

تم تحميل هذا الملف من موقع المناهج البحرينية



## مذكرة رياض 261 محلولة نماذج لأسئلة امتحانية

موقع المناهج ← المناهج البحرينية ← الصف الثاني الثانوي ← رياضيات ← الفصل الأول ← مذكرات وبنوك ← الملف

تاريخ إضافة الملف على موقع المناهج: 01:13:02 2025-01-10

ملفات اكتب للمعلم اكتب للطالب | اختبارات الكترونية | اختبارات | حلول | عروض بوربوينت | أوراق عمل  
منهج انجليزي | ملخصات و تقارير | مذكرات و بنوك | الامتحان النهائي للمدرس

المزيد من مادة  
رياضيات:

## التواصل الاجتماعي بحسب الصف الثاني الثانوي



صفحة المناهج  
البحرينية على  
فيسبوك

الرياضيات

اللغة الانجليزية

اللغة العربية

التربية الاسلامية

المواد على تلغرام

## المزيد من الملفات بحسب الصف الثاني الثانوي والمادة رياضيات في الفصل الأول

مذكرة رياض 261 غير محلولة نماذج لأسئلة امتحانية

1

ملخص درس التباديل و التوافيق

2

مسائل مجتمعة الاحتمال باستعمال التباديل و التوافيق

3

مراجعة رياض 261

4

مراجعة نهائي رياض 253

5

أسئلة إمتحانات سابقة للطالب  
الرياضيات (٣)  
ريض ٢٦١

math



الاسم: .....

الصف: .....

الرقم الأكاديمي: .....

مساحات بعض الأشكال الهندسية:

(1) مساحة المربع = طول الضلع \* نفسه

(2) مساحة المستطيل = الطول \* العرض

(3) مساحة شبه المنحرف = نصف مجموع القاعدتين المتوازيين \* الارتفاع

(4) مساحة المثلث = نصف طول القاعدة \* الارتفاع

(5) مساحة المعين أو متوازي الأضلاع

= طول القاعدة \* الارتفاع المناظر لها

(6) مساحة الدائرة =  $\pi r^2$

متوازي  
الأضلاع

الدائرة

المستطيل

المعين

المربع

شبه المنحرف

شبه المنحرف  
المتساوي الساقين

خصائص بعض الأشكال الهندسية:

أولا : متوازي الأضلاع والمربع والمستطيل والمعين

كل ضلعان متقابلان متوازيان

كل ضلعان متقابلان متساويان في الطول (متطابقان)

كل زاويتان متقابلتان متساويتان في القياس (متطابقتان)

ثانيا : المربع والمستطيل

جميع الزوايا قائمة (كل زاوية تساوي 90)

ثالثا : المربع والمعين

جميع الأضلاع متساوية في الطول (متطابقة)

رابعا : شبه المنحرف

هو شكل رباعي فيه ضلعان متقابلان متوازيان فقط

**عزيزتي الطالبة تذكري أن:**

الأعداد الزوجية : تبدأ من الصفر وكل مرة نضيف 2  
{0, 2, 4, 6, 8, ... ..}

الأعداد الفردية: تبدأ من الواحد وكل مرة نضيف 2  
{1, 3, 5, 7, 9, ... ..}

الأعداد الأولية: أعداد لا تقبل القسمة إلا على نفسها والواحد  
{2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, ... }

لحساب احتمال الحدث نستخدم القانون التالي

$$\frac{\text{عدد عناصر الحدث}}{\text{عدد عناصر الفضاء}}$$

تحد: إذا ألقى حجر نرد مرة واحدة فما عدد النواتج  
الممكنة؟؟؟

هل يمكنك إستنتاج عدد النواتج الممكنة إذا ألقى حجري  
نرد متمايزين؟؟

## رياض 261 تمثيل فضاء العينة 3-1

ضع دائرة حول رمز الإجابة الصحيحة في كل مما يأتي ، علمًا بأنه لا توجد سوى إجابة صحيحة واحدة لكل فقرة :

في تجربة سحب كرة من صندوق به ثلاث كرات متماثلة الأولى حمراء (R)، والثانية زرقاء (B) ، والثالثة صفراء (Y)، ثم إلقاء قطعة نقد. يُمكن كتابة فضاء العينة في صورة مجموعة كالتالي:

(a)  $\{(H, R), (H, B), (H, Y), (T, R), (T, B), (T, Y)\}$

(b)  $\{(R, B), (R, Y), (B, R), (B, Y), (Y, R), (Y, B)\}$

(c)  $\{(R, B, Y)\}$

(d)  $\{(R, H), (R, T), (B, H), (B, T), (Y, H), (Y, T)\}$

① إذا كانت النواتج الممكنة لإلقاء قطعة نقود هي (H) و (T) ونواتج سحب كرة من صندوق يحتوي على كرتين

هي (R) و (B)، فإن المجموعة  $\Omega = \{(H, B), (H, R), (T, B), (T, R)\}$  تمثل فضاء العينة لتجربة:

(a) إلقاء قطعة نقود ثم سحب كرة عشوائيًا

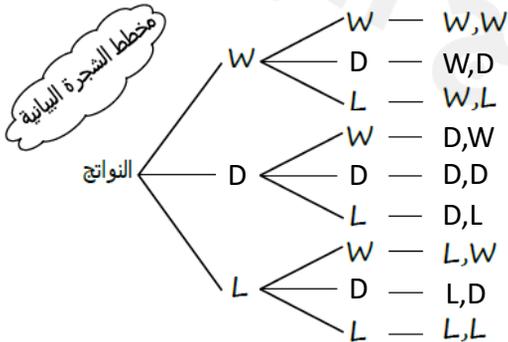
(b) سحب كرتين عشوائيًا على التوالي مع الإرجاع

(c) إلقاء قطعة نقود مرتين

(d) سحب كرة عشوائيًا ثم إلقاء قطعة نقود

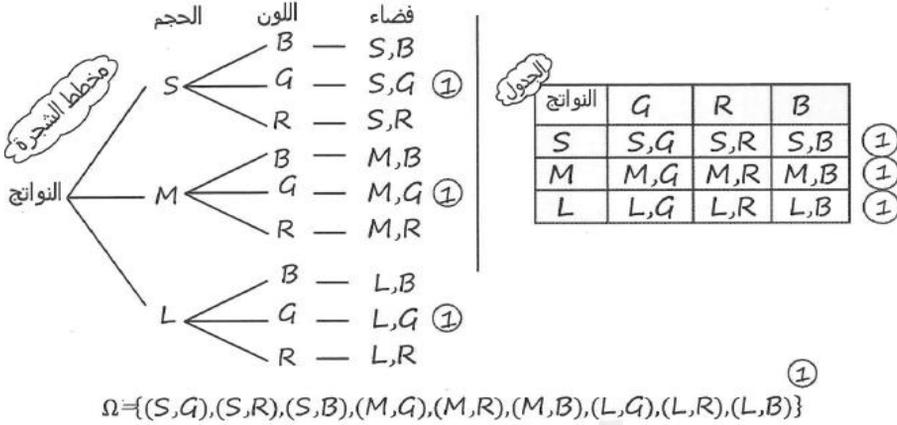
(1) مثل فضاء العينة للموقف الآتي باستعمال مخطط الشجرة البيانية، ثم اكتب عناصره في مجموعة:

(( عندما يلعب فريق لكرة القدم مباراة ضمن البطولة المحلية، فإنه إما أن يفوز W ، أو أن يخسر L ، أو أن يتعادل D ، وقد لعب الفريق مباراتين حتى الآن ))



تمثيل فضاء العينة 3-1

يبيع محل حقائب سفر بثلاثة أحجام صغير (S)، ووسط (M)، وكبير (L)، وبثلاثة ألوان أسود (B)، وأخضر (G)، وأحمر (R). مثل فضاء العينة لأنواع الحقائب المختلفة مستعملاً مخطط الشجرة البيانية أو الجدول، ثم أكتب فضاء العينة في صورة مجموعة.



سحب علاء بطاقتين عشوائياً على التوالي، مع الإرجاع من كيس به ثلاث بطاقات متماثلة كُتبت على إحداها عصير (J) والثانية دفتر ملحوظات (N) والثالثة علبة ألوان (C)، مثل فضاء العينة لهذه التجربة مستعملاً الجدول.

الناتج	عصير (J)	دفتر ملحوظات (N)	علبة ألوان (C)
عصير (J)	J, J	J, N	J, C
دفتر ملحوظات (N)	N, J	N, N	N, C
علبة ألوان (C)	C, J	C, N	C, C

رمت مريم مجسم ذو أربعة أوجه مُرقم بالأرقام (1، 2، 3، 4) مرة واحدة، ثم دُورت مؤشر قرص مقسم إلى قطاعين ملونين (أبيض W، أحمر R) مرة واحدة. مثل فضاء العينة لهذه التجربة باستعمال الجدول.

\* يحصل الطالب على درجتين، إذا مثل فضاء العينة في صورة أخرى غير صورة الجدول.

الناتج	W	R	
1	1, W	1, R	①
2	2, W	2, R	①
3	3, W	3, R	①
4	4, W	4, R	①

## رياض 261

### تمثيل فضاء العينة 3-1

كم سيارة مختلفة يمكن للزبون الاختيار بينها، إذا كان المتوفر منها في أحد المعارض كما في الجدول أدناه؟

المواصفات	نوع السيارة	اللون الخارجي	عدد الأبواب الجانبية	عدد أسطوانات المحرك
البدائل	تويوتا، هوندا، كيا، مرسيدس، مازدا	أسود، أبيض، رمادي	2 أو 4	4 أو 6

30 (D)

900 (C)

60 (B)

1200 (A)

عندما يُسدد لاعب كرة القدم ركلة جزاء؛ فإنه يسجل هدفًا (W) أو لا يسجل (L) أو يُعيد التسديد (R).  
مثل فضاء العينة لنتيجة تسديد الكرة مرتين في ركلة جزاء مستعملًا مخطط الشجرة البيانية أو الجدول.



### الإحتمال بإستعمال التباديل والتوافيق 3-2

يريد مدرب السباحة اختيار 3 سباحين عشوائيًا من بين 10 هم أعضاء فريق المدرسة للسباحة، ما احتمال

اختيار عيسى ويوسف وجلال الذين هم أعضاء في الفريق؟

$$n(S) = 10C3$$

$$n(A) = 3C3$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{3C3}{10C3} = \frac{1}{120}$$

كان أيوب واحدًا من بين تسعة طلاب رشحهم معلم الرياضيات للمشاركة في مسابقة، ويريد مدير المدرسة اختيار أربعة منهم عشوائيًا. ما احتمال أن يكون أيوب أحد المشاركين في المسابقة؟

عدد النواتج المُمكنة في الفضاء العينة يساوي  ${}^9C_4 = 126$ ،

وعدد النواتج المُمكنة للحدث المطلوب يساوي  $1 \times {}^8C_3 = 56$

(1) (0.5)

لذا، فإن الاحتمال المطلوب يساوي

$${}^8C_3 / {}^9C_4 = 56 / 126 = 4 / 9$$

الإحتمال بإستعمال التباديل والتوافيق 3-2

\*لحساب احتمال أي حدث نستخدم القانون:

$$\text{الاحتمال} = \frac{\text{عدد عناصر الحدث } n(A)}{\text{عدد عناصر الفضاء } n(S)}$$

تعريف المضروب:

$$n! = (n)(n - 1)(n - 2) \dots 3 \times 2 \times 1$$

مثال:  $5! = 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 120$

مع ملاحظة أن:  $0! = 1, 1! = 1$

$$n! = n \times (n - 1)! \rightarrow 5! = 5 \times 4!$$

ولا يوجد مضروب لعدد سالب أو كسر

\*يرمز الى عدد تباديل  $n$  من العناصر المختلفة

$$n P_r \text{ مأخوذة } r \text{ في كل مرة بالرمز}$$

\*عند استعمال التباديل في حل السؤال علينا أن

نلتبه الى أن الترتيب مهم

ونستدل عليه ببعض الكلمات الشائعة مثل:

-أولا وثانيا وثالثا ...

-الواحدة تلو الأخرى.

-المناصب (رئيس ، نائب رئيس ، سكرتير...)

-الترتيب الأبجدي.

-أختيار العناصر دون تكرار.

\*يرمز الى عدد توافيق  $n$  من العناصر المختلفة

$$n C_r \text{ مأخوذة } r \text{ في كل مرة بالرمز}$$

\*عند استعمال التوافيق في حل السؤال علينا أن

نلتبه الى أن الترتيب غير مهم

ونستدل عليه ببعض الكلمات الشائعة مثل:

-أختيار الأفراد للمشاركة في مسابقة دون مناصب.

-أختيار أعضاء فريق دون مناصب.

-تسمية الأشكال الهندسية.

\*التباديل الدائرية (عدد ترتيب العناصر في دائرة):

عند ترتيب عدد  $n$  من العناصر في دائرة

ذات مرجع ( نقطة ثابتة ) يعادل الترتيب في صف

$$= n! \text{ عدد الطرق}$$

دون مرجع (لا توجد أي قيود في الترتيب)

$$= (n - 1)! \text{ عدد الطرق}$$

\*قوانين التباديل والتوافيق والعلاقة بينهما:

$$n P_r = \frac{n!}{(n-r)!} \quad n C_r = \frac{n!}{r!(n-r)!}$$

مع ملاحظة أن:  $n C_r = \frac{n P_r}{r!}$

الإحتمال بإستعمال التباديل والتوافيق 3-2

ضع دائرة حول رمز الإجابة الصحيحة في كل مما يأتي ، علمًا بأنه لا توجد سوى إجابة صحيحة واحدة لكل فقرة :

إذا وقفت "بشرى، فائقة، سميرة، ضياء، نهال، ومنال" بشكل عشوائي جنبًا إلى جنب أثناء إلتقاط صورة تذكارية؛ فإن احتمال أن تقف سميرة أقصى يسار الصورة، ونهال أقصى يمين الصورة يساوي:

$\frac{1}{6}$  (a)       $\frac{1}{30}$  (b)

$\frac{1}{360}$  (c)       $\frac{1}{3}$  (d)

عدد الطرق الممكنة لاختيار 3 طلاب من 10 طلاب بطريقة عشوائية يساوي:

6 (A)      120 (C)

30 (B)      720 (D)

عدد الطرق الممكنة لاختيار 3 طلاب من 8 طلاب بطريقة عشوائية يساوي:

56 (A)      336 (C)

24 (B)      120 (D)

يستطيع أحمد أن يدعو ثلاثة من أصدقاءه على الغداء، فإذا كان لديه خمسة أصدقاء، فما عدد النواتج الممكنة المختلفة لاختياره ثلاثة منهم؟

10 (a)      15 (b)      60 (c)      120 (d)

ما عدد النواتج الممكنة عند اختيار 3 كتب ، الواحد تلو الآخر ، من بين 6 كتب مختلفة ؟

60 (A)      120 (B)      30 (C)      15 (D)

إذا كان محمد وهادي ضمن 30 طالبًا شاركوا في مسابقة لإلقاء الشعر، فإن احتمال إلقاء محمد ثم هادي للشعر أمام لجنة التحكيم في البداية يساوي:

$\frac{1}{15}$  (a)       $\frac{1}{30}$  (b)       $\frac{1}{435}$  (c)       $\frac{1}{870}$  (d)

## الإحتمال بإستعمال التباديل والتوافيق 3-2

ضع دائرة حول رمز الإجابة الصحيحة في كل مما يأتي ، علمًا بأنه لا توجد سوى إجابة صحيحة واحدة لكل فقرة :

عدد الطرق الممكنة لتشكيل لجنة مؤلفة من رئيس ومقرر وكاتب وعضو من بين 8 أشخاص هو:

(b) 32

(a) 26

(d) 40320

(c) 1680

بكم طريقة يُمكن اختيار 4 طلاب من بين 10 طلاب للاشتراك في مسابقة أولمبياد الرياضيات؟

(c) 5040

(a) 40

(d) 210

(b) 14

تُجرى في إحدى المدارس الثانوية انتخابات لاختيار أعضاء مجلس الطلبة، ويسعى 3 طلاب للحصول على مركز السكرتير، و4 للحصول على مركز أمين الصندوق، و5 لمركز نائب الرئيس، وطالبان لمركز الرئيس. فما عدد النواتج الممكنة؟

(D) 120

C 20

B 14

A 10

تقدم خالد وعيسى ضمن 10 من المترشحين لشغل وظيفة في إحدى الشركات، وكانت لجنة المقابلات تستدعيهم كلٌّ على حدة عشوائيًا من خلال الاتصال الهاتفي، ما احتمال أن يكون خالد وعيسى آخر من يتم الاتصال بهما؟

 $\frac{1}{10}$  (D) $\frac{1}{45}$  (C) $\frac{1}{66}$  (B) $\frac{1}{90}$  (A)

بكم طريقة يُمكن اختيار 3 سيارات من ضمن 10 سيارات للمشاركة في متحف السيارات؟

$$10C3 = 120$$

الإحتمال بإستعمال التباديل والتوافيق 3-2

ضع دائرة حول رمز الإجابة الصحيحة في كل مما يأتي ، علمًا بأنه لا توجد سوى إجابة صحيحة واحدة لكل فقرة :

إذا اخترت تبديلاً عشوائياً للأحرف " ا ، ل ، م ، ن ، ا ، م ، ة " ، فإن احتمال الحصول على كلمة "المنامة" يساوي:

$\frac{1}{7}$  (c)

$\frac{1}{1260}$  (a)

1 (d)

$\frac{1}{210}$  (b)

ما احتمال أن يكون رقمًا لهاتف مكوّن من 8 أرقام هي 5 ، 5 ، 6 ، 6 ، 6 ، 6 ، 7 ، 7 ؟

$\frac{1}{840}$  (D)

$\frac{1}{420}$  (C)

$\frac{1}{40320}$  (B)

$\frac{1}{1680}$  (A)

عند ترتيب جميع الأرقام 9,9,8,8,8,7,5 بشكل عشوائي لتكوين عدد، فإن احتمال أن يكون هذا العدد هو 5788998 يساوي:

$\frac{1}{2520}$  (d)

$\frac{1}{1260}$  (c)

$\frac{1}{840}$  (b)

$\frac{1}{420}$  (a)

(2) إذا رُتبت 6 بطاقات عشوائيًا في صف ، وكان قد كُتب على اثنتين منها الحرف T ، وعلى اثنتين أخريين الحرف O ، وعلى واحدة الحرف A ، وعلى الأخيرة الحرف M ، فما احتمال أن تظهر كلمة TOMATO أو كلمة MOTATO ؟

$\frac{1}{6}$  (D)

$\frac{1}{90}$  (C)

$\frac{1}{180}$  (B)

$\frac{1}{720}$  (A)

تستعمل حنان كلمة مرور لبريدها الإلكتروني تبدأ بأول ثلاث حروف من اسمها باللغة الإنجليزية HANAN ، متبوعة بثلاثة أرقام مختلفة من الأرقام 0 إلى 9 .

ما أكبر عدد ممكن من كلمات المرور المختلفة التي يمكن أن تختارها حنان ؟

720 (D)

2160 (C)

7200 (B)

43200 (A)

الإحتمال بإستعمال التباديل والتوافيق 3-2

ضع دائرة حول رمز الإجابة الصحيحة في كل مما يأتي ، علمًا بأنه لا توجد سوى إجابة صحيحة واحدة لكل فقرة :

( 2 ) أعطيت فاطمة بطاقات الأعداد الآتية :



وطلبت منها إعادة ترتيبها ؛ لتكوين عدد مكون من 6 أرقام . إذا اختارت تبديلاً لهذه الأعداد بصورة عشوائية ، فما احتمال أن يكون العدد 595353 ؟

- $\frac{1}{60}$  **C**  $\frac{1}{360}$  A  
 $\frac{1}{6}$  **D**  $\frac{1}{180}$  B

إذا رُتبت الحروف "T,H,R,E,E" عشوائيًا، فإن احتمال الحصول على كلمة (THREE)

$$n(A) = 1$$

$$n(S) = \frac{5!}{2!} = 60$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{1}{60}$$

يساوي:  $\frac{1}{60} \dots$

يتكون عدد من الأرقام 3, 3, 3, 3, 6, 6 ما احتمال أن يكون هذا العدد 363363 ؟

$$\text{عدد التباديل المتميزة لهذه الأرقام} = \frac{6!}{4! 2!} = 15$$

① هناك ترتيب واحد صحيح يُعطي العدد 363363

$$\text{احتمال أن يكون هذا العدد 363363} = \frac{1}{15} \quad \text{①}$$

إذا اخترت تبديلاً للأحرف عشوائيًا S, C, C, I, E, E, N ، ما احتمال أن يكون كلمة SCIENCE

$$\text{عدد التباديل المتميزة لهذه الأحرف} = \frac{7!}{2! 2!} = 1260 \quad \text{②}$$

① هناك ترتيب واحد صحيح يُعطي كلمة SCIENCE

$$\text{احتمال أن يكون كلمة SCIENCE} = \frac{1}{1260} \quad \text{①}$$

الإحتمال بإستعمال التباديل والتوافيق 3-2

أراد محمد عمل رقم سري لفتح قفل حقيبتة يتكون من ثلاثة أرقام مختلفة باستعمال الأرقام من 0 إلى 9 ما احتمال أن يكون الرقم السري 261 .

$$\text{احتمال الحدث} = \frac{\text{عدد نواتج الحدث}}{\text{عدد النواتج الممكنة}} = \frac{1}{10P_3} = \frac{1}{720} \quad \text{①}$$

احتمال أن يكون الرقم السري 261 ②

إذا رُتبت الحروف A , A , N , R , W عشوائيًا؛ فما احتمال تكوين كلمة RAWAN؟

عدد عناصر فضاء العينة:  $n(S) = \frac{5!}{2!} = 60$  ②

عدد عناصر الحدث:  $n(A) = 1$  ①

احتمال تكوين كلمة (RAWAN):  $P(A) = \frac{1}{60}$  ①

إذا استُعِمِلت الأرقام: 6, 2, 3, 5, 3, 7, 6, 2 عشوائيًا لتكوين رقم هاتف، فما احتمال أن يكون الرقم هو 33226567؟

عدد عناصر فضاء العينة:  $n(S) = \frac{8!}{2! \times 2! \times 2!} = 5040$  ①

عدد عناصر الحدث:  $n(A) = 1$

احتمال أن يكون الرقم هو (33226567):  $P(A) = \frac{1}{5040}$  ①

(3) إذا جلس خمسة أصدقاء حول منضدة دائرية الشكل في حجرة فيها نافذة واحدة، فإن احتمال أن يجلس

نواف على المقعد الأقرب إلى النافذة هو: ذات مرجع

$n(s) = 5!$

$n(A) = 4!$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(s)} = \frac{4!}{5!} = \frac{1}{5}$$

اشتركت 7 طالبات في مسابقة خصص لها ثلاث جوائز. ما احتمال أن تربح أسماء وفاطمة وزينب الجوائز الثلاث؟

احتمال الحدث =  $\frac{\text{عدد نواتج الحدث}}{\text{عدد النواتج الممكنة}}$

احتمال أن تربح أسماء وفاطمة وزينب الجوائز الثلاث ①

$$= \frac{1}{7C_3} = \frac{1}{35} \quad \text{②}$$



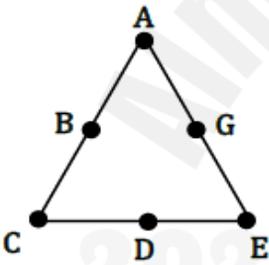
الإحتمال بإستعمال التباديل والتوافيق 3-2

حدد ما إذا كان يوجد نقطة مرجع ثابتة أو لا يوجد في الموقف أدناه ، ثم احسب الاحتمال المطلوب:  
 " يُرتب خالد 6 مقاعد حول طاولة الاجتماع دائرية الشكل، حيث سيجلس مع زملائه الخمسة عشوائياً .  
 ما احتمال جلوس خالد بجوار زميله سعيد ؟ "

لدي يوجد نقطة مرجع ثابتة (1)

$$P(A) = 2 \times \frac{4!}{5!} = \frac{2}{5}$$

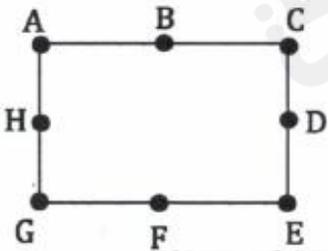
(1) (1)



إذا تم اختيار ثلاث نقاط عشوائياً من النقاط المسماة على المثلث في الشكل المجاور،  
 فما احتمال أن تقع النقاط الثلاث على قطعة مستقيمة واحدة؟

احتمال الحدث =  $\frac{\text{عدد نواتج الحدث}}{\text{عدد النواتج الممكنة}}$

(1)  $p(\text{تقع النقاط الثلاث على قطعة مستقيمة واحدة}) = \frac{3}{6C_3} = \frac{3}{20}$  (1)



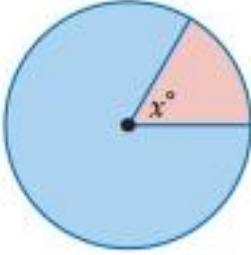
إذا تم اختيار ثلاث نقاط عشوائياً من النقاط المسماة على المستطيل في الشكل المجاور،  
 فما احتمال أن تقع النقاط الثلاث على قطعة مستقيمة واحدة؟

الحل

احتمال الحدث =  $\frac{\text{عدد نواتج الحدث}}{\text{عدد النواتج الممكنة}}$

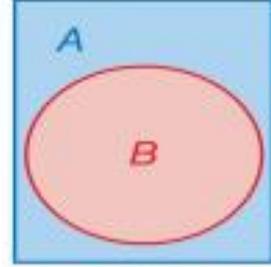
(1)  $p(\text{تقع النقاط الثلاث على قطعة مستقيمة واحدة}) = \frac{4}{8C_3} = \frac{4}{56} = \frac{1}{14}$  (1)

### الإحتمال والدائرة



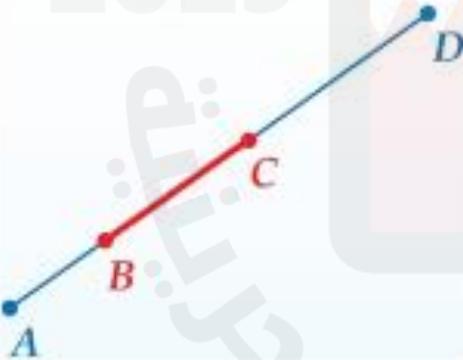
إحتمال النقطة تقع داخل  
القطاع  $x$   
$$= \frac{x^\circ}{360^\circ}$$

### الإحتمال والمساحة



إحتمال النقطة تقع داخل  
الشكل  $B$   
$$= \frac{\text{مساحة الشكل } B}{\text{مساحة الشكل } A}$$

### الإحتمال والطول

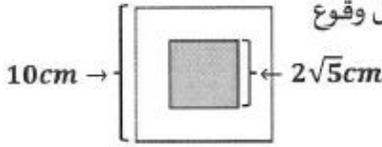


إحتمال النقطة تقع على  
 $BC$   
$$= \frac{BC}{AD}$$

2024

## رياض 261 الإحتمال الهندسي 3-3

ضع دائرة حول رمز الإجابة الصحيحة في كل مما يأتي ، علمًا بأنه لا توجد سوى إجابة صحيحة واحدة لكل فقرة :



في الشكل المجاور مربعين متداخلين ، إذا اختيرت نقطة عشوائيًا. فإن احتمال وقوع النقطة في المنطقة المظللة مقرَّبًا للناجح لأقرب عدد صحيح هو:

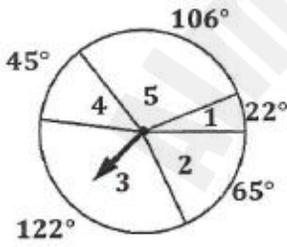
44% (b)

20% (a)

9% (d)

45% (c)

في الشكل المجاور قرص دائري يتكون من خمس قطاعات مرقمة من 1 إلى 5 إذا أُدير المؤشر مرة واحدة، فإن احتمال عدم استقرار المؤشر على القطاع رقم 3 هو:



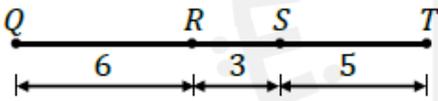
60% تقريبًا (b)

33% تقريبًا (a)

66% تقريبًا (d)

34% تقريبًا (c)

إذا أُختيرت النقطة  $X$  عشوائيًا على  $\overline{QT}$  : فإن احتمال أن تقع النقطة  $X$  على  $\overline{QS}$  يساوي:



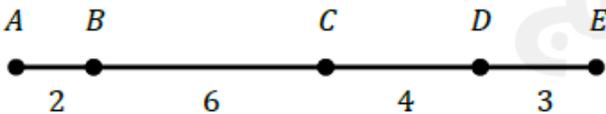
$\frac{9}{14}$  (b)

$\frac{1}{9}$  (a)

$\frac{8}{14}$  (d)

$\frac{14}{9}$  (c)

إذا أُختيرت النقطة  $X$  على  $\overline{AE}$  عشوائيًا ، فإن احتمال أن تقع  $X$  على  $\overline{BC}$  يساوي:



$\frac{2}{15}$  (c)

$\frac{2}{5}$  (a)

$\frac{8}{15}$  (d)

$\frac{2}{3}$  (b)

رياض 261  
الإحتمال الهندسي 3-3

$$n(S) = 14$$

إذا اختيرت النقطة  $X$  عشوائيًا على  $\overline{JM}$ ، فأوجد قيمة كل مما يأتي:



( B )  $P(\overline{KM}$  تقع  $X$  على  $\overline{KM}$ )

$$P = \frac{\overline{KM}}{\overline{JM}} = \frac{11}{14}$$

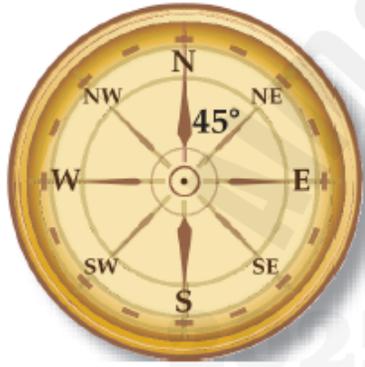
( A )  $P(\overline{LM}$  تقع  $X$  على  $\overline{LM}$ )

$$P = \frac{\overline{LM}}{\overline{JM}} = \frac{4}{14} = \frac{2}{7}$$

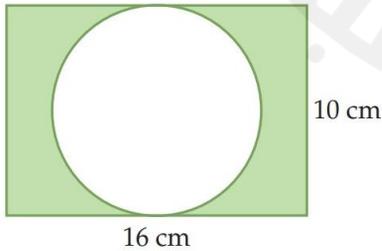
ضلّ أحد السواح طريقه في الصحراء، فوجه بوصلته الظاهرة في الشكل المجاور عشوائيًا.

ما احتمال أن يوجه البوصلة في اتجاه المنطقة المحصورة بين

الشمال الشرقي NE والجنوب S ؟



$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{3 \times 45^\circ}{360^\circ} = \frac{3}{8}$$



إذا اختيرت نقطة عشوائيًا، فما احتمال أن تقع في المنطقة المظللة؟

الطول × العرض = مساحة الشكل كامل (المستطيل)

$$160 = 10 \times 16$$

$$\text{مساحة الدائرة} = \pi r^2 = \pi(5)^2 = 25\pi$$

$$P = \frac{\text{مساحة الجزء المظلل}}{\text{مساحة الشكل كامل}} = \frac{160 - 25\pi}{160} = 0.5$$

*أنواع الأحداث:	*الأحداث المستقلة والغير مستقلة:
<p>-الحادث البسيط: هو الحدث الذي يتكون من ناتج واحد من النواتج الممكنة لتجربة ما .</p> <p>-الحادث المركب: هو الحدث الذي يتكون من حدثين بسيطين أو أكثر ( الأحداث المركبة قد تكون مستقلة أو غير مستقلة )</p>	<p>-يكون حدثين مستقلين إذا كان احتمال حدوث أحدهما لا يؤثر في احتمال حدوث الآخر.</p> <p>-يكون حدثين غير مستقلين إذا كان احتمال حدوث أحدهما يؤثر في احتمال حدوث الآخر.</p>
<p>* احتمال وقوع الحدثين معا = حاصل ضرب احتمالي الحدثين</p> $P(A \text{ و } B) = P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$	

**\*أمثلة على الأحداث المستقلة التي لا تتأثر ببعضها:**

- نجاح فاطمة في اختبار مادة الكيمياء ونجاحها في اختبار مادة الدين.
- تجربة ألقاء حجر ترد ثم قطعة نقود.
- سحب بطاقتين الواحدة تلو الأخرى مع الأرجاع (مع الأخلال) من صندوق به 3 بطاقات خضراء و4 بطاقات بنفسجية وبطاقة بيضاء.

**\*أمثلة على الأحداث الغير مستقلة التي تتأثر ببعضها:**

- نجاح فاطمة في مقرر الكيمياء ونجاحها في اختبار العملي لمادة الكيمياء.
- تجربة ألقاء حجر ترد فإذا كان الناتج عدد فردي لسوف تلقى قطعة نقود في المرة الثانية ، أما إذا كان الناتج زوجي لسوف يلقى حجر ترد المرة الثانية.
- سحب بطاقتين الواحدة تلو الأخرى دون الأرجاع (دون الأخلال) من صندوق به 3 بطاقات خضراء و4 بطاقات بنفسجية وبطاقة بيضاء.

الإحتمال الأحداث المستقلة والغير مستقلة 3-5

ضع دائرة حول رمز الإجابة الصحيحة في كل مما يأتي ، علمًا بأنه لا توجد سوى إجابة صحيحة واحدة لكل فقرة :

إذا كان  $A, B$  حدثين مستقلين في فضاء العينة لتجربة عشوائية ، وكان  $P(A) = \frac{1}{3}$  ،  $P(B) = \frac{2}{3}$  ، فإن  $P(A \cap B)$  يساوي:

$\frac{2}{3}$  (C)  
1 (D)

$\frac{2}{9}$  (A)  
0 (B)

يحتوي صندوق على 6 كرات حمراء و 7 كرات خضراء جميعها متماثلة. إذا سُحبت كرتان على التوالي من الصندوق عشوائيًا دون ارجاع، فإن احتمال أن تكون الأولى خضراء والثانية حمراء هو:

A  $\frac{13}{169}$  B  $\frac{13}{156}$  C  $\frac{42}{169}$  D  $\frac{7}{26}$

إذا سُحبت كرتان عشوائيًا واحدة تلو الأخرى دون إرجاع من كيس به 6 كرات حمراء و 3 كرات صفراء و 4 كرات بيضاء، فإن احتمال أن تكون الكرتان حمراوتين يساوي:

(a)  $\frac{30}{169}$  (b)  $\frac{5}{26}$  (c)  $\frac{36}{169}$  (d)  $\frac{1}{15}$

صندوق به 13 بطاقة مرقمة من 1 إلى 13، إذا سُحبت 4 بطاقات عشوائيًا الواحدة تلو الأخرى من دون

إرجاع، فإن احتمال أن تحمل البطاقة الأولى عددًا زوجيًا والبطاقات الثلاث الأخرى تحمل أعدادًا فردية يساوي:

(a)  $\frac{42}{143}$  (c)  $\frac{3}{143}$

(b)  $\frac{21}{286}$  (d)  $\frac{6}{13}$

إذا كان  $A, B$  حدثين مستقلين في فضاء العينة لتجربة عشوائية ، وكان  $P(A) = 0.5$  ،  $P(B) = 0.2$  ، فإن  $P(A \cap B)$  يساوي:

0.01 (C)  
0.3 (D)

0.7 (A)  
0.1 (B)

الإحتمال الأحداث المستقلة والغير مستقلة 3-5

ضع دائرة حول رمز الإجابة الصحيحة في كل مما يأتي ، علمًا بأنه لا توجد سوى إجابة صحيحة واحدة لكل فقرة :

إذا أُلقي حجر نرد ثلاث مرات متتالية، فإن احتمال أن يكون العدد الظاهر زوجي في الرمية الأولى وعدد فردي في الرمية الثانية وعدد أولي في الرمية الثالثة يساوي:

(a)  $\frac{1}{18}$  (c)  $\frac{1}{6}$

(b)  $\frac{1}{8}$  (d)  $\frac{1}{4}$

محمد وأحمد عضوان في فريق المدرسة الرياضي . إذا كان عدد أفراد الفريق 15 ، ويرتدي كل واحد منهم قميصًا مرقمًا من 1 إلى 15 بشكل عشوائي ، فما احتمال أن يكون رقم قميص محمد 3 ، ورقم قميص أحمد 8 ؟

2025 C  $\frac{2}{15}$  2024 A  $\frac{1}{210}$   
D  $\frac{1}{5}$  B  $\frac{1}{13}$

(2) يحتوي صندوق على 5 كرات بيضاء ، و 4 كرات سوداء ، وجميع الكرات ممتاثلة.

إذا سُحبت من الصندوق 3 كرات على التوالي ودون إرجاع ، فما احتمال أن تكون الكرة المسحوبة الأولى والثانية بيضاء والثالثة سوداء ؟

بفرض ان A :حدث سحب كرة بيضاء  
بفرض ان B :حدث سحب كرة بيضاء  
بفرض ان C :حدث سحب كرة سوداء

$$P(A \text{ و } B \text{ و } C) = P(A \cap B \cap C) = P(A) \times P(B) \times P(C)$$

$$= \frac{5}{9} \times \frac{4}{8} \times \frac{4}{7} = \frac{10}{63}$$

يحتوي صندوق على ثلاث كرات بيضاء ، وأربع كرات حمراء . سُحبت كرتان عشوائيًا على التوالي دون إرجاع ، ما احتمال أن تكون الكرة الثانية بيضاء والكرة الأولى بيضاء ؟

بفرض أن الحدث  $A$  يُمثل سحب الكرة الأولى بيضاء ، والحدث  $B$  يُمثل سحب الكرة الثانية بيضاء .

إذن ، احتمال أن تكون الكرة الأولى بيضاء يساوي  $3/7$  . (1)

إذا علمت أن الكرة الأولى بيضاء . فقبل أن تسحب الكرة الثانية يكون في الصندوق كرتان بيضاوان وأربع كرات حمراء . إذن ، احتمال أن تكون الكرة الثانية بيضاء إذا علمت أن الكرة الأولى بيضاء

يساوي  $2/6 = 1/3$  . لذا ، فإن الاحتمال المطلوب يساوي

$$P(B \cap A) = P(A) \times P(B|A) = (3/7) \times (1/3) = 1/7$$

يحتوي صندوق على 40 بطاقة متماثلة مقسمة إلى أربع مجموعات لكل منها لون من الألوان الآتية: الأحمر ، الأسود ، الأخضر ، الأزرق ، ورُقمت بطاقات كل لون من 1 إلى 10 ، وسُحبت بطاقة واحدة عشوائيًا من الصندوق، ثم أُعيدت إليه، وبعد ذلك سُحبت بطاقة ثانية عشوائيًا، ما احتمال أن تكون الأولى حمراء تحمل الرقم 5، والثانية تحمل الرقم 7 ؟

بفرض أن  $A$ : حدث أن تكون البطاقة حمراء تحمل الرقم 5،

بفرض أن  $B$ : حدث أن تكون البطاقة تحمل الرقم 7

$$P(A) = \frac{1}{40} \quad (1)$$

$$P(B) = \frac{4}{40} \quad (1)$$

$$P(A \cap B) = P(A) \times P(B) = \frac{1}{40} \times \frac{4}{40} = \frac{1}{400} \quad (0.5)$$

(1)

(0.5)

الإحتمال الأحداث المستقلة والغير مستقلة 3-5

في صندوق عصام ثلاث أوراق نقدية من فئة BD1، وسبع أوراق نقدية من فئة BD5. سحب عصام عشوائياً ورقتين نقديتين على التوالي من دون إرجاع. أجب عما يأتي:

(i) حدد ما إذا كان سحب عصام للورقتين النقديتين حدثان مستقلان أو غير مستقلين: حدثان غير مستقلين (1)

(ii) ما احتمال أن تكون الورقة النقدية الأولى من فئة BD1، والورقة النقدية الثانية من فئة BD5؟

بفرض أن A: حدث سحب ورقة نقدية من فئة BD1. B: حدث سحب ورقة نقدية من فئة BD5

$$(1) P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B|A)$$

$$(1) = \frac{3}{10} \cdot \frac{7}{9} = \frac{7}{30}$$

كيس يحتوي على 5 كرات حمراء (R) و 3 كرات زرقاء (B) و كرة بيضاء (W)، إذا سُحبت كرتان

عشوائياً الواحدة تلو الأخرى من دون إرجاع، فإن احتمال أن تكون الأولى حمراء والثانية زرقاء يساوي:

بفرض ان A: حدث سحب كرة حمراء

بفرض ان B: حدث سحب كرة زرقاء

$$P(A \text{ و } B) = P(A \cap B) = P(A) \times P(B) = \frac{5}{9} \times \frac{3}{8} = \frac{5}{24}$$

رمت مها حجر نرد مرقم من (6 - 1) مرتين على التوالي، إذا كان:

الحدث A: ظهور الرقم 2 في الرمية الأولى، والحدث B: ظهور الرقم 3 في الرمية الثانية. أجب عما يأتي:

(i) بين ما إذا كان الحدثين A, B مستقلين أو غير مستقلين.

(1) بما أن احتمال حدوث الحدث A لا يؤثر في احتمال حدوث الحدث B إذا الحدثين مستقلين

(ii) أوجد احتمال وقوع A ووقوع B.

$$(1) P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$$

$$= \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} \quad (1)$$

$$(1) = \frac{1}{36} \quad \text{or} \quad 3\% \text{ تقريباً}$$

الإحتمال الأحداث المستقلة والغير مستقلة 3-5

حدد ما إذا كان الحدثان الآتيان مستقلين أم لا ، ثم أوجد الاحتمال:  
إلقاء قطعة نقد ورمي مكعب مرقم من 1 إلى 6 مرة واحدة، والحصول على صورة وعدد فردي.

الحدثان مستقلان ①

الحدث A هو حدث الحصول على صورة والحدث B هو حدث الحصول على عدد فردي

$$P(A \cap B) = P(A) \times P(B) \quad ①$$

$$= \frac{1}{2} \times \frac{3}{6} = \frac{3}{12} = \frac{1}{4} = 0.25 = 25\% \quad ①$$

يحتوي كيس على 3 كرات حمراء وكرتين لونها أبيض و6 كرات زرقاء ، إذا سُحبت 3 كرات على التوالي دون إرجاع، فما احتمال أن تكون الكرة الأولى حمراء والثانية حمراء والثالثة زرقاء؟

بما أن الكرة المسحوبة لا تُعاد إلى الكيس، فإن الأحداث ليست مستقلة  
احتمال أن تكون الكرة الأولى حمراء والثانية حمراء والثالثة زرقاء يساوي

$$P(\text{الكرة الأولى}) \times P(\text{الكرة الثانية}) \times P(\text{الكرة الثالثة}) \quad ①$$

$$= \frac{3}{11} \times \frac{2}{10} \times \frac{6}{9} = \frac{36}{990} = \frac{2}{55}$$

لون الشعار	العدد
أبيض	5
أحمر	10
أصفر	15
أزرق	20

وزَّع معلم التربية الرياضية على طلابه شعارات ذات ألوان مختلفة بحسب الجدول المجاور . إذا كان التوزيع عشوائيًا ، فما احتمال أن يكون الشعار الأول أزرق والثاني أزرق أيضًا ؟

بفرض أن الحدث A يُمثل الشعار الأول أزرق ، والحدث B يُمثل الشعار الثاني أزرق .

احتمال أن يكون الشعار الأول أزرق يساوي 20/50 . ①

واحتمال أن يكون الشعار الثاني أزرق إذا علمت أن الشعار الأول أزرق يساوي 19/49 . ①

لذا ، فإن الاحتمال المطلوب يساوي

$$P(B \cap A) = P(A) \times P(B|A) = (20/50) \times (19/49) = 38/245$$

①

①.5

①.5

أظهرت دراسة علمية أن 20% من أسماك إحدى البحيرات يزيد وزنها عن 10 kg.

إذا تم اصطياد 3 أسماك عشوائيًا من هذه البحيرة، فما احتمال أن يزيد وزن كل منها عن 10 kg ؟

$$P(A \text{ و } B \text{ و } C) = P(A \cap B \cap C) = P(A) \times P(B) \times P(C)$$

$$= \frac{20}{100} \times \frac{20}{100} \times \frac{20}{100} = \frac{1}{125}$$

أظهرت دراسة مسحية أن 13% من طلبة إحدى الجامعات لديهم سيارة خاصة، إذا أختير طالبان من

الجامعة عشوائيًا، فإن احتمال أن يكون لديهم سيارة خاصة هو: .....

$$P(A \text{ و } B) = P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$$

$$= \frac{13}{100} \times \frac{13}{100} = \frac{169}{10000} = 0.0169$$

**\*الحدثان المتنافيان:**

هما حدثان لا يمكن أن يقعان معا.

(أي لا توجد بينهما أي عناصر مشتركة)

**-الحدثان الغير متنافيان:**

هما حدثان يمكن أن يقعان معا.

(توجد بينهما عناصر مشتركة)

**\*إذا كان الحدثان متنافيان:**

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

**\*إذا كان الحدثان غير متنافيان:**

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

\*يمكن التعبير عن اتحاد حدثين بكلمة (أو ، على الأقل) ويرمز له بالرمز (U)

أما التعبير عن تقاطع حدثين بكلمة (و ، معا) ويرمز له بالرمز (∩)

**\*الحدث المتمم:**

أحتمال الحدث المتمم يعني أحتمال عدم وقوع الحدث

$$P(\bar{A}) + P(A) = 1 \quad , \quad P(\bar{A}) = 1 - P(A)$$

الإحتمال الأحداث المتنافية والغير متنافية 3-6

ضع دائرة حول رمز الإجابة الصحيحة في كل مما يأتي ، علمًا بأنه لا توجد سوى إجابة صحيحة واحدة لكل فقرة :

إذا كان  $S, T$  حدثان متنافيان، وكان  $P(S) = 0.5, P(T) = 0.4$ ، فإن قيمة  $P(S \cup T)$  هي:

0.9 (b) 0.2 (a)

2 (d) 0.7 (c)

إذا كان  $B, A$  حدثين متنافيين في فضاء العينة لتجربة عشوائية ، وكان  $P(A) = 0.5, P(B) = 0.4$ ، فإن  $P(A \cup B)$  يساوي:

0.7 (C) 0.2 (A)

0.8 (D) 0.9 (B)

إذا كان  $B, A$  حدثين متنافيين في فضاء العينة لتجربة عشوائية ، وكان  $P(A) = \frac{3}{7}, P(B) = \frac{2}{7}$ ، فإن  $P(A \cup B)$  يساوي:

$\frac{5}{7}$  (C)  $\frac{6}{49}$  (A)

$\frac{5}{14}$  (D)  $\frac{6}{7}$  (B)

	الأول	الثاني	الثالث
القراءة	25	21	38
جمع الطوابع	95	82	64

يبين الجدول المقابل عدد الطلاب في الصفوف الثلاثة من مدرسة

ثانوية يمارسون هوايتي القراءة وجمع الطوابع. إذا اختير طالب منهم

عشوائياً، فما احتمال أن يكون الطالب من الصف الأول أو الصف الثاني؟

$\frac{23}{42}$  (c)  $\frac{177}{241}$  (a)

$\frac{223}{325}$  (d)  $\frac{102}{325}$  (b)

إذا رُمي مكعب مرقم من 1 إلى 6 ، فإن احتمال ظهور عدد زوجي أو يقبل القسمة على 5

يساوي ..... حدوث الحدث A : ظهور عدد زوجي {2,4,6}  
 حدوث الحدث B : ظهور عدد يقبل القسمة على 5 {5}

$$P(A \text{ أو } B) = P(A \cup B) = P(A) + P(B) = \frac{3}{6} + \frac{1}{6} = \frac{2}{3}$$

عند إلقاء مكعبين متميزين ومرقمين من 1 إلى 6 مرة واحدة، ما احتمال أن يكون مجموع العددين الظاهرين 8 أو أن يكون العددين على الوجهين الظاهرين متساويين؟

الحدث A هو حدث أن مجموع العددين = 8 { (2,6) , (3,5) , (4,4) , (5,3) , (6,2) }

الحدث B هو حدث أن العددين متساويان = { (1,1) , (2,2) , (3,3) , (4,4) , (5,5) , (6,6) }

احتمال أن يكون مجموع العددين الظاهرين 8 أو أن يكون العددين على الوجهين الظاهرين متساويين

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) \quad (1)$$

$$= \frac{5}{36} + \frac{6}{36} - \frac{1}{36} = \frac{10}{36} = \frac{5}{18}$$

(1)            (1)            (1)            (1)

سحب حمد كرة عشوائياً من كيس به 20 كرة متماثلة مرقمة من 1 إلى 20، ما احتمال أن تحمل الكرة المسحوبة عدداً فردياً أو يقبل القسمة على 5 ؟ .....

حدوث الحدث A : ظهور عدد فردي {1,3,5,7,9,11,13,15,17,19}  
 حدوث الحدث B : ظهور عدد يقبل القسمة على 5 {5,10,15,20}

$$P(A \text{ أو } B) = P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$= \frac{10}{20} + \frac{4}{20} - \frac{2}{20} = \frac{12}{20} = \frac{3}{5}$$

الإحتمال الأحداث المتنافية والغير متنافية 3-6

في اليوم الوطني لمملكة البحرين تمنح احدى المدارس جائزة لصاحب أفضل لوحة فنية، إذا اختيرت الجائزة عشوائياً من بين 12 محفظة، 14 ساعة يد، 8 نظارات شمسية، 20 قلمًا أزرقًا، 5 أكواب، فما احتمال أن يُمنح الفائز محفظة أو ساعة يد أو كوب؟ (وضّح إجابتك)

لنفرض أن حدث A يمثل اختيار محفظة  
 B " " ساعة يد  
 C " " نظارة شمسية  
 D " " قلم أزرق  
 E " " كوب

$12 + 14 + 8 + 20 + 5 = 59$  (1)

رواؤن فضاء العينة هو الأحداث متنافية (1/2)

$\therefore P(A \cup B \cup E) = P(A) + P(B) + P(E) = \frac{12}{59} + \frac{14}{59} + \frac{5}{59} = \frac{31}{59} \approx 52.54\%$

عند رمي مكعب مرقم من 1 إلى 6 مرتين بشكل عشوائي، وملاحظة العدد الظاهر على الوجه العلوي، ما احتمال أن يكون حاصل ضرب العددين يساوي 6، أو أن يكون العددان متساويين؟

$P(A) = \frac{4}{36}$  (1)

بفرض أن A: حدث ظهور عدنان حاصل ضربهما يساوي 6.

بفرض أن B: حدث ظهور عدنان متساويان

$P(B) = \frac{6}{36}$  (1)

$P(A \cup B) = P(A) + P(B) = \frac{4}{36} + \frac{6}{36} = \frac{5}{18}$  (0.5)

إذا كان A ، B حدثين متنافيين في فضاء العينة لتجربة ما ، بحيث  $P(\bar{A}) = 0.4$  ،

$P(B) = 0.3$  ، فما قيمة  $P(A \cup B)$  ؟

$\therefore P(A) = 1 - P(\bar{A}) = 1 - 0.4 = 0.6$

(1) (0.5) (0.5)

A ، B حدثين متنافيان

$\therefore P(A \cup B) = P(A) + P(B) = 0.6 + 0.3 = 0.9$

الإحتمال الأحداث المتنافية والغير متنافية 3-6

سُحبت بطاقة من مجموعة بطاقات مرقمة من 1 إلى 10 ، إذا كان:

الحدث  $A$ : ظهور عدد أولي، والحدث  $B$ : ظهور عدد يقبل القسمة على 3.

(i) بين ما إذا كان الحدثين  $A, B$  متنافيين أو غير متنافيين.

(1) بما أن  $A = \{2, 3, 5, 7\}$ ,  $B = \{3, 6, 9\}$  بينهما عنصر مشترك وهو 3 إذا الحدثين غير متنافيين.

(ii) أوجد احتمال وقوع  $A$  أو وقوع  $B$ .

$$(1) P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$= \frac{4}{10} + \frac{3}{10} - \frac{1}{10} \quad (1)$$

$$(1) = \frac{3}{5} \quad \text{or} \quad 60\%$$

سلة بها بطاقات متماثلة مرقمة من 1 إلى 40 ، سحب منها المعلم بطاقة واحدة عشوائيًا. أجب عما يأتي:

(i) حدد ما إذا كان سحب المعلم عشوائيًا لبطاقة تحمل عدد يقبل القسمة على 5 أو يقبل القسمة

على 6 حدثان متنافيان أم غير متنافيين حدثان غير متنافيين (0.5)

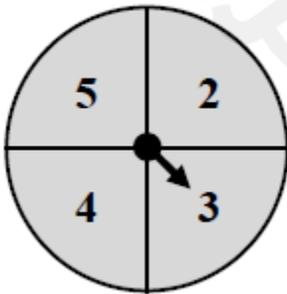
(ii) ما احتمال أن العدد على البطاقة المسحوبة يقبل القسمة على 5 أو يقبل القسمة على 6؟

بفرض أن  $A$ : حدث سحب بطاقة تحمل عدد يقبل القسمة على 5

$B$ : حدث سحب بطاقة تحمل عدد يقبل القسمة على 6

$$(1) P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$(1) = \frac{8}{40} + \frac{6}{40} - \frac{1}{40} = \frac{13}{40} \quad (0.5)$$



إذا أدير مؤشر القرص المُبين في الشكل المجاور مرة واحدة ،

فما احتمال حصول على عدد أقل من 4 أو عدد فردي ؟

بفرض أن الحدث  $A$  يُمثل حصول على عدد أقل من 4 ، وأن الحدث  $B$  يُمثل

حصول على عدد فردي. لذا ، فإن احتمال المطلوب يساوي

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = (1/2) + (1/2) - (1/4) = 3/4$$

$$(1) \quad (1) \quad (1) \quad (1) \quad (0.5)$$

الإحتمال الأحداث المتنافية والغير متنافية 3-6

قدمت إحدى المراكز الصحية نوعين من التطعيم (A) ، (B) ، للوقاية من أحد الفيروسات، ويظهر الجدول التالي

	الذكور (M)	الإناث (F)
التطعيم (A)	25	23
التطعيم (B)	37	35

إحصائية توضح عدد الحاصلين على التطعيم (A) ، (B) لكل من الذكور (M) والإناث (F)، إذا اختير أحد الحاصلين على التطعيم عشوائيًا فما احتمال أن يكون من الحاصلين على التطعيم (A) أو من الذكور (M).

$$P(A \text{ أو } M) = P(A \cup M) = P(A) + P(M) - P(A \cap M) \quad (1)$$

$$= \frac{48}{120} + \frac{62}{120} - \frac{25}{120} = \frac{85}{120} = \frac{17}{24}$$

(1)      (1)      (1)      (1)

العمر	كرة القدم	الكرة الطائرة	كرة السلة
14	25	25	42
15	31	37	30
16	37	41	32

يُبين الجدول المجاور جميع البرامج التي يقدمها نادٍ رياضي ، وعدد المشاركين من الأعمار 14 – 16 سنة. ما احتمال أن يلعب مشارك كرة السلة أو يكون عمره 14 ؟

بفرض ان A: حدث لعب مشارك كرة السلة  
بفرض ان B: حدث لعب مشارك ويكون عمره 14

$$P(A \text{ أو } B) = P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$= \frac{104}{300} + \frac{92}{300} - \frac{42}{300} = \frac{154}{300} = \frac{77}{150}$$

# رياض 261

## مراجعة (تحليل المقادير الجبرية)

\*\*حل كلا مما يأتي تحليلا كاملا :

$$* x^2 + 13x + 12 = (x + 12)(x + 1)$$

$$* x^2 - 15x + 36 = (x - 3)(x - 12)$$

$$* x^2 - 11x + 30 = (x - 5)(x - 6)$$

$$* x^2 + 9x + 18 = (x + 3)(x + 6)$$

\*\*حل كلا مما يأتي تحليلا كاملا :

$$* x^2 + x - 12 = (x + 4)(x - 3)$$

$$* x^2 - 13x - 30 = (x - 15)(x + 2)$$

$$* x^2 - 2x - 48 = (x - 8)(x + 6)$$

$$* x^2 + 3x - 28 = (x + 7)(x - 4)$$

\*\*حل كلا مما يأتي تحليلا كاملا :

$$* a^2 - 144 = (a + 12)(a - 12)$$

$$* 4x^2 - 25 = (2x + 5)(2x - 5)$$

$$* 9y^2 - 16 = (3y + 4)(3y - 4)$$

$$* t^2 - 100 = (t + 10)(t - 10)$$

\*\*حل كلا مما يأتي تحليلا كاملا :

$$x^3 - 8 = (x - 2)(x^2 + 2x + 4)$$

القوس الأصغر      القوس الأكبر

نفس الإشارة      دائما موجب

عكس الإشارة

ثالثا : تحليل فرق المكعبين :

$$x^3 - y^3 = (x - y)(x^2 + xy + y^2)$$

القوس الأصغر      القوس الأكبر

نفس الإشارة      دائما موجب

عكس الإشارة

\*\*حل كلا مما يأتي تحليلا كاملا :

$$x^3 + 27 = (x + 3)(x^2 - 3x + 9)$$

القوس الأصغر      القوس الأكبر

نفس الإشارة      دائما موجب

عكس الإشارة

رابعا : تحليل مجموع المكعبين :

$$x^3 + y^3 = (x + y)(x^2 - xy + y^2)$$

القوس الأصغر      القوس الأكبر

نفس الإشارة      دائما موجب

عكس الإشارة

\*\*حل كلا مما يأتي تحليلا كاملا :

$$* 2b^2 + 8b + 6 = 2(b^2 + 4b + 3) = 2(b+3)(b+1)$$

$$* x^3 - 7x^2 - 8x = x(x^2 - 7x - 8) = x(x-8)(x+1)$$

$$* d^3 + 2d^2 - 15d = d(d^2 + 2d - 15) \\ = d(d+5)(d-3)$$

$$* n^5 - 216n^2 = n^2(n^3 - 216) = n^2(n-6)(n^2 + 6n + 36)$$

\*\*حل كلا مما يأتي تحليلا كاملا :

$$* f^4 - 16f^2 = f^2(f^2 - 16) = f^2(f-4)(f+4)$$

$$* a^4 + 8a = a(a^3 + 8) = a(a+2)(a^2 - 2a + 4)$$

$$* x^4 - 9x^2 + 14 = (x^2 - 7)(x^2 - 2)$$

$$* m^6 + 4m^3 + 4 = (m^3 + 2)(m^3 + 2) = (m^3 + 2)^2$$

**\*\*حل كلا مما يأتي تحليلا كاملا :**

$$* d^2 - 49 = (d-7)(d+7)$$

$$* t^3 + 1000 = (t+10)(t^2 - 10t + 100)$$

$$* x^2 - 4x - 32 = (x-8)(x+4)$$

$$* y^3 - 125 = (y-5)(y^2 + 5y + 25)$$

**\*\*حل كلا مما يأتي تحليلا كاملا :**

$$* b^2 - 8b + 15 = (b-3)(b-5)$$

$$* x^3 - 343 = (x-7)(x^2 + 7x + 49)$$

$$* x^2 + 2x - 63 = (x+9)(x-7)$$

$$* c^3 + 512 = (c+8)(c^2 - 8c + 64)$$

قاعدة قسمة التعبيرات النسبية:

$$\frac{a}{b} \div \frac{x}{y} = \frac{a}{b} \times \frac{y}{x}$$

$$= \frac{a \times y}{b \times x}$$

قاعدة ضرب التعبيرات النسبية:

$$\frac{a}{b} \times \frac{c}{f} = \frac{a \times c}{b \times f}$$

## ضرب التعبيرات النسبية وقسمتها 4-1

ضع دائرة حول رمز الإجابة الصحيحة في كل مما يأتي ، علمًا بأنه لا توجد سوى إجابة صحيحة واحدة لكل فقرة :

تبسيط التعبير  $\frac{\frac{x+1}{2}}{\frac{x+1}{4}}$  هو:

8 (C)

$\frac{1}{8}$  (D)

2 (A)

$\frac{1}{2}$  (B)

أبسط صورة للتعبير  $\frac{\frac{x^2 - y^2}{3}}{\frac{x - y}{3}}$  هي:

$\frac{x + y}{9}$  (c)

$\frac{x - y}{x + y}$  (d)

$x + y$  (a)

$x - y$  (b)

ضرب التعبيرات النسبية وقسمتها 1-4

بسط التعبير:  $\frac{x^2 + 3x - 18}{x + 6} \div \frac{x^2 - 9}{x + 3}$

$$\frac{x^2 + 3x - 18}{x + 6} \div \frac{x^2 - 9}{x + 3} = \frac{x^2 + 3x - 18}{x + 6} \cdot \frac{x + 3}{x^2 - 9} \quad (1)$$

$$= \frac{(x-3)(x+6)}{(x+6)} \cdot \frac{(x+3)}{(x+3)(x-3)} \quad (2)$$

$$= 1 \quad (1)$$

بسط التعبير:  $\frac{x^2 + x - 6}{x + 3} \div \frac{x^2 - 4}{x + 2}$

$$\frac{x^2 + x - 6}{x + 3} \div \frac{x^2 - 4}{x + 2} = \frac{x^2 + x - 6}{x + 3} \cdot \frac{x + 2}{x^2 - 4} \quad (1)$$

$$= \frac{(x+3)(x-2)}{(x+3)} \cdot \frac{(x+2)}{(x+2)(x-2)} \quad (2)$$

$$= 1 \quad (1)$$

أبسط صورة للتعبير هي:  $\frac{2a}{3(x-y)} \div \frac{4a^2}{x^2 - y^2}$

$$\frac{2a}{3(x-y)} \div \frac{4a^2}{x^2 - y^2} = \frac{2a}{3(x-y)} \times \frac{x^2 - y^2}{4a^2}$$

$$= \frac{\cancel{2a}}{3(\cancel{x-y})} \times \frac{(\cancel{x-y})(x+y)}{(\cancel{2a})(2a)} = \frac{x+y}{3(2a)} = \frac{x+y}{6a}$$

ضرب التعبيرات النسبية وقسمتها 4-1

أبسط صورة للتعبير هي :  $\frac{x^2 + 8x + 16}{2x^2 - 7x - 15} \times \frac{x^2 - 4x - 5}{x^2 + 5x + 4}$

$$\frac{(x + 4)(x + 4)}{(x - 5)(2x + 3)} \times \frac{(x - 5)(x + 1)}{(x + 4)(x + 1)}$$

$$\frac{\cancel{(x + 4)}(x + 4)}{\cancel{(x - 5)}(2x + 3)} \times \frac{\cancel{(x - 5)}\cancel{(x + 1)}}{\cancel{(x + 4)}\cancel{(x + 1)}} = \frac{x + 4}{2x + 3}$$

أبسط صورة للتعبير هي :  $\frac{x^2 - 4x}{x^2 - 4} \div \frac{x^2 - 3x - 4}{x^2 + 3x + 2}$

$$\frac{x^2 - 4x}{x^2 - 4} \times \frac{x^2 + 3x + 2}{x^2 - 3x - 4} = \frac{x\cancel{(x - 4)}}{\cancel{(x + 2)}(x - 2)} \times \frac{\cancel{(x + 1)}\cancel{(x + 2)}}{\cancel{(x + 1)}\cancel{(x - 4)}} = \frac{x}{x - 2}$$

أبسط صورة للتعبير هي :  $\frac{x^2 - 16}{x^2 - x} \div \frac{x^2 + 2x - 8}{x^2 - 3x + 2}$

$$\textcircled{0.5} = \frac{x^2 - 16}{x^2 - x} \cdot \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 + 2x - 8}$$

$$\textcircled{0.5} = \frac{(x - 4)\cancel{(x + 4)}}{x\cancel{(x - 1)}} \cdot \frac{\cancel{(x - 1)}\cancel{(x - 2)}}{\cancel{(x + 4)}\cancel{(x - 2)}} = \frac{x - 4}{x} \textcircled{1}$$

$$\textcircled{2} = \frac{(x - 4)(x + 4)}{x(x - 1)} \cdot \frac{(x - 1)(x - 2)}{(x + 4)(x - 2)}$$

ضرب التعبيرات النسبية وقسمتها 1-4

أبسط صورة للتعبير  $\frac{x^2 - 9}{x^2 + 5x + 6} \div \frac{2x - 6}{5x + 10}$  هي :

$$\textcircled{1} \frac{x^2 - 9}{x^2 + 5x + 6} \cdot \frac{5x + 10}{2x - 6}$$

$$\textcircled{1} \frac{(x-3)(x+3)}{(x+2)(x+3)} \cdot \frac{5(x+2)}{2(x-3)}$$

$$\textcircled{1} \frac{\overset{1}{\cancel{(x-3)}} \overset{1}{\cancel{(x+3)}}}{\underset{1}{\cancel{(x+2)}} \underset{1}{\cancel{(x+3)}}} \cdot \frac{\overset{1}{5} \overset{1}{\cancel{(x+2)}}}{\underset{1}{2} \overset{1}{\cancel{(x-3)}}} = \frac{5}{2}$$

أبسط صورة للتعبير  $\frac{x^2 - 2x - 48}{x^2 - 36} \div \frac{6x - 48}{x + 6}$  هي :

$$= \frac{x^2 - 2x - 48}{x^2 - 36} \times \frac{x + 6}{6x - 48} = \frac{(x-8)(x+6)}{(x-6)(x+6)} \times \frac{x+6}{6(x-8)}$$

$$= \frac{x+6}{6(x-6)}$$

أبسط صورة للتعبير  $\frac{x^2 + 8x}{x + 3} \div \frac{x^2 - 64}{x^2 - 5x - 24}$  هي :

$$= \frac{x^2 + 8x}{x + 3} \times \frac{x^2 - 5x - 24}{x^2 - 64} = \frac{x(x+8)}{x+3} \times \frac{(x-8)(x+3)}{(x-8)(x+8)}$$

$$= x$$

جمع التعبيرات النسبية وطرحها 4-2

أبسط صورة للتعبير  $\frac{3a}{10b} + \frac{9ab}{5a}$  هي :

$$\textcircled{2} = \frac{3a}{10b} \cdot \frac{a}{a} + \frac{9ab}{5a} \cdot \frac{2b}{2b}$$

$$\textcircled{1} = \frac{3a^2}{10ab} + \frac{18ab^2}{10ab}$$

$$\textcircled{1} = \frac{3a + 18b^2}{10b}$$

أبسط صورة للتعبير  $\frac{4a + 8b}{a^3 + 8b^3}$  هي :

$$\frac{4(a + 2b)}{(a + 2b)(a^2 - 2ab + 4b^2)}$$

$$= \frac{4}{a^2 - 2ab + 4b^2}$$

أبسط صورة للتعبير  $\frac{4}{3x + 6} - \frac{x + 3}{2x^2 - x - 10}$  هي :

$$\textcircled{1.5} = \frac{4}{3(x + 2)} - \frac{(x + 3)}{(x + 2)(2x - 5)}$$

$$\textcircled{1} = \frac{8x - 20 - 3x - 9}{3(x + 2)(2x - 5)}$$

$$\textcircled{1.5} = \frac{4(2x - 5)}{3(x + 2)(2x - 5)} - \frac{3(x + 3)}{3(x + 2)(2x - 5)}$$

$$\textcircled{1} = \frac{5x - 29}{3(x + 2)(2x - 5)}$$

جمع التعبيرات النسبية وطرحها 2-4

أبسط صورة للتعبير  $\frac{5}{2x-12} - \frac{20}{x^2-4x-12}$  هي :

$$\textcircled{1} = \frac{5}{2(x-6)} - \frac{20}{(x-6)(x+2)}$$

$$\textcircled{1} = \frac{5(x+2)}{2(x-6)(x+2)} - \frac{(2)20}{2(x-6)(x+2)}$$

$$\textcircled{1} = \frac{5(x+2)-2(20)}{2(x-6)(x+2)}$$

$$\textcircled{0.5} = \frac{5x+10-40}{2(x-6)(x+2)}$$

$$\textcircled{0.5} = \frac{5x-30}{2(x-6)(x+2)} = \frac{\textcircled{0.5} \cancel{5(x-6)}^1}{2 \cancel{(x-6)}^1(x+2)}$$

$$\textcircled{0.5} = \frac{5}{2(x+2)}$$

أبسط صورة للتعبير  $\frac{8}{y-3} + \frac{2y-5}{y^2-12y+27}$  هي :

$$\therefore \frac{8}{y-3} + \frac{2y-5}{y^2-12y+27} = \frac{8}{(y-3)} + \frac{2y-5}{(y-3)(y-9)} \textcircled{1}$$

$$= \frac{8(y-9) + (2y-5)}{(y-3)(y-9)} = \frac{8y-72+2y-5}{(y-3)(y-9)} \textcircled{1}$$

$$= \frac{10y-77}{(y-3)(y-9)} \textcircled{1}$$

أبسط صورة للتعبير  $\frac{8}{x-8} - \frac{4x}{x^2-12x+32}$  هي :

$$= \frac{8}{x-8} - \frac{4x}{(x-8)(x-4)} = \frac{8(x-4)-4x}{(x-8)(x-4)} = \frac{8x-32-4x}{(x-8)(x-4)} \textcircled{0.5}$$

$$= \frac{4x-32}{(x-8)(x-4)} = \frac{4(x-8)}{(x-8)(x-4)} = \frac{4}{x-4} \textcircled{0.5}$$

جمع التعبيرات النسبية وطرحها 2-4

أبسط صورة للتعبير  $\frac{4}{3x+6} - \frac{x+1}{x^2-4}$  هي :

$$\frac{4}{3(x+2)} - \frac{x+1}{(x+2)(x-2)} = \frac{x-2}{x-2} \cdot \frac{4}{3(x+2)} - \frac{x+1}{(x+2)(x-2)} \cdot \frac{3}{3}$$

$$= \frac{4(x-2) - 3(x+1)}{3(x+2)(x-2)} = \frac{4x-8-3x-3}{3(x+2)(x-2)} = \frac{x-11}{3(x+2)(x-2)}$$

أبسط صورة للتعبير  $\frac{-21}{x^2+13x+40} - \frac{7}{x+8}$  هي :

$$= \frac{-21}{(x+5)(x+8)} - \frac{7}{x+8} \stackrel{(1)}{=} \frac{-21-7(x+5)}{(x+5)(x+8)} \stackrel{(0.5)}{=} \frac{-21-7x-35}{(x+5)(x+8)}$$

$$\stackrel{(1)}{=} \frac{-7x-56}{(x+5)(x+8)} \stackrel{(0.5)}{=} \frac{-7(x+8)}{(x+5)(x+8)} \stackrel{(0.5)}{=} \frac{-7}{x+5}$$

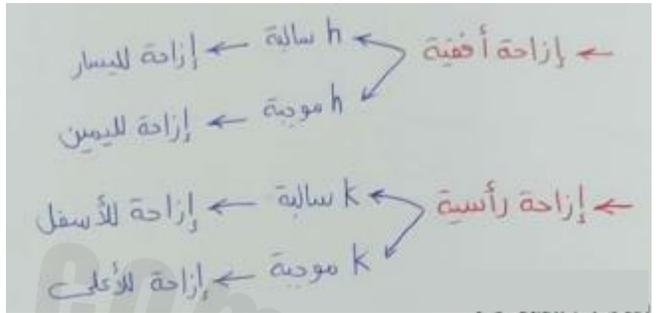
أبسط صورة للتعبير  $\frac{-20}{x^2+13x+36} - \frac{4}{x+9}$  هي :

$$= \frac{-20}{(x+4)(x+9)} - \frac{4}{x+9} \stackrel{(1)}{=} \frac{-20-4(x+4)}{(x+4)(x+9)} \stackrel{(0.5)}{=} \frac{-20-4x-16}{(x+4)(x+9)}$$

$$\stackrel{(1)}{=} \frac{-4x-36}{(x+4)(x+9)} \stackrel{(0.5)}{=} \frac{-4(x+9)}{(x+4)(x+9)} \stackrel{(0.5)}{=} \frac{-4}{x+4}$$

\* ما هي دالة المقلوب؟  $F(x) = \frac{a}{x-h} + k$

\* أوجد التحويلات الهندسية لدالة المقلوب؟



\* أوجد خطوط التقارب الأفقية؟

← خط تقارب أفقي  $y = k$

\* أوجد خطوط التقارب الرأسية؟

← خط تقارب رأسي  $x = h$

\* حدد متى تكون الدالة غير معرفة؟

← نضع المقام الأصلي (قبل التبسيط) = صفر  
 نوجد قيم  $x$  ، نكتب الدالة (تكون الدالة غير معرفة...)

\* عيني مجال الدالة ومدى الدالة؟

← المجال =  $R / \{h\}$  أو  $\{x | x \neq h, x \in R\}$   
 ← المدى =  $R / \{k\}$  أو  $\{y | y \neq k, y \in R\}$

## تمثيل دوال المقلوب بيانياً 3-4

ضع دائرة حول رمز الإجابة الصحيحة في كل مما يأتي ، علمًا بأنه لا توجد سوى إجابة صحيحة واحدة لكل فقرة :

\*\* إذا كانت  $f(x) = \frac{-5}{x+2} - 3$  ، فأجب عن كل مما يأتي:

ما مجال الدالة  $f$  ؟

$\{x \mid x \neq 3, x \in R\}$  (B)

$\{x \mid x \neq -3, x \in R\}$  (A)

$\{x \mid x \neq 2, x \in R\}$  (D)

$\{x \mid x \neq -2, x \in R\}$  (C)

ما مدى الدالة  $f$  ؟

$\{y \mid y \neq -2, y \in R\}$  (B)

$\{y \mid y \neq -3, y \in R\}$  (A)

$\{y \mid y \neq 2, y \in R\}$  (D)

$\{y \mid y \neq 3, y \in R\}$  (C)

ما معادلتى الخطوط التقاربية للدالة  $f$  ؟

$x = 2,$   
 $y = -3$

(D)

$x = -2,$   
 $y = 3$

(C)

$x = 2,$   
 $y = 3$

(B)

$x = -2,$   
 $y = -3$

(A)

ما مدى  $k(x) = \frac{3}{x+6} + 3$  ؟

$\{y \mid y \neq 3\}$  (C)

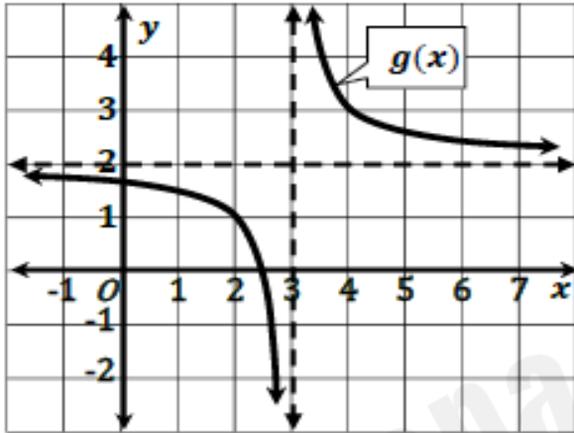
$\{y \mid y \neq -6\}$  A

$\{y \mid y \neq 6\}$  D

$\{y \mid y \neq -3\}$  B

تمثيل دوال المقلوب بيانياً 3-4

ضع دائرة حول رمز الإجابة الصحيحة في كل مما يأتي ، علماً بأنه لا توجد سوى إجابة صحيحة واحدة لكل فقرة :



أي مما يأتي يمثل قاعدة الدالة الممثلة في التمثيل البياني المجاور ؟

$g(x) = \frac{1}{x-2} + 3$  (A)

$g(x) = \frac{1}{x+2} - 3$  (B)

$g(x) = \frac{1}{x+3} - 2$  (C)

$g(x) = \frac{1}{x-3} + 2$  (D)

أي مما يأتي يمثل معادلة خط التقارب الأفقي للدالة  $f(x) = \frac{1}{x-4}$  ؟

$y = 0$  (A) لا يوجد خط تقارب أفقي للدالة

$y = 1$  (B)  $x = 4$

$y = 0$  (C)

$y = 1$  (D)

مجال الدالة  $f(x) = \frac{9}{x+5} + 9$  هو:

$\{x|x \neq 9\}$  (a)  $\{x|x \neq 0\}$

$\{x|x \neq 5\}$  (b)  $\{x|x \neq -5\}$  (c)

مجال الدالة  $f(x) = \frac{-2}{x+7}$  هو:

$\{x|x \neq -2\}$  (a)  $\{x|x \neq 7\}$

$\{x|x \neq 0\}$  (b)  $\{x|x \neq -7\}$  (c)

تمثيل دوال المقلوب بيانياً 3-4

ضع دائرة حول رمز الإجابة الصحيحة في كل مما يأتي ، علمًا بأنه لا توجد سوى إجابة صحيحة واحدة لكل فقرة :

التمثيل البياني للدالة  $g(x) = \frac{3}{x-5} + 7$  هو تحويل هندسي للتمثيل البياني للدالة الأم  $f(x) = \frac{1}{x}$  يتضمن إزاحة أفقية

A 5 وحدات إلى اليسار (B) 5 وحدات إلى اليمين

C 7 وحدات إلى اليسار D 7 وحدات إلى اليمين

ما مجال الدالة الآتية ومدaha  $k(x) = \frac{3}{x+4} + 2$  ؟

A  $\{y | y \neq -2\}$  ،  $\{x | x \neq 4\}$  (C)  $\{y | y \neq 2\}$  ،  $\{x | x \neq -4\}$

B  $\{y | y \neq 4\}$  ،  $\{x | x \neq 2\}$  D  $\{y | y \neq -4\}$  ،  $\{x | x \neq -2\}$

إذا كانت  $g(x) = \frac{1}{x-2} + 5$  ، فأكمل كلاً مما يأتي:

(a) مجال الدالة  $g(x)$  : .....  $\{x | x \neq 2\}$  (1)

(b) مدى الدالة  $g(x)$  : .....  $\{y | y \neq 5\}$  (1)

(c) التمثيل البياني للدالة  $g(x)$  يمثل إزاحة أفقية للتمثيل البياني للدالة الأم  $f(x) = \frac{1}{x}$  بمقدار ..... وحدتان (1)

إلى ..... اليمين ، وإزاحة رأسية بمقدار ..... خمس وحدات إلى ..... الأعلى (1) (1) (1)

إذا كانت  $g(x) = \frac{1}{x+5} - 4$  ، فأكمل كلاً مما يأتي:

(a) مجال الدالة  $g(x)$  : .....  $\{x | x \neq -5\}$  (1)

(b) مدى الدالة  $g(x)$  : .....  $\{y | y \neq -4\}$  (1)

(c) التمثيل البياني للدالة  $g(x)$  يمثل إزاحة أفقية للتمثيل البياني للدالة الأم  $f(x) = \frac{1}{x}$  بمقدار ..... خمس وحدات (1)

إلى ..... اليسار ، وإزاحة رأسية بمقدار ..... أربع وحدات إلى ..... الأسفل (1) (1) (1)

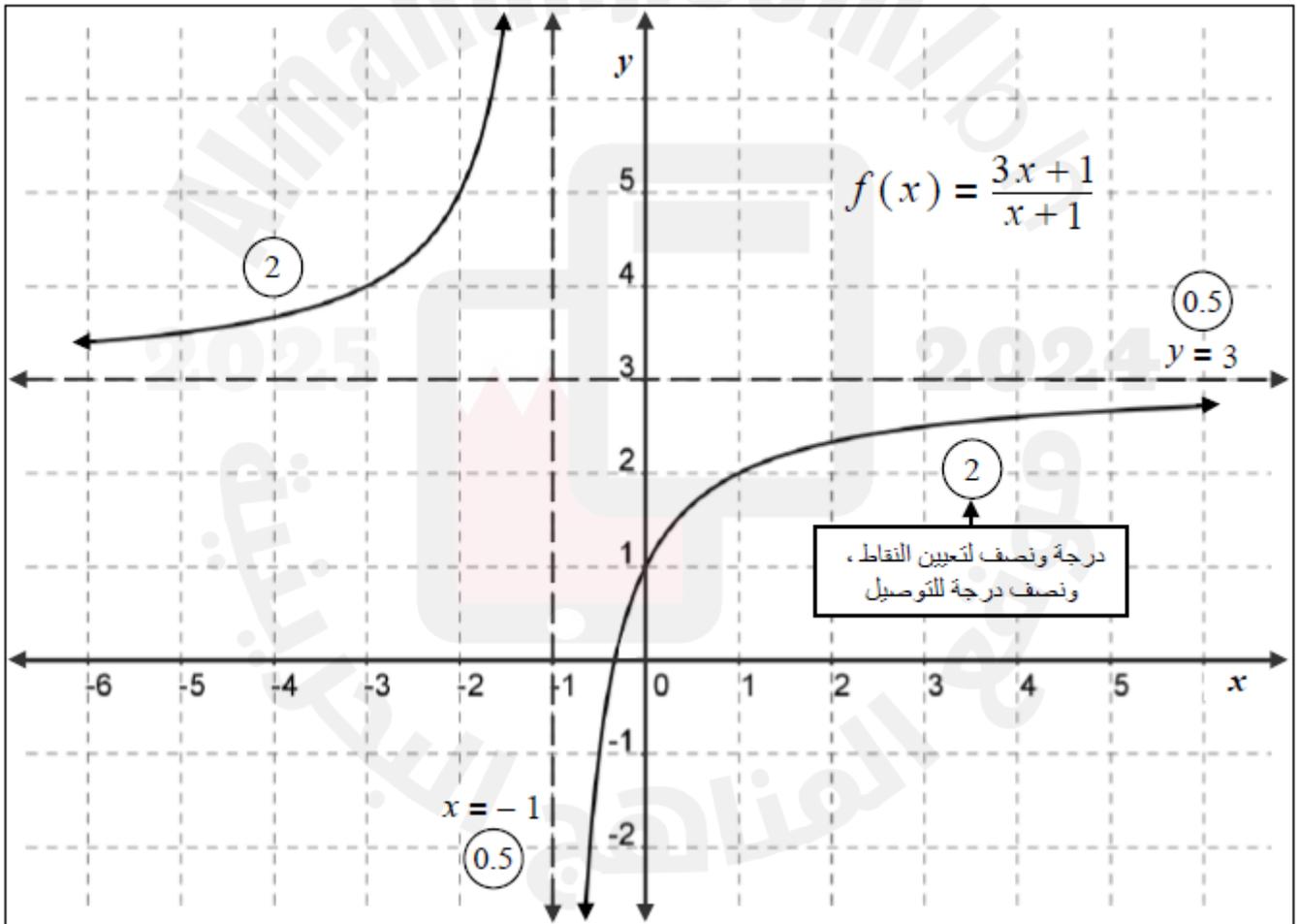
تمثيل دوال المقلوب بيانياً 3-4

ثانياً : إذا كانت  $f(x) = \frac{3x+1}{x+1}$  ، فأجب عما يأتي :

(1) أكمل الجدول أدناه .

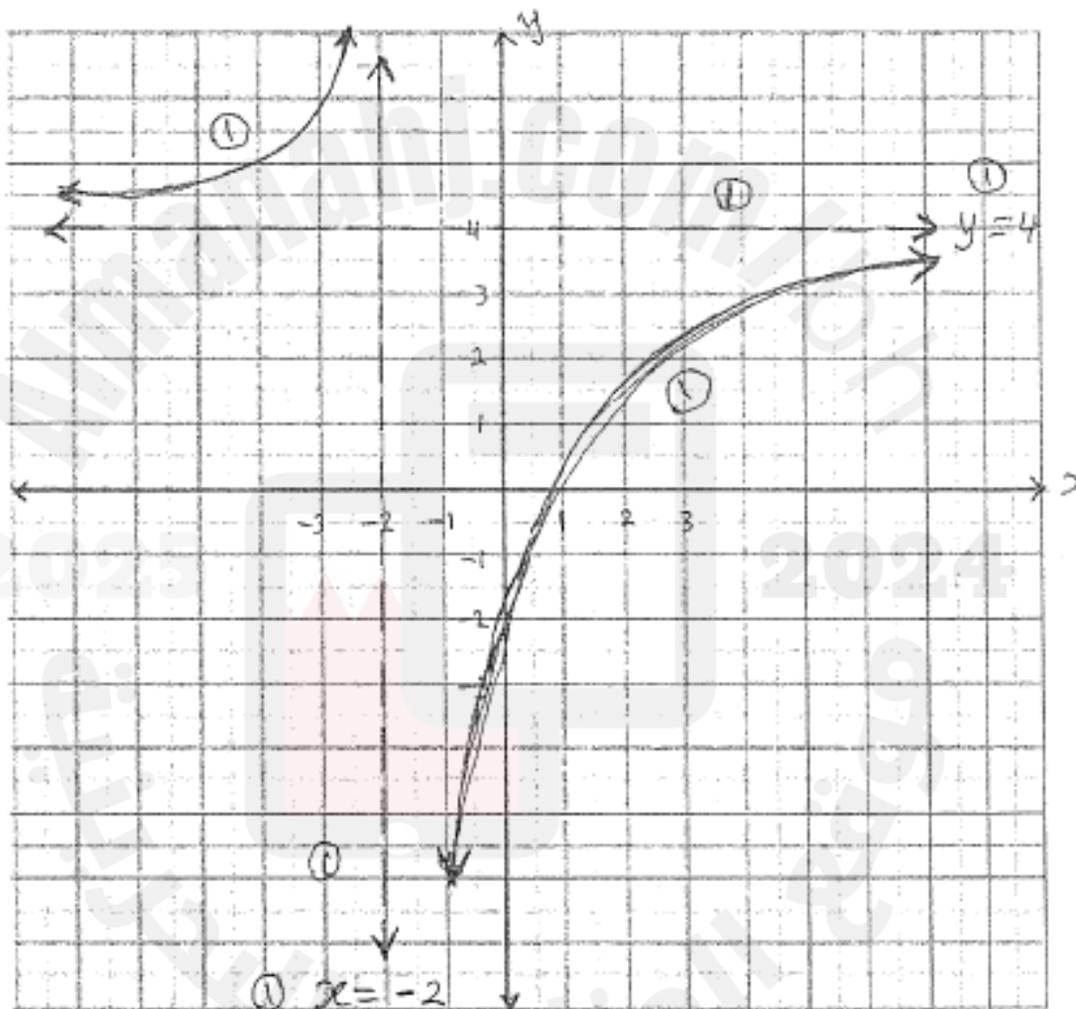
$x$	-4	-3	-2	-1	$-\frac{1}{2}$	0	1
$f(x)$	$\approx 3.7$	4	5	غير معرفة	-1	1	2

(2) مثل الدالة  $f$  في مجالها ، مبيّناً على التمثيل البياني خطوط التقارب الأفقية والرأسية (إن وجدت) .



تمثيل دوال المقلوب بيانياً 3-4

(2) مثل في المستوى أدناه  $f(x) = \frac{-3}{x+2} + 4$  بصورة تقريبية (دون عمل جدول للتمثيل) ، وحدد على المستوى خطوط التقارب الأفقية والرأسية (إن وجدت) ، واكتب معادلة كلي منها بجوار خط التقارب.



تمثيل دوال المقلوب بيانياً 3-4

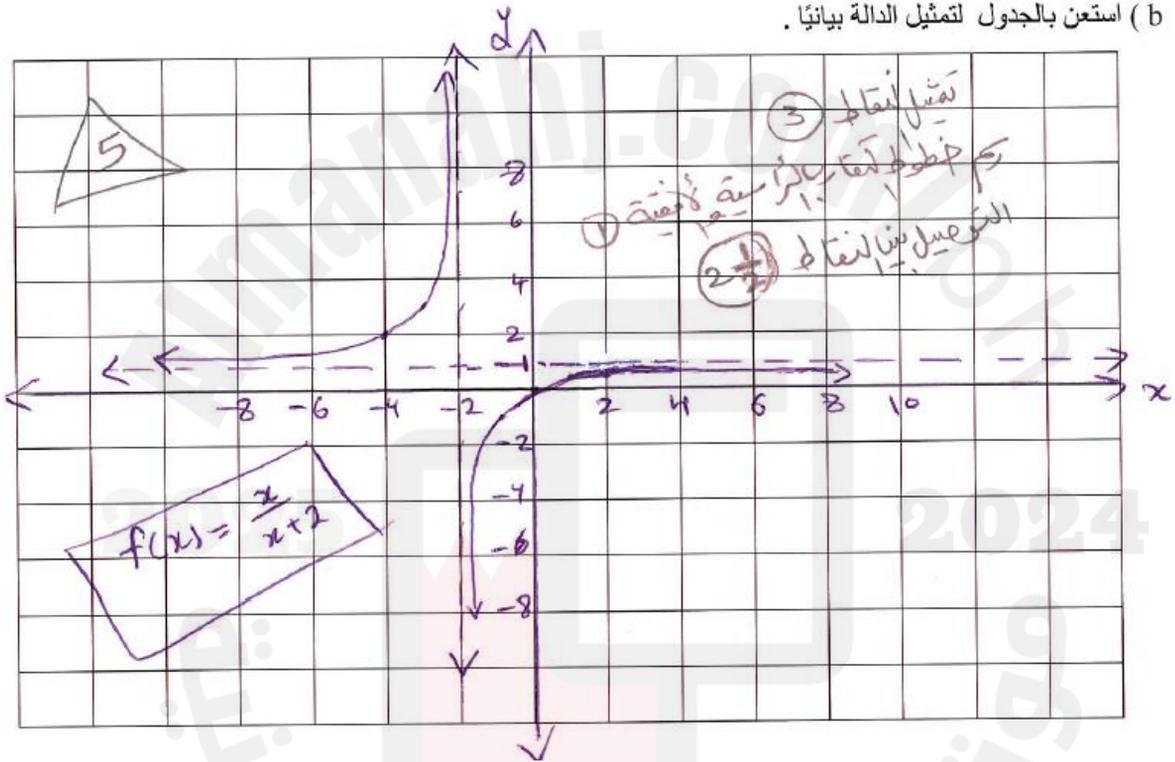
x	-4	-3	-2	-1	0	1	2
f(x)	2	3	غير معرفة	-1	0	1/3	1/2

إذا كانت  $f(x) = \frac{x}{x+2}$

فأجب عما يأتي:

(a) أكمل الجدول المجاور.

(b) استعن بالجدول لتمثيل الدالة بيانياً.



(c) ما هو صفر الدالة؟

$x = 0$

(d) حدد خطوط التقارب الأفقية والرأسية (إن وجدت)

(1)  $x = -2$

$\Leftrightarrow x + 2 = 0$

(1)  $y = 1$

خط تقارب رأسي عندما  
خط تقارب أفقي عندما

**\* أوجدني نقاط الأنفصال؟**

← المفروض نحلل البسط والمقام ← ونختصر العناصر  
 ← نضع المختصر يساوي صفر ← نوجد قيم  $x$   
 مع ملاحظة إذا لم توجد عناصر مختصة ... ← نجد نقاط الانفصال  
 المتساوية

**\* أوجدني أصفار الدالة؟**

← نضع البسط (بعد الاختصار) = صفر ← نوجد قيم  $x$   
 مع ملاحظة إذا البسط = عدد بدون  $x$  ← لا توجد أصفار للدالة

**\* أوجدني خطوط التقارب الأفقية؟**

← إذا كانت درجة البسط = درجة المقام  
 معامل أكبر أس في البسط  
 $y = \frac{\text{معامل أكبر أس في المقام}}$

← إذا كانت درجة البسط أقل من درجة المقام ←  $y=0$

← إذا كانت درجة البسط أكبر من درجة المقام ← لا يوجد خط  
 تقارب أفقي

**\* أوجدني خطوط التقارب الرأسية؟**

← نضع المقام (بعد الاختصار) = صفر ← نوجد قيم  $x$

مع ملاحظة إذا المقام = عدد بدون  $x$  ← لا يوجد خط تقارب رأسي

**\* حددي متى تكون الدالة غير معرفة؟**

← نضع المقام (قبل الاختصار) = صفر ← نوجد قيم  $x$   
 مع ملاحظة كتابة العبارة (تكون الدالة غير معرفة عندما ...)

**\* عيني مجال الدالة؟**

المجال =  $\{ \text{أصفار المقام} \} / R$

$\{ x \in R, x \neq \text{أصفار المقام} \}$

تمثيل الدوال النسبية بيانياً 4-4

ضع دائرة حول رمز الإجابة الصحيحة في كل مما يأتي ، علمًا بأنه لا توجد سوى إجابة صحيحة واحدة لكل فقرة :

أي الدوال النسبية الآتية ليس لها خطوط تقارب أفقية وليس لها خطوط تقارب رأسية ؟

$p(x) = \frac{x^2 + 3x + 2}{x + 1}$  (D)   
  $h(x) = \frac{-3}{x + 1}$  (C)   
  $g(x) = \frac{x^2}{2x - 1}$  (B)   
  $f(x) = \frac{2x + 1}{x - 2}$  (A)

ما قيمة  $x$  التي يكون عندها نقطة انفصال للدالة  $f(x) = \frac{2x^2 + 6x}{x + 3}$  ؟

- 6 A  
 -3 B  
 -2 C  
 3 D

ما مجال  $h(x) = \frac{4x}{x - 8}$  ؟

- A مجموعة الأعداد الحقيقية ما عدا -8  
 B مجموعة الأعداد الحقيقية ما عدا 2  
 C مجموعة الأعداد الحقيقية ما عدا 4  
 D مجموعة الأعداد الحقيقية ما عدا 8

ما قيمة  $x$  التي يكون عندها نقطة انفصال للدالة  $f(x) = \frac{2x^2 + 8x}{x + 4}$  ؟

- 8 A  
 -4 B  
 -2 C  
 4 D

ما مجال  $h(x) = \frac{2x}{x - 4}$  ؟

- A مجموعة الأعداد الحقيقية ما عدا -4  
 B مجموعة الأعداد الحقيقية ما عدا -2  
 C مجموعة الأعداد الحقيقية ما عدا 2  
 D مجموعة الأعداد الحقيقية ما عدا 4

ضع دائرة حول رمز الإجابة الصحيحة في كل مما يأتي ، علمًا بأنه لا توجد سوى إجابة صحيحة واحدة لكل فقرة :

قيم  $x$  التي تجعل التعبير  $\frac{x-8}{x(x-3)}$  غير معرف هي:

- (A) 3  
(B) 0, 3  
(C) 8  
(D) 0, -3, 8

أي مما يأتي يمثل معادلة خط التقارب الأفقي للدالة  $f(x) = \frac{x+2}{x-4}$  ؟

- (A)  $x = -2$   
(B)  $x = -4$   
(C)  $y = 0$   
(D)  $y = 1$

قيم  $x$  التي تكون الدالة  $f(x) = \frac{4x}{x^2+5x-24} - 3$  عندها غير معرفة هي:

- (a) -8, 3  
(b) 8, -3  
(c) 8, 4  
(d) -8, -3

للدالة  $f(x) = \frac{x+2}{x^2+5x+6}$  نقطة انفصال عند:

- (a)  $x = -2$   
(b)  $x = 2$   
(c)  $x = 5$   
(d)  $x = 6$

تمثيل الدوال النسبية بيانياً 4-4

ضع دائرة حول رمز الإجابة الصحيحة في كل مما يأتي ، علمًا بأنه لا توجد سوى إجابة صحيحة واحدة لكل فقرة :

قيم  $x$  التي تجعل التعبير  $\frac{x^2-1}{x^2-9}$  غير مُعرّف هي:

3 , -3 (c) 1 (a)

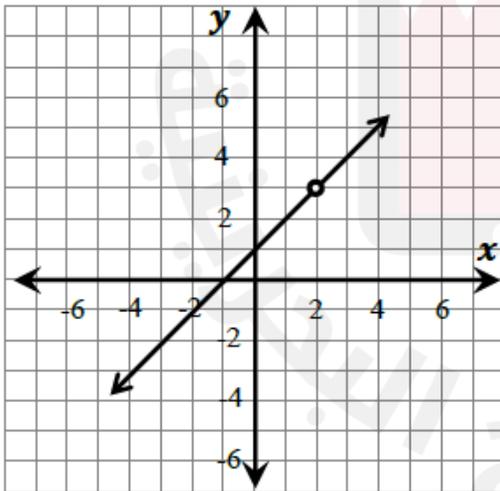
1 , -1 (d) 9 (b)

قيم  $x$  التي تجعل التعبير  $\frac{x^2-2x+1}{x(x^2-16)}$  غير مُعرّف هي:

4 , -4 (c) 1 (a)

0 , 16 (d) 0 , 4 , -4 (b)

الدالة  $f(x)$  التي لها التمثيل البياني في الشكل المقابل هي:



$f(x) = \frac{(x+1)(x-2)}{(x-2)}$  (c)

$f(x) = \frac{(x+1)(x+2)}{(x+2)}$  (a)

$f(x) = x + 1$  (d)

$f(x) = x - 1$  (b)

\* مثلي بيانيا الدوال النسبية التالية وأوجدي المجال ونقاط الانفصال وخطوط التقارب (إن وجدت):

$f(x) = \frac{-4}{x-2}$  لا يوجد تبسيط

نقاط الانفصال: العناصر المختصرة = صفر  
 لا توجد نقاط انفصال

خط تقارب رأسي ←  
 المقام (بعد) = صفر  
 $x-2=0 \rightarrow \boxed{x=2}$

خط تقارب أفقي ←  
 درجة البسط أقل من درجة المقام  
 $y=0$

المجال =  $\{x \mid x \neq 2, x \in \mathbb{R}\}$

\* أصفار المقام: المقام (قبل) = صفر  
 $x-2=0 \rightarrow \boxed{x=2}$

$f(x) = \frac{x-3}{x-2}$  لا يوجد تبسيط

نقاط الانفصال: العناصر المختصرة = صفر  
 لا توجد نقاط انفصال

خط تقارب رأسي ←  
 المقام (بعد) = صفر  
 $x-2=0 \rightarrow \boxed{x=2}$

خط تقارب أفقي ←  
 درجة البسط = درجة المقام  
 $y = \frac{1}{1} = 1$

المجال =  $\{x \mid x \neq 2, x \in \mathbb{R}\}$

\* أصفار المقام: المقام (قبل) = صفر  
 $x-2=0 \rightarrow \boxed{x=2}$

$f(x) = \frac{x^2 - 7x + 12}{x-3}$  يوجد تبسيط

$F(x) = \frac{(x-3)(x-4)}{(x-3)} = \frac{x-4}{1} = x-4$

نقاط الانفصال: العناصر المختصرة = صفر  
 $x-3=0 \rightarrow \boxed{x=3}$

خط التقارب الأفقي ←  
 درجة البسط أكبر من درجة المقام  
 لا يوجد

خط التقارب الرأسي ←  
 المقام (بعد) = صفر  
 $1=0$   
 لا يوجد

المجال =  $\{x \mid x \neq 3, x \in \mathbb{R}\}$

\* أصفار المقام ← المقام (قبل) = صفر  
 $x-3=0 \rightarrow \boxed{x=3}$

نقطة  
 الانفصال  
 لازم غير مظلة

تمثيل الدوال النسبية بيانياً 4-4

تدريب (1)

x	-1	0	1	x=2	3	4	5
y	1.3	2	4	y=0	-4	-2	-1.3

خط التقارب الأفقي y

خط التقارب الرأسي x

تدريب (2)

x	-1	0	1	x=2	3	4	5
y	1.3	1.5	2	y=1	0	0.5	0.7

خط التقارب الأفقي y

نعوض في الدالة عادي

في التدريب الأول والثاني الكسر موجود لم يختفي لازم جدول كبير نضع فيه خطوط التقارب في الوسط

ثم نختار 3 قيم أكبر ، 3 قيم أصغر

نقطة إلا تفصال لازم تكون غير مظلة في الرسم

دليلين نقدر نختار أي نقطتين

تدريب (3)

x	3	2	1
y	-1	-2	-3

نعوض في الدالة

المختصرة  $F(x) = x - 4$

يلاحظ هنا الدالة فيها تبسيط صارت في النهاية

$F(x) = x - 4$

إختفي الكسر صارت دالة خطية

ترسم خط مستقيم بالمسطرة

ما تحتاج جدول كبير

يكفي نقطة إلا تفصال + نقطتين كمان

\*فيما يلي أنواع التغير (مع ملاحظة إستخدام التعبير الأول لإيجاد القيمة المجهولة أما التعبير الثاني يستخدم لإيجاد العلاقة بين المتغيرات) ، حيث  $k$  ثابت التناسب  $k \neq 0$  :

<p><b>التغير العكسي:</b></p> <p>إذا كانت <math>x</math> تتغير عكسيا مع <math>y</math> فإن:</p> <p>(1) <math>\frac{x_1}{x_2} = \frac{y_2}{y_1}</math>      (2) <math>x = \frac{k}{y}</math></p>	<p><b>التغير الطردوي:</b></p> <p>إذا كانت <math>x</math> تتغير طرديا مع <math>y</math> فإن:</p> <p>(1) <math>\frac{x_1}{x_2} = \frac{y_1}{y_2}</math>      (2) <math>x = ky</math></p>
<p><b>التغير المركب:</b></p> <p>إذا كانت <math>x</math> تتغير طرديا مع <math>y</math> وعكسيا مع <math>z</math> فإن:</p> <p>(1) <math>\frac{x_1}{x_2} = \frac{y_1 * z_2}{y_2 * z_1}</math></p> <p>(2) <math>x = \frac{ky}{z}</math></p>	<p><b>التغير المشترك:</b></p> <p>إذا كانت <math>x</math> تتغير طرديا مع <math>y, z</math> فإن:</p> <p>(1) <math>\frac{x_1}{x_2} = \frac{y_1 * z_1}{y_2 * z_2}</math></p> <p>(2) <math>x = kyz</math></p>

ضع دائرة حول رمز الإجابة الصحيحة في كل مما يأتي ، علمًا بأنه لا توجد سوى إجابة صحيحة واحدة لكل فقرة :

إذا كانت  $a$  تتغير عكسيًا مع  $b$  وكانت  $a = 8$  عند  $b = 2$  ، فإن ثابت التغير (التناسب) يساوي:

4 (C)

16 (A)

64 (D)

0.25 (B)

$x$	$y$
6	2
15	5
30	10
45	15

التغير الذي تمثله العلاقة الموضحة في الجدول المجاور هو:

(C) مشترك

(A) طردي

(D) مركب

(B) عكسي

$x$	$y$
8	2
4	4
-2	-8
-8	-2

التغير الذي تمثله العلاقة الموضحة في الجدول المجاور هو:

(b) عكسي

(a) طردي

(d) مركب

(c) مشترك

ما نوع التغير الذي تمثله المعادلة  $m = \frac{4}{n}$  ؟

C مشترك

A طردي

D مركب

B عكسي

# رياض 261

## التغير 4-5

اكتب بين القوسين أسفل كل جدول أدناه ، نوع العلاقة ( طردي أو عكسي ) ، ثم اكتب أسفل كل منها قاعدة التغير الممتلئة في الجدول:

x	y
2.5	12.5
3	15
4	20
5	25
8	40

x	y
2.5	14.4
3	12
4	9
5	7.2
8	4.5

① ( طردي )

① ( عكسي )

①  $y = 5x$

①  $x - y = 36$

أو  $\frac{y}{x} = 5$

أو  $y = \frac{36}{x}$

(1) يتغير الزمن اللازم ، لقطع سيارة مسافة ما ، عكسيًا مع متوسط سرعة السيارة.

إذا أراد يوسف قطع مسافة 900 mi في 24 h على الأكثر ، فما أقل سرعة عليه أن يقود بها سيارته ؟

ليكن متوسط سرعة السيارة هو  $v$  والزمن هو  $t$

$\therefore 900 = vt$  ①

$\Rightarrow v = \frac{900}{t} = \frac{900}{24} = 37.5 \text{ mi/h}$

(2) إذا كانت  $x$  تتغير طرديًا مع  $y$  وعكسيًا مع  $z$  ، وكانت  $z = 20$  عندما  $x = 6$  ،  $y = 14$  ، فأوجد قيمة  $z$

عندما  $x = 30$  ،  $y = 21$  .

$\frac{x_1 z_1}{y_1} = \frac{x_2 z_2}{y_2}$  ①

$\frac{6 \times 20}{14} = \frac{30 \times z_2}{21}$  ①

$z_2 = \frac{6 \times 20 \times 21}{14 \times 30} = 6$  ①

إذا كانت A تتغير تغيرًا مشتركًا مع كل من B و C ، وكانت A = 80 عندما B = 48 ،

C = 6 ، فأوجد قيمة A عندما B = 18 ، C = 4 .

$$e \quad A_1/B_1 C_1 = A_2/B_2 C_2 \quad (1)$$

$$\therefore 80/48(6) = A_2/18(4) \quad (0.5)$$

$$\Rightarrow 80(72) = 288 A_2 \Rightarrow A_2 = 5760/288 = 20 \quad (0.5)$$

إذا كانت A تتغير تغيرًا مشتركًا مع كل من B و C ، وكانت A = 40 عندما B = 24 ،

C = 6 ، فأوجد قيمة A عندما B = 18 ، C = 4 .

$$e \quad A_1/B_1 C_1 = A_2/B_2 C_2 \quad (1)$$

$$\therefore 40/24(6) = A_2/18(4) \quad (0.5)$$

$$\Rightarrow 40(72) = 144 A_2 \Rightarrow A_2 = 2880/144 = 20 \quad (0.5)$$

إذا كانت y تتغير تغيرًا مشتركًا مع كل من x و z ، فأوجد قيمة y عندما x = 8 و z = 3 ، علماً بأن y = 15 عندما

x = 6 و z = 5 .

$$\frac{y_1}{x_1 z_1} = \frac{y_2}{x_2 z_2} \quad (2)$$

$$y_1 = 15, \quad x_1 = 6, \quad z_1 = 5$$

$$y_2 = ?, \quad x_2 = 8, \quad z_2 = 3$$

$$\frac{15}{6 \times 5} = \frac{y_2}{8 \times 3} \quad (1)$$

$$\rightarrow \frac{15}{30} = \frac{y_2}{24} \quad (1)$$

$$y_2 = \frac{15 \times 24}{30} = 12 \quad (1)$$

إذا كانت  $a$  تتغير تغيرًا مشتركًا مع كل من  $b$  و  $c$  ، فأوجد قيمة  $a$  عندما  $b = 4$  و  $c = 3$  ، علمًا بأن  $a = 96$  عندما  $b = 3$  و  $c = 8$  .

$$\frac{a_1}{b_1 c_1} = \frac{a_2}{b_2 c_2} \quad (2)$$

$a_1 = 96$ ,	$b_1 = 3$ ,	$c_1 = 8$
$a_2 = ?$ ,	$b_2 = 4$ ,	$c_2 = 3$

$$\frac{96}{3 \times 8} = \frac{a_2}{4 \times 3} \quad (1) \quad \rightarrow \quad \frac{96}{24} = \frac{a_2}{12} \quad (1)$$

$$a_2 = \frac{12 \times 96}{24} = 48 \quad (1)$$

إذا كانت  $f$  تتغير طرديًا مع  $g$  وعكسيًا مع  $h$  ، فأوجد قيمة  $g$  عندما تكون  $f = 6$  ،  $h = -5$  ، علمًا بأن:

$g = 18$  عندما تكون  $f = 5$  ،  $h = 3$

$$(1) \quad \frac{f_1 h_1}{g_1} = \frac{f_2 h_2}{g_2}$$

$$(1) \quad \frac{5(3)}{18} = \frac{6(-5)}{g_2}$$

$$(0.5) \quad 5(3)(g_2) = 18(6)(-5)$$

$$(0.5) \quad 15(g_2) = -540$$

$$(0.5) \quad g_2 = \frac{-540}{15}$$

$$(0.5) \quad = -36$$

عندما تكون  $f=6$  و  $h=-5$  ، فإن قيمة  $g$  تكون -36

إذا كانت  $a$  تتغير طرديًا مع  $b$  ، وكانت  $a = 9$  عندما  $b = 6$  ، فإن قيمة  $a$  عندما  $b = 10$

$$\frac{a_1}{b_1} = \frac{a_2}{b_2} \Rightarrow \frac{9}{6} = \frac{a_2}{10} \Rightarrow 6 \times a_2 = 10 \times 9$$

$a_1 = 9$ , $b_1 = 6$
$a_2 = ?$ , $b_2 = 10$

$$\Rightarrow a_2 = \frac{10 \times 9}{6} \Rightarrow a_2 = 15$$