تم تحميل هذا الملف من موقع المناهج البحرينية

*للحصول على أوراق عمل لجميع الصفوف وجميع المواد اضغط هنا

https://almanahj.com/bh

* للحصول على أوراق عمل لجميع مواد الصف الحادي عشر اضغط هنا

https://almanahj.com/bh/11

* للحصول على جميع أوراق الصف الحادي عشر في مادة رياضيات ولجميع الفصول, اضغط هنا

https://almanahj.com/bh/11math

* للحصول على أوراق عمل لجميع مواد الصف الحادي عشر في مادة رياضيات الخاصة بـ الفصل الثاني اضغط هنا

https://almanahj.com/bh/11math2

* لتحميل كتب جميع المواد في جميع الفصول للـ الصف الحادي عشر اضغط هنا

https://almanahj.com/bh/grade11

* لتحميل جميع ملفات المدرس عبد الله حسن أحمد اضغط هنا

للتحدث إلى بوت على تلغرام: اضغط هنا almanahjbhbot/me.t//:https

alManahj.com/bh

مملكة البحرين

وزارة التربية والتعليم

مدرسة أحمد العمران الثانوية للبنين

(3-1) : الدراسات التجريبية و المسحية و بالملاحظة

إسم المقرر : الرياضيات (٤) رمز المقرر : ريض ٣٦٢ إعداد : أ.عبدالله حسن أحمد

☆ أولا : العينة المتحيزة و غير المتحيزة ☆

العينة المتحيزة: هي العينة التي يتم تفضيلها على سائر عناصر المجتمع. أمّا **العينة غير المتحيزة:** وهي العينة التي يتم اختيارها عشوائيا أو لم تعتمد على خاصية عندما تم تحديدها.

***ملاحظة:** العينة المتحيزة تكون إذا و إذا فقط كانت غير عشوائية.

تمارين1 : حدد إذا كانت كل من الدراسات المسحية الآتية تتبنى عينة متحيزة أو غير متحيزة :

الصفحة	التعبير	الإجابة
132	1A) سؤال كل لاعب بمهرجان كرة السلة عن الرياضة التي يحب مشاهدتها على التلفاز . 1B) الإتصال ب100 شخص إختيرت أرقامهم عشوائياً ، و سؤالهم عن رأيهم في الجمارك . 1C) الذهاب إلى ملعب كرة القدم و سؤال 100 شخص إختيروا عشوائياً عن رياضتهم المفضلة .	متحيزة غير متحيزة متحيزة
133	1) إستطلاع رأي كل شخص ثالث يخرج من مطعم للمشويات ، لمعرفة الوجبة المفضلة للناس. 2) يخرج المعلم الطالب الذي ينتهي إسمه بحرف معين لكي يحل على السبورة .	متحيزة غير متحيزة
133	10) يرسل صاحب مخزن للأدوات الرياضية استبانة دراسة مسحية لكل شخص ينتهي رقم هاتفه برقم معين . 11) الإستفسار من طلبة صف معين من المتميزين في مادة العلوم عن أفضل المواد لديهم . 12) الإستفسار عما ينفقه الأفراد في الأعياد من خلال طرح سؤال يتناول ما ينفقه الأشخاص الذين يخرجون من متجر ، بحيث يطرح السؤال على كل خامس شخص يخرج من المتجر . 13) الإستفسار من كل طالب يخرج بعد 20 طالباً من مدرستك عن الطالب الذي سيصوتون له في إنتخابات المجلس الطلابي .	غير متحيزة متحيزة متحيزة غير متحيزة

☆ ثانيا : الدراسات المسحية و التجريبية و بالملاحظة ☆

الدراسات المسحية: هي الدراسات التي تهتم بجمع البيانات ، دون القيام بإجراءات فيها .

الدراسة بالملاحظة: هي الدراسة التي يتم فيها ملاحظة الأفراد دون محاولة التأثير في النتائج. أمّا **الدراسات التجريبية:** فهي الدراسة التي يتم فيها إجراء تعديل متعمد على الأشياء قيد الدراسة و تجرى ملاحظة استجاباتهم.

ويسمى الأشخاص أو الحيوانات أو الأشياء التي تخضع للمعالجة في الدراسات التجريبية بـ(**المجموعة التجريبية**) أما النصف الثاني ممن يخضعون لعلاجات شكلية أو لا يخضعون للعلاج بـ(**المجموعة الضابطة**) ؛ على ألا يعرف الفرد إلى أي مجموعة ينتمي و إلا كانت الدراسة متحيزة .

اختيار الدراسة المناسبة : عندما تتطلب الدراسة جمعا للبيانات أو اخذ الآراء فقط فإن الدراسة المناسبة هي **المسحية**. وإذا كان الأمر ملاحظة تأثير شيئا ما دون أن نقوم بعلاج فالدراسة **بالملاحظة** هي المناسبة، أما لو كان الأمر اختبار علاج على الأشياء قيد الدراسة بوجود مجموعة **تجريبية** وأخرى **ضابطة**، فإننا نستخدم الدراسة **التجريبية** .

alManahj.com/bh

تمارين2 : حدد إذا كانت المواقف التالية تمثل دراسة تجريبية أو مسحية أو بالملاحظة :

الصفحة	التعبير	الإجابة
133	3) إختر 80 طالباً جامعياً نصفهم درس الإحصاء في المدرسة الثانوية ، و قارن نتائج المجموعتين في مساق للإحصاء تم تدريسه بالجامعة .	بالملاحظة
134	4) إختر 200 طالب عشوائياً من مدرسة ثانوية ، و أخذ رأيهم حول وسيلة المواصلات في المدارس ليضعوا تقييمهم على مقياس متدرج من 1 (لا أوافق مطلقاً) إلى 5 (أوافق بشدة) .	مسحية
135	4) قبل الإختبار قام المعلم بإجراء مراجعة المادة لطلبة الصف A بيما لم يراجع لطلبة الصف B ثم قام المعلم بالمقارنة بين النتيجتين . 5) وجد عادل 100 شخص،نصفهم متطوعون في مأوى للمحرومين الفقراء، و قارن وسطي الدخل السنوي .	تجريبية بالملاحظة
136	16) إختر 300 شخص و إقسمهم عشوائياً في مجموعتين : إحداهما تقرأ القرآن لمدة ساعة قبل النوم ، و الأخرى لا تفعل شيئاً ثم قارن بين كيفية نوم كل من المجموعتين . 17) إختر 250 شخصاً نصفهم في فرق رياضية و مقارنة كمية الوقت الذي يمضونه في حل الواجبات . 18) إختر 100 طالب نصفهم في نادي اللغة الإجليزية و قارن بين درجاتهم في اللغة الإنجليزية .	تجريبية بالملاحظة بالملاحظة
الكراسة 18	1) إختر 300 طالب نصفهم في فريق الشطرنج ، و قارن بين درجاتهم . 2) إختر 100 شخص ووزعهم عشوائياً في مجموعتين ، أعط إحداها فيتامين بيما لا تعط للأخرى شيئاً . 3) تريد مقارنة صحة الطلبة الذين يذهبون إلى المدرسة سيراً على الأقدام و الذين يأتون بالحافلات . 4) تريد معرفة إذا كان الطلبة الذين ياكلون حلوى قبل الإمتحان مباشرة يحصلون على درجات أعلى من أولئك الذين لا يأكلون حلوى .	بالملاحظة تجريبية بالملاحظة تجريبية

☆ ثالثا : التمييز بين الإرتباط و السببية ☆

عندما توجد علاقة بين شيئين بحيث يكون وقوع ظاهرة معينة يكون سببا مباشرا في وقوع الأخرى فإن هذا يسمى **(سببية)** بينما لو أثرت ظاهرة معينة على الأخرى فإنها تسمى **(إرتباط)** .

تمارين3 : حدد إذا كانت العبارات الآتية تظهر إرتباطاً أو سببية:

الصفحة	التعبير	الإجابة
الكتاب 134	5) عندما أدرس أحصل على تقدير ممتاز .	إرتباط
الكتاب 135	8) عندما أمارس الرياضة أكون في وضع نفسي أفضل . 9) عندما يكون الجو بارداً و ممطراً بغزارة ، لا نذهب إلى المدرسة .	إرتباط سببية
الكتاب 136	22) عندما يكون الطقس حاراً في فصل الصيف ، يكثر بيع المشروبات الباردة . 23) كثرة القراءة تجعلك أكثر ذكاءً . 24) دلت الأبحاث على أن من يتقن أكثر من لغة ، يكون أقل إمكانية للإصابة بالمرض . 25) النوم بحذائك يؤدي إلى الشعور بالصداع	سببية إرتباط إرتباط إرتباط
الكراسة 18	5) إذا مارست رياضة الركض يومياً فسأكمل السباق في ثلاث ساعات . 6) عندما لا تكون السماء غائمة ، فلن تمطر . 7) دلت الدراسات أن تناول الفيتامنيات المركبة يطيل العمر . 8) إذا درست لمدة ثلاث ساعات ، سأحصل على درجة 100%في إختبار التاريخ .	إرتباط سببية إرتباط إرتباط

alManahj.com/bh

مملكة البحرين
وزارة التربية والتعليم
مدرسة أحمد العمران الثانوية للبنين

(3-2) : التحليل الإحصائي

إسم المقرر : الرياضيات (٤)　　رمز المقرر : ريض ٣٦٢　　إعداد : أ. عدال لاحسن أحمد

* أولا : تهيئة : مقاييس النزعة المركزية *

الوسط	الوسيط	المنوال
الوسط = مجموع القيم / عددها يرمز له للعينة $\bar{x}$ ويقرأ (إكس بار) و للمجتمع μ ويقرأ(ميو)	هي القيمة التي تتوسط مجموعة القيم عند ترتيبها تصاعدياً أو تنازلياً **ملاحظة :** إذا كان عدد القيم فردي فتوجد قيمة تتوسط القيم و هي الوسيط ، أما إذا كان عدد القيم زوجي فتكون هناك قيمتان متوسطتان و يكون الوسيط هو الوسط الحسابي للقيمتين	هي القيمة الأكثر شيوعاً بين مجموعة القيم .

تمارين :

أولاً : القيم التالية تمثل درجات عينة لدرجات إختبارات المنتصف في أحد الصفوف :

15, 14, 20, 12.5, 19, 19.5, 18, 16, 8, 5

1) أوجد قيمة الوسط لعينة الدرجات

الوسط = مجموع القيم / عددها = 147 / 10 = 14.7

2) أوجد قيمة الوسط لدرجات الطلاب الحاصلين على أكثر من 15 .

الوسط = (20+19+19.5+18+16) / 5 = 92.5 / 5 = 18.5

ثانياً : أوجد الوسيط لمجموعة القيم التالية :

A) 19, 17, 26, −6, 10, 17, 0

ترتيب تصاعدياً

−6, 0, 10, 17, 17, 19, 26

الوسيط = 17

B) 25, −10, 8, 9, 30, 1, 11, 7, 5, 15

ترتيب تصاعدياً :

−10, 1, 5, 7, 8, 9, 11, 15, 25, 30

الوسيط = (8+9) / 2 = 17/2 = 8.5

ثانياً : أوجد المنوال لمجموعة القيم التالية :

A) 5, 17, 4, 5, 6, 4, 5, 11, 4.5

المنوال = 5

B) 9, 7, 8, 10, -9, 4, 5

لا يوجد

C) 4, −5, 6, 5, 6, 4, 6, 11, 3

المنوال = 6

D) 8, 6, 6, 5, 8, 4, 5, 11, 8

المنوال = 8

alManahj.com/bh

* ثانيا : القيم المتطرفة *

القيمة المتطرفة :
هي واحدة من البيانات أكبر أو أقل بكثير من بقية البيانات، وليس بالضرورة أن تكون ضمن البيانات قيم متطرفة.

مثال1 : أوجد القيمة (القيم) المتطرفة بين مجموعة البيانات :

أولاً :

	عدد تذاكر الدخول التي بيعت						
اليوم	السبت	الأحد	الإثنين	الثلاثاء	الأربعاء	الخميس	الجمعة
العدد	235	252	110	232	236	306	285

110 ⟸

ثانياً : رواتب عينة لموظفين بأحد الشهور : **380 , 350 , 680 , 400 , 420 , 370 , 180 , 360 , 400**

180 , 680

* ثالثا : إختيار مقياس النزعة المركزية المناسب لوصف البيانات *

المقياس	متى يتم استخدامه
الوسط	لا يوجد في البيانات قيم متطرفة
الوسيط	عندما يكون في البيانات قيم متطرفة، على أن لا توجد فراغات كبيرة في منتصف البيانات
المنوال	في البيانات التي تتكرر فيها قيم عديدة

مثال (2) : انظر الكتاب مثال (1) ص 139.

تدريبات : حدد أي مقاييس النزعة المركزية يناسب بصورة أفضل البيانات التالية :

(A) 833 , 796 , 781 , 776 , 758

الوسط

(B) 55 , 60 , 57 , 55 , 61 , 55 , 66 , 52

المنوال

(C) 27 , 36 , 40 , 50 , 71 , 194

متطرفة — الوسط

(D) يمنح بنك جائزة كبرى قيمتها **BD1000** ، كما يقدم 3 جوائز أخرى بقيمة **BD500** و 10 جوائز أخرى بقيمة **BD100**

المنوال

* أجب عن تمارين (12 – 11) صـ 143

* رابعا : المَعْلَمة والإحصائي *

المَعْلَمة: هي مقياس يصف خاصية في المجتمع الكلي، **مثل:** متوسط دخل الأفراد في المملكة. أمّا **الإحصائي:** فهي للعينة، **مثل:** متوسط دخل الأفراد في قرية القدم.

مثال 3 تعيين إحصائيات العينة ومعالم المجتمع .

عيّن العينة والمجتمع في كل من المواقف الآتية، ثم صف إحصائي العينة ومَعْلَمة المجتمع:

أ) اختيرت من إحدى الجامعات عينة عشوائية مكوّنة من ٤٠ من طالبي المنح الدراسية، ثم حُسب الوسط لدرجاتهم.

العينة : مجموعة الطلاب الأربعين المتقدمين بطلبات المنح الدراسية .
المجتمع : جميع الطلاب طالبي المنح الدراسية .
إحصائي العينة : وسط درجات الطلاب الأربعين .
مَعْلَمة المجتمع : وسط درجات جميع طالبي المنح الدراسية .

ب) اختيرت عينة عشوائية طبقية من الممرضين العاملين في جميع مستشفيات المناطق الشرقية والغربية والوسطى، ثم حُسب وسيط رواتب هؤلاء الممرضين.

العينة : الممرضون الذين تم اختيارهم عشوائيًا من جميع مستشفيات المناطق الثلاث.
المجتمع : جميع الممرضين العاملين في هذه المستشفيات في المناطق الثلاث.
إحصائي العينة : وسيط رواتب الممرضين في العينة.
مَعْلَمة المجتمع : وسيط رواتب جميع الممرضين العاملين في جميع مستشفيات المناطق الثلاث.

* أجب عن تمارين (8 – 5) صـ 142
+ تمارين (20 – 13) صـ 143 في الكتـــــاب .

alManahj.com/bh

* خامسا : مقاييس التشتت *

(1) **التباين (Variance):** هو مقياس لاختلاف البيانات وتشتتها ومدى بعثرتها بالنسبة لإحدى المتوسطات، ويفضّل استخدام الوسط الحسابي فيها، ويرمز له بالرمز (σ^2) للمجتمع، وبالرمز (S^2) للعيّنة، حيث:

$$\sigma^2 = \frac{\sum_i (x_i - \mu)^2}{n} \quad \text{(للمجتمع)} \qquad , \qquad S^2 = \frac{\sum_i (x_i - \bar{x})^2}{n-1} \quad \text{(للعيّنة)}$$

ويدعى كلاً من $(x_i - \mu)$ ، $(x_i - \bar{x})$ بانحراف القيمة عن الوسط الحسابي .

(2) **الانحراف المعياري (Standard deviation):** هو الجذر التربيعي الموجب للتباين ويرمز له بالرمز (σ) للمجتمع، و(S) للعيّنة.

مثال (4): القيم التالية تبين المصروف الأسبوعي لوجبة الغداء لست عائلات بحرينية بالدينار البحريني: 85, 39, 100, 63, 40, 51 .

فأجد الانحراف المعياري لهذه العيّنة.

الحل

لإيجاد الانحراف المعياري نحتاج للوسط والتباين.

أولاً: نوجد الوسط الحسابي للعينة:

$$\bar{x} = \frac{\sum_i x_i}{n} = \frac{378}{6} = 63$$

n	x_i	$(x_i - \bar{x})$	$(x_i - \bar{x})^2$
1	85	22	484
2	39	-24	576
3	100	37	1369
4	63	0	0
5	40	-23	529
6	51	12	144
المجموع	378	المجموع	3102

ثانيًا: نوجد التباين (S^2):

$$S^2 = \frac{\sum_i (x_i - \bar{x})^2}{n-1} = \frac{3102}{5} = 620.4$$

ثالثاً: نوجد الانحراف المعياري (S):

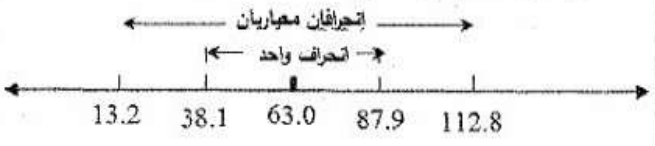
$$S = \sqrt{620.4} \approx 24.9$$

حل آخر (تطبيق القانون مباشرة بدون إستخدام الجدول)

***ملاحظات:**

(1) كلما كبر الانحراف المعياري كلما زاد انحراف قيم البيانات عن الوسط ، و العكس صحيح .

(2) مجموعة البيانات تقع جميعها تقريبًا في نطاق انحرافين معياريين؛ ففي المثال السابق:



alManahj.com/bh

تدريب (1): القيم التالية تبين أطوال 5 لاعبين لفريق في كرة السلة : 192 cm , 170 , 188 , 177 , 180.

أولاً : أجد الانحراف المعياري لهذه المجتمع .

الحل :

ثانياً : كم انحراف معياري تقع فيه نطاق بيانات المجتمع.

* خامسا : هامش خطأ المعاينة *

عند سحب عيّنة حجمها n من مجتمع كلي، فإنه يمكن تقريب هامش الخطأ في المعاينة بالقيمة $\pm \frac{1}{\sqrt{n}}$

مثال (5): في دراسة مسحية شملت 3247 شخصًا، قال 41% منهم أنهما مرتاحون للنهضة العلمية.

(1) ما هامش خطأ المعاينة؟

الحل :

$n = 3247$

هامش خطأ المعاينة :

$= \pm \frac{1}{\sqrt{n}} = \pm \frac{1}{\sqrt{3247}} \approx 0.0175 = 1.75\%$

هامش خطأ المعاينة ≈

(2) ما الفترة الممكنة التي تحتوي على نسبة أفراد المجتمع المرتاحين للنهضة العلمية؟

الحل :

$(41 - 1.75)\% = 39.25\%$

$(41 + 1.75)\% = 42.75\%$

إذاً الفترة الممكنة التي تحتوي على نسبة أفراد المجتمع المرتاحين للنهضة العلمية بين 39.25% و 42.75%

تدريب (2) : في دراسة مسحية شملت 5669 شخصًا، قال 31% أنهم يشاهدون مباراة واحدة على الأقل في كرة القدم شهرياً .

(1) ما هامش خطأ المعاينة؟

الحل :

(2) ما الفترة الممكنة التي تحتوي على نسبة المجتمع الكلي الذين يشاهدون مباراة واحدة على الأقل في كرة القدم شهرياً ؟

الحل :

alManahj.com/bh

مملكة البحرين

وزارة التربية والتعليم

مدرسة أحمد العمران الثانوية للبنين

(3-3) : الاحتمال المشروط

اسم المقرر : الرياضيات (٤) رمز المقرر : ريض ٣٦٢ اعداد : أ. عبدالله حسن أحمد

* تهيئة : قوانين الاحتمال *

أولاً : القانون الأساسي للاحتمال :

إحتمال وقوع الحدث A :

$$P(A) = \frac{k}{n} = \frac{\text{عدد عناصر الحدث A}}{\text{عدد عناصر فضاء العينة}}$$

ثانياً : قوانين إحتمالات الأحداث المركبة :

1) A , B مستقلان $P(A \cap B) = P(A) . P(B)$

2) A , B حدثان متنافيان $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$

3) A , B حدثان غير متنافيان :

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

الاحتمال المشروط

$$P(B \mid A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} \quad , \quad P(A) \neq 0$$ ← إحتمال وقوع الحدث B بشرط وقوع A

تمارين :

أولاً : ألقى حسين حجر نرد مرة واحدة .

1) ما إحتمال ظهور العدد 5 علماً بأن العدد الظاهر فردي

الحل :

A : فردي $\{1, 3, 5\}$

B : 5 ظهر $\{5\}$

$$P(B|A) = \frac{P(B \cap A)}{P(A)} = \frac{\frac{1}{6}}{\frac{3}{6}} = \boxed{\frac{1}{3}}$$

2) ما إحتمال ظهور عدد أكبر من 3 علماً بأن العدد الظاهر زوجي

الحل : الأعداد الزوجية ← 2, 4, 6

$$P = \boxed{\frac{2}{3}}$$

3) ما إحتمال ظهور العدد 3 علماً بأن العدد الظاهر أقل من 5 .

الحل :

4, 3, 2, 1

$$P = \boxed{\frac{1}{4}}$$

ثانياً : يحتوي كيس على 52 بطاقة مقسمة إلى 4 مجموعات لكل منها لون من الألوان الآتية : الأحمر و الأخضر و الأزرق و الأصفر ، و رقمت بطاقات كل لون بالأرقام من 1 إلى 13 .

إذا سحبت نوال بطاقة ، فما إحتمال أن تكون البطاقة

1) تحمل رقم 13 علماً بأن ما سحبته كان رقم 11 أو 12 أو 13 ؟

الحل : 4 بطاقات عليها أرقام 11 ، 12 ، 13

$4 \times 3 = 12$

تحمل الرقم 13 ← 4 بطاقات

$$P = \frac{4}{12} = \boxed{\frac{1}{3}}$$

2) تحمل الرقم 7 علماً بأن ما سحبته كان بطاقة تحمل رقم فردي

الحل : بطاقة تحمل رقم فردي

1, 3, 5, 7, 9, 11, 13

$28 = 7 \times 4$

$$P = \frac{4}{28} = \boxed{\frac{1}{7}}$$

ثالثاً : تمارين 1 ، 2 ، 3 ، 4 الحل بالكتاب .

alManahj.com/bh

الجداول التوافقية (الجداول ذات التكرارات المشتركة):

هي عبارة عن جداول يتم تسجيل بياناتها بحيث تُمثل كل خلية تكرارًا نسبيًا منسوبًا إلى مجموع التكرارات الكلية (أو تكرارات الصف) (أو تكرارات العمود).

رابعاً : تمرين (5) ص 148 :

	أخذ حصصًا (T)	لم يأخذ حصصًا (N)
ناجح (S)	64	48
راسب (F)	18	32

(a) ما احتمال أن ينجح راشد، علمًا بأنّه أخذ حصصًا؟

$$P(S/T) = \frac{64}{64+18} \approx 0.78$$

78% أو

(b) ما احتمال يرسب خالد، علمًا بأنّه لم يأخذ حصصًا؟

$$P(F/N) = \frac{32}{48+32} = 0.4$$

40% أو

(c) ما احتمال ألاّ يأخذ عبداللطيف حصصًا، علمًا بأنّه ناجح؟

$$P(N/S) = \frac{48}{64+48} \approx 0.43$$

43% أو

خامساً : تمرين (11) ص 148 :

	مشارك ( )	غير مشارك ( )
الثاني الإعدادي ( )	156	242
الثالث الإعدادي ( )	312	108

أوجد إحتمال أن الطالب :

(a) مشارك بالنادي ، علماً بانه في صف ثاني إعدادي

0.39

(b) غير مشارك بالنادي، علماً بانه في صف ثالث إعدادي

0.26

(c) في صف ثالث إعدادي ، علماً بانه غير مشارك .

0.31

سادساً : تمرين (6) ص 148 :

	أولى ( )	ثانية ( )	ثالثة ( )	رابعة ( )
الحضور	48	90	224	254
الغياب	182	141	36	8

إختير أحد الطلبة عشوائيًا، فما إحتمال أن يكون الطالب قد حضر المباراة علمًا بأنه من السنة الثالثة .

91.6% D 86.2% (C) 77.6% B 48.6% A

أكد نفسك

سابعاً : تمرين (12) ص 148 :

	فكاهي (X)	إجتماعي (Y)	خليط (Z)
عادل (A)	521	316	44
إبراهيم (B)	119	145	302
سعود (C)	244	4	182

إختير مثل عشوائيًا ، فما إحتمال أن يكون المثل إجتماعيا علماً بأنه ليس مما جمعه عادل .

15% (D) 17.2% C 24.8% B 35.9% A

الحل : بأخذ إبراهيم وسعود

$$P = \frac{145+4}{119+145+302+244+4+182} \approx 0.15 \rightarrow 15\%$$

ثامناً : إذا كان

$P(A) = 0.2$ ، $P(B) = 0.5$ ، $P(A \cup B) = 0.4$

أوجد قيمة $P(A|B)$ ؟

الحل :

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{0.3}{0.5} = 0.6$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$\therefore P(A \cap B) = 0.5 + 0.2 - 0.4$$

alManahj.com/bh

مملكة البحرين

وزارة التربية والتعليم

مدرسة أحمد العمران الثانوية للبنين

(3-4) : الإحتمال و التوزيعات الإحتمالية

إسم المقرر : الرياضيات (٤)　　رمز المقرر : ريض ٣٦٢　　إعداد : أ.عبدالله حسن أحمد

☆ مراجعة لما سبق (الإحتمال) ☆

- **الاحتمال باستخدام التوافيق** : عندما يكون ترتيب الأشياء غير مهم. انظر الكتاب مثال (2) ص 153.
- **الاحتمال باستخدام التباديل** : عندما يكون ترتيب الأشياء مهمًا. انظر الكتاب مثال (3) ص 154.

☆ المتغير العشوائي (X) ☆

هو المتغير الذي يأخذ مجموعة قيم لها احتمالات معلومة.ترتبط تسميته بالبيانات التي يرتبط بها، فإذا ارتبط بمجموعة قابلة للعد (محدودة)سمي **بالمتغير العشوائي المنفصل**، ولو ارتبط ببيانات فترة حقيقية فيكون المتغير عشوائيًا متصلاً .

تمارين :

مثال1 (8 صفحة 158) :

التبرع بالأطعمة	
النوع	عدد الطرود
وجبات الطعام	36
ارز	22
سكر	12
زيت	45

$n = 36+22+12+45 = 115$

a) أوجد إحتمال أن يحتوي طرد إختير عشوائياً على الزيت .

$P(\text{زيت}) = \frac{45}{115} \approx 0.39$

b) أوجد إحتمال أن يحتوي طرد إختير عشوائياً على وجبة طعام أو ارز .

$P(\text{طعام أو ارز}) = \frac{36+22}{115} \approx 0.5$

c) أوجد إحتمال أن الطرد الذي تم إختياره لا يحتوي سكر .

حل آخر ← A

$P(A') = 1 - P(A)$

$= 1 - \frac{12}{115} \approx 0.9$

$\frac{36+22+45}{115} \approx 0.9$

تذكر أن :

إحتمال عدم وقوع الحدث A :

$P(A') = 1 - P(A)$

تدريب1 (تأكد صفحة 152) :

حصل سبع طلاب في إختبار الرياضيات على التقدير A ، و 9 طلاب على التقدير B ، و 11 على التقدير C ، و 3 على التقدير D ، و 2 على التقدير F .

1) أوجد إحتمال أن يحصل طالب تم إختياره عشوائياً على التقدير C .

0.36

2) أوجد إحتمال أن يكون طالب تم إختياره عشوائياً قد حصل على التقدير B على الأقل ← A ⊃ B

0.5

3) أوجد إحتمال أن يحصل طالب تم إختياره عشوائياً على تقدير لا يزيد عن C ← F ⊃ D ⊃ C

0.5

alManahj.com/bh

☆التوزيع الاحتمالي☆

هو احتمال جميع القيم الممكنة للمتغير العشوائي .

خصائص التوزيع الإحتمالي :

(1) احتمال كل قيمة من قيم المتغير العشوائي X صفر على الأقل، و1 على الأكثر.
(2) مجموع احتمالات قيم المتغير العشوائي X جميعها تساوي 1.

مثال2 (8 صفحة 158) :

نتائج إختبار الرياضيات	
التقدير	الإحتمال
A	0.29
B	0.43
C	0.17
D	0.11
F	0

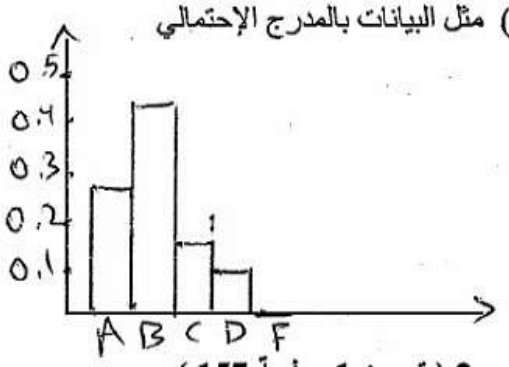
(a) بيّن أنّ التوزيع صحيح.

(b) أوجد P (A أو C)

(c) إذا إختير طالب عشوائياً ، فأوجد احتمال ألا يزيد تقديره على B

(f) مثل البيانات بالأعمدة

(d) مثل البيانات بالمدرج الإحتمالي



تدريب2 (تمرين 1 صفحة 157) :

عدد غرف النوم	
عدد الغرف	الإحتمال
1	0.19
2	0.34
3	0.24
4 فأكثر	0.23

(a) بيّن أنّ التوزيع صحيح .

(b) ما إحتمال أن يتكون بيت المواطن من 3 غرف نوم فأكثر

(c) مثل البيانات بالمدرج الإحتمالي

تدريب3 (تمرين 1 صفحة 157) : أجب بالكتاب

alManahj.com/bh

☆ القيمة المتوقعة E(X) ☆

هي الوسط الموزون للقيم في التوزيع الاحتمالي ،أي أنّ : $E(X) = \sum_{i=1}^{n} x_i P(X = x_i)$

العدد المتوقع E(A) :

هو عبارة عن حاصل ضرب احتمال نجاح الحدث في عدد مرات التجربة .

مثال3 (22 صفحة 160) :

(a) أوجد القيمة المتوقعة لعدد الطلبة الذين يتنافسون على مركز رئيس الصف .

عدد الطلبة الذين يتنافسون لشغل مركز رئيس الصف						
عدد الطلبة	1	2	3	4	5	6
الإحتمال	0.05	0.15	0.2	0.2	0.35	0.2

$E(x) = 1(0.05) + 2(0.15) + 3(0.2) + 4(0.2) + 5(0.35) + 6(0.2)$

$E(x) = 4.7$

(b) أوجد العدد المتوقع لتنافس 5 طلبة على مركز رئيس الصف .

$E(A) = 0.35 \times 5 = 1.75$

تدريب4 (21 صفحة 158) :

عدد الأيام الممطرة في السنة									
عدد الأيام	0	1	2	3	4	5	6	7	8
الإحتمال	0.1	0.1	0.15	0.15	0.25	0.1	0.08	0.05	0.02

(a) أوجد القيمة المتوقعة لعدد الأيام الممطرة في السنة

($E(X) = 3.34$: الاجابة)

(b) أوجد العدد المتوقع لهطول الأمطار في أربع أيام .

($E(A) = 1$: الاجابة)

alManahj.com/bh

مثال4 (7 صفحة 158) :

باع أحد النوادي 500 تذكرة دخول لحضور إحدى مبارياته ثمن الواحدة BD1 ، و أجرى سحب عشوائي على أرقام التذاكر خصصت فيه ثلاث جوائز للأرقام الرابحة ، بحيث تربح تذكرة واحدة الجائزة الأولى و قيمتها BD100 ، و تربح تذكرتان الجائزة الثانية و قيمتها BD10 ، و تربح 5 تذاكر الجائزة الثالثة و قيمتها BD5 .

ما القيمة المتوقعة للربح في هذا الموقف ؟

$n = 500$

الربح	100	10	5
الاحتمال	$\frac{1}{500}$	$\frac{2}{500}$	$\frac{5}{500}$

$$E(X) = 100\left(\frac{1}{500}\right) + 10\left(\frac{2}{500}\right) + 5\left(\frac{5}{500}\right)$$

$$\approx 0.29 \rightarrow 29\%$$

تدريب5 :

ألقي حجرا نرد متمايزين مرة واحدة ، و سُجل مجموع العددين الظاهرين على الوجهين العلويين .

(a) كون جدولاً تكرارياً نسبياً للبيانات .

الحل :

مجموع العددين الظاهرين على الوجهين العلويين											
مجموع العددين	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
الإحتمال	$\frac{1}{36}$	$\frac{2}{36}$	$\frac{3}{36}$	$\frac{4}{36}$	$\frac{5}{36}$	$\frac{6}{36}$	$\frac{5}{36}$	$\frac{4}{36}$	$\frac{3}{36}$	$\frac{2}{36}$	$\frac{1}{36}$

(b) ما النواتج الأقل إمكانية للوقوع ؟ و أوجد إحتمالاتها ؟

$\frac{1}{36}$ ← 12 ، 2 = مجموع

(c) أوجد P(5 أو 11) ؟

$$\frac{1}{6} = \frac{6}{36} = \frac{2}{36} + \frac{4}{36} = P(11) + P(5)$$

(d) أوجد القيمة المتوقعة لهذا الموقف ؟

$$\frac{2+6+12+20+36+42+40+36+30+27+12}{36}$$

$$= 7$$

(e) أوجد العدد المتوقع للحصول على المجموع 7 في 100 رمية ؟

$$\frac{6}{36} \times 100 \simeq 16,7\%$$

تدريب6 (تمرين 6 صفحة 158) : أجب بالكتاب

alManahj.com/bh

مملكة البحرين

وزارة التربية والتعليم

مدرسة أحمد العمران الثانوية للبنين

(3-5) : التوزيع الطبيعي

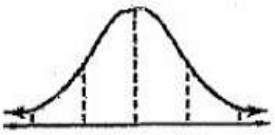
إسم المقرر : الرياضيات (٤) رمز المقرر : ريض ٣٦٢ إعداد : قسم الرياضيات

* (التوزيع الطبيعي) *

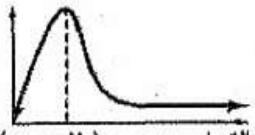
* **تعريف** : هو أحد أمثلة التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي المتصل ، * **خصائصه** : صفحة 162.

* **ملاحظة** : يستعمل μ (الوسط للمجتمع) و σ (الإنحراف المعياري للمجتمع) لتحديد الاحتمالات كمتباينات..

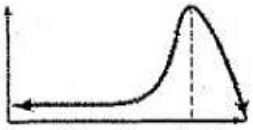
* أنواع التوزيعات :



توزيع طبيعي



إلتواء موجب (لليمين)



إلتواء سالب (لليسار)

مثال1 (4 صفحة 164) :

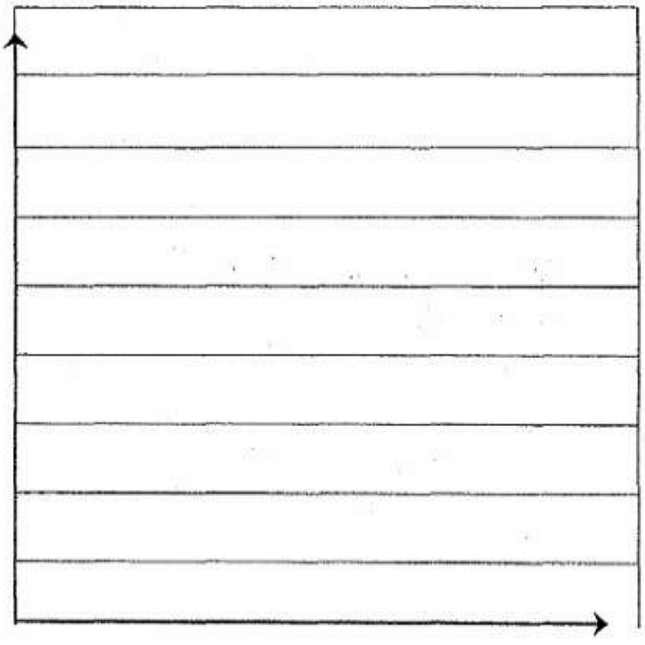
حدد إذا كانت البيانات تظهر إلتواء موجب ، أو إلتواء سالب ، أو موزعة طبيعياً .

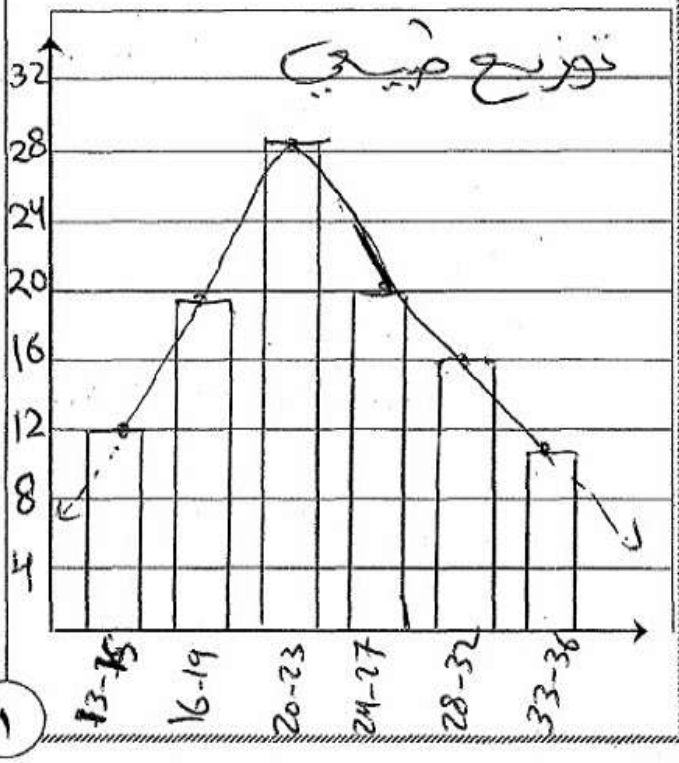
الدرجة	النسبة المئوية للطلبة
33 - 36	10
28 - 32	16
24 - 27	20
20 - 23	29
16 - 19	19
13 - 15	12

تدريب1 (4 صفحة 164) :

حدد إذا كانت البيانات تظهر إلتواء موجب ، أو إلتواء سالب ، أو موزعة طبيعياً .

عدد المتنزهات	عدد الزوار بالآلاف
10	3 - 4
2	5 - 6
2	7 - 8
1	9 - 10
1	11 - 12
4	13 فاكثر

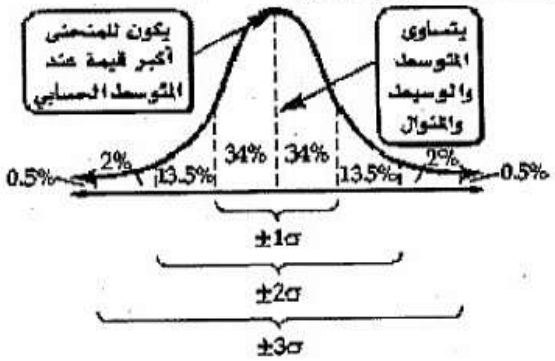




إلتواء موجب

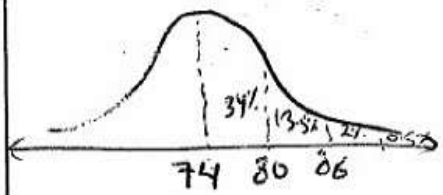
alManahj.com/bh

* **القانون التجريبي :** راجع صفحة 163



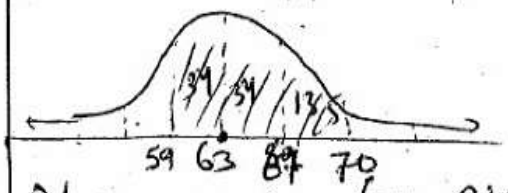
مثال2 : إذا كانت البيانات متوزعة طبيعياً و كان الوسط و الإنحراف المعياري حسب ما هو موضح ، أوجد كلاً من الإحتمالات التالية :

1) $\mu = 74$ ، $\sigma = 6$ ، $P(x > 86)$



$P(x>86) = (2 + 0.5)\% = 2.5\%$

2) $\mu = 63$ ، $\sigma = 4$ ، $P(59 < x < 71)$



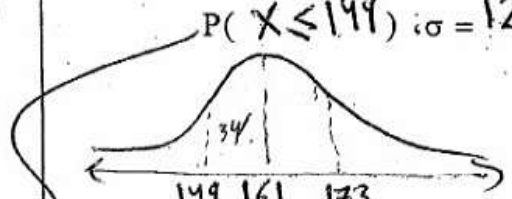
$P(59<x<71) = (34+34+13.5)\%$

$=$

تدريب2 : في توزيع طبيعي بوسط 161 و إنحراف معياري 12 أوجد إحتمال أن تكون قيمة تم إختيارها عشوائياً بحيث لا تزيد عن 149 ؟

الحل :

$P(x \le 149)$ ، $\sigma = 12$ ، $\mu = 161$



$= (13.5 + 2.5)\%$

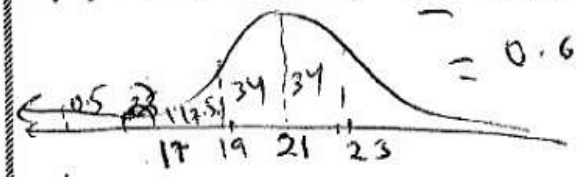
$= 16\%$

مثال3 : أعطى أستاذ إختباراً شهرياً لطلبته ، و كانت الدرجات متوزعة طبيعياً بوسط 21 وإنحراف معياري 2

a) مانسبة عدد الطلبة الذين تقع درجاتهم بين 23 ، 19 ؟

$P(19 < x < 23) = 68\%$

$= 0.68$



1

b) ما إحتمال أن تكون درجة أحد الطلبة أقل من 17 ؟

$P(x<17) = 2.5\%$

c) كم طالباً من بين 36 طالب درجاتهم أكبر من 23 ؟

$P(x>23) = (13.5 + 2.5)\%$

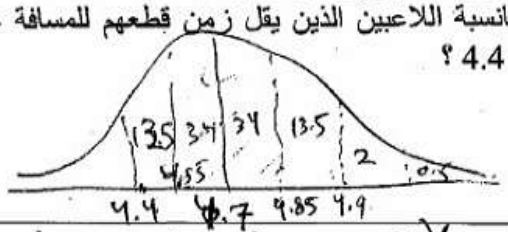
$= 16\%$

$(0.16)(36) =$ عدد الطلاب

≈ 6 طلاب

تدريب3 (28 صفحة 181) : أزمنة الركض لمسافة 40m لمحترفي كرة القدم تتوزع طبيعياً بوسط 4.7 sec ، و إنحراف معياري 0.15 sec .

a) مانسبة اللاعبين الذين يقل زمن قطعهم للمسافة عن 4.4 sec ؟



$P(x<4.4) = (2 + 0.5)\% = 2.5\%$

c) كم لاعباً من بين 800 لاعب ، تتراوح أزمنة قطعهم للمسافة بين 4.55 sec ، 4.85 sec ؟

$P(4.55 < x < 4.85)$

$= (34+34)\% = 68\%$

عدد اللاعبين

$(0.68)(800) = 544$

alManahj.com/bh

مملكة البحرين

وزارة التربية والتعليم

مدرسة أحمد العمران الثانوية للبنين

(3-6) : توزيعات ذات الحدين

إسم المقرر : الرياضيات (٤) رمز المقرر : ريض ٣٦٢ إعداد : قسم الرياضيات

☆ خصائص التجربة ذات الحدين ☆

1) لكل تجربة ناتجان ، حيث نجاح احتماله (s) و فشل احتماله (f) حيث $s + f = 1$

2) يوجد عدد محدد من المحاولات n

3) احتمال النجاح ثابت في كل محاولة

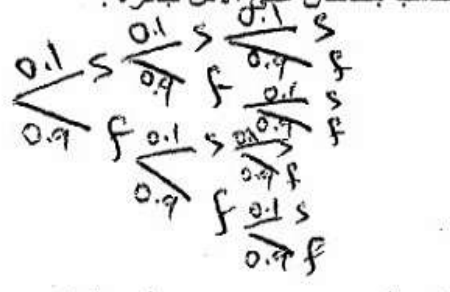
4) المحاولات مستقلة

5) المتغير العشوائي هو عدد مرات النجاح في n من المحاولات.

☆ الشجرة البيانية ☆

مثال1 : إشترى يونس 3 بطاقات ألعاب ، فإذا كان إحتمال الفوز بجائزة لكل بطاقة يساوي 10% . إحسب إحتمال أن تكسب بطاقتان على الأقل جائزة .

الحل:



sss 3

ssf, sfs, fss } 2

$P = 0.1(0.1)(0.1) + 0.1(0.1)(0.9) + 0.1(0.9)(0.1) + 0.9(0.1)(0.1)$

$= 0.028 = 2.8\%$

تدريب1 : يلعب فريق لكرة القدم مباراتين ، فإذا كان إحتمال الخسارة لكل مباراة 25% . إحسب إحتمال أن يكسب مباراة واحدة .

الإجابة : $P = 0.375$

$= 37.5\%$

☆ قاعدة توزيع ذات الحدين ☆

1) إحتمال النجاح x مرة في n من المحاولات المستقلة :

$$P(x) = {}_nC_x \, s^x f^{n-x}$$

2) القيمة المتوقعة : $E(x) = n.s$

مثال2 : تبلغ نسبة النجاح في توزيع ذات الحدين 40% ، و توجد 10 محاولات . إحسب إحتمال :

(a) أربع نجاحات بالضبط .

الحل: $s = 0.4, f = 0.6, n = 10$

$P(4) = {}_{10}C_4 (0.4)^4 (0.6)^6$

≈ 0.25

(b) ثلاث نجاحات على الأقل .

الحل: $P(X \geq 3) = 1 - P(X < 3)$

$= 1 - [P(0) + P(1) + P(2)]$

$= 1 - [{}_{10}C_0 (0.4)^0 (0.6)^{10} + {}_{10}C_1 (0.4)^1 (0.6)^9 + {}_{10}C_2 (0.4)^2 (0.6)^8]$

$= 0.834$

ج) العدد المتوقع للنجاح في التوزيع

$E(X) = n \cdot s = 10(0.4) = 4$

تدريب2 : تبلغ نسبة النجاح في توزيع ذات الحدين 65% ، و توجد 8 محاولات .

إحسب إحتمال وجود سبع نجاحات على الأكثر .

الإجابة : $P(x \leq 7)$

$\approx 0.968 = 96.8\%$

alManahj.com/bh

مثال3 : إعتماداً على دراسة مسحية ، تبين أن 40% من طلبة الجامعات يملكون سيارات . ما إحتمال أن يملك طالبان على الأقل من بين 6 طلبة تم إختيارهم عشوائياً من تلك الجامعة سيارة ؟

الحل : $s=0.4, f=0.6, n=6$

$P(x\geq 2) = 1 - P(x<2)$

$= 1 - [P(0) + P(1)]$

$= 1 - [{}^6C_0(0.4)^0(0.6)^6 + {}^6C_1(0.4)^1(0.6)^5]$

$= 1 - [0.05 + 0.2] = 0.75$

$= 75\%$

تدريب3 : أجريت دراسة مسحية في إحدى الجامعات ، و تبين أن 92% من طلبتها يملكون سيارات . ما إحتمال أن يكون أقل من 8 طلبة من أصل 10 تم إختيارهم عشوائياً من تلك الجامعة يملكون سيارة ؟

الحل :

$P(x<8) = 0.04$

$= 4\%$

مثال4 : إعتماداً على دراسة مسحية سابقة ، تبين أن 70% من الشباب تحت سن العشرين يتابعون مباريات رياضية . و إذا إستطلع خليل رأي 200 شخص - تحت سن العشرين - ، فما إحتمال أن 146 شخصاً على الأقل يتابعون المباريات الرياضية ؟

الحل : $n=200, s=0.7, f=0.3$

$P(x\geq 146) = ?$

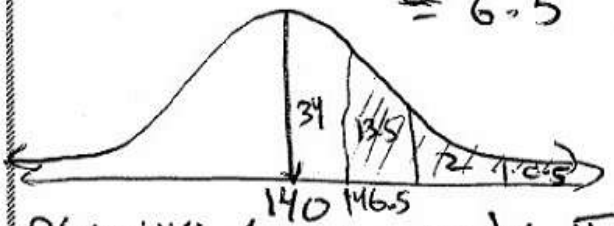
$ns = 200(0.7) = 140$

$nf = 200(0.3) = 60$ } ≥ 5

نقرب للتوزيع الطبيعي .

$\bar{x} = ns = 140, \quad \sigma = \sqrt{nsf} = \sqrt{200(0.7)(0.3)}$

$\simeq 6.5$



$P(x\geq 146) = (13.5 + 2 + 0.5)\% = 16\%$

تدريب4 : تبين في دراسة سابقة أن 75% من طلاب أحد المدارس بالمستوى الثاني يطبقون خدمة المجتمع بالعطلة الصيفية . و قد قام أحد المعلمين بإستطلاع رأي 120 طالب من المستوى الثاني لهذه المدرسة ، فما إحتمال ألا يكون أكثر من 95 طالب شملهم الإستطلاع قد طبقوا خدمة المجتمع ؟

الإجابة :

$P(x\leq 95) = 84\%$

☆تقريب توزيع ذي الحدين من خلال التوزيع الطبيعي☆

نستخدمها إذا كان: $ns \geq 5 , nf \geq 5$

يمكن تقريب التوزيع ذي الحدين إلى توزيع طبيعي حيث:

الوسط الحسابي : ⟵ $\bar{x} = ns$

الإنحراف المعياري : ⟵ $\sigma = \sqrt{nsf}$