

شكراً لتحميلك هذا الملف من موقع المناهج الإماراتية



حل مراجعة الاختبار النهائي

[موقع المناهج](#) ⇨ [المناهج الإماراتية](#) ⇨ [الصف التاسع العام](#) ⇨ [رياضيات](#) ⇨ [الفصل الثالث](#) ⇨ [الملف](#)

التواصل الاجتماعي بحسب الصف التاسع العام



روابط مواد الصف التاسع العام على تلغرام

[الرياضيات](#)

[اللغة الانجليزية](#)

[اللغة العربية](#)

[التربية الاسلامية](#)

المزيد من الملفات بحسب الصف التاسع العام والمادة رياضيات في الفصل الثالث

[حل أسئلة الامتحان النهائي الالكتروني ريفيل](#)

1

[حل أسئلة الامتحان النهائي الورقي بريدج](#)

2

[أسئلة الامتحان النهائي الالكتروني بريدج](#)

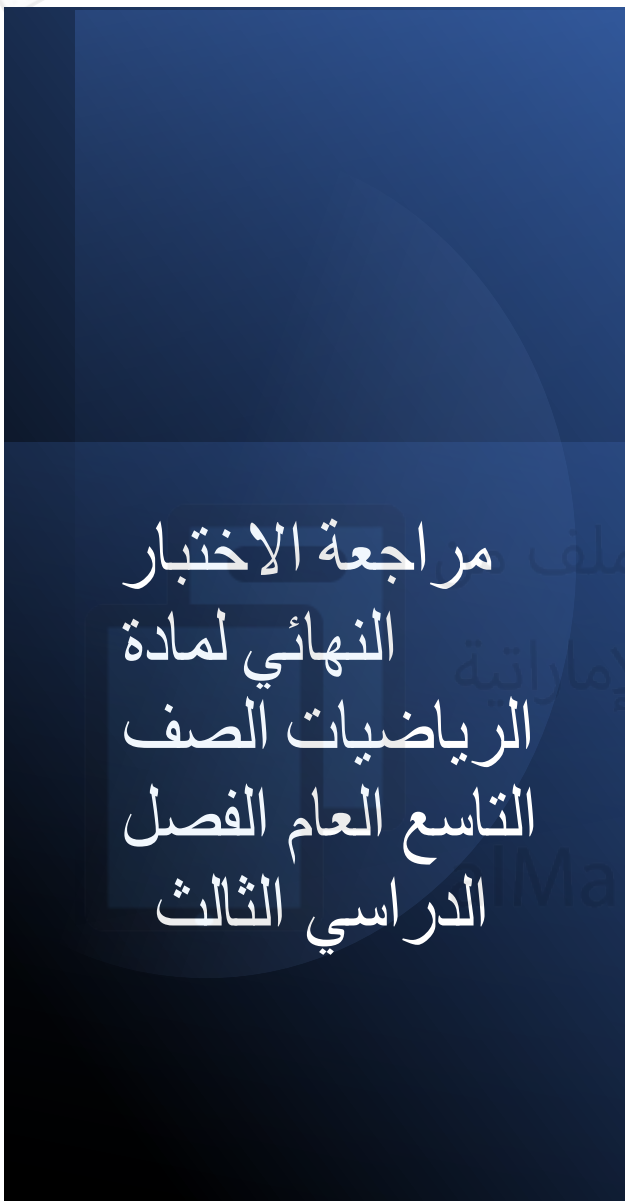
3

[أسئلة الامتحان النهائي الورقي بريدج](#)

4

[حل أسئلة الامتحان النهائي](#)

5



وزارة التربية والتعليم
MINISTRY OF EDUCATION


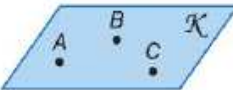
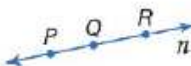




مؤسسة الإمارات للتعليم المدرسي
EMIRATES SCHOOLS ESTABLISHMENT



1	Identify and use basic postulates about points, lines, and planes تحديد المسلمات الأساسية حول النقاط والمستقيمات والمستويات واستخدامها.	(16-23)	554
		(16-23)	

Postulates Points, Lines, and Planes

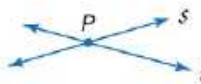
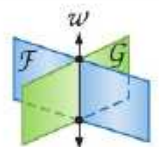
Words	Example
11.1 Through any two points, there is exactly one line.	 Line n is the only line through points P and R .
11.2 Through any three noncollinear points, there is exactly one plane.	 Plane K is the only plane through noncollinear points A , B , and C .
11.3 A line contains at least two points.	 Line n contains points P , Q , and R .
11.4 A plane contains at least three noncollinear points.	 Plane K contains noncollinear points L , B , C , and E .
11.5 If two points lie in a plane, then the entire line containing those points lies in that plane.	 Points A and B lie in plane K , and line m contains points A and B , so line m is in plane K .

CAKES Explain how the picture illustrates that each statement is true. Then state the postulate that can be used to show each statement is true.

- Lines n and ℓ intersect at point K .
- Planes P and Q intersect in line m .
- Points D , K , and H determine a plane.
- Point D is also on the line n through points C and K .
- Points D and H are collinear.
- Points E , F , and G are coplanar.
- \overleftrightarrow{EF} lies in plane Q .
- Lines h and g intersect at point J .



KeyConcept Intersections of Lines and Planes

Words	Example
11.6 If two lines intersect, then their intersection is exactly one point.	 Lines s and t intersect at point P .
11.7 If two planes intersect, then their intersection is a line.	 Planes F and G intersect in line w .

16) 11.6 postulate

17) 11.7 postulate

18) 11.2 postulate

19) 11.3 postulate

20) 11.1 postulate

21) 11.2 postulate

22) 11.5 postulate

23) 11.6 postulate

2	Use algebra to write two -column proofs استخدام علم الجبر لكتابة براهين من عمودين.	Example- 1 مثال 1-	558
---	---	-----------------------	-----

Example 1 Justify Each Step When Solving an Equation

Prove that if $-5(x + 4) = 70$, then $x = -18$. Write a justification for each step.

$$\begin{aligned}
 -5(x + 4) &= 70 && \text{Original equation or Given} \\
 -5x + (-5)4 &= 70 && \text{Distributive Property} \\
 -5x - 20 &= 70 && \text{Substitution Property of Equality} \\
 -5x - 20 + 20 &= 70 + 20 && \text{Addition Property of Equality} \\
 -5x &= 90 && \text{Substitution Property of Equality} \\
 \frac{-5x}{-5} &= \frac{90}{-5} && \text{Division Property of Equality} \\
 x &= -18 && \text{Substitution Property of Equality}
 \end{aligned}$$

مثال 1 تبرير كل خطوة عند حل معادلة ما

أثبت أنه إذا كان $-5(x + 4) = 70$ ، فإن $x = -18$. واكتب تبريرًا لكل خطوة.

Key Concept Properties of Real Numbers

The following properties are true for any real numbers a , b , and c .

Addition Property of Equality	If $a = b$, then $a + c = b + c$.
Subtraction Property of Equality	If $a = b$, then $a - c = b - c$.
Multiplication Property of Equality	If $a = b$, then $a \cdot c = b \cdot c$.
Division Property of Equality	If $a = b$ and $c \neq 0$, then $\frac{a}{c} = \frac{b}{c}$.
Reflexive Property of Equality	$a = a$
Symmetric Property of Equality	If $a = b$, then $b = a$.
Transitive Property of Equality	If $a = b$ and $b = c$, then $a = c$.
Substitution Property of Equality	If $a = b$, then a may be replaced by b in any equation or expression.
Distributive Property	$a(b + c) = ab + ac$

3	Use properties of equality to write geometric proofs استخدام خواص المساواة لكتابة براهين هندسية.	Example- 3 مثال 3-	560
---	---	-----------------------	-----

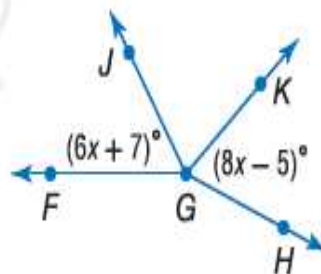
Example 3 Write a Geometric Proof

If $\angle FGJ \cong \angle JGK$ and $\angle JGK \cong \angle KGH$, then $x = 6$.
Write a two-column proof to verify this conjecture.

Given: $\angle FGJ \cong \angle JGK$, $\angle JGK \cong \angle KGH$,
 $m\angle FGJ = 6x + 7$, $m\angle KGH = 8x - 5$

Prove: $x = 6$

Proof:

**مثال 3 كتابة برهان هندسي**

إذا كان $\angle FGJ \cong \angle JGK$ و $\angle JGK \cong \angle KGH$ ، فإن $x = 6$.
اكتب برهاناً من عمودين للتحقق من هذا التخمين.

المعطيات: $\angle FGJ \cong \angle JGK$, $\angle JGK \cong \angle KGH$
 $m\angle FGJ = 6x + 7$, $m\angle KGH = 8x - 5$

المطلوب إثباته: $x = 6$
البرهان:

Statements

- $m\angle FGJ = 6x + 7$, $m\angle KGH = 8x - 5$
 $\angle FGJ \cong \angle JGK$; $\angle JGK \cong \angle KGH$
- $m\angle FGJ = m\angle JGK$; $m\angle JGK = m\angle KGH$
- $m\angle FGJ = m\angle KGH$
- $6x + 7 = 8x - 5$
- $6x + 7 + 5 = 8x - 5 + 5$
- $6x + 12 = 8x$
- $6x + 12 - 6x = 8x - 6x$
- $12 = 2x$
- $\frac{12}{2} = \frac{2x}{2}$
- $6 = x$
- $x = 6$

Reasons

- Given
- Definition of congruent angles
- Transitive Property of Equality
- Substitution Property of Equality
- Addition Property of Equality
- Substitution Property of Equality
- Subtraction Property of Equality
- Substitution Property of Equality
- Division Property of Equality
- Substitution Property of Equality
- Symmetric Property of Equality

المبررات

- المعطيات
- تعريف الزوايا المتطابقة
- خاصية التعدي
- خاصية التعويض
- خاصية الجمع
- خاصية التعويض
- خاصية الطرح
- خاصية التعويض
- خاصية القسمة
- خاصية التعويض
- خاصية التماثل

4

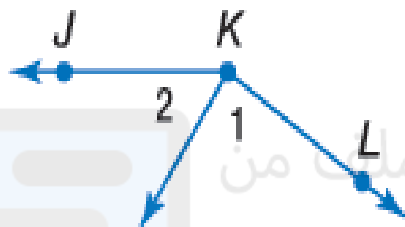
Write proofs involving supplementary and complementary angles

Example- 1-2

573-574

كتابة براهين تتضمن زوايا متكاملة وزوايا متتامّة.

مثال 1-2

Example 1 Use the Angle Addition PostulateFind $m\angle 1$ if $m\angle 2 = 56$ and $m\angle JKL = 145$.جد $m\angle 1$ إذا كان $m\angle 2 = 56$ و $m\angle JKL = 145$.

$$m\angle 1 + m\angle 2 = m\angle JKL$$

Angle Addition Postulate

$$m\angle 1 + 56 = 145$$

$$m\angle 2 = 56 \quad m\angle JKL = 145$$

$$m\angle 1 + 56 - 56 = 145 - 56$$

Subtraction Property of Equality

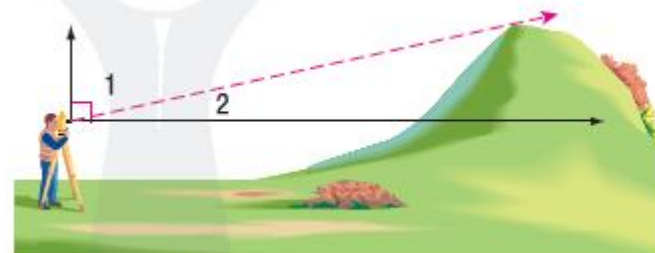
$$m\angle 1 = 89$$

Substitution

Real-World Example 2 Use Supplement or Complement

SURVEYING Using a transit, a surveyor sights the top of a hill and records an angle measure of about 73° . What is the measure of the angle the top of the hill makes with the horizon? Justify each step.

مسح الأراضي استخدم المساح مزاوة لقياس الزاوية بين مستوى نظره وقمة التلة وكانت حوالي 73° . ما قياس الزاوية بين قمة التلة والمستوى الأفقي؟ برّر كل خطوة.



Plan Since $\angle 1$ and $\angle 2$ form a right angle, you can use the Complement Theorem.

Solve $m\angle 2 + m\angle 1 = 90$ Complement Theorem

$$73 + m\angle 1 = 90 \quad m\angle 1 = 73$$

$$73 + m\angle 1 - 73 = 90 - 73$$
 Subtraction Property of Equality

$$m\angle 1 = 17$$
 Substitution

The top of the hill makes a 17° angle with the horizon.

5	Write proofs involving congruent and right angles كتابة براهين تتضمن زوايا متطابقة وزوايا قائمة.	Example- 3-4 مثال 3- 4	576-577
---	---	---------------------------	---------

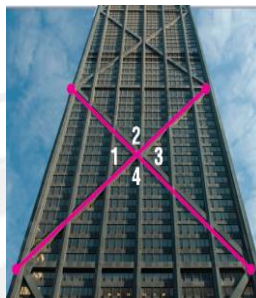
Example 3 Proofs Using Congruent Comp. or Suppl. Theorems

Prove that vertical angles 2 and 4 in the photo at the left are congruent.

Given: $\angle 2$ and $\angle 4$ are vertical angles.

Prove: $\angle 2 \cong \angle 4$

Proof:



Statements	Reasons
1. $\angle 2$ and $\angle 4$ are vertical angles.	1. Given
2. $\angle 2$ and $\angle 4$ are nonadjacent angles formed by intersecting lines.	2. Definition of vertical angles
3. $\angle 2$ and $\angle 3$ form a linear pair. $\angle 3$ and $\angle 4$ form a linear pair.	3. Definition of a linear pair
4. $\angle 2$ and $\angle 3$ are supplementary. $\angle 3$ and $\angle 4$ are supplementary.	4. Supplement Theorem
5. $\angle 2 \cong \angle 4$	5. \angle suppl. to same \angle or $\cong \angle$ are \cong .

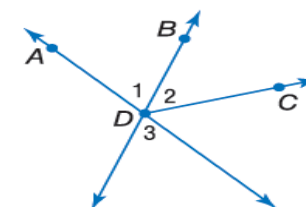
Example 4 Use Vertical Angles

Prove that if \overrightarrow{DB} bisects $\angle ADC$, then $\angle 2 \cong \angle 3$.

Given: \overrightarrow{DB} bisects $\angle ADC$.

Prove: $\angle 2 \cong \angle 3$

Proof:



Statements	Reasons
1. \overrightarrow{DB} bisects $\angle ADC$.	1. Given
2. $\angle 1 \cong \angle 2$	2. Definition of angle bisector
3. $\angle 1$ and $\angle 3$ are vertical angles.	3. Definition of vertical angles
4. $\angle 3 \cong \angle 1$	4. Vert. \angle are \cong .
5. $\angle 3 \cong \angle 2$	5. Transitive Property of Congruence
6. $\angle 2 \cong \angle 3$	6. Symmetric Property of Congruence

6	Identify the relationship between two lines or two planes	Example-1	595
	تحديد العلاقات بين مستقيمين أو مستويين	مثال 1-	

Real-World Example 1 Identify Parallel and Skew Relationships

Identify each of the following using the wedge of cheese below.

حدد كلًّا مما يلي باستخدام قطعة الجبن أدناه.

a. all segments parallel to \overline{JP}

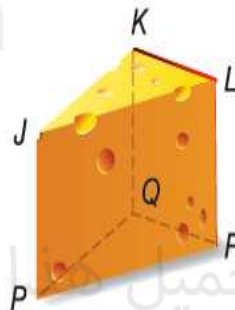
\overline{KQ} and \overline{LR}

b. a segment skew to \overline{KL}

\overline{JP} , \overline{PQ} , or \overline{PR}

c. a plane parallel to plane PQR

Plane JKL is the only plane parallel to plane PQR .



7	Name angle pairs formed by parallel lines and transversals	(5-12)	597-598
	تعيين أزواج الزوايا المتكونة من المستقيمتين المتوازيين والمقاطع.		

Classify the relationship between each pair of angles as *alternate interior*, *alternate exterior*, *corresponding*, or *consecutive interior* angles.

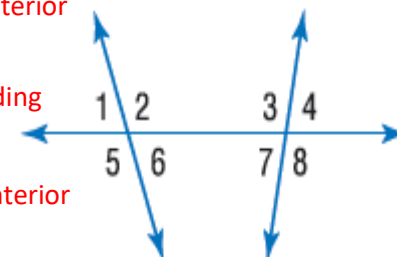
صنّف العلاقة بين كل زوج من الزوايا باعتبارها زوايا داخلية متبادلة أو زوايا خارجية متبادلة أو زوايا متناظرة أو زوايا داخلية متتالية.

5. $\angle 1$ and $\angle 8$ Alternate exterior

6. $\angle 2$ and $\angle 4$ Corresponding

7. $\angle 3$ and $\angle 6$ Alternate interior

8. $\angle 6$ and $\angle 7$ Consecutive



Identify the transversal connecting each pair of angles. Then classify the relationship between each pair of angles.

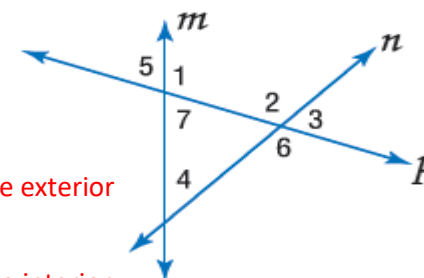
حدد المقاطع الواصل بين كل زوج من الزوايا. ثم صنّف العلاقة بين كل زوج من الزوايا.

9. $\angle 2$ and $\angle 4$ Line n corresponding

11. $\angle 4$ and $\angle 7$ Line m , consecutive

10. $\angle 5$ and $\angle 6$ Line p , alternate exterior

12. $\angle 2$ and $\angle 7$ Line p , alternate interior



8	Use theorems to determine the relationships between specific pairs of angles استخدام النظريات لتحديد علاقات بين أزواج معينة من الزوايا.	(1 - 9)	605
---	--	---------	-----

In the figure, $m\angle 2 = 85$. Find the measure of each angle.
Tell which postulate(s) or theorem(s) you used.

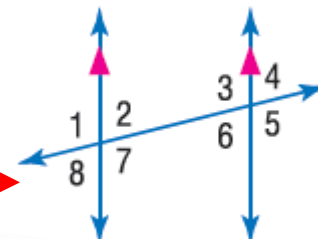
في الشكل، $m\angle 2 = 85$. جـد قياس كل زاوية.
اذكر أي، مسلمة (مسلمات) أو نظرية (نظريات) استخدمتها.

1. $\angle 4$

2. $\angle 6$

3. $\angle 7$

85 corresponding angles 85 alternate interior angles 95 Angle 2 and 7 supplementary angles



In the figure, $m\angle 6 = 110$. Find the measure of each angle.
Tell which postulate(s) or theorem(s) you used.

4. $\angle 4$

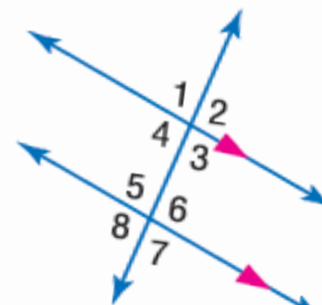
5. $\angle 3$

6. $\angle 1$

110: alternate interior angles

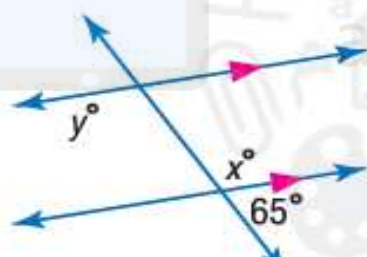
70: consecutive interior angles

70: Vertical angles



Find the value of the variable(s) in each figure. Explain your reasoning.

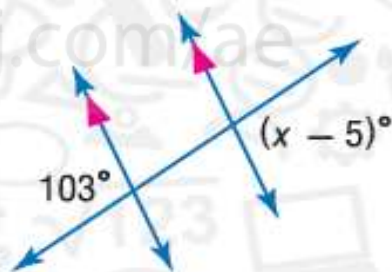
7.



$x = 115$ supplementary angles

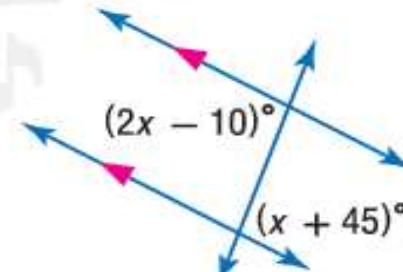
$y = 115$ alternate interior angles

8.



$x = 108$ alternate exterior angles

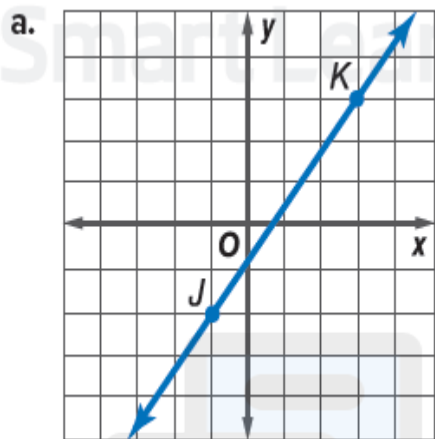
9.



$x = 55$ alternate interior angles

Example 1 Find the Slope of a Line

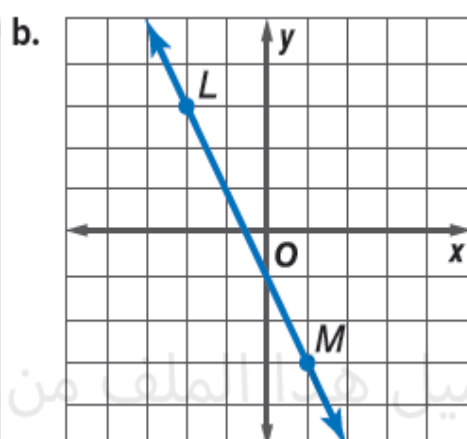
Find the slope of each line.

مثال 1 إيجاد ميل المستقيم

Substitute $(-1, -2)$ for (x_1, y_1) and $(3, 3)$ for (x_2, y_2) .

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \quad \text{Slope Formula}$$

$$= \frac{3 - (-2)}{3 - (-1)} \quad \text{Substitution}$$

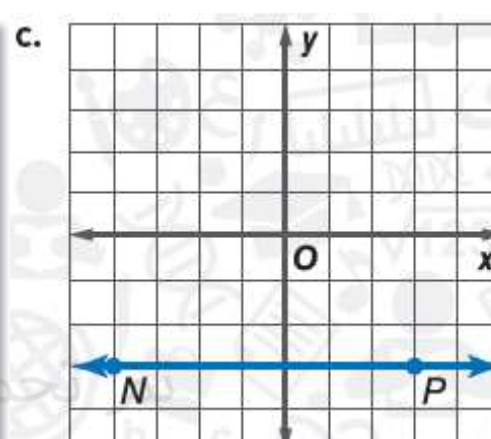
$$= \frac{5}{4} \quad \text{Simplify.}$$


Substitute $(-2, 3)$ for (x_1, y_1) and $(1, -3)$ for (x_2, y_2) .

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \quad \text{Slope Formula}$$

$$= \frac{-3 - 3}{1 - (-2)} \quad \text{Substitution}$$

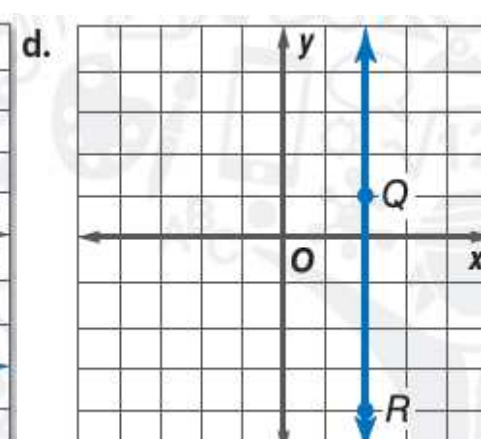
$$= -2 \quad \text{Simplify.}$$


Substitute $(-4, -3)$ for (x_1, y_1) and $(3, -3)$ for (x_2, y_2) .

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \quad \text{Slope Formula}$$

$$= \frac{-3 - (-3)}{3 - (-4)} \quad \text{Substitution}$$

$$= \frac{0}{7} \text{ or } 0 \quad \text{Simplify.}$$


Substitute $(2, 1)$ for (x_1, y_1) and $(2, -4)$ for (x_2, y_2) .

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \quad \text{Slope Formula}$$

$$= \frac{-4 - 1}{2 - 2} \quad \text{Substitution}$$

$$= \frac{-5}{0} \quad \text{Simplify.}$$

This slope is **undefined**.

10	Write an equation of a line given information about the graph. كتابة معادلة لمستقيم بناء على معلومات عن التمثيل البياني.	(13-24)	624
----	---	---------	-----

Write an equation in slope-intercept form of the line having the given slope and y -intercept or points. Then graph the line.

اكتب معادلة بصيغة الميل والمقطع للمستقيم ذي الميل المعطى والمقطع من المحور y . ثم مثل المستقيم بيانياً.

13. $m: -5$, y -intercept: -2

13) $y = -5x - 2$

14. $m: -7$, $b: -4$

14) $y = -7x - 4$

15. $m: 9$, $b: 2$

15) $y = 9x + 2$

Diagram illustrating the slope-intercept form $y = mx + b$. The slope is m and the y -intercept is b . An example line is shown: $y = 3x + 8$.

16. $m: 12$, y -intercept: $\frac{4}{5}$

16) $y = 12x + \frac{4}{5}$

17. $m: -\frac{3}{4}$, $(0, 4)$

18. $m: \frac{5}{11}$, $(0, -3)$

Write an equation in point-slope form of the line having the given slope that contains the given point. Then graph the line.

19. $m = 2$, $(3, 11)$

19) $y - 11 = 2(x - 3)$

20. $m = 4$, $(-4, 8)$

20) $y - 8 = 4(x + 4)$

21. $m = -7$, $(1, 9)$

21) $y - 9 = -7(x - 1)$

Diagram illustrating the point-slope form $y - y_1 = m(x - x_1)$. The point on the line is $(3, 5)$ and the slope is -2 . The equation shown is $y - 5 = -2(x - 3)$.

22. $m = \frac{5}{7}$, $(-2, -5)$

23. $m = -\frac{4}{5}$, $(-3, -6)$

24. $m = -2.4$, $(14, -12)$

11	Recognize angle pairs that occur with parallel lines. التعرف على أزواج الزوايا التي تنتج عن المستقيمات المتوازية.	Example--2 مثال 2-	631
----	--	-----------------------	-----

Standardized Test Example 2 Use Angle Relationships

مثال 2 على الاختبار المعياري استخدام علاقات الزوايا

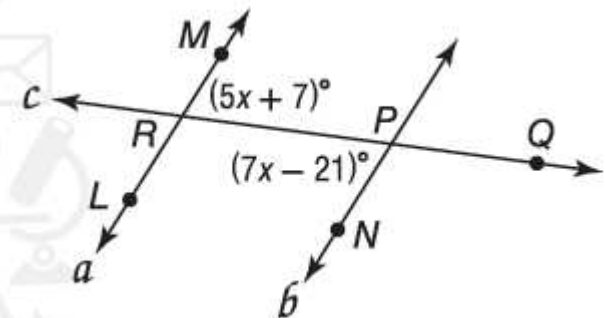
OPEN ENDED Find $m\angle MRQ$ so that $a \parallel b$.
Show your work.

مسألة غير محددة الإجابة جـد $m\angle MRQ$ بحيث يكون $a \parallel b$.
اكتب الحل هنا.

$$\begin{aligned}
 m\angle MRQ &= m\angle RPN && \text{Alternate interior angles} \\
 5x + 7 &= 7x - 21 && \text{Substitution} \\
 7 &= 2x - 21 && \text{Subtract } 5x \text{ from each side.} \\
 28 &= 2x && \text{Add 21 to each side.} \\
 14 &= x && \text{Divide each side by 2.}
 \end{aligned}$$

Now, use the value of x to find $\angle MRQ$.

$$\begin{aligned}
 m\angle MRQ &= 5x + 7 && \text{Substitution} \\
 &= 5(14) + 7 && x = 14 \\
 &= 77 && \text{Simplify.}
 \end{aligned}$$



CHECK Check your answer by using the value of x to find $m\angle RPN$.

$$\begin{aligned}
 m\angle RPN &= 7x - 21 \\
 &= 7(14) - 21 \text{ or } 77 \quad \checkmark
 \end{aligned}$$

Since $m\angle MRQ = m\angle RPN$, $\angle MRQ \cong \angle RPN$ and $a \parallel b$. \checkmark

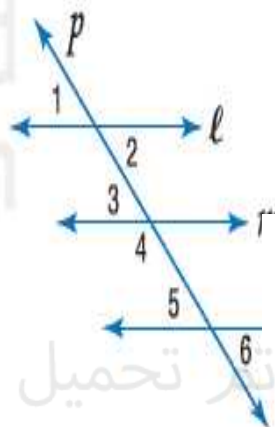
Example 1 Identify Parallel Lines

Given the following information, determine which lines, if any, are parallel. State the postulate or theorem that justifies your answer.

a. $\angle 1 \cong \angle 6$

$\angle 1$ and $\angle 6$ are alternate exterior angles of lines ℓ and n .

Since $\angle 1 \cong \angle 6$, $\ell \parallel n$ by the Converse of the Alternate Exterior Angles Theorem.



b. $\angle 2 \cong \angle 3$

$\angle 2$ and $\angle 3$ are alternate interior angles of lines ℓ and m .

Since $\angle 2 \cong \angle 3$, $\ell \parallel m$ by the Converse of the Alternate Interior Angles Theorem.

مثال 1 تحديد المستقيمات المتوازية

بناءً على المعلومات التالية، حدد أي المستقيمات، إن وجدت، متوازية. اذكر المسألة أو النظرية التي تعلق إجابتك.

a. $\angle 1 \cong \angle 6$

$\angle 1$ و $\angle 6$ هما زاويتان خارجيتان متبادلتان على المستقيمين ℓ .

بما أن $\angle 1 \cong \angle 6$ ، فإن $\ell \parallel n$ بناءً على معكوس نظرية الزوايا الخارجية المتبادلة.

b. $\angle 2 \cong \angle 3$

$\angle 2$ و $\angle 3$ هما زاويتان داخليتان متبادلتان على المستقيمين ℓ و m .

بما أن $\angle 2 \cong \angle 3$ ، فإن $\ell \parallel m$ بناءً على معكوس نظرية الزوايا الداخلية المتبادلة.

Real-World Example 1 Construct Distance From a Point to a Line

LANDSCAPING A landscape architect notices that one part of a yard does not drain well. She wants to tap into an existing underground drain represented by line m . Construct and name the segment with the length that represents the shortest amount of pipe she will need to lay to connect this drain to point A .



The distance from a line to a point not on the line is the length of the segment perpendicular to the line from the point. Locate points B and C on line m equidistant from point A .

المسافة من مستقيم إلى نقطة ليست على هذا المستقيم هي طول القطعة المستقيمة العمودية على المستقيم من هذه النقطة. حدد مكان النقطتين B و C على المستقيم m الواقعتين على مسافة واحدة من النقطة A .

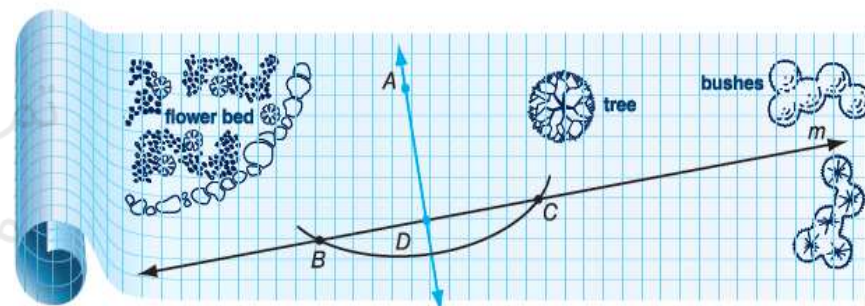


Locate a third point on line m equidistant from B and C . Label this point D . Then draw \overline{AD} so that $\overline{AD} \perp \overline{BC}$.

حدد مكان نقطة ثالثة على المستقيم m بحيث تكون واقعة على مسافة واحدة من النقطة B والنقطة C . سمّ هذه النقطة D . ثم ارسم \overline{AD} بحيث يكون $\overline{AD} \perp \overline{BC}$.

مثال 1 من الحياة اليومية إنشاء مسافة من نقطة إلى مستقيم

تنسيق الحدائق لاحظت مهندسة تنسيق حدائق أن أحد أجزاء قطعة بطول متر من المواسير لا يُصرف المياه على نحو جيد. وترغب المهندسة في الاستفادة من ماسورة موجودة بالفعل تحت الأرض مُمثلة بالمستقيم m . فأنشئ وسمّ القطعة المستقيمة ذات الطول الذي يمثل أقصر مقياس من المواسير ستحتاج المهندسة إلى وضعها لتوصيل ماسورة الصرف هذه إلى النقطة A .



The measure of \overline{AD} represents the shortest amount of pipe the architect will need to lay to connect the drain to point A .

قياس \overline{AD} يمثل أقصر مقياس من المواسير ستحتاج المهندسة لوضعه لتوصيل ماسورة الصرف إلى النقطة A .

Real-World Example 3 Classify Triangles by Sides

MUSIC Classify the sound box of the Russian lute below as *equilateral*, *isosceles*, or *scalene*.

Two sides have the same measure, 40 centimeters, so the triangle has two congruent sides. The triangle is *isosceles*.



مثال 3 من الحياة اليومية تصنيف المثلثات حسب الأضلاع

الموسيقي يضع تصنيفاً لصندوق أصوات العزف الروسي أدناه باعتباره متساوي الأضلاع أو متساوي الساقين أو مختلف الأضلاع.

ضلعان لهما القياس نفسه وهو 40 cm. إذا، المثلث له ضلعان متطابقان. المثلث متساوي الساقين.

Example 4 Classify Triangles by Sides Within Figures

If point M is the midpoint of \overline{JL} , classify $\triangle JKM$ as *equilateral*, *isosceles*, or *scalene*. Explain your reasoning.

By the definition of midpoint, $JM = ML$.

$$JM + ML = JL$$

Segment Addition Postulate

$$ML + ML = 1.5$$

Substitution

$$2ML = 1.5$$

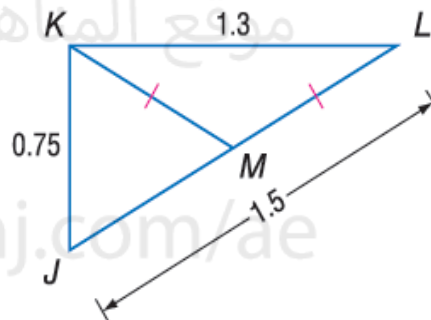
Simplify.

$$ML = 0.75$$

Divide each side by 2.

$JM = ML$ or 0.75. Since $\overline{KM} \cong \overline{ML}$, $KM = ML$ or 0.75.

Since $KJ = JM = KM = 0.75$, the triangle has three sides with the same measure. Therefore, the triangle has three congruent sides, so it is *equilateral*.



مثال 4 تصنيف المثلثات حسب الأضلاع داخل الأشكال

إذا كانت النقطة M هي نقطة المنتصف في \overline{JL} ، فضع تصنيفاً للمثلث $\triangle JKM$ باعتباره متساوي الأضلاع، أو متساوي الساقين، أو مختلف الأضلاع. اشرح تبريرك.

حسب تعريف نقطة المنتصف، $JM = ML$.

$$JM + ML = JL$$

مُسَلِّمة جمع القطع المستقيمة

$$ML + ML = 1.5$$

تعويض

$$2ML = 1.5$$

بسط.

$$ML = 0.75$$

اقسم الطرفين على 2.

$JM = ML$ أو 0.75. بما أن $\overline{KM} \cong \overline{ML}$ أو 0.75.

بما أن $KJ = JM = KM = 0.75$ يضم المثلث ثلاثة أضلاع بالقياس نفسه. ولهذا، يضم المثلث أضلاع متطابقة، ولهذا فهو متساوي الأضلاع.

Example 5 Finding Missing Values

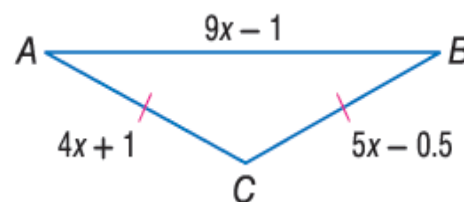
مثال 5 إيجاد القيم المفقودة

ALGEBRA Find the measures of the sides of isosceles triangle ABC .

الجبر جد قياسات أضلاع المثلث متساوي الساقين ABC .

الخطوة 1 جد قيمة x .

Step 1 Find x .



$$AC = CB$$

Given

$$4x + 1 = 5x - 0.5$$

Substitution

$$1 = x - 0.5$$

Subtract $4x$ from each side.

$$1.5 = x$$

Add 0.5 to each side.

$$AC = CB$$

معطى

$$4x + 1 = 5x - 0.5$$

التعويض

$$1 = x - 0.5$$

اطرح $4x$ من كل ضلع.

$$1.5 = x$$

بجمع 0.5 إلى كل طرف.

Step 2 Substitute to find the length of each side.

الخطوة 2 قم بالتعويض لإيجاد طول كل ضلع.

$$AC = 4x + 1$$

Given

$$= 4(1.5) + 1 \text{ or } 7$$

$$x = 1.5$$

$$CB = AC$$

Given

$$= 7$$

$$AC = 7$$

$$AB = 9x - 1$$

Given

$$= 9(1.5) - 1$$

$$x = 1.5$$

$$= 12.5$$

Simplify.

Real-World Example 1 Use the Triangle Angle-Sum Theorem

مثال 1 من الحياة اليومية استخدام نظرية مجموع زوايا المثلث

SOCCER The diagram shows the path of the ball in a passing drill created by four friends. Find the measure of each numbered angle.

كرة القدم يوضح الرسم التخطيطي مسار الكرة في تدريب على التمرير لأربعة أصدقاء. جـد قياس كل زاوية مرقمة.

Solve $m\angle 3 + m\angle BAC + m\angle ACB = 180$ Triangle Angle-Sum Theorem

$m\angle 3 + 20 + 78 = 180$ Substitution

$m\angle 3 + 98 = 180$ Simplify.

$m\angle 3 = 82$ Subtract 98 from each side.

$\angle ACB$ and $\angle 2$ are congruent vertical angles. So, $m\angle 2 = 78$.

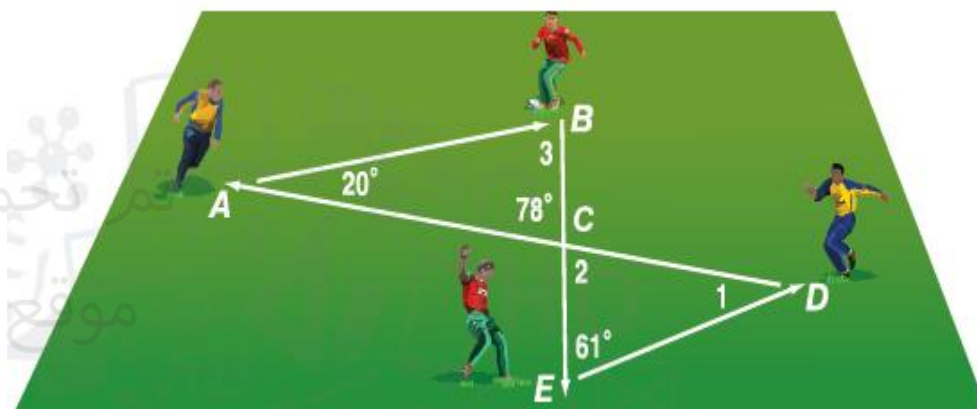
Use $m\angle 2$ and $\angle CED$ of $\triangle CDE$ to find $m\angle 1$.

$m\angle 1 + m\angle 2 + m\angle CED = 180$ Triangle Angle-Sum Theorem

$m\angle 1 + 78 + 61 = 180$ Substitution

$m\angle 1 + 139 = 180$ Simplify.

$m\angle 1 = 41$ Subtract 139 from each side.

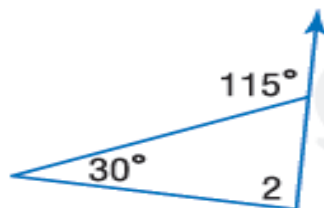


Check The sums of the measures of the angles of $\triangle ABC$ and $\triangle CDE$ should be 180.

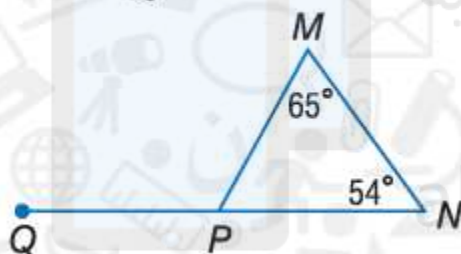
$\triangle ABC: m\angle 3 + m\angle BAC + m\angle ACB = 82 + 20 + 78$ or 180 ✓

$\triangle CDE: m\angle 1 + m\angle 2 + m\angle CED = 41 + 78 + 61$ or 180 ✓

Find each measure.

3. $m\angle 2$ 

$$m\angle 2 = 115^\circ - 30^\circ = 85^\circ$$

4. $m\angle MPQ$ 

$$m\angle MPQ = 65^\circ + 54^\circ = 119^\circ$$

DECK CHAIRS The brace of this deck chair forms a triangle with the rest of the chair's frame as shown. If $m\angle 1 = 105$ and $m\angle 3 = 48$, find each measure.

5. $m\angle 4$

$$m\angle 4 = 105^\circ - 48^\circ = 57^\circ$$

6. $m\angle 6$

$$m\angle 6 = 180^\circ - 48^\circ = 132^\circ$$

7. $m\angle 2$

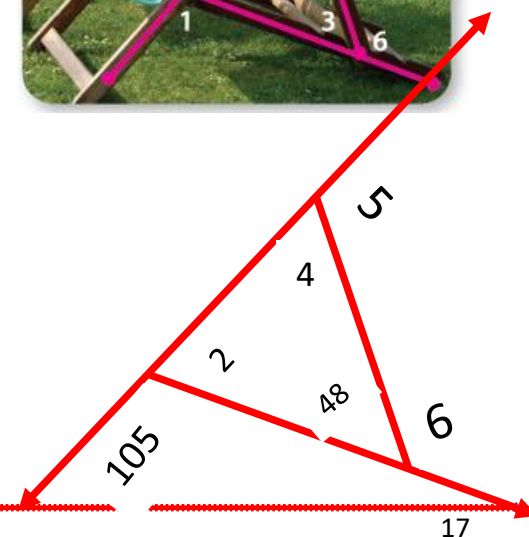
$$m\angle 2 = 180^\circ - 105 = 75^\circ$$

8. $m\angle 5$

$$m\angle 5 = 180^\circ - 57^\circ = 123^\circ$$

جد قياس كل مما يلي

المقعد تشكل دعامة مقعد الاسترخاء هذا مثلثاً مع بقية هيكل المقعد كما هو ظاهر. إذا علمت أن $m\angle 1 = 105$ و $m\angle 3 = 48$ فجد كل قياس.



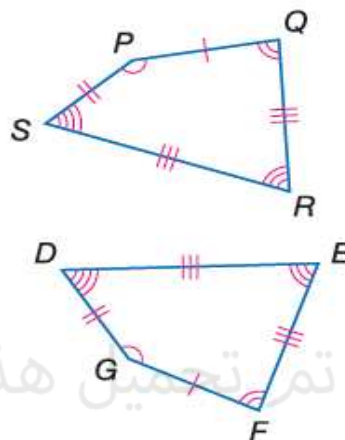
Example 1 Identify Corresponding Congruent Parts

Show that the polygons are congruent by identifying all the congruent corresponding parts. Then write a congruence statement.

Angles: $\angle P \cong \angle G$, $\angle Q \cong \angle F$,
 $\angle R \cong \angle E$, $\angle S \cong \angle D$

Sides: $\overline{PQ} \cong \overline{GF}$, $\overline{QR} \cong \overline{FE}$,
 $\overline{RS} \cong \overline{ED}$, $\overline{SP} \cong \overline{DG}$

All corresponding parts of the two polygons are congruent. Therefore, polygon $PQRS \cong$ polygon $GFED$.

**مثال 1** تحديد الأجزاء المتطابقة المتناظرة

وضح أن الشكلين المضلعين متطابقان عن طريق تحديد جميع الأجزاء المتناظرة المتطابقة.

الزوايا: $\angle P \cong \angle G$, $\angle Q \cong \angle F$,
 $\angle R \cong \angle E$, $\angle S \cong \angle D$

الأضلاع: $\overline{PQ} \cong \overline{GF}$, $\overline{QR} \cong \overline{FE}$,
 $\overline{RS} \cong \overline{ED}$, $\overline{SP} \cong \overline{DG}$

جميع الأجزاء المتناظرة في المضلعين متطابقة.
ولذلك، المضلع $PQRS \cong$ المضلع $GFED$.

Example 2 Use Corresponding Parts of Congruent Triangles

In the diagram, $\triangle ABC \cong \triangle DFE$. Find the values of x and y .

$$\angle F \cong \angle B$$

CPCTC

$$m\angle F = m\angle B$$

Definition of congruence

$$8y - 5 = 99$$

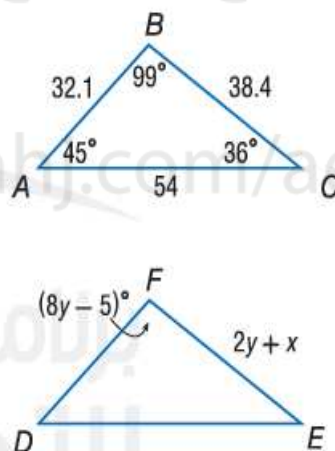
Substitution

$$8y = 104$$

Add 5 to each side.

$$y = 13$$

Divide each side by 8.

**مثال 2** استخدام الأجزاء المتناظرة في مثلثين متطابقين

في الرسم التخطيطي، $\triangle ABC \cong \triangle DFE$. جد قيمة x و y .

$$\overline{FE} \cong \overline{BC}$$

CPCTC

خاصية الانعكاس في التطابق

$$FE = BC$$

Definition of congruence

تعريف التطابق

$$2y + x = 38.4$$

Substitution

تعويض

$$2(13) + x = 38.4$$

Substitution

تعويض

$$26 + x = 38.4$$

Simplify.

بسط.

$$x = 12.4$$

اطرح 26 من كل طرف. Subtract 26 from each side.

18

Use the SSS postulate to test for triangle congruence.

Example- 1-2

686-687

استخدام مسطرة تساوي الأضلاع الثلاثة لاختبار تطابق المثلثين .

مثال 1-2

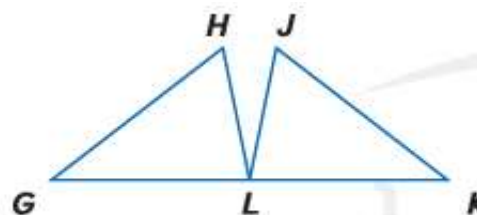
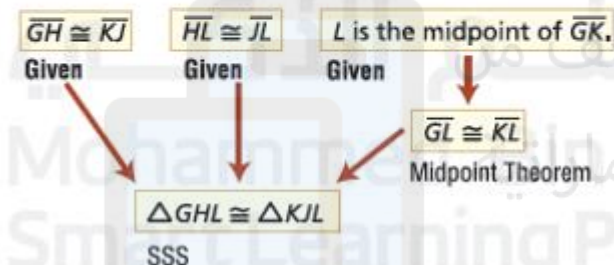
Example 1 Use SSS to Prove Triangles Congruent

مثال 1 استخدام تساوي الأضلاع الثلاثة (SSS) للبرهنة على أن المثلثين متطابقان

Write a flow proof.

Given: $\overline{GH} \cong \overline{KJ}$, $\overline{HL} \cong \overline{JL}$, and L is the midpoint of \overline{GK} .Prove: $\triangle GHL \cong \triangle KJL$

Flow Proof:



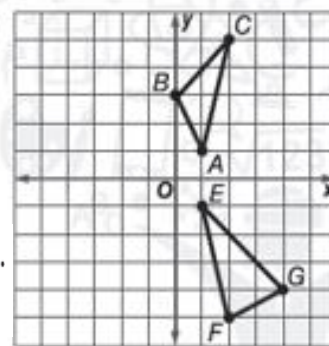
اكتب برهاناً تسلسلياً.



Standardized Test Example 2 SSS on the Coordinate Plane

EXTENDED RESPONSE Triangle ABC has vertices A(1, 1), B(0, 3), and C(2, 5). Triangle EFG has vertices E(1, -1), F(2, -5), and G(4, -4).

a. Graph both triangles on the same coordinate plane.



b. Use your graph to make a conjecture as to whether the triangles are congruent. Explain your reasoning.

b. From the graph, it appears that the triangles do not have the same shape, so we can conjecture that they are not congruent.

c. Use the Distance Formula to show that not all corresponding sides have the same measure.

$$AB = \sqrt{(0 - 1)^2 + (3 - 1)^2} \\ = \sqrt{1 + 4} \text{ or } \sqrt{5}$$

$$BC = \sqrt{(2 - 0)^2 + (5 - 3)^2} \\ = \sqrt{4 + 4} \text{ or } \sqrt{8}$$

$$AC = \sqrt{(2 - 1)^2 + (5 - 1)^2} \\ = \sqrt{1 + 16} \text{ or } \sqrt{17}$$

$$EF = \sqrt{(2 - 1)^2 + [-5 - (-1)]^2} \\ = \sqrt{1 + 16} \text{ or } \sqrt{17}$$

$$FG = \sqrt{(4 - 2)^2 + [-4 - (-5)]^2} \\ = \sqrt{4 + 1} \text{ or } \sqrt{5}$$

$$EG = \sqrt{(4 - 1)^2 + [-4 - (-1)]^2} \\ = \sqrt{9 + 9} \text{ or } \sqrt{18}$$

مثال 2 على الاختبار البياري تساوي الأضلاع الثلاثة (SSS) على المستوى الإحداثي

إجابة موسعة المثلث ABC رؤوسه A(1, 1) و B(0, 3) و C(2, 5). والمثلث EFG رؤوسه E(1, -1) و F(2, -5) و G(4, -4).

a. ارسم كلا المثلثين على مستوى إحداثي واحد.

b. استخدم التمثيل البياني لتخمين ما إذا كان المثلثان متطابقين أم لا. اشرح تبريرك.

b. يبدو من التمثيل البياني أن المثلثين ليسا بالشكل نفسه. إذاً يمكننا تخمين أنهما ليسا متطابقين.

c. استخدم قانون المسافة لبيان عدم تساوي قياس كل الأضلاع المتناظرة.

While $AB = FG$ and $AC = EF$, $BC \neq EG$. Since SSS congruence is not met, $\triangle ABC \not\cong \triangle EFG$.

بينما $AB = FG$ و $AC = EF$ و $BC \neq EG$. نظرًا لعدم التطابق بتساوي الأضلاع الثلاثة، $\triangle ABC \not\cong \triangle EFG$.

19

Use the SAS postulate to test for triangle congruence

استخدام مسلمة ضلعين و الزاوية المحصورة بينهما لإثبات تطابق مثلثين

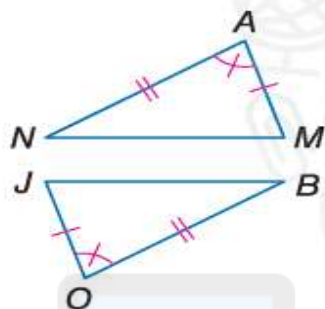
(16-20)

692

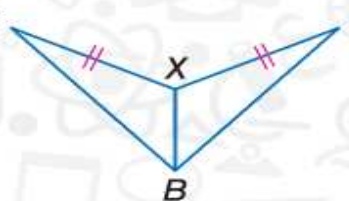
فرضيات حدد المسلمة التي يمكن استخدامها لإثبات أن المثلثين متطابقان. وإذا لم يكن ممكنًا إثبات التطابق، فاكتب لا يمكن.

ARGUMENTS Determine which postulate can be used to prove that the triangles are congruent. If it is not possible to prove congruence, write *not possible*.

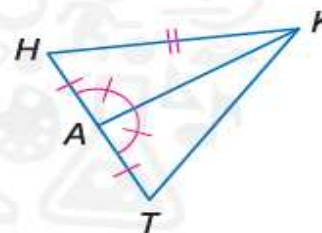
16.



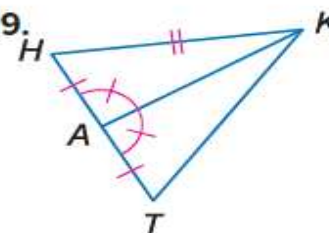
17.



18.

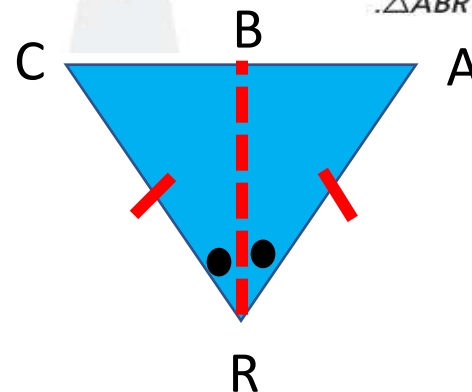


19.



20. **MUSIC** To make a specific tempo, the weight on the pendulum of a metronome is adjusted so that it swings at a specific rate. Prove that the triangles formed by the swinging of the pendulum are congruent; i.e. prove $\triangle ABR \cong \triangle CBR$.

20. **الموسيقى** لتحديد وتيرة معينة، يتم ضبط الوزن على بندول الإيقاع يتأرجح بمعدل محدد. أثبت أن المثلثات المتشكلة نتيجة حركة البند أثبت أن $\triangle ABR \cong \triangle CBR$.



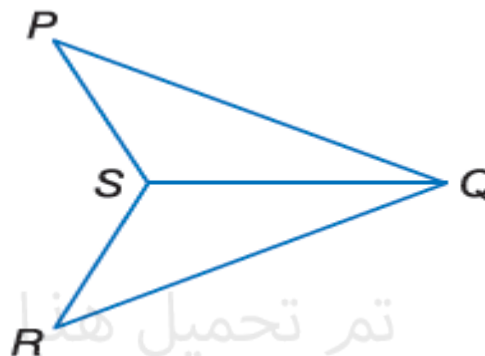
SAS

Example 1 Use ASA to Prove Triangles Congruent**مثال 1** استخدام مسلمة زاويتين والضلع المحصور بينهما (ASA) لإثبات أن المثلثين متطابقان

Write a two-column proof.

Given: \overline{QS} bisects $\angle PQR$;
 $\angle PSQ \cong \angle RSQ$.

Prove: $\triangle PQS \cong \triangle RQS$



اكتب برهاناً من عمودين.

المعطيات: \overline{QS} ينصف $\angle PQR$

$\angle PSQ \cong \angle RSQ$

المطلوب: $\triangle PQS \cong \triangle RQS$

البرهان:

العبارات

1. المعطيات

2. تعريف منصف الزاوية

3. خاصية الانعكاس في التطابق

4. مسلمة زاويتين والضلع المحصور بينهما (ASA)

Proof:

Statements

Reasons

1. \overline{QS} bisects $\angle PQR$; $\angle PSQ \cong \angle RSQ$.

1. Given

2. $\angle PQS \cong \angle RQS$

2. Definition of Angle Bisector

3. $\overline{QS} \cong \overline{QS}$

3. Reflexive Property of Congru

4. $\triangle PQS \cong \triangle RQS$

4. ASA

1. \overline{QS} ينصف $\angle PQR$; $\angle PSQ \cong \angle RSQ$

2. $\angle PQS \cong \angle RQS$

3. $\overline{QS} \cong \overline{QS}$

4. $\triangle PQS \cong \triangle RQS$

Example 2 Find Missing Measures

Find each measure.

a. $m\angle Y$

$$m\angle X + m\angle Y + m\angle Z = 180$$

Triangle Sum Theorem

$$60 + m\angle Y + m\angle Y = 180$$

$$m\angle X = 60, m\angle Z = m\angle Y$$

$$60 + 2(m\angle Y) = 180$$

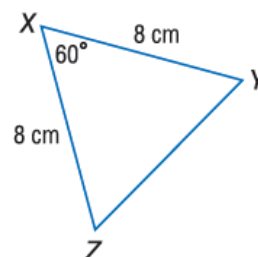
Simplify.

$$2(m\angle Y) = 120$$

Subtract 60 from each side.

$$m\angle Y = 60$$

Divide each side by 2.



b. YZ

$m\angle Z = m\angle Y$, so $m\angle Z = 60$ by substitution. Since $m\angle X = 60$, all three angles measure 60, so the triangle is equiangular. Because an equiangular triangle is also equilateral, $XY = XZ = ZY$. Since $XY = 8$ centimeters, $YZ = 8$ centimeters by substitution.

مثال 2 إيجاد القياسات المجهولة

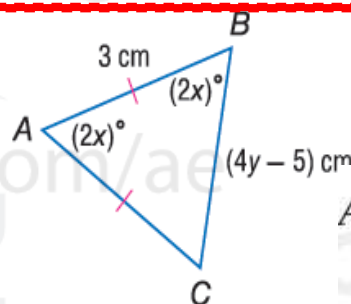
جد قياس كل مما يلي.

a. $m\angle Y$

Example 3 Find Missing Values

ALGEBRA Find the value of each variable.

Since $\angle B = \angle A$, $\overline{AC} \cong \overline{BC}$ by the Converse of the Isosceles Triangle Theorem. All of the sides of the triangle are congruent, so the triangle is equilateral. Each angle of an equilateral triangle measures 60° , so $2x = 60$ and $x = 30$.



$$AB = BC$$

Definition of equilateral triangle

$$3 = 4y - 5$$

Substitution

$$8 = 4y$$

Add 5 to each side.

$$2 = y$$

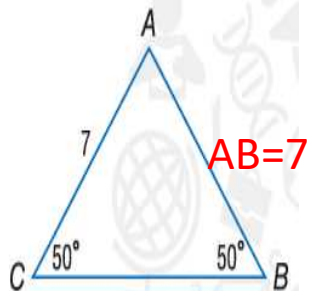
Divide each side by 4.

مثال 3 إيجاد القيم المجهولة

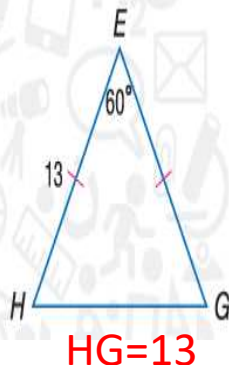
الجبر جد قيمة كل متغير.

Find each measure.

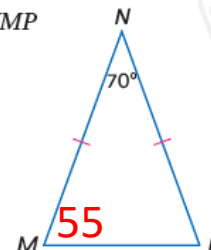
14. AB



15. HG

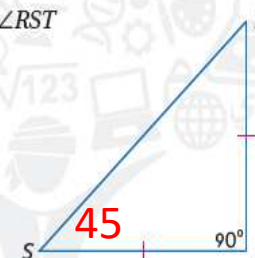


16. $m\angle NMP$



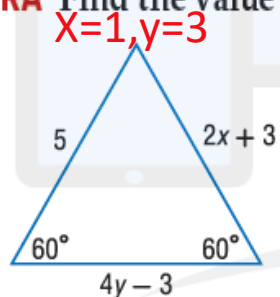
جد قياس كل مما يلي.

17. $m\angle RST$

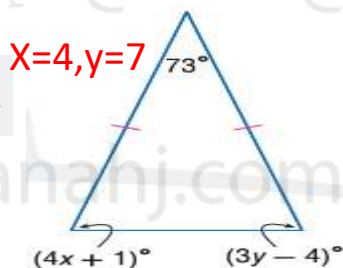


ALGEBRA Find the value of each variable.

18.

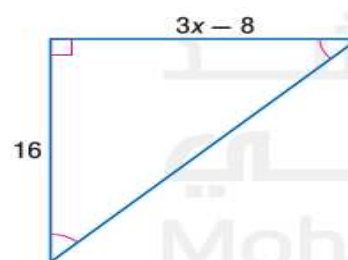


19.



X = 8

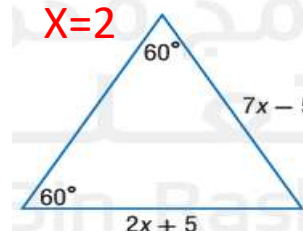
20.



21.

الجبر جد قيمة كل متغير.

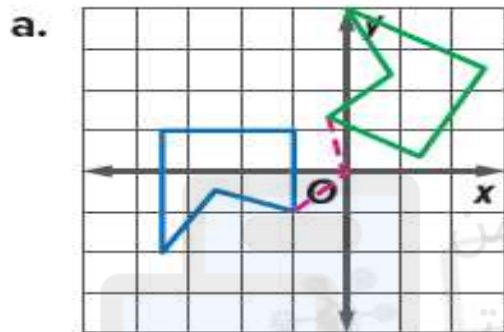
X=2



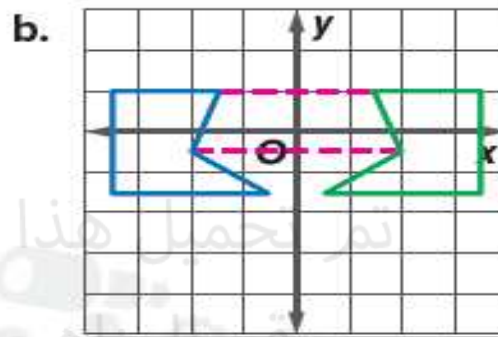
Example 1 Identify Congruence Transformations**مثال 1** تحديد تحويلات التطابق

Identify the type of congruence transformation shown as a *reflection*, *translation*, or *rotation*.

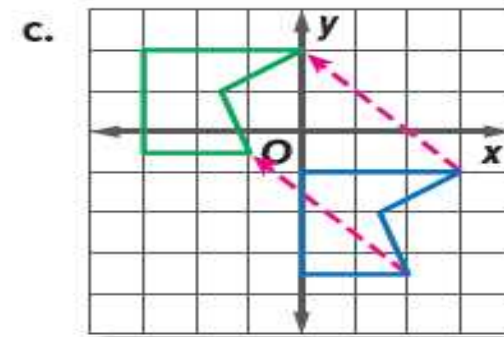
حدد نوع تحويل التطابق الظاهر باعتباره *انعكاساً* أو *إزاحة* أو *دوراناً*.



rotation.



reflection,

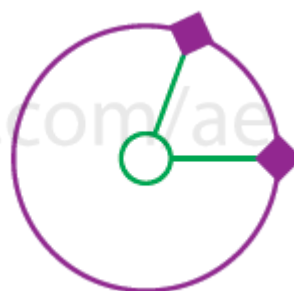


translation,

Real-World Example 2 Identify a Real-World Transformation

GAMES Refer to the information at the left. Identify the type of congruence transformation shown in the diagram as a *reflection*, *translation*, or *rotation*.

The position of the weight at different times is an example of a rotation. The center of rotation is the person's ankle.



rotation.

مثال 2 من الحياة اليومية تحديد تحويل في الحياة اليومية

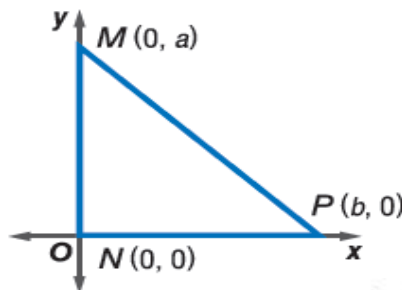
الألعاب راجع المعلومات المبينة في الجانب الأيسر. حدد نوع تحويل التطابق الظاهر في الرسم التخطيطي باعتباره *انعكاساً* أو *إزاحة* أو *دوراناً*.

يعطي موضع الوزن في أوقات مختلفة مثلاً على الدوران. ومركز الدوران هو كاحل الشخص.

Example 1 Position and Label a Triangle

Position and label right triangle MNP on the coordinate plane so that leg \overline{MN} is a units long and leg \overline{NP} is b units long.

- The length(s) of the side(s) that are along the axes will be easier to determine than the length(s) of side(s) that are not along an axis. Since this is a right triangle, two sides can be located on an axis.
- Placing the right angle of the triangle, $\angle N$, at the origin will allow the two legs to be along the x - and y -axes.
- Position the triangle in the first quadrant.
- Since M is on the y -axis, its x -coordinate is 0. Its y -coordinate is a because the leg is a units long.
- Since P is on the x -axis, its y -coordinate is 0. Its x -coordinate is b because the leg is b units long.

**مثال 1** تحديد موقع مثلث وتسميته

حدد موقع المثلث قائم الزاوية MNP واسمه على المستوى الإحداثي بحيث يصل طول الساق \overline{MN} إلى a من الوحدات وطول الساق \overline{NP} إلى b من الوحدات.

- سيكون طول (أطوال) الضلع (الأضلاع) الموازي للمحاور أسهل في التحديد من طول (أطوال) الضلع (الأضلاع) الذي ليس موازياً لمحور. بما أن هذا مثلث قائم الزاوية، يمكن تحديد موقع ضلعين على محور.
- سيتيح وضع الزاوية القائمة للمثلث، $\angle N$ ، عند نقطة الأصل إمكانية وضع الساقين بمحاذاة المحورين الأفقي x والرأسي y .
- ضع المثلث في الربع الأول.
- بما أن M على المحور y ، فإن إحداثي x لها هو 0. وإحداثي y هو a لأن طول الساق a وحدات.
- بما أن P على المحور x ، فإن إحداثي y هو 0. وإحداثي x هو b لأن طول الساق b وحدات.

Example 2 Identify Missing Coordinates

مثال 2 تحديد الإحداثيات المجهولة

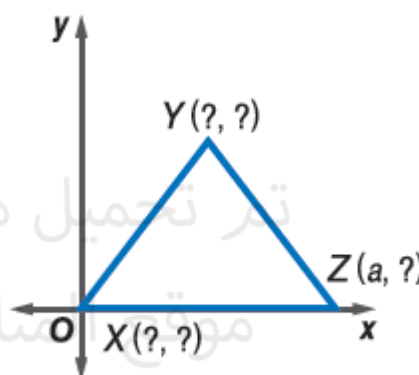
Name the missing coordinates of isosceles triangle XYZ .

عين الإحداثيات المجهولة للمثلث متساوي الساقين XYZ .

Vertex X is positioned at the origin; its coordinates are $(0, 0)$.

يقع الرأس Z على المحور X . إذا إحداثي y هو 0 . إحداثيات الرأس Z هي $(a, 0)$.

$\triangle XYZ$ is isosceles, so using a vertical segment from Y to the x -axis and the Hypotenuse-Leg Theorem shows that the x -coordinate of Y is halfway between 0 and a or $\frac{a}{2}$. We cannot write the y -coordinate in terms of a , so call it b . The coordinates of point Y are $(\frac{a}{2}, b)$.



$\triangle XYZ$ متساوي الساقين، إذا باستخدام قطعة رأسية من Y إلى المحور X ونظرية الوتر-الساق تثبت أن إحداثي X لـ Y في منتصف المسافة بين 0 و a أو $\frac{a}{2}$. لا يمكننا كتابة إحداثي Y بدلالة a ، إذا نسميها b . إحداثيات النقطة Y هي $(\frac{a}{2}, b)$.

Vertex Z is on the x -axis, so its y -coordinate is 0 . The coordinates of vertex Z are $(a, 0)$.

يقع الرأس X عند نقطة الأصل؛ وإحداثياته هي $(0, 0)$.

alManahj.com/ae

25

Find perimeters and areas of triangles.

Example- 4-3

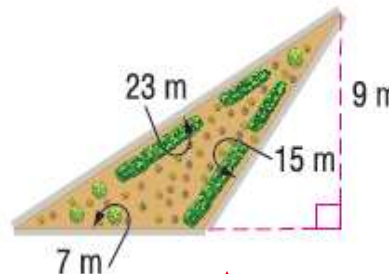
737-738

إيجاد محيط ومساحة المثلث .

مثال 3-4

Real-World Example 3 Perimeter and Area of a Triangle

GARDENING Amer needs enough mulch to cover the triangular garden shown and enough paving stones to border it. If one bag of mulch covers 12 square meters and one paving stone provides a 10-centimeter border, how many bags of mulch and how many stones does he need to buy?



Step 1 Find the perimeter of the garden.

$$\text{Perimeter of garden} = 23 + 15 + 7 \text{ or } 45 \text{ m}$$

Step 2 Find the area of the garden.

$$A = \frac{1}{2}bh$$

Area of a triangle

$$= \frac{1}{2}(7)(9) \text{ or } 31.5 \text{ m}^2$$

$b = 7$ and $h = 9$

Step 3 Use unit analysis to determine how many of each item are needed.

$$\begin{aligned} \text{Bags of Mulch} & \quad 31.5 \text{ m}^2 \cdot \frac{1 \text{ bag}}{12 \text{ m}^2} = 2.625 \text{ bags} \\ \text{Paving Stones} & \quad 45 \text{ m} \cdot \frac{100 \text{ cm}}{1 \text{ m}} \cdot \frac{1 \text{ stone}}{10 \text{ cm}} = 450 \text{ stones} \end{aligned}$$

Round the number of bags up so there is enough mulch. He will need 3 bags of mulch and 135 paving stones.

مثال 3 من الحياة اليومية محيط ومساحة المثلث

البستنة أمير يحتاج كمية كافية من النشارة لتغطية الحديقة المثلثة الموضحة وكمية كافية من حجارة الممشى لعمل حدود لها. إذا علمت أن كيساً واحداً من النشارة يغطي 12 m^2 وكل حجر من أحجار الممشى يغطي 10 cm من الحد، فكم عدد أكياس النشارة وأحجار الممشى التي يجب عليه شراؤها؟

الخطوة 1 جد محيط الحديقة.

$$23 + 15 + 7 = 45 \text{ m} \quad \text{محيط الحديقة}$$

الخطوة 2 جد مساحة الحديقة.

$$A = \frac{1}{2}bh$$

مساحة المثلث

$$= \frac{1}{2}(7)(9) = 31.5 \text{ m}^2$$

$b = 7$ و $h = 9$

أحجار الممشى

$$45 \text{ m} \cdot \frac{100 \text{ cm}}{1 \text{ m}} \cdot \frac{1 \text{ stone}}{10 \text{ cm}} = 450 \text{ حجراً}$$

أكياس النشارة

$$31.5 \text{ m}^2 \cdot \frac{1 \text{ bag}}{12 \text{ m}^2} = 2.625 \text{ من الأكياس}$$

قرب عدد الأكياس للأعلى بحيث تكون هناك كمية كافية من النشارة. سوف يحتاج إلى 3 أكياس من

Example 4 Use Area to Find Missing Measures

مثال 4 استخدام المساحة لإيجاد القياسات المجهولة

ALGEBRA The height of a triangle is 5 centimeters more than its base. The area of the triangle is 52 square centimeters. Find the base and height.

الجبر ارتفاع مثلث يزيد عن قاعدته بمقدار 5 cm. ومساحة المثلث 52 cm².
جد القاعدة والارتفاع.

Step 1 Write expressions to represent each measure.

Let b represent the base of the triangle. Then the height is $b + 5$.

افترض أن b تمثل قاعدة المثلث. إذا، الارتفاع يساوي $b + 5$

Step 2 Use the formula for the area of a triangle to find b .

الخطوة 2 استخدم صيغة مساحة المثلث لإيجاد b .

$$A = \frac{1}{2}bh$$

$$52 = \frac{1}{2}b(b + 5)$$

$$104 = b(b + 5)$$

$$104 = b^2 + 5b$$

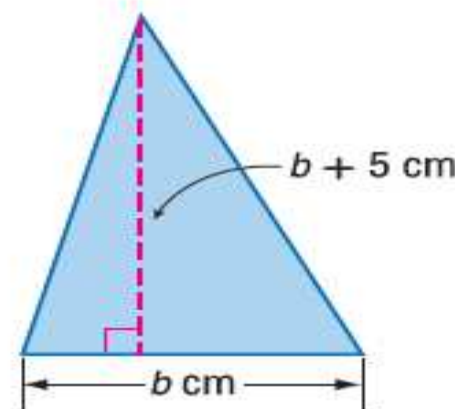
$$0 = b^2 + 5b - 104$$

$$0 = (b + 13)(b - 8)$$

$$b + 13 = 0 \quad , \quad b - 8 = 0$$

$$b = -13$$

$$b = 8$$



Step 3 Use the expressions from Step 1 to find each measure.

الخطوة 3 استخدم التعبيرات من الخطوة 1 لإيجاد كل قياس.

Since a length cannot be negative, the base measures 8 centimeters and the height measures 8 + 5 or 13 centimeters.