تم تحميل هذا الملف من موقع المناهج البحرينية

ملف أعمال الطالب لمقرر ريض 262

موقع المناهج ⇦ المناهج البحرينية ⇦ الصف الثاني الثانوي ⇦ رياضيات ⇦ الفصل الثاني ⇦ كتب للطالب ⇦ الملف

تاريخ إضافة الملف على موقع المناهج: 2025-02-20 22:38:17

المزيد من مادة رياضيات:	ملفات ا كتب للمعلم ا كتب للطالب ا اختبارات الكترونية ا اختبارات ا حلول ا عروض بوربوينت ا أوراق عمل منهج انجليزي ا ملخصات وتقارير ا مذكرات وبنوك ا الامتحان النهائي ا للمدرس

التواصل الاجتماعي بحسب الصف الثاني الثانوي

صفحة المناهج البحرينية على فيسبوك					
المواد على تلغرام	التربية الاسلامية	اللغة العربية	اللغة الانجليزية	الرياضيات	

المزيد من الملفات بحسب الصف الثاني الثانوي والمادة رياضيات في الفصل الثاني

1	أسئلة امتحانية سابقة مقرر ريض 262
2	الإجابة النموذجية لمقرر ريض 261
3	حل مذكرة ريض 261
4	قوانين ريض 261
5	ملف أعمال الطالب مقرر ريض 261

KINGDOM OF BAHRAIN
Ministry of Education
Ahmed Al Omran Secondary Boys School

مَمْلَكَة البَحْرَيْن
وَزَارَةُ التَّرْبِيَةِ وَالتَّعْلِيم
مدرسة أحمد العمران الثانوية للبنين

قسم الرياضيات

العام الدراسي 2024-2025

ملف أعمال الطالب

لمقرر ريض 262

البطاقة التعريفية للطالب

الاسم	
الصف	
الرقم الأكاديمي	
الرقم بالكشف	
معلم المادة	

هذه البطاقات لا تغني عن مراجعة الكتاب المدرسي الذي يجب أن يكون مرجعك الأول

اتفاقية الطالب والمعلم في مقرر ريض 262

- الاحترام المتبادل بين الطالب والمعلم ومع الزملاء داخل وخارج الصف.
- الانضباط وعدم التأخر عن الحصص والتسرب منها، وكثرة الغياب التي تؤثر سلباً على التحصيل الدراسي.
- التعاون والمشاركة الفاعلة في الحصص من أجل رفع التحصيل الدراسي.
- الالتزام بحل البطاقات بملف الطالب داخل الفصل وذلك خلال الحصص أو خارجها.
- المحافظة على ملف أعمال الطالب وحل جميع البطاقات الخاصة بالدروس أولاً بأول وعدم تأجيلها حتى تكون مرجعاً لأوقات المذاكرة.
- الالتزام بتقديم الاختبارات بالوقت المتفق بين الطالب والمعلم وفي حال غياب الطالب الالتزام بتسليم العذر بأقرب وقت وعدم التأخير بذلك.
- الالتزام بتسليم المهمة الخاصة بالمقرر بالوقت المحدد وحسب المواصفات التي يطلبها المعلم.
- متابعة التغذية الراجعة المقدمة من قبل المعلم في ملف الطالب أولاً بأول مع تنفيذها.
- الحرص على اطلاع ولي الأمر على درجات الطالب بالاختبارات الشهرية.

هدفي في هذا المقرر	....

أنا الطالب: ..... من صف .....

ورقمي الأكاديمي .....

أقر بالالتزام بهذه الاتفاقية وأن أبذل قصارى جهدي لتحقيق هدفي والالتزام بكل ما هو من شأنه رفع تحصيلي الدراسي وعدم التقصير أو التكاسل بأداء ما هو مطلوب مني.

توقيع ولي الأمر: .....

المتابعة الدورية لملف انجاز الطالب

رقم المتابعة	1	التاريخ	

التقدير	الوصف	التعزيز	التطوير
☐ ممتاز ☐ جيد جداً ☐ جيد ☐ غير ملائم	☐ عمل متقن حققت المطلوب ☐ اقتربت من الاتقان ☐ حققت المطلوب في معظم المطلوب ☐ لم تحقق المطلوب منك	☐ شكراً جهودك مميزة ورائعة ☐ سُعدت بمجهودك استمر في التقدم ☐ أحسنت محاولتك طيبة استمر ☐ أتوقع منك الأفضل لديك الامكانية للتقدم	☐ لزيادة الفهم حل تمارين مهارات التفكير العليا ☐ ارجع للإجابة النموذجية ، وتدرب أكثر ☐ ارجع إلى زميلك وصحح الأخطاء بصورة تعاونية ☐ تابع مع ولي أمرك من خلال البوابة التعليمية لحل الأنشطة الداعمة للتعلم

ملاحظات المعلم الإضافية	توقيع الطالب	توقيع ولي الأمر

رقم المتابعة	2	التاريخ	

التقدير	الوصف	التعزيز	التطوير
☐ ممتاز ☐ جيد جداً ☐ جيد ☐ غير ملائم	☐ عمل متقن حققت المطلوب ☐ اقتربت من الاتقان ☐ حققت المطلوب في معظم المطلوب ☐ لم تحقق المطلوب منك	☐ شكراً جهودك مميزة ورائعة ☐ سُعدت بمجهودك استمر في التقدم ☐ أحسنت محاولتك طيبة استمر ☐ أتوقع منك الأفضل لديك الامكانية للتقدم	☐ لزيادة الفهم حل تمارين مهارات التفكير العليا ☐ ارجع للإجابة النموذجية ، وتدرب أكثر ☐ ارجع إلى زميلك وصحح الأخطاء بصورة تعاونية ☐ تابع مع ولي أمرك من خلال البوابة التعليمية لحل الأنشطة الداعمة للتعلم

ملاحظات المعلم الإضافية	توقيع الطالب	توقيع ولي الأمر

رقم المتابعة	3	التاريخ	

التقدير	الوصف	التعزيز	التطوير
☐ ممتاز ☐ جيد جداً ☐ جيد ☐ غير ملائم	☐ عمل متقن حققت المطلوب ☐ اقتربت من الاتقان ☐ حققت المطلوب في معظم المطلوب ☐ لم تحقق المطلوب منك	☐ شكراً جهودك مميزة ورائعة ☐ سُعدت بمجهودك استمر في التقدم ☐ أحسنت محاولتك طيبة استمر ☐ أتوقع منك الأفضل لديك الامكانية للتقدم	☐ لزيادة الفهم حل تمارين مهارات التفكير العليا ☐ ارجع للإجابة النموذجية ، وتدرب أكثر ☐ ارجع إلى زميلك وصحح الأخطاء بصورة تعاونية ☐ تابع مع ولي أمرك من خلال البوابة التعليمية لحل الأنشطة الداعمة للتعلم

ملاحظات المعلم الإضافية	توقيع الطالب	توقيع ولي الأمر

الدروس المطلوبة في مقرر ريض 262

المادة /اسم المقرر ورمزه: الرياضيات / ريض 262

المسار: توحيد المسارات / علمي

اسم الكتاب: الرياضيات 4

الصف: الثاني الثانوي

الفصل (الوحدة)	عنوان الدرس ورقمه		الصفحة (من – إلى)	عدد الحصص	الملاحظات
الرابع	4 – 1	المتتابعات كدوال	203 – 198	1	
	4 – 2	المتتابعات والمتسلسلات الحسابية	211 – 204	3	
	4 – 3	المتتابعات والمتسلسلات الهندسية	217 – 212	3	
	4 – 4	المتسلسلات الهندسية اللانهائية	226 – 221	2	
	4 – 6	البرهان بالاستقراء الرياضي	235 – 232	2	
الخامس	5 – 2	الزوايا وقياس الزاوية	264 – 258	2	
	5 – 3	الدوال المثلثية للزوايا	272 – 266	3	
	5 – 4	الدوال الدائرية	280 – 274	2	
	5 – 5	تمثيل الدوال المثلثية بيانيًّا	287 – 281	2	حذف مثال 5 والتمارين المرتبطة به
	5 – 6	الدوال المثلثية العكسية	290 – 288	2	

توزيع درجات الأعمال (40٪)

	الاختبارات (50 %)		المشروع /المهمة (15 %)	الملف / الكراسة (20 %)	الملاحظة الصفية (15 %)	المجموع 100
	1	2				
	/ / 2025	/ / 2025				
الدرجة						
توقيع ولي الأمر						

محتوى مساق الرياضيات للمستوى الثاني (توحيد المسارات / علمي)

اسم المساق	الفصل الدراسي	رمز المساق	عدد الساعات	سنة الطبعة
الرياضيات 4	الرابع	ريض 262	2	الطبعة الثانية 1435 هـ - 2014 م

رمز الدرس	عنوان الدرس	الكفايات	الامثلة غير المطلوبة	التمارين غير المطلوبة
4 – 1	المتتابعات كدوال	• ربط المتتابعة الحسابية بدالة خطية. • ربط المتتابعة الهندسية بدالة أسية.	----	19، 33، 34
4 – 2	المتتابعات والمتسلسلات الحسابية	• استعمال المتتابعات الحسابية. • إيجاد مجموع المتسلسلات الحسابية.	----	47، 51، 52
4 – 3	المتتابعات والمتسلسلات الهندسية	• استعمال المتتابعات الهندسية. • إيجاد مجموع المتسلسلات الهندسية.	----	24، 33، 34
4 – 4	المتسلسلات الهندسية اللانهائية	• إيجاد مجموع متسلسلة هندسية لانهائية. • كتابة الكسر الدوري على صورة كسر اعتيادي	----	17، 24 – 32
4 – 6	البرهان بالاستقراء الرياضي	• برهان العبارات باستعمال الاستقراء الرياضي. • إثبات خطأ العبارات بإيجاد مثال مضاد.	----	17، 23
5 – 2	الزوايا وقياس الزاوية	• رسم زوايا في الوضع القياسي وإيجاد قياساتها. • تحويل القياس بالدرجات إلى القياس بالراديان والعكس.	----	----
5 – 3	الدوال المثلثية للزوايا	• إيجاد قيم الدوال المثلثية لأي زاوية. • إيجاد قيم الدوال المثلثية باستعمال زوايا الإسناد.	----	32 ، 34
5 – 4	الدوال الدائرية	• إيجاد قيم الدوال المثلثية باستعمال دائرة الوحدة. • استعمال خصائص الدوال الدورية في حساب الدوال المثلثية	----	19 ، 24، 25
5 – 5	تمثيل الدوال المثلثية بيانيًّا	• وصف دوال الجيب وجيب التمام والظل، وتمثيلها بيانيًّا	5	7 – 8 ، 20 – 22 ، 3 – 24، 33
5 – 6	الدوال المثلثية العكسية	• إيجاد قيم الدوال المثلثية العكسية. • حل معادلات باستعمال الدوال المثلثية العكسية.	----	32

روابط هامة خاصة بمقرر ريض 262

ملاحظة: امسح رمز Qr Code أو اضغط عليه للمشاهدة

النسخة الالكترونية لكتاب الطالب وكراسة التمارين وكتاب المعلم

مجلد الامتحانات النهائية السابقة

الفصل الرابع:

المتتابعات والمتسلسلات

أرقام البطاقات	رقم الدرس	الموضوع	الصفحة	
			بالبطاقات	بالكتاب
1	4 - 1	المتتابعات كدوال	2	198
2 إلى 4	4 - 2	المتتابعات والمتسلسلات الحسابية	5	204
5 إلى 7	4 - 3	المتتابعات والمتسلسلات الهندسية	13	212
8	4 - 4	المتسلسلات الهندسية اللانهائية	21	221
9 إلى 10	4 - 6	الاستقراء الرياضي	23	227

ملاحظة	الدرس 5 - 4 ستتم دراسته في مقرر ريض 352

بطاقة (1) : المتتابعات كدوال

الأهداف				
	1	التعرف على المتتابعة وما يتعلق بها	2	تحديد كون المتتابعة حسابية أم هندسية
	3	تحديد مجال ومدى المتتابعة مع تمثيلها بيانياً		

ماهي المتتابعة	هي ترتيب لمجموعة من الأعداد في نمط معين و تسمى هذه الأعداد بحدود المتتابعة	
مجال ومدى المتتابعة	مجالها	مداها
	هي مجموعة رتب الحدود	هي مجموعة قيم الحدود
أنواعها	منتهية	غير منتهية
	لها عدد محدد من الحدود	لها عدد غير محدد من الحدود

أنواع المتتابعات

النوع	المتتابعة الحسابية	المتتابعة الهندسية
العلاقة بين حدودها	يكون كل حد ناقصاً ما قبله بمقدار يساوي عدد ثابت	يكون كل حد مقسوماً على ما قبله بمقدار يساوي عدد ثابت
مثال عليها	$10, 15, 20, 25, \ldots$	$2, 6, 18, 54, \ldots$

يسمى العدد الثابت بالمتتابعتين الحسابية والهندسية بأساس المتتابعة

***تمارين (1):** حدد إذا ما كانت المتتابعة حسابية – هندسية أم لا مع ذكر السبب:

1) $-3, 1, 5, \ldots$

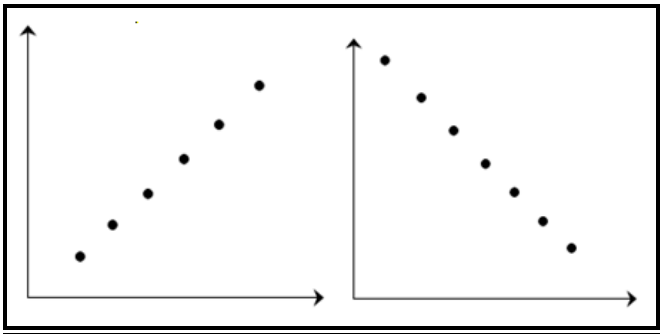
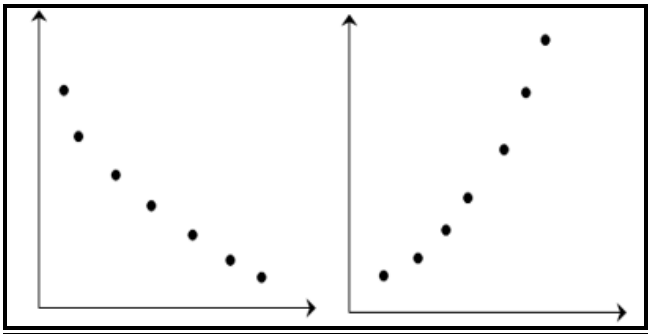
2) $15, 10, 9, \ldots$

3) $-50, -59, -68, \ldots$

4) $2, 6, 18, \ldots$

5) $2, -\frac{3}{2}, \frac{9}{8}, -\frac{27}{32}$

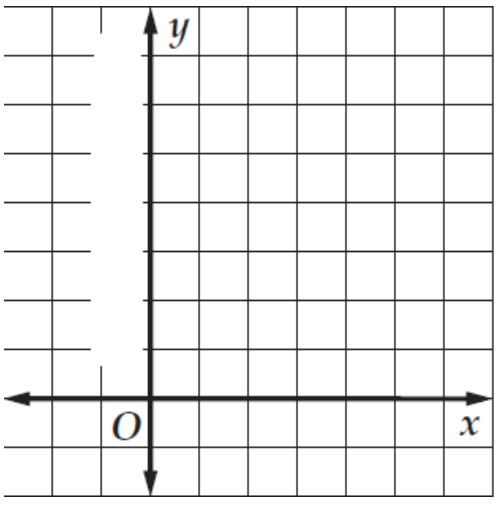
6) $-12.5, -9.5, -6.5, \ldots$

الشكل العام للمتتابعات	المتتابعة الحسابية	المتتابعة الهندسية
		
	على شكل خط مستقيم (دالة خطية)	على شكل منحنى لـ (دالة أسية)

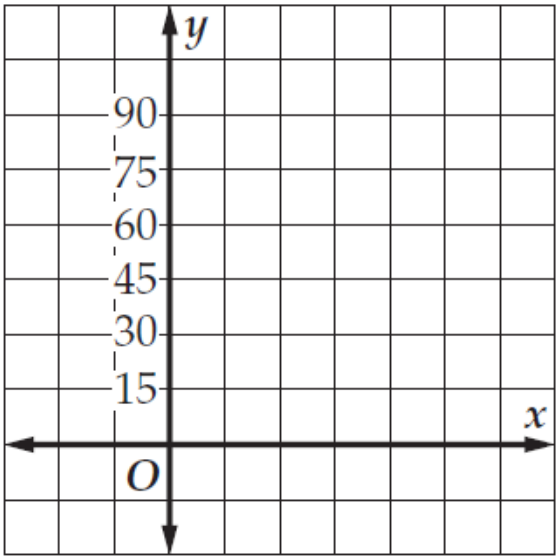
***تمارين (2):**

حدد إذا ما كانت المتتابعة حسابية أم هندسية ثم اكتب الثلاث حدود التالية لها وأوجد مجالها ومداها مع تمثيلها بيانياً:

1) $100, 80, 60, \ldots$

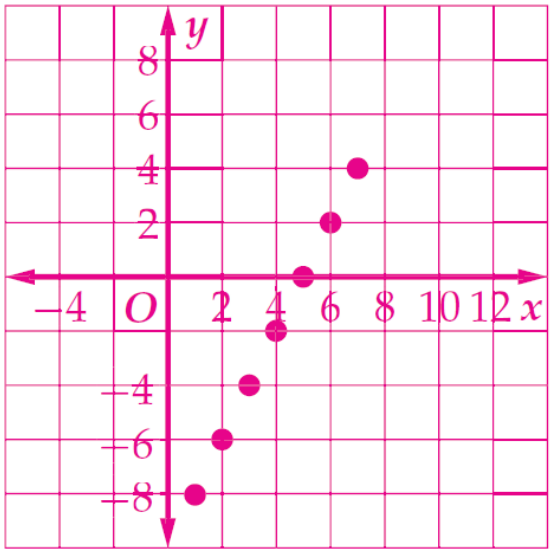


2) 24 , 48 , 96 , . ..



***تمرين (3):**

اعتمد التمثيل البياني المجاور لإكمال كلاً مما يأتي:



أولاً: التمثيل البياني المجاور هو تمثيل بياني للحدود السبعة الأولى

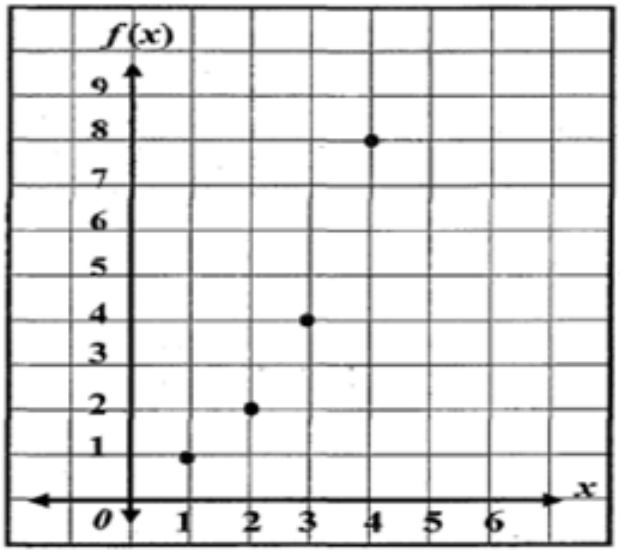
من متتابعة .....

ثانياً: الحد الأول هو ..... والحد السابع هو .....

ثالثاً: أساس المتتابعة هو: .....

***تمرين (4):**

اعتمد التمثيل البياني المجاور لإكمال كلاً مما يأتي:



أولاً: التمثيل البياني المجاور هو تمثيل بياني للحدود الأربع

الأولى من متتابعة .....

ثانياً: الحد الأول هو ..... والحد الثاني هو .....

ثالثاً: أساس المتتابعة هو: .....

بطاقة (2): المتتابعات الحسابية

الأهداف	❶	بيان الحد النوني للمتتابعة الحسابية	❷	حل مسائل على الحد النوني للمتتابعة الحسابية

المتتابعات الحسابية

تعريفها	هي متتابعة نحصل على كل حد فيها بإضافة قيمة ثابتة إلى الحد الذي يسبقه مباشرة	
تسلسل حدودها	كل حد ناقصاً ما قبله يساوي عدد ثابت	
الحد النوني	$a_n = a_1 + (n-1)d$	a_1 : الحد الأول ، n : ترتيب الحد d :**أساس المتتابعة الحسابية**: هي الزيادة الثابتة أو النقصان الثابت في حدود المتتابعة d = (أي حد) – (الحد السابق له)
ملاحظات	**أولاً:** عدد حدود أي متتابعة = ترتيب الحد الأخير فيها	
	ثانياً: لإيجاد رتبة (ترتيب) الحد الذي قيمته k مثلاً ⇐ نضع $a_n = k$ ومن ثم نوجد n	

***تمارين (1):** أوجد المطلوب في كل من المتتابعات الحسابية التالية:

أولاً: a_n علماً بأن $a_1 = -3 , d = 4 , n = 11$

ثانياً: الحد الثالث عشر علماً بأن $a_1 = 0 , d = -2$

ثالثاً: a_{18} للمتتابعة: علماً بأن ... , $12 , 25 , 38$

رابعاً: الحد الخامس والعشرون للمتتابعة: ... , $2 , 9 , 16$

خامساً: صيغة الحد النوني علماً بأن المتتابعة هي ... , $-6 , 3 , 12$

سادساً: صيغة الحد النوني علماً بأن:

$a_6 = 12 , d = 8$

سابعاً: الحد الثلاثون علماً بأن:

$a_5 = -12 , d = -4$

الأوساط الحسابية	هي أي مجموعة حدود بين حدين في متتابعة حسابية	فمثلاً في هذه المتتابعة الحسابية: $3 , 6 , 9 , 12 , 15 , 18$ $6 , 9 , 12 , 15$ هي أوساط حسابية بين العددين **3** و **18**
	لإيجاد الأوساط الحسابية نحتاج لإيجاد أساس المتتابعة **d** باستخدام الحد الأول والأخير	

***تمرين (2):**

أدخل الأوساط الحسابية المطلوبة للمتتابعة:

$13 , ? , ? , ? , -3$

***تمرين (3):**

أدخل أربع أوساط حسابية بين العددين $5 , 55$

***تمرين (4):** إذا كان **132** هو أحد حدود المتتابعة **12 , 20 , 28 , ...** فما ترتيبه؟

***تمرين (5):** أوجد عدد حدود المتتابعة:
23 , 29 , 35 , ... , 107

***تمرين (6):**
أوجد صيغة الحد النوني للمتتابعة الحسابية التي حدها الخامس والعشرون هو **121** وحدها الثمانون هو **506**

***تمرين (7) تحدي:** إذا كانت $5a , 14 , 1 - 2a$ تمثل حدود متتابعة حسابية فما قيمة a ؟

بطاقة (3): المجموع الجزئي لمتتابعة حسابية

الأهداف		
	1	التعرف على قوانين المجموع الجزئي لمتتابعة حسابية
	2	حل مسائل متنوعة على المجموع الجزئي لمتتابعة حسابية

المتسلسلة الحسابية	هي مجموع حدود في متتابعة حسابية	
قوانين المجموع الجزئي للمتتابعة الحسابية	مجموع n من الحدود (S_n) في أي متتابعة حسابية يمكن حسابه من خلال القانونين الآتيين	
	بمعلومية الحد الاول والأخير	**بمعلومية الحد الأول والأساس**
	$S_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n)$	$S_n = \frac{n}{2}[2a_1 + (n-1)d]$
	a_1 : الحد الأول ، a_n : الحد الأخير ، n : عدد الحدود ، d : أساس المتتابعة الحسابية	

***تمارين (1):**

أولاً: أوجد مجموع أول **40** حد من المتتابعة الحسابية
12 , 17 , 22 , ...

ثانياً: أوجد مجموع أول **50** حد من المتتابعة الحسابية
23 , 19 , 15 , ...

ثالثاً: أوجد مجموع أول **200** عدد فردي من الأعداد الطبيعية

رابعاً: أوجد مجموع المتسلسلة

$$4 + 8 + 12 + \ldots + 200$$

خامساً: أوجد مجموع المتسلسلة

$$-18 - 15 - 12 + \ldots + 66$$

إيجاد مجموع متسلسلة حسابية باستخدام رمز المجموع $\sum$

لإيجاد مجموع المتسلسلة الحسابية على الصورة $\sum_{k=a}^{b} f(k)$ **حيث** $f(k)$ **معادلة خطية**

◄ **الخطوة الأولى:**
نوجد الحد الأول بالتعويض عن $k = a$ والحد الأخير بالتعويض عن $k = b$

◄ **الخطوة الثانية:** أوجد عدد الحدود ويكون $n = b - a + 1$

◄ **الخطوة الثالثة:** استخدم القاعدة $S_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n)$ لإيجاد المجموع

***تمارين (2):** أوجد قيمة كل مما يأتي:

1) $\sum_{k=7}^{18}(2k + 3) =$

2) $\sum_{t=3}^{15}(1 - 4t)$

***تمرين (3):** أوجد مجموع المتسلسلة الحسابية التي فيها

$$a_n = 240 , d = 8 , n = 16$$

***تمرين (4):**

أوجد الحدود الثلاثة الأولى للمتتابعة الحسابية التي فيها:

$$a_1 = -24 , a_n = 288 , S_n = 5280$$

***تمرين (5):**

أوجد الحدود الثلاثة الأولى للمتتابعة الحسابية التي فيها:

$$n = 28 , a_n = 228 , S_n = 2982$$

***تمرين (6) تحدي:** أوجد قيمة m إذا كانت

$$\sum_{k=3}^{m} (2k - 1) = 60$$

بطاقة (4): مسائل لفظية على المتتابعات الحسابية

الأهداف	❶	كيفية تحويل الموقف اللفظي إلى رياضي	❷	حل مسائل حياتية على المتتابعات الحسابية

ملخص قوانين المتتابعة الحسابية

الحد النوني	قوانين المجموع الجزئي	
	بمعلومية الحد الاول والأخير	بمعلومية الحد الأول والأساس
$a_n = a_1 + (n-1)d$	$S_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n)$	$S_n = \frac{n}{2}[2a_1 + (n-1)d]$

a_1 : الحد الأول ، a_n : الحد الأخير ، n : عدد الحدود ، d : أساس المتتابعة الحسابية

كيف أعرف من المسألة أن الموقف يعبر عن متتابعة حسابية

◄من كتابة الحدود بالمسألة فمثلاً ينفق علي باليوم الأول دينارين وباليوم الثاني 6 دينار وباليوم الثالث 10 دنانير وهكذا وبالتالي يكون $d = 4$.

◄ كلمات تدل على ان المتتابعة تزيد أو تنقص بحد ثابت مثل:

(كل صف يزيد عن الصف الذي قبله بمقدار 2 وبالتالي يكون $d = 2$ ، أو كل صف ينقص عن الحد الذي قبله بمقدار 3 فهنا تكون المتتابعة تناقصية وبالتالي يكون $d = -3$)

***تمرين (1):** يوجد في مدرج 10 صفوف من المقاعد ، فإذا كان في الصف الأول 20 مقعد وكان كل صف يزيد عن السابق له بأربع مقاعد.

أولاً: أوجد عدد مقاعد الصف الأخير.

ثانياً: ما مجموع عدد المقاعد بالمدرج؟

ثالثاً: في أي صف يوجد 48 مقعداً؟

***تمرين (2):** تقوم إحدى الوكالات ببيع السيارات شهرياً ، وكانت مبيعاتها تنقص بمقدار **3** سيارات عن الشهر الذي قبله فإذا علمت انها باعت في الشهر الأول **120** سيارة.

أولاً: احسب عدد السيارات التي باعتها بالشهر التاسع.

ثانياً: احسب عدد السيارات المباعة بعد أحد عشر شهراً.

ثالثاً: احسب مجموع السيارات التي بيعت خلال سنتين.

رابعاً: احسب في أي شهر باعت الوكالة **84** سيارة.

***تمرين (3):** يتقاضى خالد حالياً راتباً سنوياً مقداره **BD9200**.إذا كانت الزيادة السنوية على راتبه **BD160** فبعد كم سنة يصبح راتبه السنوي **BD13040** ؟

***تمرين (4):** اشترى سلمان كتاباً قصصياً يحتوي على **532** صفحة ، فإذا قرأ في اليوم الأول **12** صفحة وأراد إتمام الكتاب في أسبوعين ، فكم معدل الصفحات التي يجب عليه أن يزيد قراءتها يومياً؟

***تمرين (5):** يتقاضى علي لقاء عمله خلال أول ثلاثة أشهر أجرة مقدارها **BD9** ، ثم أصبح يحصل على زيادة مقدارها **BD0.5** يومياً كل ثلاث شهور لاحقاً ، كم تصبح أجرته اليومية في نهاية السنة الثالثة؟

بطاقة (5): المتتابعات الهندسية

الأهداف	❶	بيان الحد النوني للمتتابعة الهندسية	❷	حل مسائل على الحد النوني للمتتابعة الهندسية

المتتابعات الهندسية			
	تعريفها	هي متتابعة نحصل على كل حد فيها بضرب قيمة ثابتة إلى الحد الذي يسبقه مباشرة	
	تسلسل حدودها	كل حد مقسوماً على ما قبله يساوي عدد ثابت	
	الحد النوني	$a_n = a_1 . r^{n-1}$	a_1 : الحد الأول ، n : ترتيب الحد ، **أساس المتتابعة الهندسية**: $r = \frac{\text{أي حد}}{\text{الحد السابق له}}$

***تمارين (1):** أوجد المطلوب في كل من المتتابعات الهندسية التالية:

أولاً: a_n علماً بأن $a_1 = 100 , r = \frac{1}{2} , n = 7$

ثانياً: الحد التاسع علماً أن المتتابعة هي $2 , 6 , 18 , \ldots$

ثالثاً: صيغة الحد النوني علماً بأن المتتابعة هي $-0.25 , 2 , -16 , 128, \ldots$

رابعاً: صيغة الحد النوني علماً بأن المتتابعة هي $\frac{1}{3} , \frac{2}{9} , \frac{4}{27} , \ldots$

خامساً: صيغة الحد النوني للمتتابعة الهندسية علماً بأن $a_3 = 16 , r = 4$

سادساً: صيغة الحد النوني للمتتابعة الهندسية علماً بأن حدها الرابع -8 وأساسها 0.5

الأوساط الهندسية	هي أي مجموعة حدود بين حدين في متتابعة هندسية	فمثلاً في هذه المتتابعة الهندسية: $3, 12, 48, 144, 432$ $12, 48, 144$ هي أوساط هندسية بين العددين 3 و 432
	لإيجاد الأوساط الهندسية نحتاج لإيجاد أساس المتتابعة r باستخدام الحد الأول والأخير	

***تمرين (2):**
أدخل الأوساط الحسابية المطلوبة للمتتابعة:
$\frac{1}{2}, ?, ?, ?, 128$

***تمرين (3):**
أدخل أربع أوساط حسابية بين العددين $96, 3$

***تمرين (4):** إذا كان -262144 هو أحد حدود المتتابعة $\ldots , -64 , 16 , -4$ فما ترتيبه؟

***تمرين (5):** ما عدد حدود المتتابعة:

$0.125 , 0.25 , 0.5 , \ldots , 128$

***تمرين (6):** أوجد الحدود الثلاثة الأولى للمتتابعة الهندسية التي حدها الثالث 96 وحدها السادس 6144

تمرين (7) تحدي: إذا كانت الأعداد $3x , x , x - 10$ في تتابع هندسي فما قيمة x ؟

بطاقة (6): المجموع الجزئي لمتتابعة هندسية

الأهداف		
	1	التعرف على قوانين المجموع الجزئي لمتتابعة حسابية
	2	حل مسائل متنوعة على المجموع الجزئي لمتتابعة حسابية

المتسلسلة الهندسية	هي مجموع حدود في متتابعة هندسية	
قوانين المجموع الجزئي للمتتابعة الهندسية	مجموع n من الحدود (S_n) في أي متتابعة هندسية يمكن حسابه من خلال القانونين الآتيين	
	بمعلومية الحد الاول والأساس وعدد الحدود	**بمعلومية الحد الأول والأخير الأساس**
	$S_n = \frac{a_1(1-r^n)}{1-r}$	$S_n = \frac{a_1 - a_n . r}{1-r}$
	a_1 : الحد الأول ، a_n : الحد الأخير ، n: عدد الحدود ، r : أساس المتتابعة الهندسية	

***تمارين (1):**

أولاً: أوجد مجموع المتسلسلة الهندسية حيث:

$a_1 = 5 , r = 3 , n = 9$

ثانياً: أوجد مجموع أول عشر حدود من المتتابعة الهندسية

$-1500 , 300 , -60 , \ldots$

ثالثاً: أوجد مجموع المتسلسلة الهندسية حيث:

$a_1 = 3, r = 5, a_n = 9375$

رابعاً: أوجد مجموع المتسلسلة الهندسية

$1024 + 256 + 64 + \cdots + 1$

إيجاد مجموع متسلسلة هندسية باستخدام رمز المجموع $\sum$

لإيجاد مجموع المتسلسلة الهندسية على الصورة $\sum_{k=a}^{b} m.(r)^{k-1}$

◄ **الخطوة الأولى:**

نوجد الحد الأول بالتعويض عن $k = a$ ، والأساس كما هو واضح $= r$

◄ **الخطوة الثانية:** أوجد عدد الحدود ويكون $n = b - a + 1$

◄ **الخطوة الثالثة:** استخدم القاعدة $S_n = \frac{a_1(1-r^n)}{1-r}$ لإيجاد المجموع

***تمارين (2):** أوجد قيمة كل مما يأتي:

1) $\sum_{k=4}^{11} 5\,(0.2)^{k-1}$

2) $\sum_{t=7}^{11} \frac{2}{3}\,(-3)^{t-1}$

***تمرين (3):** أوجد الحدود الثلاثة الأولى للمتتابعة الهندسية التي فيها: $S_n = -2912\,, r = 3\,, n = 6$

***تمرين (4):** أوجد عدد حدود متتابعة هندسية حدها الاول **15** ، وأساسها **3** ومجموعها **1815**

***تمرين (5):** استخدم قوانين المجموع الجزئي لمتسلسلة هندسية لإيجاد قيمة p إذا علمت أن:

$$5 + 15 + 45 + \cdots + p = 5465$$

***تمرين (6) تحدي:** أوجد قيمة m إذا كانت:

$$\sum_{k=3}^{m} 4(2)^{k-1} = 4080$$

بطاقة (7): مسائل لفظية على المتتابعات الهندسية

الأهداف	❶	كيفية تحويل الموقف اللفظي إلى رياضي	❷	حل مسائل حياتية على المتتابعات الهندسية

ملخص قوانين المتتابعة الهندسية

الحد النوني	قوانين المجموع الجزئي	
	بمعلومية الحد الاول والأساس وعدد الحدود	بمعلومية الحد الأول والأخير والأساس
$a_n = a_1 . r^{n-1}$	$S_n = \frac{a_1(1-r^n)}{1-r}$	$S_n = \frac{a_1 - a_n . r}{1-r}$

a_1 : الحد الأول ، a_n الحد الأخير ، n : عدد الحدود ، r : أساس المتتابعة الهندسية

كيف أعرف من المسألة أن الموقف يعبر عن متتابعة هندسية:

◄ من كتابة الحدود بالمسألة فمثلاً ينفق علي باليوم الأول **دينارين** وباليوم الثاني **6 دينار** وباليوم الثالث **18 دينار** وهكذا وبالتالي تكون $r = 3$

◄ كلمات تدل على ان حدود المتتابعة عبارة عن مضاعفات عدد فمثلاً:
كانت الكرة ترتد بعد كل اصطدام ضعف المسافة فتكون $r = 2$ أو ثلاث أمثال المسافة فتكون $r = 3$ أو نصف المسافة السابقة وبالتالي تكون $r = \frac{1}{2}$ وهكذا.

مثال آخر: كان الماء يصب في كل ساعة تالية بمقدار **ثلثي** الحجم عن الساعة السابقة فتكون $r = \frac{2}{3}$.

◄ النسب المئوية تدل على مواقف لمتتابعات هندسية وهنا يجب أن نقسم على 100 لإيجاد r فمثلاً:
يقطع بندول في كل تأرجح 85% من المسافة في التأرجح السابق، وبالتالي تكون $r = \frac{85}{100} = 0.85$

***تمرين (1):** أرسل حسين عن طريق هاتفه الذكي رسالة (برودكاست) عبر تطبيق الواتساب إلى خمسة من أصدقائه ، وقام كل واحد منهم بإرسالها إلى خمسة آخرين ، وهكذا استمر إرسال الرسالة بهذا النمط.

أولاً : ما عدد الأشخاص الذين ستصلهم الرسالة في المرحلة السابعة من إعادة الارسال؟

ثانياً : ما مجموع عدد الأشخاص الكلي الذين وصلتهم الرسالة في المرحلة السادسة من إعادة الارسال؟

***تمرين (2):** ارتفع منسوب المياه في أحد السيول في اليوم الأول بمقدار $3mm$. إذا تضاعف منسوب المياه في كل من الأيام التالية بمقدار مرة عن اليوم الذي قبله، فاحسب ارتفاع منسوب المياه في السيل في اليوم الخامس؟

***تمرين (3):** سقطت كرة مطاطية من ارتفاع $320m$ فوق سطح الأرض. فإذا علمت أن الكرة ترتد أعلى بعد كل اصطدام ربع ارتفاعها السابق مباشرة، فكم يكون ارتفاعها بعد الصدمة السادسة.

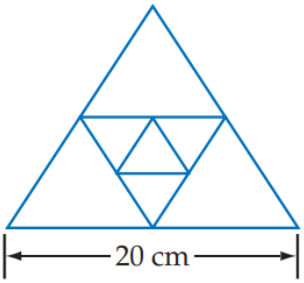
***تمرين (4):** عند دانة مبلغ من المال، تصرف نصفه في الشهر الأول، ونصف المبلغ الباقي في الشهر الثاني وهكذا. إذا كان المبلغ الباقي بعد أربع أشهر $BD2000$ ، فما قيمة المبلغ الأصلي؟

***تمرين (5):** تضع فاطمة مكعبات بعضها فوق بعض، وقد وضعت في الطبقة السفلية **640** مكعباً، وتقل عدد المكعبات بنصف العدد عن كل طبقة تحتها مباشرة، فإذا كان في الطبقة العلوية **5** مكعبات.

أولاً: احسب عدد المكعبات التي استخدمتها

ثانياً: في أي طبقة يوجد عشرين مكعباً؟

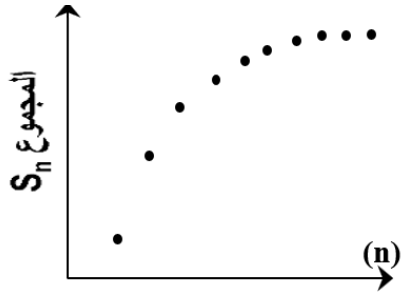
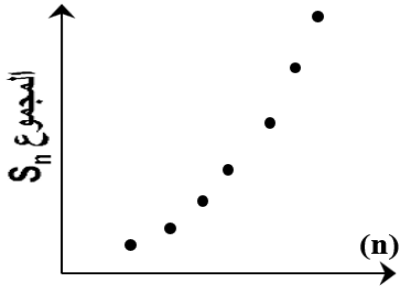
***تمرين (6):** في الشكل أدناه، طول ضلع كل مثلث متطابق الأضلاع هو ضعف طول ضلع المثلث المحصور داخله. إذا استمر هذا النمط، فما مجموع محيطات المثلثات الثمانية الأولى في هذا النمط فما مجموع محيطات المثلثات الثمانية الأولى في هذا النمط مقرباً إلى أقرب عُشر؟



بطاقة (8): المتسلسلات الهندسية اللانهائية

الأهداف		
	1	التعرف على أنواع المتسلسلات الهندسية اللانهائية
	2	حل مسائل متنوعة على المتسلسلات الهندسية اللانهائية

المتسلسلة الهندسية اللانهائية

تعريف	هي المتسلسلة الهندسية التي لها عدد لانهائي من الحدود	
الأساس	$\|r\| < 1$	$\|r\| \geq 1$
أمثلة عليها	$A)\ 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \ldots$ $B)\ 180 + 60 + 20 + \ldots$	$A)\ 10 + 20 + 40 + \ldots$ $B)\ 10 + 50 + 250 + \ldots$
مجموعها	يقترب من عدد حقيقي ويساوي $S = \frac{a_1}{1-r}$	لا يقترب من عدد حقيقي وبالتالي **ليس لها مجموع**
شكل توضيحي لتسلسل مجموع الحدود		

***تمارين (1):** حدد إذا كانت المتسلسلات الهندسية التالية متقاربة أو متباعدة، ثم أوجد مجموعها **إن أمكن ذلك:**

1) $2 + 3 + 4.5 + \ldots$

2) $100 + 50 + 25 + \ldots$

3) $4 - 2 + 1 - 0.5 + \ldots$

4) $21 + 63 + 189 + \ldots$

5) $1 - 1 + 1 - 1 + \ldots$

6) $\frac{15}{4} + \frac{5}{2} + \frac{5}{3} + \ldots$

7) $\sum_{k=1}^{\infty} 10(-3)^{k-1}$

8) $\sum_{k=1}^{\infty} 12\left(\frac{3}{4}\right)^{k-1}$

9) $\sum_{k=0}^{\infty} \frac{2}{3}\left(\frac{3}{5}\right)^{k}$

***تمارين (2):** اكتب الكسور العشرية الدورية التالية على صورة **كسر اعتيادي:**

1) $0.\overline{23}$

2) $0.\overline{642}$

3) $5.12\overline{14}$

***تمرين (7):** ما قيمة r إذا علمت أن:

$$\sum_{k=1}^{\infty} 18(r)^{k-1} = 90$$

بطاقة (9): الاستقراء الرياضي - 1

الأهداف		
	1	التعرف على خطوات برهان العبارات الرياضية باستعمال مبدأ الاستقراء الرياضي
	2	إثبات صحة عبارات رياضية باستعمال الاستقراء الرياضي

خطوات البرهان باستخدام الاستقراء الرياضي	
	◄ **الخطوة الأولى:** نثبت صحة العبارة عندما $n = 1$
	◄ **الخطوة الثانية:** نفرض صحة العبارة عندما $n = k$
	◄ **الخطوة الثالثة:** نثبت صحة العبارة عندما $n = k + 1$

***تمارين:** برهن باستخدام الاستقراء الرياضي صحة العبارات التالية لكل عدد طبيعي n :

1) $1 + 2 + 3 + \ldots + n = \dfrac{n\,(n+1)}{2}$

2) $1 + 3 + 5 + \ldots + (2n - 1) = n^2$

$$3)\ 2+5+8+\ \ \ldots+(3n-1)=\frac{n\,(3n+1)}{2}$$

$$4)\ \frac{1}{(1)(2)}+\frac{1}{(2)(3)}+\frac{1}{(3)(4)}\ldots+\frac{1}{n(n+1)}=\frac{n}{n+1}$$

بطاقة (10): الاستقراء الرياضي - 2

الأهداف		
	1	إثبات صحة عبارات رياضية باستعمال الاستقراء الرياضي
	2	إثبات خطأ عبارات رياضية باستعمال مثال مضاد

***تمارين (1):** برهن باستخدام الاستقراء الرياضي صحة العبارات التالية لكل عدد طبيعي n :

1) $3 + 12 + 48 + \ldots + 3 \times 4^{n-1} = 4^n - 1$

2) $1 + 6 + 36 + \ldots + 6^{n-1} = \frac{1}{5}(6^n - 1)$

3) برهن أن $4^n - 1$ يقبل القسمة على **3**

4) برهن أن $7^n + 5$ يقبل القسمة على **6**

5) برهن أن $2^{3n} - 1$ يقبل القسمة على **7**

***تمارين (2):** اذكر مثالاً مضاداً يبين خطأ كل من العبارات التالية ، حيث n عدد طبيعي:

1) $1+4+9+\ldots+n^2=\frac{n(3n-1)}{2}$

2) $1+8+27+\cdots+n^3=(2n+2)^2$

3) 8^n+3 يقبل القسمة على 11

4) 2^n+3^n يقبل القسمة على 5

5) 2^n+2n^2 من مضاعفات العدد 4

6) n^2+n-11 عدد أولي

الفصل الخامس :

الدوال المثلثية

أرقام البطاقات	رقم الدرس	الموضوع	الصفحة	
			بالبطاقات	بالكتاب
11 و 12	5 - 2	الزوايا وقياس الزاوية	29	258
13 و 14	5 - 3	الدوال المثلثية للزوايا	34	266
15 و 16	5 - 4	الدوال الدائرية	39	274
17 و 18	5 - 5	تمثيل الدوال المثلثية بيانياً	43	281
19	5 - 6	الدوال المثلثية العكسية	49	288

ملاحظة	الدرس 1 - 5 غير مطلوب (دراسة ذاتية)

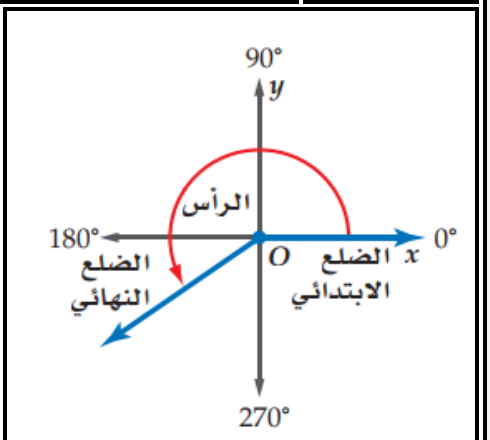
بطاقة (11): الزوايا وقياس الزاوية - 1

الأهداف		
	1	رسم الزوايا في الوضع القياسي
	2	إيجاد زوايا بقياس موجب أو سالب لزاوية مشتركة في الضلع النهائي
	3	تحويل قياس الزاوية من الدرجات الى الراديان والعكس

الزاوية في الوضع القياسي

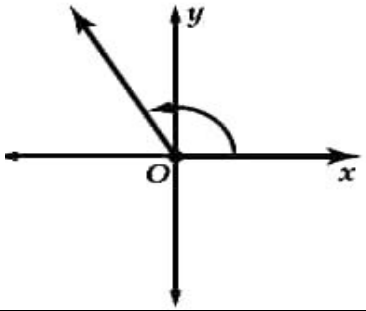
شروطها

أولاً: المركز نقطة الأصل ، **ثانياً:** أحد الضلعين منطبق على المحور الموجب للسينات

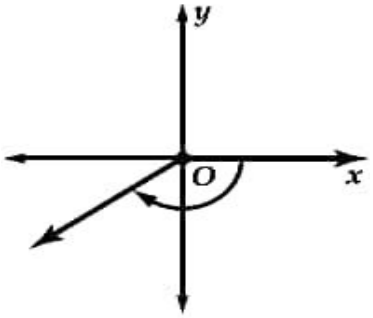


قياسات الزوايا

موجبة: عكس عقارب الساعة

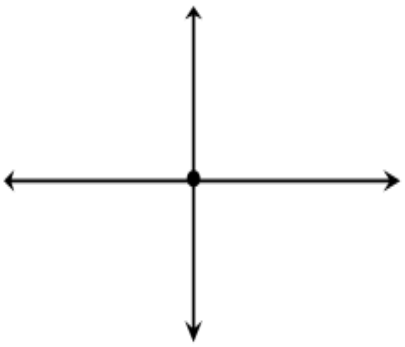


سالبة: مع عقارب الساعة

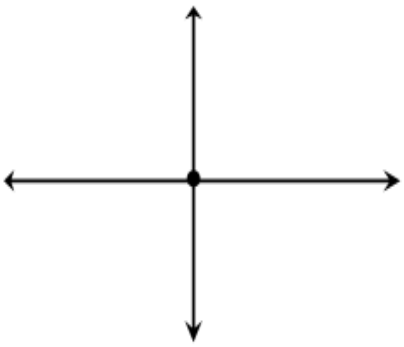


***تمارين (1):** ارسم الزوايا التالية في الوضع القياسي:

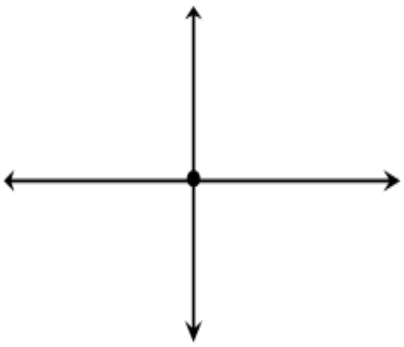
1) $120°$



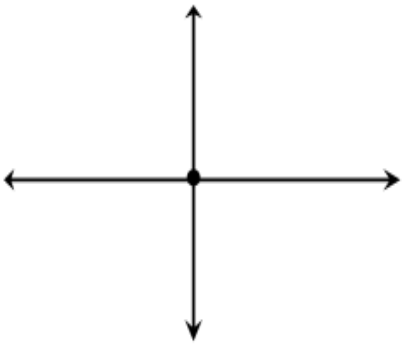
2) $330°$



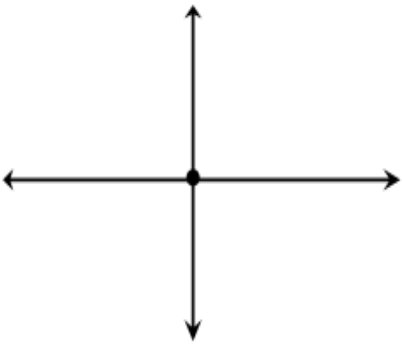
3) $-270°$



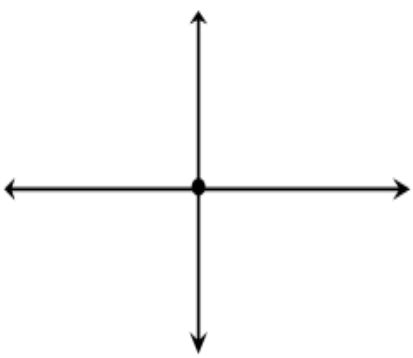
4) $-150°$



5) $450°$



6) $600°$

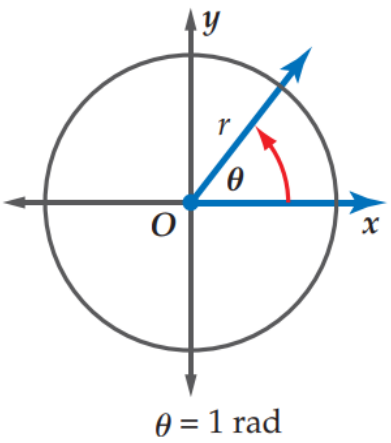


***تمارين (2):** أوجد زاوية بقياس موجب واخرى بقياس سالب مشتركتين في الضلع النهائي مع كل زاوية مما يأتي:

	1) $45°$	2) $-150°$	3) $180°$	4) $-520°$
موجبة				
سالبة				

القياس بالراديان

تعريف: هو مقدار الدوران من الضلع الابتدائي للزاوية الى ضلعها النهائي



1 راديان / $1\ rad$: هي قياس زاوية مرسومة في الوضع القياسي ويقطع الضلع النهائي لها قوس يساوي نصف قطر الدائرة

التحويل من القياس بالدرجات إلى الراديان والعكس

درجات ⇐ راديان	راديان ⇐ درجات
بالضرب في $\frac{\pi}{180°}$	بالضرب في $\frac{180°}{\pi}$

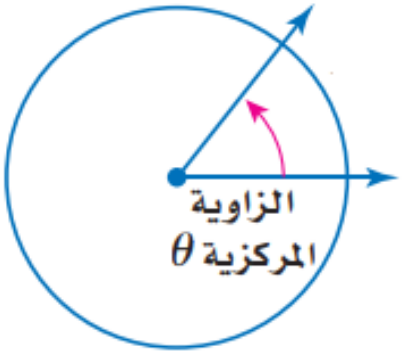
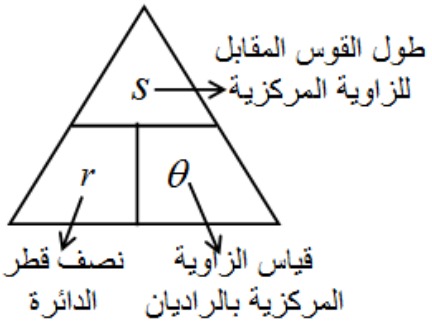
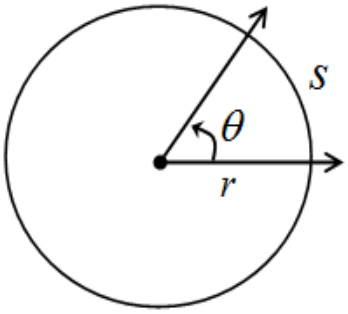
ملاحظة: عندما لا نضع وحدة قياس للزاوية فنقصد أنها تكون بالراديان

***تمارين (3):** حول قياسات الزوايا من الراديان إلى الدرجات والعكس:

1) $120°$	2) $-315°$	3) $180°$	4) $-50°$
5) $\frac{5\pi}{6}$	6) $-\frac{\pi}{2}$	7) 2π	8) $-\frac{7\pi}{3}$

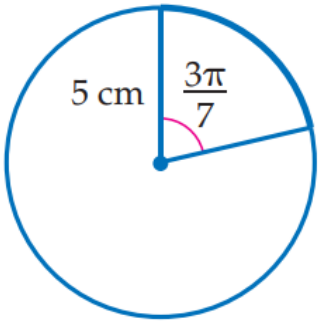
بطاقة (12): الزوايا وقياس الزاوية -2

الأهداف		
	1	التعرف على العلاقة بين طول القوس وقياس الزاوية المركزية ونصف القطر في دائرة
	2	تطبيق قانون القوس في حل تمارين لفظية وحياتية

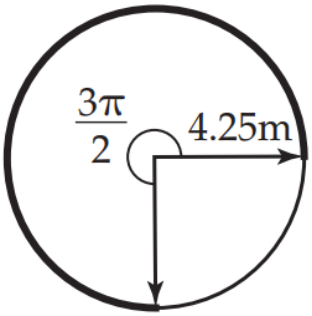
الزاوية المركزية	طول القوس	
هي الزاوية التي يقع رأسها على مركز الدائرة	$s = r.\theta$	
		
تذكر أن	**أولاً: الدورة الكاملة** $= 2\pi$ **ثانياً: محيط الدائرة** $= 2\pi r$	

***تمارين (1):** أوجد طول القوس AB حسب الزوايا التي يحصرها مقرباً الناتج لمنزلة عشرية واحدة:

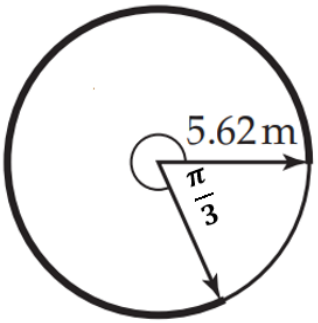
(1)



(2)



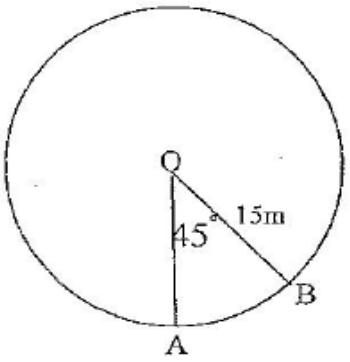
(3)



(4) يحصر زاوية مركزية قياسها $2.3\ rad$ وطول قطر دائرتها $20\ cm$.

(5) يحصر زاوية مركزية قياسها $5rad$ ومحيط دائرتها $46cm$.

(6)



***تمرين (2):**

دار لاعب تنس في مسار على شكل قوس في أثناء ضربة الكرة من الثبات. إذا كان طول نصف قطر دائرة القوس هو $4ft$ ،وزاوية دوران اللاعب تساوي $100°$ ، فما طول هذا القوس إلى أقرب منزلة عشرية واحدة

***تمرين (3):**

أوجد طول نصف قطر دائرة مرسوم بها زاوية مركزية قياسها $60°$ وتحصر بين ضلعيها قوساً **طوله** $\frac{3\pi}{2}\ cm$

***تمرين (4):**

أوجد القياس بالدرجات لزاوية مركزية في دائرة نصف قطرها $4ft$ وتحصر بين ضلعيها قوساً طوله $\frac{20\pi}{9}\ cm$

***تمرين (5):**
يبلغ طول نصف قطر إحدى المركبات $24in$ ، فما المسافة التي تقطعها المركبة – إلى أقرب بوصة – بعد ان تدور إطاراتها ثلاثة أرباع دورة؟

***تمرين (6):**
إذا علمت أن طول نصف قطر عجلة $24ft$.
أوجد طول قوس الدائرة التي تدورها نقطة على العجلة بزاوية قياسها $300°$.

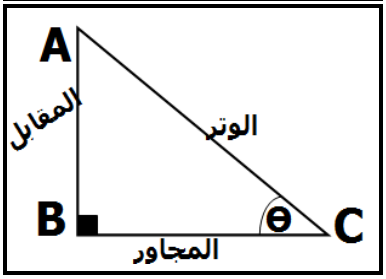
***تمرين (7):**
إذا علمت أن قياس زاوية دوران أرجوحة $165°$ وكان طول القوس الذي تصنعه عند دورانها $18.7ft$.
احسب طول حبل الأرجوحة.

***تمرين (8):**
أوجد بالدرجات والراديان قياس الزاوية التي يدورها عقرب الساعة من الساعة 5 صباحاً إلى 10 مساءً.

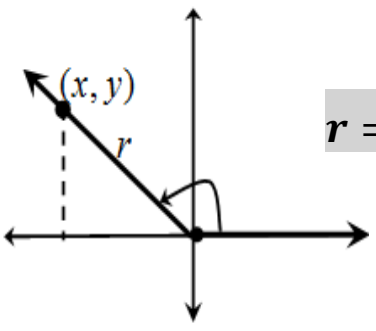
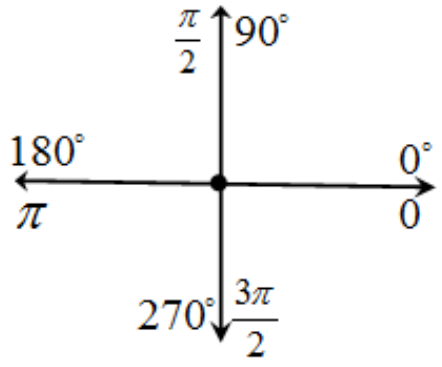
***تمرين (9):** كم المسافة التي تقطعها نقطة على طرف عقرب الدقائق في عشر دقائق ، إذا علمت أن طوله $9cm$.

بطاقة (13): الدوال المثلثية للزوايا - 1

الأهداف		
	1	استرجاع المعلومات المتعلقة بالدوال المثلثية
	2	إيجاد قيم الدوال المثلثية للزوايا الربعية والغير ربعية

تسميات أضلاع المثلث قائم الزاوية	نظرية فيثاغورث لإيجاد أي ضلع مجهول	للتسهيل يمكن إيجاد أي ضلع في مثلث قائم كالتالي:
	في مثلث قائم الزاوية $(AB)^2 + (BC)^2 = (AC)^2$	$\text{الوتر} = \sqrt{(\text{الضلع الآخر})^2 + (\text{أي ضلع})^2}$ $\text{أي ضلع} = \sqrt{(\text{الضلع الآخر})^2 - (\text{الوتر})^2}$

الدالة المثلثية	هي نسبة مثلثية تقارن بين طولي ضلعين في مثلث قائم الزاوية		
الدوال المثلثية الأساسية	جيب الزاوية θ	جيب تمام الزاوية θ	ظل الزاوية θ
	$sin\theta = \frac{\text{المقابل}}{\text{الوتر}}$	$cos\theta = \frac{\text{المجاور}}{\text{الوتر}}$	$tan\theta = \frac{\text{المقابل}}{\text{المجاور}} = \frac{sin\,\theta}{cos\,\theta}$
مقلوبات الدوال الأساسية	قاطع تمام الزاوية θ	قاطع الزاوية θ	ظل تمام الزاوية θ
	$csc\theta = \frac{1}{sin\,\theta}$	$sec\theta = \frac{1}{cos\,\theta}$	$cot\theta = \frac{1}{tan\,\theta} = \frac{cos\theta}{sin\theta}$

الدوال المثلثية للزوايا غير الربعية	الدوال المثلثية للزوايا الربعية
 $r = \sqrt{x^2 + y^2}$	

$sin\theta = \frac{y}{r}$	$cos\theta = \frac{x}{r}$	$tan\theta = \frac{y}{x}$
$csc\theta = \frac{r}{y}$	$sec\theta = \frac{r}{x}$	$cot\theta = \frac{x}{y}$

***تمارين (1):** إذا كان الضلع النهائي للزاوية θ المرسومة في الوضع القياسي يمر بالنقطة P ، فأوجد القيم الفعلية للدوال المثلثية الست للزاوية θ.

1) $P(6,8)$

الحل:

$r = \sqrt{\quad + \quad} =$

$sin\theta = \frac{\quad}{\quad} =$

$cos\theta = \frac{\quad}{\quad} =$

$tan\theta = \frac{\quad}{\quad} =$

$csc\theta = \frac{\quad}{\quad} =$

$sec\theta = \frac{\quad}{\quad} =$

$cot\theta = \frac{\quad}{\quad} =$

2) $P(2,-6)$

3) $P(-\sqrt{3},1)$

***تمارين (2):** إذا كان الضلع النهائي للزاوية θ المرسومة في الوضع القياسي يمر بالنقطة P. فأوجد القيم الفعلية للدوال المثلثية الست للزاوية θ :

1) $P(5,0)$

الحل:

$r =$

$sin\theta = \frac{\quad}{\quad} =$

$cos\theta = \frac{\quad}{\quad} =$

$tan\theta = \frac{\quad}{\quad} =$

$csc\theta = \frac{\quad}{\quad} =$

$sec\theta = \frac{\quad}{\quad} =$

$cot\theta = \frac{\quad}{\quad} =$

2) $P(0,-3)$

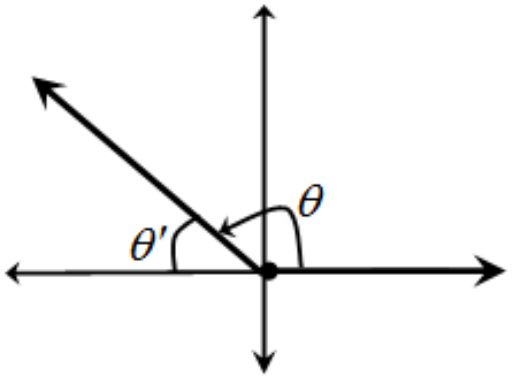
بطاقة (14): الدوال المثلثية للزوايا -2

الأهداف		
	1	إيجاد زوايا الإسناد للزوايا ورسمها على الوضع القياسي
	2	إيجاد قيم الدوال المثلثية باستعمال زوايا الإسناد

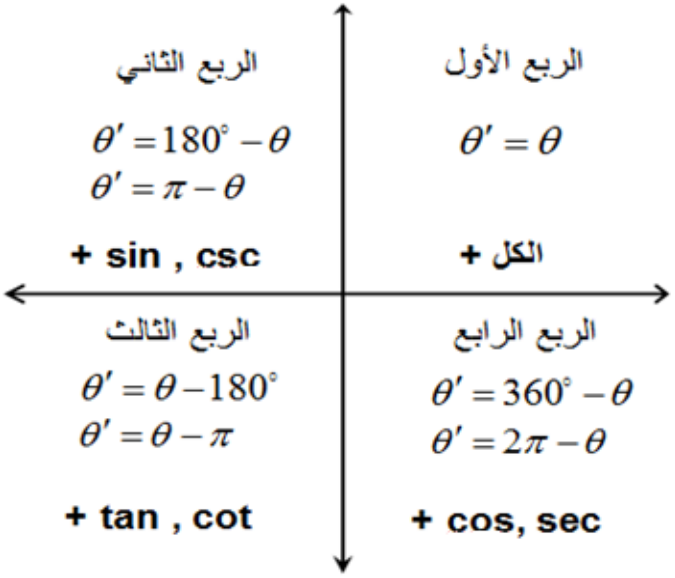
الدوال المثلثية باستخدام زوايا الإسناد

زاوية الاسناد θ'

هي الزاوية الحادة المحصورة بين الضلع النهائي للزاوية ومحور x



كيفية إيجاد زاوية الإسناد واشارات الدوال المثلثية



***تمارين (1):** أوجد القيم الفعلية لكل مما يأتي مع التوضيح:

1) $cos\ 120^\circ$	
2) $tan\ 240^\circ$	
3) $csc -\frac{\pi}{4}$	
4) $csc\frac{2\pi}{3}$	
5) $cot\ 330^\circ$	
6) $sin -\frac{5\pi}{6}$	
7) $csc180^\circ$	
8) $cot270^\circ$	

***تمرين (2):** أوجد القيمة الفعلية للمقدار الآتي وبدون استخدام الآلة الحاسبة:

$$\boldsymbol{sin300^\circ + 2sec\ 60^\circ . cos^2 240^\circ - cot\ 45^\circ . cos\ 150^\circ}$$

***تمارين (3):** بدون استخدام الآلة الحاسبة أثبت أن:

$$\boldsymbol{A)\ cot\left(\frac{3\pi}{4}\right).sin^2\left(\frac{\pi}{4}\right) + cos\left(\frac{7\pi}{6}\right).tan\left(\frac{\pi}{3}\right) = -2}$$

$$\boldsymbol{B)\ sec\left(\frac{2\pi}{3}\right).tan^2\left(\frac{7\pi}{6}\right)+cos^2\left(\frac{7\pi}{4}\right).sin\left(\frac{\pi}{2}\right)=-\frac{1}{6}}$$

$$\boldsymbol{C)\ 2tan\,30^\circ\ cos\left(\frac{\pi}{6}\right)-cot\left(\frac{\pi}{4}\right).sec^2 180^\circ=cot 90^\circ}$$

***تمارين (4):** إذا كانت $\boldsymbol{\theta}$ زاوية مرسومة في الوضع القياسي. بمعلومية قيمة لأحد الدوال المثلثية والربع الذي يقع فيه الضلع النهائي لها كما هو مبين أدناه، فأوجد القيمة الفعلية لكل مما يأتي:

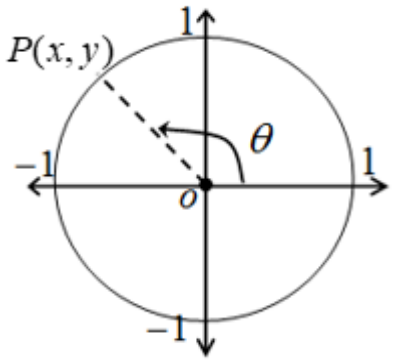
أولاً: $\boldsymbol{cos\,\theta=-\frac{8}{17}}$ ، الربع الثالث ، $\boldsymbol{cot\,\theta}$ =?

ثانياً: $\boldsymbol{cot\,\theta=-\frac{12}{5}}$ ، الربع الرابع ، $\boldsymbol{sec\,\theta}$ =?

بطاقة (15): الدوال الدائرية -1

الأهداف		
	1	إيجاد قيم الدوال المثلثية بمعلومية نقطة على دائرة الوحدة
	2	إيجاد طول الدورة للدوال الدورية من التمثيل البياني

الدوال المثلثية في دائرة الوحدة

دائرة الوحدة	الدوال المثلثية		
هي دائرة مركزها نقطة الأصل ونصف قطرها $\mathbf{1}$	**لأي نقطة على دائرة الوحدة يكون:** $x^2 + y^2 = 1$		
	$sin\theta = y$	$cos\theta = x$	$tan\theta = \frac{y}{x}$
	$csc\theta = \frac{1}{y}$	$sec\theta = \frac{1}{x}$	$cot\theta = \frac{x}{y}$

***تمارين (1):** إذا كان الضلع النهائي للزاوية θ المرسومة في الوضع القياسي يقطع دائرة الوحدة عند النقطة P.
فأوجد القيم الفعلية للدوال المثلثية الست للزاوية θ.

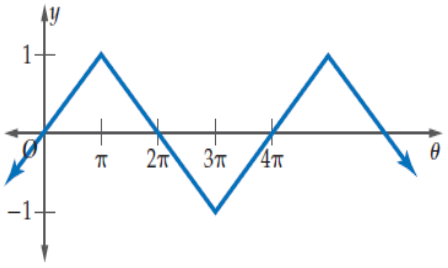
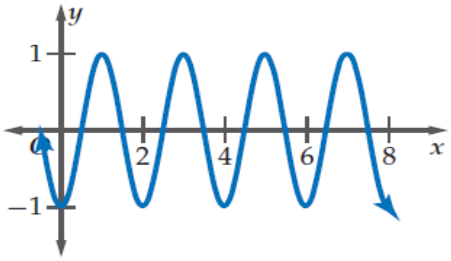
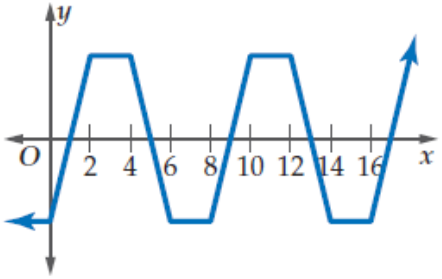
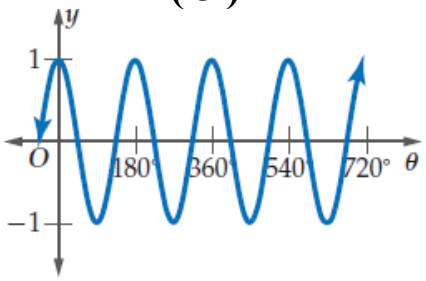
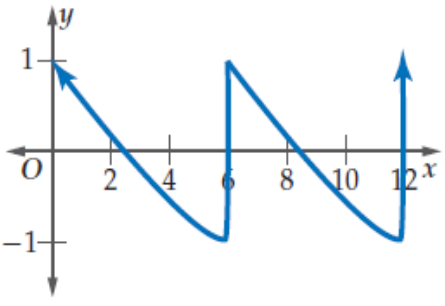
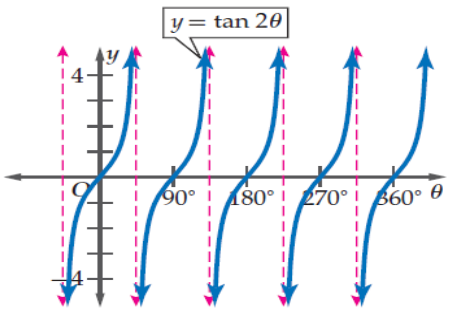
	$sin\theta$	$cos\theta$	$tan\theta$
1) $P\left(\frac{3}{5}, \frac{-4}{5}\right)$			
	$csc\theta$	$sec\theta$	$cot\theta$
	$sin\theta$	$cos\theta$	$tan\theta$
2) $P\left(\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{-\sqrt{2}}{2}\right)$			
	$csc\theta$	$sec\theta$	$cot\theta$

***تمارين (2):** إذا كان الضلع النهائي للزاوية θ المرسومة في الوضع القياسي يقطع دائرة الوحدة عند النقطة P.
فأوجد المطلوب في كل مما يأتي:

أولاً: $\sec\theta, \tan\theta$ حيث $P\left(k, \frac{1}{2}\right), k < 0$

ثانياً: $\cot\theta, \sin\theta$ حيث $P(-\frac{1}{\sqrt{5}}, 2m), m > 0$

***تمارين (3):** أوجد طول الدورة للدوال الدورية الآتية:

(1) 	**(4)** 
(2) 	**(5)** 
(3) 	**(6)** 

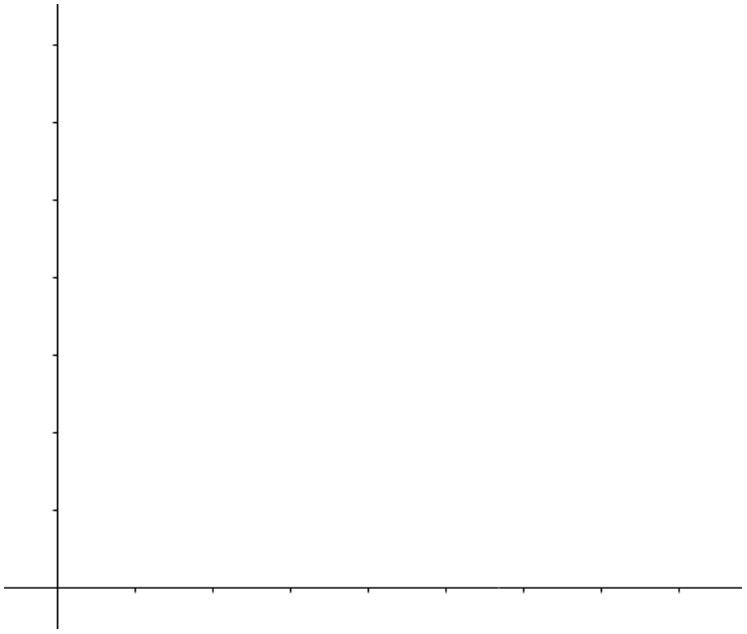
بطاقة (16): الدوال الدائرية -2

الأهداف		
	1	تطبيق الدوال الدورية في حل تمارين مرتبطة
	2	إيجاد قيم دوال مثلثية للزوايا الدورية باستخدام زوايا الإسناد

***تمرين (1):** تبلغ أرجوحة أقصى ارتفاع لها وهو $6ft$ ، ثم تعود إيابا لتصل $6ft$ مرة أخرى مرورا بأقل ارتفاع لها وهو $6ft$ ، مستغرقة زمنا قدره $1sec$ بين أقل ارتفاع وأقصى ارتفاع.

أولاً: ما الزمن الذي تستغرقه حركة الأرجوحة ذهابا وإيابا بدءا بأقصى ارتفاع وانتهاء إليه؟

ثانياً: مثل الارتفاع الدوري لأرجوحة كدالة في الزمن



إيجاد قيم الدوال المثلثية للزوايا الدورية	**أولاً:** إذا كانت الزاوية فيها أكثر من لفة (دورة) اطرح منها مضاعفات $360°$. **ثانياً:** إذا كانت قياس الزاوية سالباً أضف لها مضاعفات $360°$ حتى يصبح قياسها موجب ثم قم بإيجاد زاوية الإسناد كما تعلمت من قبل مع وضع الإشارة وإيجاد قيمتها.

***تمارين (2):** أوجد القيم الفعلية لكل مما يلي مع التوضيح:

1) $cos\ 450°$

2) $sin\ 990°$

3) $cot -\frac{7\pi}{2}$

4) $csc\ 420°$

5) $sec\ \frac{13\pi}{6}$

6) $\frac{\cos(-300^\circ)+\sin 390^\circ}{4}$

7) $\cos\left(-\frac{2\pi}{3}\right)+\frac{1}{3}\cot\frac{7\pi}{2}$

***تمرين (3):** بدون استخدام الآلة الحاسبة أثبت أن:

$$3\cos\left(\frac{19\pi}{6}\right).\tan\left(\frac{5\pi}{3}\right)-2\csc^2\left(\frac{7\pi}{4}\right)=\frac{1}{2}$$

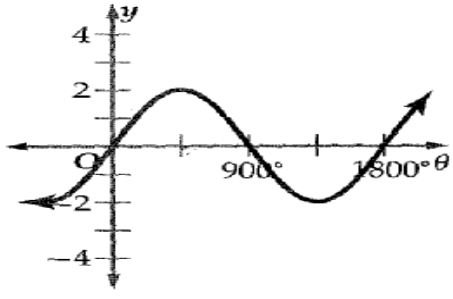
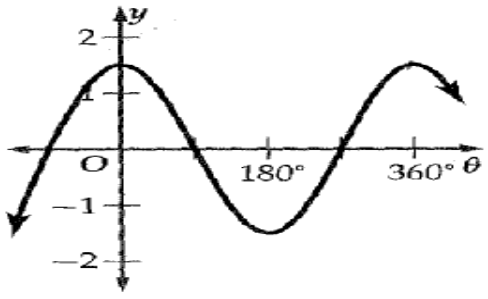
بطاقة (17): تمثيل الدوال المثلثية بيانياً -1

الأهداف					
	1	التعرف على التمثيل البياني لدالتي الجيب وجيب التمام وخصائصها			
	2	إيجاد سعة وطول دورة دالتي الجيب وجيب التمام	3	تمثيل دالتي الجيب وجيب التمام بيانياً	

الدالة الأم	دالة الجيب $y = \sin\theta$	دالة جيب التمام $y = \cos\theta$
تمثيلها البياني		
المجال		
المدى		
السعة		
طول الدورة		

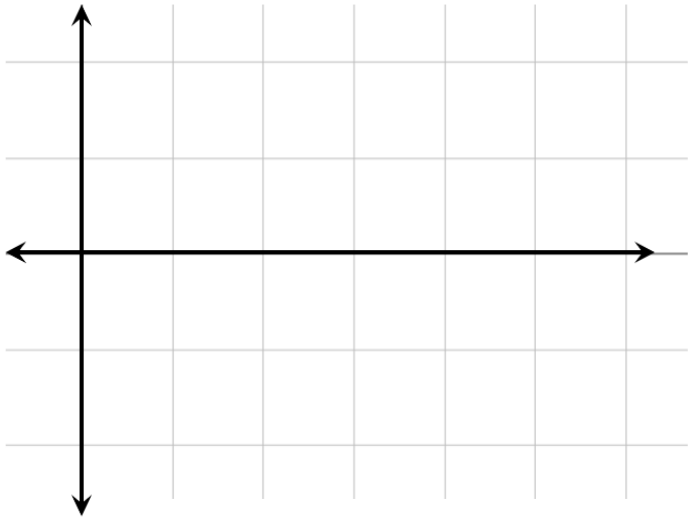
بشكل عام	السعة	طول الدورة
دالة الجيب $y = a\sin b\theta$	$\lvert a\rvert$	$\frac{360^\circ}{\lvert b\rvert}$
دالة جيب التمام $y = a\cos b\theta$		

***تمارين (1):** أوجد السعة وطول الدورة للدوال الآتية:

(1)	السعة	(2)	السعة
	طول الدورة		طول الدورة

***تمارين (2):** أوجد السعة وطول الدورة للدوال التالية مع تمثيلها بيانياً:

1) $y = 3\sin 2\theta$



θ					
y					

2) $y = \sin 4\theta$

θ					
y					

3) $y = 2\cos 3\theta$

θ					
y					

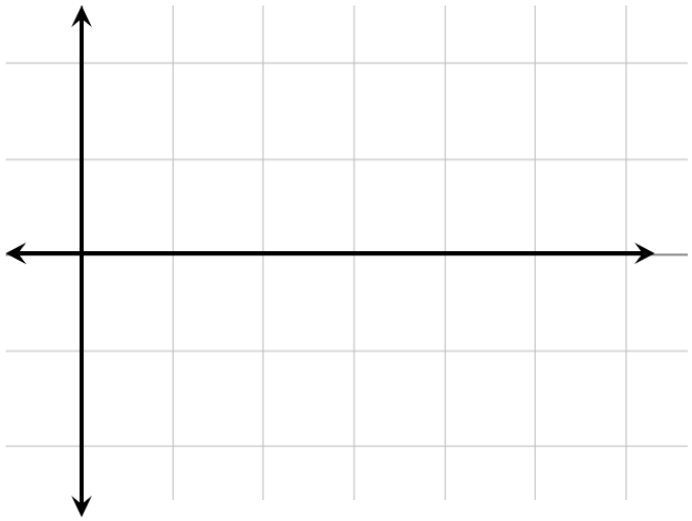
4) $y = 4\cos\frac{1}{2}\theta$

θ					
y					

5) $y = -3\sin 5\theta$

θ					
y					

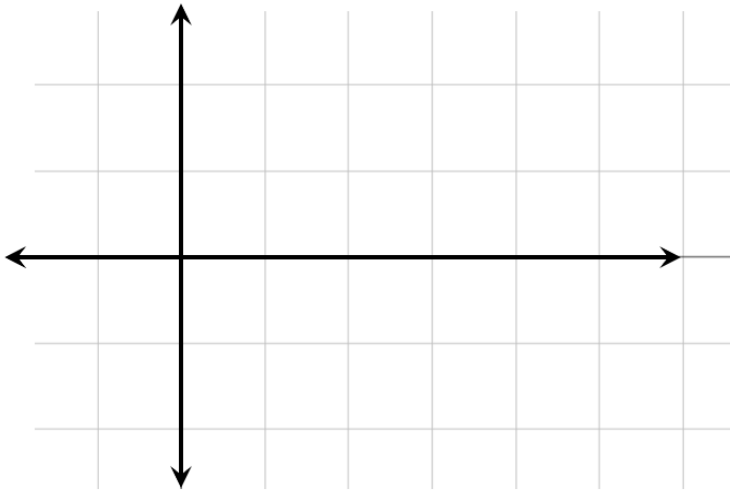
6) $y = -4\cos 2\theta$



θ					
y					

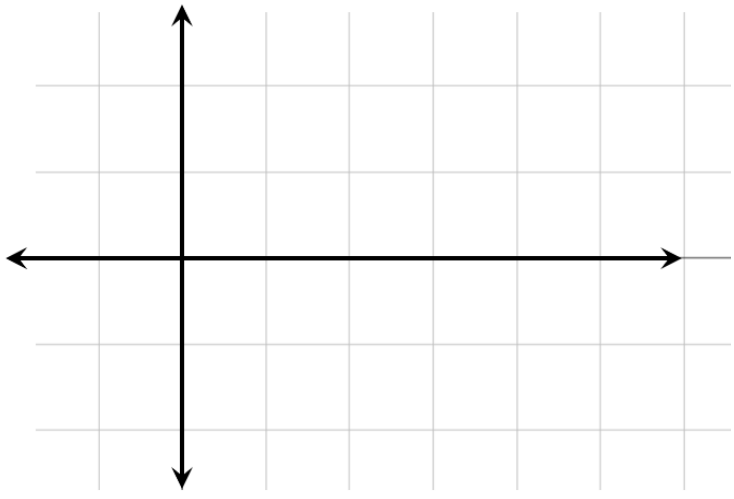
بطاقة (18): تمثيل الدوال المثلثية بيانياً -2

الأهداف					
	1	التعرف على التمثيل البياني لدالة ظل التمام وخصائصها	3	إيجاد معادلة الدالة المثلثية من تمثيلها البياني
	2	تمثيل دالة الظل بيانياً	4	توظيف الدوال المثلثية في مسائل حياتية

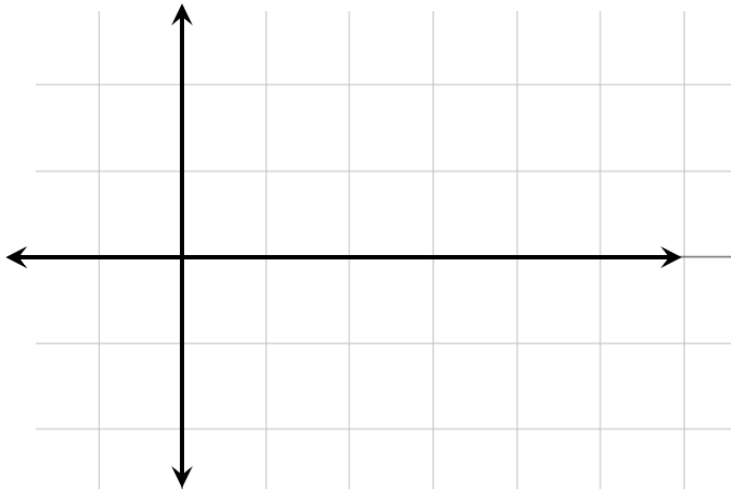
الدالة الأم	دالة الظل $y = tan\theta$	تحويلات الدالة: $y = a\ tanb\theta$	
المجال		طول الدورة	$\frac{180^\circ}{\lvert b\rvert}$
المدى		خطوط التقارب الرأسية للدالة	تكون عند المضاعفات الفردية للعدد: $\frac{180^\circ}{2\lvert b\rvert}$
السعة		إذا كانت a سالبة	ينعكس الرسم حول محور θ°
طول الدورة			
تمثيلها البياني			

***تمارين (1):** أوجد طول الدورة للدوال التالية مع تمثيلها بيانياً :

1) $y = tan\,3\theta$

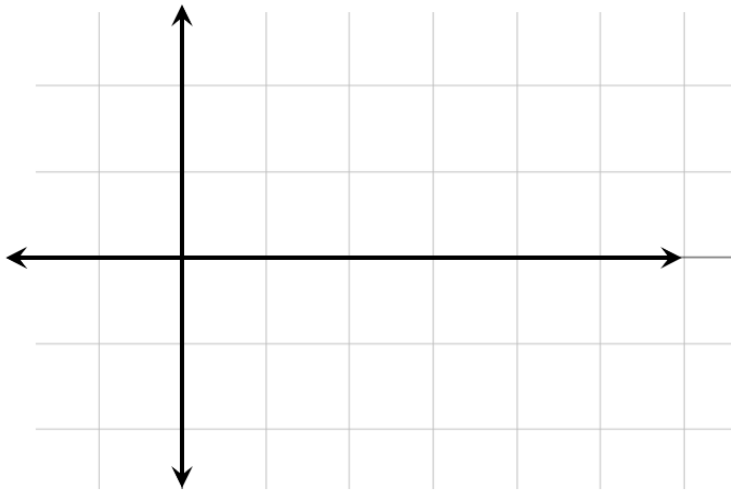


2) $y = tan\frac{1}{2}\theta$



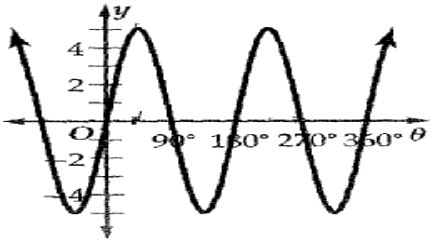
---

3) $y = -\tan\theta$

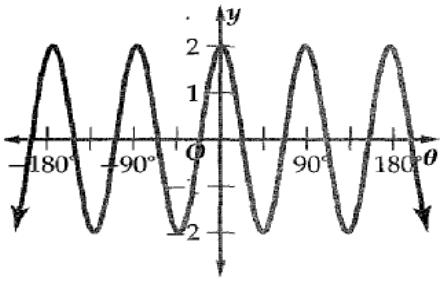


***تمارين (2):** اكتب معادلة الدالة من التمثيل البياني:

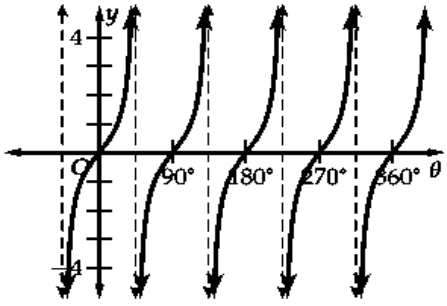
(1)



(2)



(3)



تذكر مما تعلمته في الفيزياء	التردد	الهيرتز	طول الدورة
	هو عدد الدورات في وحدة الزمن	هو وحدة قياس التردد **ملاحظة:** كل $\mathbf{1Hz}$ يساوي دورة واحدة لكل ثانية	هو مقلوب التردد **وهو يمثل :** الزمن اللازم لعمل دورة واحدة

***تمرين (3):**
قام لاعب بالقفز على جهاز الاهتزاز ، فاهتز بتردد مقداره $\mathbf{9Hz}$. إذا كانت سعة موجة الإهتزاز تساوي $\boldsymbol{4ft}$
أولاً: اكتب دالة جيب تمثل الارتفاع $\boldsymbol{y}$ في إهتزاز الجهاز كدالة في الزمن $\boldsymbol{t}$.

ثانياً: أوجد ارتفاع الجسم بعد مرور **ربع ثانية** .

***تمرين (4):**
يمكن للإنسان سماع أصوات ترددها يصل إلى $\boldsymbol{20Hz}$.
أولاً: أوجد طول دورة الدالة التي تعبر عن موجات الصوت

ثانياً: افترض أن السعة تساوي **وحدة واحدة** ، اكتب دالة جيب تمام تعبر عن موجات الصوت $\boldsymbol{y}$ كدالة في الزمن $\boldsymbol{t}$.

***تمرين (5):** قارب في عرض البحر يرتفع إلى الأعلى وينخفض إلى الأسفل مع الأمواج .
الفرق بين اعلى نقطة وأدنى نقطة يصلها القارب هي $\boldsymbol{8\ in}$. يكون القارب مستقراً عندما يكون في منتصف المسافة بين أعلى نقطة وأدنى نقطة ، وتستمر كل دورة في هذه الحركة الدورية ثلاث ثواني . إكتب معادلة تمثل حركة القارب .
ملاحظة: إفترض أن $\boldsymbol{h}$ هو الإرتفاع بالبوصات ، و $\boldsymbol{t}$ هوالزمن بالثواني وأن القارب في وضع مستقر عند $\boldsymbol{t = 0}$

بطاقة (19): الدوال المثلثية العكسية

الأهداف	1	التعرف على الدالة المثلثية العكسية ومجالها ومداها
	2	استخدام الآلة الحاسبة لإيجاد قيمة الدالة المثلثية العكسية بالدرجات والراديان
	3	إيجاد قيم دوال مثلثية تحتوي دوال مثلثية عكسية
	4	حل معادلات باستخدام الدوال المثلثية العكسية
	5	توظيف الدوال المثلثية العكسية في مسائل حياتية

الدالة المثلثية العكسية	الرموز	المجال	المدى	
			بالدرجات	بالراديان
معكوس الجيب	$y = Sin^{-1}x$ أو $y = Arcsin\, x$	$-1 \le x \le 1$	$-90^\circ \le y \le 90^\circ$	$-\frac{\pi}{2} \le y \le \frac{\pi}{2}$
معكوس جيب التمام	$y = Cos^{-1}x$ أو $y = Arccos\, x$	$-1 \le x \le 1$	$0^\circ \le y \le 180^\circ$	$0 \le y \le \pi$
معكوس الظل	$y = Tan^{-1}x$ أو $y = Arctan\, x$	مجموعة الأعداد الحقيقية	$-90^\circ \le y \le 90^\circ$	$-\frac{\pi}{2} \le y \le \frac{\pi}{2}$

***تمارين (1):** أوجد قياس الزاوية بالدرجات والراديان:

1) $Cos^{-1}(0)$

2) $Arc\, sin\ (-1)$

3) $Tan^{-1}(-\sqrt{3})$

4) $Cos^{-1}\left(\frac{1}{2}\right)$

5) $Sin^{-1}\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$

6) $Arc\, tan\ \left(\frac{-\sqrt{3}}{3}\right)$

***تمارين (2):** أوجد قيمة كل مما يلي لأقرب جزء من مئة :

1) $sin\left(Tan^{-1}\frac{3}{8}\right) \approx$

2) $cos\left(Arc\, cos\frac{-\sqrt{2}}{2}\right) \approx$

3) $sin\left(Sin^{-1}\frac{\sqrt{3}}{2}\right) \approx$

4) $tan(Cos^{-1}\,1) \approx$

***تمارين (3):** حُل المعادلات الآتية، مقرباً الناتج بالدرجات إلى أقرب جزء من عشرة:

1) $Cos\theta = 0.56$	2) $Sin\theta = 0.422$	3) $Tan\theta = 3.8$	4) $csc\theta = 1$

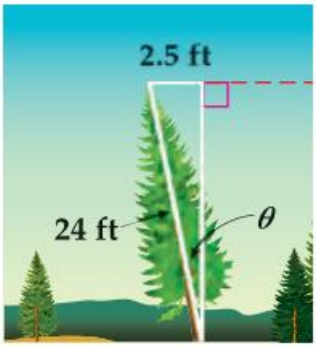
***تمرين (4):**

إذا كانت $\sin\theta = \frac{2}{3}$ حيث $\frac{-\pi}{2} \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$. فما قيمة $sec\,2\theta$ ؟

***تمرين (5):**

شجرة طولها $24ft$ تميل عن الاتجاه الرأسي بمقدار $2.5ft$ كما في الشكل المجاور.

اكتب دالة مثلثية عكسية يمكن استعمالها لإيجاد قياس زاوية ميل الشجرة θ ثم أوجد قياس هذه الزاوية إلى أقرب درجة.



***تمرين (6):**

منحدر للتزلج على الثلج ارتفاعه $5ft$ وطوله $12ft$. إكتب دالة مثلثية عكسية يمكن إستعمالها لإيجاد قياس الزاوية التي يصنعها المنحدر مع سطح الأرض ، ثم أوجد قياس هذه الزاوية إلى أقرب درجة .