعة الأعداد الطبيعية الفردية التي تزيد عن 4.
- هل يمكنك التفكير في طريقة أخرى لوصف كل مجموعة لفظيًا؟

## الحل

(a)  $\{1, 2, 3, 4, 5\}$

(b)  $\{5, 7, 9, 11, \dots\}$

(c) يمكن وصف المجموعة الأولى بمجموعة الأعداد الطبيعية التي تقل عن أو تساوي 5، أو المحصورة بين 0 و6. ويمكن وصف المجموعة الثانية بمجموعة الأعداد الفردية التي تزيد عن 3، أو التي تزيد عن أو تساوي 5.

اكتب كل مجموعة، باستخدام طريقة ذكر العناصر، ثم اكتب وصفًا بديلًا واحدًا على الأقل لكل مجموعة.

(a) مجموعة الأعداد الطبيعية الزوجية من 80 إلى 90.

(b) مجموعة الأعداد الطبيعية الفردية التي تزيد عن 10.

### الحل

$$a) A = \{ 80, 82, 84, 86, 88, 90 \}$$

الوصف : مجموعة الأعداد الزوجية المحصورة بين 79 , 91

$$b) E = \{ 11, 13, 15, 17, \text{-----} \}$$

الوصف : مجموعة الأعداد الطبيعية الفردية الأكبر من 9

يُستخدم الرمز  $\in$  - ينتمي - لتوضيح أن شيئًا ما عنصرًا في المجموعة.

يُستخدم الرمز  $\in$  - ينتهي - لتوضيح أن شيئاً ما عنصراً في المجموعة.

على سبيل المثال، إذا كانت  $A$  هي مجموعة الأعداد الأولية،

فيمكننا كتابة  $7 \in A$ ، ونقرأ "7 أحد عناصر المجموعة  $A$  أو 7 ينتهي إلى  $A$ ".

وبالمثل، يمكننا كتابة  $11 \in A$ .

وعندما لا يكون الشيء عنصراً في المجموعة، فإننا نستخدم الرمز  $\notin$  - لا ينتهي

حيث إن "9 ليس عدداً أولياً، يمكننا كتابة  $9 \notin A$ ، ونقرأ "9 ليس عنصراً في المجموعة  $A$  أو 9 لا ينتهي إلى  $A$ ".



حدّد ما إذا كانت كل عبارة مما يلي صائبة أم خاطئة.

(a) الجزائر تنتهي إلى  $A$ ، حيث  $A$  هي مجموعة الدول الواقعة غرب نهر النيل.

(b)  $27 \in \{1, 5, 9, 13, 17, \dots\}$

(c)  $z \notin \{v, w, x, y, z\}$

### الحل

(a) تقع الجزائر غرب النيل، لذا فإن الجزائر عنصر في المجموعة  $A$ . العبارة صائبة.

(b) يوضح النمط أن كل عنصر يزيد به مقدار 4 عن العنصر السابق. ومن ثم تكون العناصر الثلاثة التالية 21 و 25 و 29؛ تم تجاوز 27، ومن ثم فإن 27 لا ينتهي إلى المجموعة. العبارة خاطئة.

(c) الحرف  $z$  ينتهي إلى المجموعة، ومن ثم تكون هذه العبارة خاطئة.

حدّد ما إذا كانت كل عبارة مما يلي صائبة أم خاطئة.

(a) يوليو ينتمي إلى  $A$ , حيث  $A$  هي مجموعة أسماء الشهور بين يوم الأم واليوم العالمي للتحصيل.

(b)  $21 \in \{2, 5, 8, 11, \dots\}$

(c) صقر لا ينتمي إلى {ص، ق، ر}

**الحل**

(a) عيد الأم في شهر مارس واليوم العالمي في شهر أكتوبر إذن المجموعة  $A$

$A = \{\text{مارس ، أبريل ، مايو ، يونيو ، يوليو ، أغسطس ، سبتمبر ، أكتوبر}\}$

إذن العبارة صحيحة لأن شهر يوليو ينتمي للمجموعة  $A$

(b) نلاحظ في نمط المجموعة أنه يزيد 3 ولذلك الأعداد التالية هي 14, 17, 20, 23, 26

إذن العبارة خاطئة لأن 21 لا ينتمي للمجموعة  $\{2, 5, 8, 11, \dots\}$

(c) العبارة صحيحة لأن كلمة صقر لا تنتمي للمجموعة {ص، ق، ر}

ثمة ثلاث طرق شائعة لتصميم المجموعات:

1. طريقة القائمة أو ذكر العناصر.
2. الطريقة الوصفية.
3. رمز بناء المجموعة.

إننا نعرف بالفعل الكثير عن استخدام طريقة القائمة أو ذكر العناصر؛ حيث تُدرج عناصر المجموعة بين قوسين ويتم الفصل بينها بالفاصلة، كما في الأمثلة 1 إلى 3.

**الطريقة الوصفية** عبارة لفظية قصيرة لوصف المجموعة.

#### مثال 4 وصف المجموعة باستخدام الطريقة الوصفية

استخدم الطريقة الوصفية لوصف المجموعة  $B$  التي تتضمن الأعداد 2 و 4 و 6 و 8 و 10 و 12 بطريقتين مختلفتين.

**الحل**

إن كل العناصر التي في المجموعة أعداد طبيعية زوجية، وجميعها أقل من 14.

من ثم تكون  $B$  هي مجموعة الأعداد الطبيعية الزوجية التي تقل عن 14.

توجد طرق أخرى كثيرة يمكن وصف المجموعة بها.

ومن بين الطرق الأخرى "مجموعة الأعداد الطبيعية التي تقع بين 1 و 15 وتقبل القسمة على 2".

استخدم الطريقة الوصفية لوصف المجموعة  $A$  التي تتضمن العناصر  $3, 2, 1, 0, -1, -2, -3$  بطريقتين مختلفتين.

## الحل

نلاحظ أن الأعداد أعداد صحيحة من  $-3$  إلى  $3$

فتكون الطريقة الوصفية الأولى هي الأعداد الصحيحة من  $-3$  إلى  $3$

و الطريقة الوصفية الثانية هي الأعداد الصحيحة المحصورة بين  $-4$  و  $4$

أما الطريقة الثالثة (والأرفى) لتعبير المجموعة، فهي **رمز بناء المجموعة**.

وتستخدم هذه الطريقة **المتغير** عبارة عن رمز (يكون حرفاً عادةً) يمكن أن يمثل عناصر مختلفة في مجموعة ما.

يستخدم رمز بناء المجموعة المتغير والأقواس والعمود الرأسى الذى يُقرأ "بحيث".

على سبيل المثال، يمكن كتابة المجموعة  $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$  باستخدام رمز بناء المجموعة كما يلي

$$\{x \mid x \in \mathbb{N} \text{ و } x < 7\}$$

ويقرأ ذلك كما يلي "مجموعة العناصر  $x$  بحيث  $x$  عدد طبيعي و  $x$  أقل من 7".  
يمكننا استخدام أي حرف أو رمز للمتغير، لكن يشيع استخدام  $x$  إذا كنت ترغب في مراجعة رموز المتباينة.

### مثال 5 كتابة مجموعة باستخدام رمز بناء المجموعة

استخدم رمز بناء المجموعة لتصميم كل مجموعة. ثم اكتب كيف ستقرأ إجابتك بصوت عالٍ.

(a) تحتوي المجموعة  $R$  على العناصر 2 و 4 و 6.

(b) تحتوي المجموعة  $W$  على العناصر أحمر وأصفر وأزرق.

### الحل

(a)  $R = \{x \mid x \in E \text{ و } x < 7\}$ . المجموعة  $x$  بحيث  $x$  عدد طبيعي زوجي و  $x$  أقل من 7.

(b)  $W = \{x \mid x \text{ لون أساسي}\}$ . مجموعة  $x$  بحيث  $x$  لون أساسي.

استخدم رمز بناء المجموعة لتصميم كل مجموعة. ثم اكتب كيف ستقرأ إجابتك بصوت عالٍ.

(a) تحتوي المجموعة  $K$  على العناصر 10, 12, 14, 16, 18.

(b) تحتوي المجموعة  $W$  على العناصر دانماركي وروماني.

### الحل

$$(a) K = \{x | x \in E, 10 \leq x \leq 18\}$$

$$(b) w = \{x | x \in \text{حروف كلمة دانماركي وروماني}\}$$

## مثال 6 استخدام رموز المجموعات المختلفة

حدد المجموعة  $S$  التي تضم العناصر  $32, 33, 34, 35, \dots$  باستخدام

- (a) طريقة ذكر العناصر.
- (b) الطريقة الوصفية.
- (c) رمز بناء المجموعة.

### الحل

(a)  $\{32, 33, 34, 35, \dots\}$

(b) المجموعة  $S$  هي مجموعة الأعداد الطبيعية الأكبر من 31.

(c)  $\{x | x \in \mathbb{N} \text{ و } x > 31\}$

صمم المجموعة التي تضم العناصر ... 11, 13, 15, 17 باستخدام

(a) طريقة ذكر العناصر.

(b) الطريقة الوصفية.

(c) رمز بناء المجموعة.

الحل

( a ) { 11 , 13 , 15 , 17 , ..... }

( b ) الأعداد الطبيعية الفردية الأكبر من أو يساوي 11

( c ) {  $x | x \in odd , x \geq 11$  }



إذا تضمنت المجموعة عناصر متعددة، فيمكننا إعادة استخدام علامة القطع لتمثيل العناصر المفقودة طالما كنا نستخدم نهجًا واضحًا.

على سبيل المثال، تتضمن المجموعة  $\{1, 2, 3, \dots, 99, 100\}$  كل الأعداد الطبيعية من 1 إلى 100.

وبالمثل، والمجموعة  $\{a, b, c, \dots, x, y, z\}$  تتضمن كل الحروف الهجائية الإنجليزية.

### مثال 7 كتابة مجموعة باستخدام علامة القطع

باستخدام ذكر العناصر، اكتب المجموعة التي تتضمن كل الأعداد الطبيعية الزوجية التي بين 99 و201.

**الحل**

$\{100, 102, 104, \dots, 198, 200\}$

باستخدام ذكر العناصر، اكتب مجموعة الأعداد الطبيعية الفردية التي بين 50 و500.

### الحل

**{51 , 53 , 55 , 57 , ... .. , 497, 499}**

توجد بعض الحالات التي يكون من الضروري فيها تحديد المجموعة من دون عناصر. على سبيل المثال، لن تتضمن مجموعة الرئيسات السيدات للولايات المتحدة أشخاصًا. ومن ثم تكون بلا عناصر (على الأقل حتى كتابة هذه السطور). تُسمى المجموعة التي لا تتضمن أي عناصر **المجموعة الخالية**. والرمزان المستخدمان لتمثيل المجموعة الخالية هما  $\{\}$  أو  $\emptyset$ .

## مثال 8 تحديد المجموعات الخالية

أي من المجموعات التالية خالية؟

(a) مجموعة أحافير الماموث في المتاحف

(b)  $\{x|x \text{ ماموث صوفي حي}\}$

(c)  $\{\emptyset\}$

(d)  $\{x|x \text{ عدد طبيعي محصور بين 1 و 2}\}$

### الحل

(a) توجد بشكل مؤكد أحفورة ماموث على الأقل في أحد المتاحف في مكان ما، ومن ثم فإن المجموعة غير خالية.

(b) لقد انقرضت حيوانات الماموث منذ 8,000 سنة تقريبًا، ومن ثم تكون هذه المجموعة خالية بالتأكيد.

(c) هذه المجموعة مخادعة، فكل من  $\{\}$  و  $\{\emptyset\}$  يمثل المجموعة الخالية، لكن  $\{\emptyset\}$  هي مجموعة تتضمن المجموعة الخالية، والتي تحتوي على عنصر واحد، انتبه، إنها تتضمن عنصرًا واحدًا.

(d) هذه المجموعة خالية حيث لا توجد أعداد طبيعية بين 1 و 2.

أي من المجموعات التالية خالية؟

(a)  $x|x$  عدد طبيعي يقبل القسمة على 7

(b)  $x|x$  إنسان يعيش على كوكب المريخ

(c)  $\{\{\}\}$

(d) تتألف المجموعة Z من الأشخاص الذين يعيشون على الأرض وتزيد أعمارهم عن 120 سنة.

### الحل

(a) مجموعة غير خالية لأن الأعداد الطبيعية بها أعداد تقبل القسمة على 7

وهي 7, 14

(b) مجموعة خالية لأنه لا يوجد إنسان يعيش على كوكب المريخ

(c) هذه المجموعة مخادعة. فكل من  $\{\}$  و  $\{\{\}\}$  يمثل المجموعة الخالية. لكن  $\{\{\}\}$  هي مجموعة تتضمن المجموعة الخالية، والتي تحتوي على عنصر واحد. انتبه، إنها تتضمن عنصرًا واحدًا.

(d) مجموعة غير خالية لأنه يوجد أشخاص عمرهم أكثر من 120

تأكد من أنك لا تكتب المجموعة الخالية على الصورة  $\{\}$ : حيث تشير الأقواس إلى مجموعة تحتوي على ما بداخلها، بحيث يمثل الرمز مجموعة تحتوي على عنصر واحد: المجموعة الخالية.

## العدد الرئيس للمجموعة

يسمى عدد العناصر في المجموعة العدد الرئيس للمجموعة.

على سبيل المثال، تحتوي المجموعة  $R = \{2, 4, 6, 8, 10\}$  على عدد رئيس يساوي 5 لأنها تحتوي على 5 عناصر.

كما يمكن التعبير عن ذلك أيضًا بقولنا **عدد العناصر الرئيسة** للمجموعة  $R$  هو 5، ويُعرف رسميًا كما يلي.

**العدد الرئيس** لمجموعة هو عدد العناصر فيها. بالنسبة إلى المجموعة  $A$  يرمز لعدد العناصر الرئيسة  $n(A)$ ، والذي يُقرأ " $n$  -  $A$ ".

## مثال 9 إيجاد عدد العناصر الرئيسة لمجموعة

جد العدد الرئيس لكل مجموعة.

(a)  $A = \{5, 10, 15, 20, 25, 30\}$

(b)  $B = \{x | x \in N, x < 16\}$

(c)  $C = \{16\}$

(d)  $\emptyset$

الحل

(a)  $n(A) = 6$  لأن المجموعة  $A$  تحتوي على 6 عناصر

(b)  $B$  هي المجموعة  $\{1, 2, 3, 4, \dots, 14, 15\}$  التي تحتوي على 15 عناصر. ومن ثم تكون  $n(B) = 15$ .

(c)  $n(C) = 1$  لأن المجموعة  $C$  تحتوي على عنصر واحد

(d)  $n(\emptyset) = 0$  حيث لا توجد عناصر في المجموعة الخالية

جد العدد الرئيس لكل مجموعة.

(a)  $A = \{z, y, x, w, v\}$

(b)  $B = \{x \mid x \in E, 15 < x < 31\}$

(c)  $C = \{\text{شيفروليه}\}$

الحل

(a)  $n(A) = 5$  لأن المجموعة A تحتوى على 5 عناصر

(b)  $n(B) = 15$  لأن المجموعة B تحتوى على 15 عنصر تبدأ من 16 إلى 30

(c)  $n(C) = 1$  لأن المجموعة C تحتوى على 1 عناصر

## المجموعات المنتهية وغير المنتهية

يمكن تصنيف المجموعات إلى منتهية أو غير منتهية.

تسمى المجموعة **منتهية** إذا تضمنت عددًا مُحددًا من العناصر، أو كان عدد عناصرها عددًا طبيعيًا.

فالمجموعة  $\{p, q, r, s\}$  منتهية لأنها تحتوي على أربعة عناصر:  $p$  و  $q$  و  $r$  و  $s$ .

وتسمى المجموعة التي ليست منتهية **مجموعة غير منتهية** إذا تضمنت عدد غير مُحدد من العناصر.

فالمجموعة  $\{10, 20, 30, \dots\}$  غير منتهية لأنها تحتوي على عدد غير مُحدد من العناصر؛ فهي كل الأعداد الطبيعية التي تمثل مضاعفات العدد 10.



صنف كل مجموعة إلى منتهية أو غير منتهية.

(a)  $\{x | x \in \mathbb{N} \text{ و } x < 100\}$

(b) المجموعة  $R$  هي مجموعة الحروف المستخدمة لكتابة الأعداد الرومانية.

(c)  $\{100, 102, 104, 106, \dots\}$

(d) المجموعة  $M$  هي مجموعة أفراد أسرتك الحالية.

(e) المجموعة  $S$  هي مجموعة الأناشيد التي يمكن كتابتها.

### الحل

(a) المجموعة منتهية حيث يوجد 99 عددًا طبيعيًا أقل من 100.

(b) المجموعة منتهية حيث إن الحروف المستخدمة هي  $C$  و  $D$  و  $L$  و  $M$  و  $V$  و  $X$ .

(c) المجموعة غير منتهية حيث إنها تتكون من عدد غير مُحدد من العناصر.

(d) المجموعة منتهية حيث يوجد عدد مُحدد من الأشخاص في أسرتك الحالية.

(e) المجموعة غير منتهية حيث يمكن كتابة عدد غير مُحدد من الأناشيد.

صنّف كل مجموعة إلى منتهية أو غير منتهية.

(a) المجموعة  $P$  هي مجموعة الأعداد التي تتضمن مضاعفات العدد 6.

(b)  $\{x|x \text{ هو عدد المجلس الوطني الاتحادي}\}$

(c)  $\{3, 6, 9, \dots, 24\}$

(d) مجموعة كلمات مرور أجهزة الكمبيوتر المحتملة

### الحل

(a) مجموعة غير منتهية حيث أنها تتكون من عدد غير محدد من العناصر

(b) مجموعة منتهية حيث أنها تتكون من عدد محدد من العناصر وهم أعضاء المجلس المحلي الوطني

(c) مجموعة منتهية حيث أنها تتكون من عدد محدد من العناصر عددهما 22 عدد

(d) مجموعة غير منتهية حيث أنها تتكون من عدد غير محدد من كلمات المرور

## المجموعات المتساوية والمتكافئة

عند دراسة نظرية المجموعات، سنحتاج إلى فهم الفرق بين مفهومين أساسيين: المجموعات المتساوية والمجموعات المتكافئة.

تكون المجموعتان  $A$  و  $B$  **متساويتين** (نُكتبان على الصورة  $A = B$ ) إذا كان بهما العناصر نفسها.

فمثلاً تتساوى المجموعتان  $\{a, b, c\}$  و  $\{c, b, a\}$  حيث إنهما تحتويان على العناصر نفسها  $a$  و  $b$  و  $c$ .

كما أن المجموعة  $\{4, 5, 6\}$  تتساوى المجموعة  $\{4, 4, 5, 6\}$  حيث لا يلزم كتابة 4 مرتين في المجموعة الثانية.

ونُعتبر المجموعتان المنتهيتان  $A$  و  $B$  **متكافئتين** (نُكتبان على الصورة  $A \cong B$ ) إذا كان بهما عدد العناصر نفسه: أي أن  $n(A) = n(B)$ .

المجموعة التي تضم كافة أسماء الطلاب في صفك ومجموعة بطاقات تعريفهم متكافئتان لأنها تحتويان على عدد العناصر نفسه لكن العناصر مختلفة ومن ثم تكونان غير متساويتين.

## مثال 11 تحديد ما إذا كانت المجموعات متساوية أم متكافئة

حدد ما إذا كان كل زوج من المجموعات متساويًا أم متكافئًا أم غير ذلك.

- (a)  $\{p, q, r, s\}; \{a, b, c, d\}$
- (b)  $\{8, 10, 12\}; \{12, 8, 10\}$
- (c)  $\{213\}; \{2, 1, 3\}$
- (d)  $\{1, 2, 10, 20\}; \{2, 1, 20, 11\}$

(e) {الأعداد الطبيعية الزوجية التي تقل عن 10} = {2, 4, 6, 8}

الحل

(a) متكافئتان

(b) متساويتان ومتكافئتان

(c) لا شيء منهما

(d) متكافئتان

(e) متساويتان ومتكافئتان

حدد ما إذا كان كل زوج من المجموعات متساويًا أم متكافئًا أم غير ذلك.

(a) {ك، ل، ب}؛ {ق، ط، ة}

(b) {مطر}؛ {م، ط، ر}

(c) {ق، ل، ب}؛ {ب، ق، ل}

(d) {10, 20, 30}; {1, 3, 5}

الحل

(a) متكافئتان

(b) غير ذلك

(c) متساويتان ومتكافئتان

(d) متكافئتان

عندما تحتوي مجموعتان على عدد من العناصر صغير نسبيًا، تمثل الطريقة الأسهل لتحديد ما إذا كانت المجموعتان متكافئتين أم لا في عدد العناصر، لكن عندما تكون المجموعتان كبيرتين، أو غير منتهيتين، فهناك طريقة ذكية لمعرفة المجموعتين المتكافئتين: نسبي وضعها في تناظر واحد لواحد. سيكون هذا مفيدًا حقًا عند دراسة المجموعات غير المنتهية في القسم 5.

يكون بين المجموعتين **تناظر واحد لواحد** للعناصر إذا كان كل عنصر في المجموعة الأولى يمكن إقرانه بعنصر واحد فقط من المجموعة الثانية وكل عنصر في المجموعة الثانية يمكن إقرانه بعنصر واحد فقط في المجموعة الأولى.

## مثال 12 وضع المجموعات في تناظر واحد لواحد

أثبت أن (a) المجموعتين  $\{8, 16, 24, 32\}$  و  $\{s, t, u, v\}$  بينهما تناظر واحد لواحد و (b) المجموعتين  $\{x, y, z\}$  و  $\{5, 10\}$  ليس بينهما تناظر واحد لواحد. ثم استنتج خلاصة حول ما يجب أن يفعله التناظر واحد لواحد بالنسبة إلى تكافؤ المجموعات.

### الحل

(a) إننا نحتاج إلى إثبات أن كل عنصر في إحدى المجموعتين يمكن إقرانه بعنصر واحد فقط في المجموعة الثانية، فيما يلي توضيح طريقة ممكنة لإثبات تناظر واحد لواحد:

$$\begin{array}{cccc} \{8, 16, 24, 32\} \\ \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \\ \{s, t, u, v\} \end{array}$$

(b) لا يمكن وضع عناصر المجموعتين  $\{x, y, z\}$  و  $\{5, 10\}$  في تناظر واحد لواحد. وبغض النظر عن كيفية المحاولة، سيكون هناك عنصر في المجموعة الأولى لا يناظر أي عنصر في المجموعة الثانية.

ما الذي يمكننا استنتاجه؟ إن المجموعتين اللتين يمكن وضعهما في تناظر واحد لواحد بهما عدد العناصر نفسه أما المجموعتان اللتان لا يمكن وضعهما في تناظر واحد لواحد بهما عدد مختلف من العناصر. الاستنتاج؟ تكون المجموعتان متكافئتين تحديدًا إذا أمكن وضعهما في تناظر واحد لواحد.

أثبت أن المجموعتين {شمال، جنوب، شرق غرب} و{شمس، مطر، ظلم، يزد} بينهما تناظر واحد لواحد.

### الحل

إننا نحتاج إلى إثبات أن كل عنصر في إحدى المجموعتين يمكن إقرانه بعنصر واحد فقط في المجموعة الثانية، فيما يلي توضيح طريقة ممكنة لإثبات تناظر واحد لواحد:

|                       |
|-----------------------|
| {شمال، جنوب، شرق غرب} |
| ‡ ‡ ‡ ‡               |
| {شمس، مطر، ظلم، يزد}  |