تم تحميل هذا الملف من موقع المناهج البحرينية

*للحصول على أوراق عمل لجميع الصفوف وجميع المواد اضغط هنا

https://almanahj.com/bh

* للحصول على أوراق عمل لجميع مواد الصف الحادي عشر اضغط هنا

https://almanahj.com/bh/11

* للحصول على جميع أوراق الصف الحادي عشر في مادة رياضيات ولجميع الفصول, اضغط هنا

https://almanahj.com/bh/11math

* للحصول على أوراق عمل لجميع مواد الصف الحادي عشر في مادة رياضيات الخاصة بـ الفصل الثاني اضغط هنا

https://almanahj.com/bh/11math2

* لتحميل كتب جميع المواد في جميع الفصول للـ الصف الحادي عشر اضغط هنا

https://almanahj.com/bh/grade11

للتحدث إلى بوت على تلغرام: اضغط هنا almanahjbhbot/me.t//:https

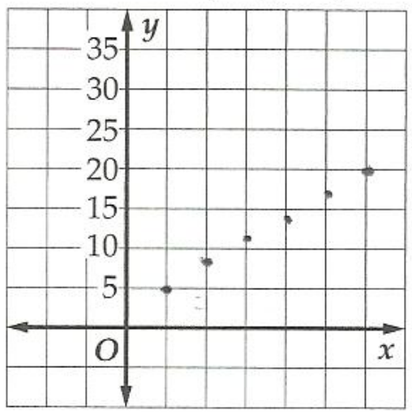
alManahj.com/bh

4-1 المتتابعات كدوال

أوجد الحدود الأربعة التالية من المتتابعات الحسابية الآتية، ثم مثّل كل متتابعة بيانيًّا:

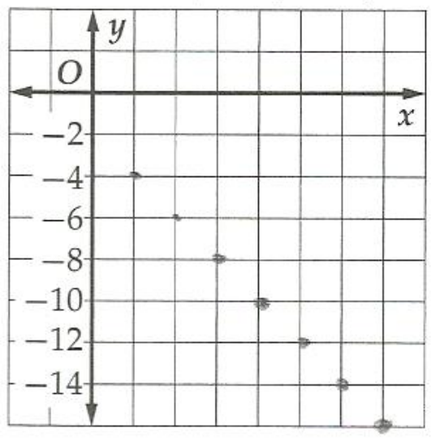
1) 5, 8, 11, ...

5; 8, 11, 14, 17, 20, 23



2) −4, −6, −8, ...

-4, -6, -8, -10, -12, -14, -16

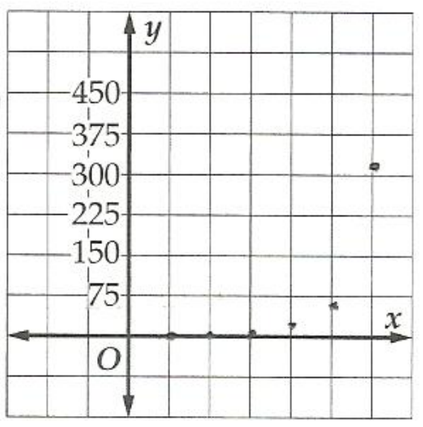


أوجد الحدود الثلاثة التالية من المتتابعات الهندسية الآتية، ثم مثّل كل متتابعة بيانيًّا:

3) $\frac{1}{10}, \frac{1}{2}, 2\frac{1}{2}, \ldots$

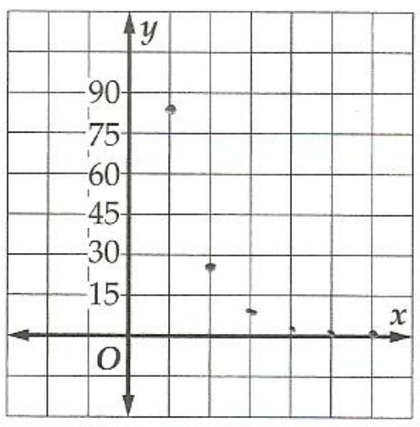
$\frac{1}{10}, \frac{1}{2}, 2\frac{1}{2}, 12\frac{1}{2}, 62\frac{1}{2}$

$312\frac{1}{2}, 1562.5$



4) 81, 27, 9, ...

81, 27, 9, 3, 1, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{9}$



حدّد إذا كانت كل متتابعة ممّا يأتي حسابية، أو هندسية، أو غير ذلك، ووضّح تبريرك:

5) 57, 456, 3648, 29184, ... متتابعة هندسية

حيث $\frac{456}{57} = \frac{3648}{456} = \frac{29184}{3648} = 8$

6) −49, −37, −25, −13, ... حسابية

حيث $-37-(-49) = -25-(-37) = -13-(-25) = 12$

7) 4, 9, 16, 25, 36, ... ليست حسابية وليست هندسية

$2^2, 3^2, 4^2, 5^2, 6^2$

8) 824, 412, 206, 103, ... هندسية

حيث $\frac{412}{824} = \frac{206}{412} = \frac{103}{206} = \frac{1}{2}$

9) تعليم: افتتح أحد المعاهد العلمية فصلًا لتعليم اللغة العربية لغير الناطقين بها. إذا كان عدد الطلبة في البداية 26 طالبًا، وفي كل أسبوع كان يُسجّل 3 طلبة جدد، فبعد كم أسبوع يصبح عدد الطلبة 101 طالبًا؟

$101 = 26 + (t-1)(3)$

$\Rightarrow 26 + 3t - 3 = 101 \Rightarrow t = \frac{78}{3} = 26$ (بعد 26 أسبوعًا)

10) رواتب: عرضت إحدى الشركات على أحمد، وظيفة براتب سنوي يبلغ BD 11200، وبزيادة سنوية في نهاية كل سنة تبلغ BD 400. كم سيكون راتب أحمد، بعد مرور ست سنوات إذا قبل هذه الوظيفة؟

$a_6 = 11200 + (6-1)(400) = 13200$

alManahj.com/bh

$a_n = a_1 + (n-1)d$ $\quad S_n = \frac{n}{2}[a_1 + a_n] = \frac{n}{2}[2a_1 + (n-1)d]$

4-2 المتتابعات والمتسلسلات الحسابية

أوجد الحد المطلوب في كل من المتتابعتين الآتيتين:

1) الحد الستين من المتتابعة الحسابية التي فيها $a_1 = 418\ ,\ d = 12$

$a_{60} = 418 + (60-1)(12) = 1126$

2) a_{23} من المتتابعة $-18, -34, -50, -66, \ldots$

$a_{23} = -18 + (23-1)(-16) = -370$

اكتب صيغة الحد النوني في كل من المتتابعتين الآتيتين:

3) $45, 30, 15, 0, \ldots$

$a_1 = 45, d = -15 \Rightarrow a_n = a_1 + (n-1)d \Rightarrow a_n = 45 + (n-1)(-15) \Rightarrow a_n = -15n + 60$

4) $-87, -73, -59, -45, \ldots$

$a_1 = -87, d = 14 \Rightarrow a_n = -87 + (n-1)(14) \Rightarrow a_n = 14n - 101$

أوجد قيمة كل مما يأتي:

5) $5 + 7 + 9 + 11 + \ldots + 27$

$27 = 5 + (n-1)(2) \Rightarrow 27 = 5 + 2n - 2 \Rightarrow 2n = 24 \Rightarrow n = 12$

$\therefore S_{12} = \frac{12}{2}[5 + 27] = 192$

6) $-4 + 1 + 6 + 11 + \ldots + 91$

$91 = -4 + (n-1)(5) \Rightarrow 91 = -4 + 5n - 5 \Rightarrow 5n = 100$

$\Rightarrow n = 20$

$\Rightarrow S_{20} = \frac{20}{2}[-4 + 91] = 870$

7) $13 + 20 + 27 + \ldots + 272$

$272 = 13 + (n-1)(7) \Rightarrow 272 = 13 + 7n - 7 \Rightarrow 7n = 266 \Rightarrow n = 38$

$\Rightarrow S_{38} = \frac{38}{2}[13 + 272] = 5415$

8) $89 + 86 + 83 + 80 + \ldots + 20$

$20 = 89 + (n-1)(-3) \Rightarrow 20 = 89 - 3n + 3 \Rightarrow -3n = -72 \Rightarrow n = 24$

$S_{24} = \frac{24}{2}[89 + 20] = 1308$

9) $\sum_{n=1}^{4}(1 - 2n)$

$a_1 = 1 - 2(1) = -1 \quad a_4 = 1 - 2(4) = -7 \quad$ عدد الحدود هو $4 = 4 - 1 + 1$

$S_4 = \frac{4}{2}[-1 + (-7)] = -16$

10) $\sum_{j=1}^{6}(5 + 3j)$

$a_1 = 8 \quad a_6 = 23 \quad$ عدد الحدود هو $6 = 6 + 1 - 1$

$S_6 = \frac{6}{2}[8 + 23] = 93$

11) $\sum_{n=1}^{5}(9 - 4n)$

$a_1 = 5 \quad a_5 = -11 \quad$ عدد الحدود $5 = 5 + 1 - 1$

$S_5 = \frac{5}{2}[5 + (-11)] = -15$

12) $\sum_{k=4}^{10}(2k + 1)$

$a_4 = 2(4) + 1 = 9 \quad$ عدد الحدود هو $10 - 4 + 1 = 7$

$a_{10} = 2(10) + 1 = 21$

$S_7 = \frac{7}{2}[9 + 21] = 105$

13) $\sum_{n=3}^{8}(5n - 10)$

$a_1 = 5(3) - 10 = 5 \quad$ عدد الحدود هو $6 = 8 - 3 + 1$

$a_6 = 5(8) - 10 = 30$

$S_6 = \frac{6}{2}[30 + 5] = 105$

14) $\sum_{n=1}^{101}(4 - 4n)$

$a_1 = 4 - 4(1) = 0 \quad$ عدد الحدود $101 = 101 - 1 + 1$

$a_{101} = 4 - 4(101) = -400$

$S_{101} = \frac{101}{2}[0 + (-400)] = -20200$

أوجد الحدود الثلاثة الأولى للمتسلسلة الحسابية في كل مما يأتي:

15) $a_1 = 14, a_n = -85, S_n = -1207$

$-1207 = \frac{n}{2}[14 + (-85)] \Rightarrow \frac{n}{2}(-71) = -1207 \Rightarrow n = 34$

$-85 = 14 + (34-1)d \Rightarrow 33d + 14 = -85 \Rightarrow d = -3$

$\therefore$ الحدود الثلاثة الأولى هي $14, 11, 8$

16) $a_1 = 1, a_n = 19, S_n = 100$

$100 = \frac{n}{2}[1 + 19] \Rightarrow 10n = 100 \Rightarrow n = 10$

$19 = 1 + (10-1)d \Rightarrow 9d + 1 = 19 \Rightarrow d = 2$

$\therefore$ الحدود الثلاثة الأولى هي $1, 3, 5$

17) $n = 16, a_n = 15, S_n = -120$

$-120 = \frac{16}{2}[a_1 + 15] \Rightarrow 8a_1 + 120 = -120 \Rightarrow a_1 = -30$

$15 = -30 + (16-1)d \Rightarrow 15d - 30 = 15 \Rightarrow d = 3 \Rightarrow -30, -27, -24$

18) $n = 15, a_n = 5\frac{4}{5}, S_n = 45$

$45 = \frac{15}{2}[a_1 + 5\frac{4}{5}]$ بالضرب في $\frac{2}{15}$

$6 = a_1 + 5\frac{4}{5} \Rightarrow a_1 = \frac{1}{5} \Rightarrow 5\frac{4}{5} = \frac{1}{5} + (15-1)d \Rightarrow 14d + \frac{1}{5} = 5\frac{4}{5} \Rightarrow d = \frac{2}{5}$

$\therefore$ الحدود الثلاثة الأولى هي $\frac{1}{5}, \frac{3}{5}, 1$

19) مكعبات: يضع عمر مكعبات بعضها فوق بعض، وقد وضع في الطبقة السفلية 20 مكعبًا، وتنقص كل طبقة عن التي تحتها مباشرة بمكعبين، إذا كان في الطبقة العلوية 4 مكعبات. فما عدد المكعبات التي استعملها؟

$a_1 = 20 \quad d = -2 \quad$ (بالطبقات السفلية) $\quad a_n = 4 \quad S_n = ?$

$a_n = a_1 + (n-1)d \Rightarrow 4 = 20 + (n-1)(-2) \Rightarrow -2n + 22 = 4 \Rightarrow n = 9$

$\therefore S_9 = \frac{9}{2}[20 + 4] = 108$

$\therefore$ عدد المكعبات هو 108 مكعباً

الفصل الرابع: المتتابعات والمتسلسلات

alManahj.com/bh

$a_n = a_1 r^{n-1}$ / $S_n = \frac{a_1(1-r^n)}{1-r} = \frac{a_1 - a_n r}{1-r}$, $r \neq 1$ #

4-3 المتتابعات والمتسلسلات الهندسية

أوجد a_n في كل من المتتابعات الهندسية الآتية:

1) $a_1 = 5, r = 3, n = 6$ $a_6 = 5(3)^{6-1} = 1215$

2) $a_1 = 20, r = -3, n = 6$ $a_6 = 20(-3)^{6-1} = -4860$

3) $a_1 = -4, r = -2, n = 10$ $a_{10} = -4(-2)^{10-1} = 2048$

4) $a_1 = 8, r = \frac{1}{2}, n = 9$ $a_9 = 8(\frac{1}{2})^{9-1} = \frac{1}{32}$

5) $a_1 = -3125, r = -\frac{1}{5}, n = 9$ $a_9 = -3125(-\frac{1}{5})^{9-1} = -\frac{1}{125}$

6) $a_1 = 3, r = \frac{1}{10}, n = 8$ $a_8 = 3(\frac{1}{10})^{8-1} = \frac{3}{10000000}$

لا يوجد سؤال بمحتوى كان $r<0$ #

اكتب صيغة الحد النوني في كل من المتتابعات الهندسية الآتية:

7) $1, 4, 16, \ldots$ $a_1 = 1$ & $r = \frac{4}{1} = 4 \Rightarrow a_n = 1(4)^{n-1} \Rightarrow a_n = (4)^{n-1}$

8) $-1, -5, -25, \ldots$ $a_1 = -1$ & $r = \frac{-5}{-1} = 5 \Rightarrow a_n = (-1)(5)^{n-1}$

9) $1, \frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \ldots$ $a_1 = 1$ & $r = \frac{1/2}{1} = \frac{1}{2} \Rightarrow a_n = 1(\frac{1}{2})^{n-1} \Rightarrow a_n = (\frac{1}{2})^{n-1}$

10) $-3, -6, -12, \ldots$ $a_1 = -3$ & $r = \frac{-6}{-3} = 2 \Rightarrow a_n = (-3)(2)^{n-1}$

أوجد قيمة كل مما يأتي:

11) $\sum_{k=3}^{10} (-4)(-2)^{k-1}$ $a_1 = (-4)(-2)^{3-1} = -16$ / عدد الحدود هو $8 = 10-3+1$ / $r = (-2)$

$S_8 = \frac{-16(1-(-2)^8)}{1-(-2)} = 1360$

12) $\sum_{k=1}^{8} (-3)(3)^{k-1}$ $a_1 = (-3)(3)^{1-1} = -3$ / عدد الحدود هو $8 = 8+1-1$ / $r = 3$

$S_8 = \frac{-3(1-(3)^8)}{(1-3)} = -9840$

13) $\sum_{k=2}^{32} 9(-1)^{k-1}$ $a_1 = 9(-1)^{2-1} = -9$ / عدد الحدود هو $31 = 32-2+1$ / $r = -1$

$S_{31} = \frac{(-9)(1-(-1)^{31})}{1-(-1)} = -9$

أوجد a_1 للمتسلسلة الهندسية في كل مما يأتي:

14) $S_n = 1550, n = 3, r = 5$ $1550 = \frac{a_1(1-5^3)}{1-5} \Rightarrow a_1 = \frac{1550(4)}{124} = 50$

15) $S_n = 1512, n = 6, r = 2$ $1512 = \frac{a_1(1-(2)^6)}{1-2} \Rightarrow a_1 = \frac{1512(-1)}{(1-64)} = 24$

16) $S_n = 3478.2, r = 2, a_n = 3481.6$ $3478.2 = \frac{a_1 - (3481.6)(2)}{1-2} \Rightarrow 3478.2 = 6963.2 - a_1 \Rightarrow a_1 = 3485$?!

17) $S_n = 4860, r = 3, a_n = 3280.5$ $4860 = \frac{a_1 - (3280.5)(3)}{1-3} \Rightarrow a_1 = (3280.5)(3) - 2(4860) = 121.5$

18) أحياء: إذا تضاعفت زراعة البكتيريا مرتين كل 2 h ، فاحسب كم يكون عدد البكتيريا بعد 12 h ، علمًا بأن عددها كان في البداية 200 بكتيريا؟

$a_1 = 200$ $r = 2$ $\Rightarrow a_7 = 200(2)^6 = 12800$

19) ضوء: إذا كانت نسبة الضوء التي تحجبها طبقة سُمكها 1 ft من ماء بحيرة هي 60% من كمية الضوء الساقط عليها، فما نسبة كمية الضوء التي تمرّ خلال طبقة مياه سمكها 5 ft؟

مقدار ما يسمح به الضوء ↑

$a_1 = A$ $r = 40\% = 0.4$ $n = 5$ $a_5 =$

$\Rightarrow a_5 = A(0.4)^5 = 0.01024A$

∴ ما يسمح به الضوء يمثل 1.024% من كمية الضوء الساقطة

alManahj.com/bh

وهي متقاربة $S=\frac{a_1}{1-r}$ $|r|<1$

4-4 المتسلسلات الهندسية اللانهائية

أوجد مجموع المتسلسلة الهندسية اللانهائية في كل مما يأتي: (إن وجد)

1) $a_1 = 35, r = \frac{2}{7}$ — $S_n = \frac{35}{1-\frac{2}{7}} = 49$

2) $a_1 = 26, r = \frac{1}{2}$ — $S_n = \frac{26}{1-\frac{1}{2}} = 52$

3) $a_1 = 98, r = -\frac{3}{4}$ — $S_n = \frac{98}{1-(-\frac{3}{4})} = 56$

4) $a_1 = 42, r = \frac{6}{5}$ — المتسلسلة متباعدة وليس لها مجموع لأن $|r|>1$

5) $a_1 = 112, r = -\frac{3}{5}$ — $S_n = \frac{112}{1-(-\frac{3}{5})} = 70$

6) $a_1 = 500, r = \frac{1}{5}$ — $S_n = \frac{500}{1-\frac{1}{5}} = 625$

7) $a_1 = 135, r = -\frac{1}{2}$ — $S_n = \frac{135}{1-(-\frac{1}{2})} = 90$

8) $18 - 6 + 2 - \ldots$ — $a_1 = 18, r = -\frac{1}{3} \Rightarrow S_n = \frac{18}{1-(-\frac{1}{3})} = \frac{27}{2}$

9) $2 + 6 + 18 + \ldots$ — المتسلسلة متباعدة

10) $6 + 4 + \frac{8}{3} + \ldots$ — $a_1 = 6, r = \frac{2}{3} \Rightarrow S_n = \frac{6}{1-\frac{2}{3}} = 18$

11) $\frac{4}{25} + \frac{2}{5} + 1 + \ldots$ — $r = 5/2 > 1$ أي متسلسلة متباعدة

12) $10 + 1 + 0.1 + \ldots$ — $a_1 = 10, r = \frac{1}{10} \Rightarrow S_n = \frac{10}{1-\frac{1}{10}} = \frac{100}{9}$

13) $100 + 20 + 4 + \ldots$ — $a_1 = 100, r = \frac{1}{5} \Rightarrow S_n = \frac{100}{1-\frac{1}{5}} = 125$

14) $-270 + 135 - 67.5 + \ldots$ — $a_1 = -270, r = -\frac{1}{2} \Rightarrow S_n = \frac{-270}{1-(-\frac{1}{2})} = -180$

15) $0.5 + 0.25 + 0.125 + \ldots$ — $a_1 = 0.5, r = 0.5 \Rightarrow S_n = \frac{0.5}{1-0.5} = 1$

16) $\frac{7}{10} + \frac{7}{100} + \frac{7}{1000} + \ldots$ — $S_n = \frac{0.7}{1-0.1} = \frac{7}{9}$

17) $0.8 + 0.08 + 0.008 + \ldots$ — $S_n = \frac{0.8}{1-0.1} = \frac{8}{9}$

18) $\frac{1}{12} - \frac{1}{6} + \frac{1}{3} - \ldots$ — $|r| = |-2| > 0$ أي متسلسلة متباعدة

19) $3 + \frac{9}{7} + \frac{27}{49} + \ldots$ — $S_n = \frac{3}{1-\frac{3}{7}} = \frac{21}{4}$

20) $0.3 - 0.003 + 0.00003 - \ldots$ — $S_n = \frac{0.3}{1-(-0.01)} = \frac{30}{101}$

21) $0.06 + 0.006 + 0.0006 + \ldots$ — $S_n = \frac{0.06}{1-0.1} = \frac{1}{15}$

22) $\frac{2}{3} - 2 + 6 - \ldots$ — $|r| = |-3| > 0$ أي متسلسلة متباعدة

23) $\sum_{n=1}^{\infty} 3\left(\frac{1}{4}\right)^{n-1}$ — $S_n = \frac{3}{1-\frac{1}{4}} = 4$

24) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{3}\left(-\frac{3}{4}\right)^{n-1}$ — $S_n = \frac{2/3}{1-(-\frac{3}{4})} = \frac{8}{21}$

اكتب كلًّا من الكسور العشرية الدورية الآتية، على صورة كسر اعتيادي:

25) $0.\overline{6}$ — $S_n = \frac{0.6}{1-0.1} = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}$

26) $0.\overline{09}$ — $S_n = \frac{0.09}{1-0.01} = \frac{1}{11}$

27) $0.\overline{43}$ — $S_n = \frac{0.43}{1-0.01} = \frac{43}{99}$

28) $0.\overline{243}$ — $S_n = \frac{0.243}{1-0.001} = \frac{9}{37}$

29) $0.\overline{84}$ — $S_n = \frac{0.84}{1-0.01} = \frac{28}{33}$

30) $0.\overline{990}$ — $S_n = \frac{0.990}{1-0.001} = \frac{110}{111}$

31) **بندول:** يتأرجح بندول بحيث تكون المسافة التي يقطعها في الأرجحة الأولى 8 ft. وفي كل تأرجح تالٍ تكون المسافة التي يقطعها $\frac{4}{5}$ المسافة السابقة مباشرة. ما المسافة التي يكون البندول قد قطعها عندما يتوقّف تمامًا عن الحركة؟

$a_1 = 8, r = \frac{4}{5}$ $S_n = \frac{8}{1-\frac{4}{5}} = \frac{8}{\frac{1}{5}} = 40$ ft

32) **مرونة:** أُسقطت كرة مطاطية من ارتفاع 10 ft وارتدّت إلى مسافة تبلغ $\frac{9}{10}$ المسافة الأصلية. وفي كل ارتداد تالٍ كانت الكرة ترتدّ مسافة تبلغ $\frac{9}{10}$ المسافة السابقة مباشرة. ما مجموع المسافة التي تقطعها الكرة ذهابًا وإيابًا، عندما تتوقّف عن الارتداد؟ (إرشاد: اجمع المسافة التي تقطعها الكرة نزولًا، إلى المسافة التي تقطعها صعودًا)

$10 + 2\left(\frac{9}{10}\right)(10) + 2(10)\left(\frac{9}{10}\right)^2 + \ldots = (-10) + 20 + 20\left(\frac{9}{10}\right) + 20\left(\frac{9}{10}\right)^2 + \ldots$

$\Rightarrow S_n = \frac{20}{1-\frac{9}{10}} - 10 = \frac{20}{1/10} - 10 = 200 - 10 = 190$ ft

alManahj.com/bh

$(x+y)^n = \sum_{k=0}^{n} {}_nC_k \, x^{n-k} \cdot y^k$ / الحد $(k+1) = {}_nC_k \, x^{n-k} \cdot y^k$

4-5 نظرية ذات الحدين

أوجد مفكوك كل ممّا يأتي:

1) $(n+v)^5 = n^5 + 5n^4v + 10n^3v^2 + 10n^2v^3 + 5nv^4 + v^5$

2) $(x-y)^4 = x^4 - 4x^3y + 6x^2y^2 - 4xy^3 + y^4$

3) $(x+y)^6 = x^6 + 6x^5y + 15x^4y^2 + 20x^3y^3 + 15x^2y^4 + 6xy^5 + y^6$

4) $(r+3)^5 = r^5 + 15r^4 + 90r^3 + 270r^2 + 405r + 243$

5) $(m-5)^5 = m^5 - 25m^4 + 250m^3 - 1250m^2 + 3125m - 3125$

6) $(x+4)^4 = x^4 + 16x^3 + 96x^2 + 256x + 256$

7) $(3x+y)^4 = 81x^4 + 108x^3y + 54x^2y^2 + 12xy^3 + y^4$

8) $(2m-y)^4 = 16m^4 - 32m^3y + 24m^2y^2 - 8my^3 + y^4$

9) $(w-3z)^3 = w^3 - 9w^2z + 27wz^2 - 27z^3$

10) $(2d+3)^6 = 64x^6 + 576d^5 + 2160d^4 + 4320d^3 + 4860d^2 + 2916d + 729$

11) $(x+2y)^5 = x^5 + 10x^4y + 40x^3y^2 + 80x^2y^3 + 80xy^4 + 32y^5$

12) $(2x-y)^5 = 32x^5 - 80x^4y + 80x^3y^2 - 40x^2y^3 + 10xy^4 - y^5$

13) $(a-3b)^4 = a^4 - 12a^3b + 54a^2b^2 - 108ab^3 + 81b^4$

14) $(3-2z)^4 = 81 - 216z + 216z^2 - 96z^3 + 16z^4$

15) $(3m-4p)^3 = 27m^3 - 108m^2p + 144mp^2 - 64p^3$

16) $(5x-2y)^4 = 625x^4 - 1000x^3y + 600x^2y^2 - 160xy^3 + 16y^4$

أوجد قيمة الحد المطلوب في مفكوك كل ممّا يأتي:

17) الحد السادس في مفكوك $(x+4y)^6$ — $({}_6C_5)x^{6-5} \cdot (4y)^5 = 6144xy^5$

18) الحد الرابع في مفكوك $(5x+2y)^5$ — $({}_5C_3)(5x)^2 \cdot (2y)^3 = 2000x^2y^3$

19) الحد الثامن في مفكوك $(x-y)^{11}$ — $({}_{11}C_7)x^4 \cdot (-y)^7 = -330x^4y^7$

20) الحد الثالث في مفكوك $(x-2)^8$ — $({}_8C_2)(x)^6(-2)^2 = 112x^6$

21) الحد السابع في مفكوك $(a+b)^{10}$ — $({}_{10}C_6) \cdot a^4 \cdot b^6 = 210a^4b^6$

22) الحد السادس في مفكوك $(m-p)^{10}$ — الحد الأوسط $({}_{10}C_5)(m)^5(-p)^5 = -252m^5p^5$

23) الحد العاشر في مفكوك $(2x+y)^{12}$ — $({}_{12}C_9)(2x)^3 \cdot y^9 = 1760x^3y^9$

24) الحد الرابع في مفكوك $(x-3y)^6$ — $({}_6C_3)(x)^3(-3y)^3 = -540x^3y^3$

25) **هندسة:** ما عدد القطع المستقيمة التي يمكن رسمها بين 10 نقاط، لا تقع أي ثلاث منها على استقامة واحدة، وبحيث تُستعمل نقطتان فقط لرسم كل قطعة؟

$10C_2 = 45$ قطعة

26) **طرق العد:** إذا رميت قطعة نقد 4 مرات متتالية. فما عدد المرات التي يظهر فيها التتابع 3 كتابات، 1 صورة، أو 3 صور، و1 كتابة ؟

$(H+T)^4 = H^4 + 4H^3T + 6H^2T^2 + 4HT^3 + T^4$

عدد مرات ظهور تتابع 3 كتابات، 1 صورة أو 3 صور، 1 كتابة

$= 8$ مرات

alManahj.com/bh

4-6 البرهان بالاستقراء الرياضي

برهن صحة كل من العبارتين الآتيتين للأعداد الطبيعية جميعها.

1) $1 + 4 + 9 + \ldots + n^2 = \dfrac{n(n+1)(2n+1)}{6}$

$R.H.S = \dfrac{1(1+1)(2(1)+1)}{6} = \dfrac{6}{6} = 1 = L.H.S$ ∴ عندما $n=1$

∴ العبارة صحيحة عندما $n=1$

** نفرض صحة العبارة عندما $n=k$

$\therefore 1+4+9+\ldots+k = \dfrac{k(k+1)(2k+1)}{6}$

*** علينا برهنة صحة العبارة عندما $n=k+1$

$\therefore 1+4+9+\ldots+k^2+(k+1)^2 =$

$\underbrace{1+4+9+\ldots+k^2}_{\downarrow} + (k+1)^2 = \dfrac{k(k+1)(2k+1)}{6} + \dfrac{6(k+1)^2}{6}$

بأخذ $(k+1)$ كعامل مشترك

$= \dfrac{k(k+1)(2k+1)+6(k+1)^2}{6}$

$= \dfrac{(k+1)(k(2k+1)+6(k+1)}{6}$

$= \dfrac{(k+1)(2k^2+7k+6)}{6} = \dfrac{(k+1)(k+2)(2k+3)}{6}$

$= \dfrac{(k+1)((k+1)+1)(2(k+1)+1)}{6}$

∴ العبارة صحيحة عندما $n=k+1$

∴ العبارة صحيحة $\forall n \in \mathbb{N}$

2) $5^n - 3^n$ من مضاعفات العدد 2.

* عندما $n=1 \Leftarrow 5^1-3^1 = 5-3 = 2$ (يقبل القسمة على 2)

∴ العبارة صحيحة عندما $n=1$

** نفرض صحة العبارة عندما $n=k$

$\therefore 5^k - 3^k = 2r$ ($2r$ تعني أن العدد أحد مضاعفات 2 حيث $r \in \mathbb{N}$)

$\Rightarrow 5^k = 2r + 3^k$

*** نتأكد من صحة العبارة عندما $n=k+1$

$\therefore 5^{k+1} - 3^{k+1} = 5(5^k) - 3(3^k)$

$= 5(2r+3^k) - 3(3^k)$

$= 10r + 5(3^k) - 3(3^k)$

$= 10r + 2(3^k) = 2(5r+3^k)$

وهذا المقدار يقبل القسمة على 2 كما هو واضح

∴ العبارة صحيحة عندما $n=k+1$

∴ العبارة صحيحة $\forall n \in \mathbb{N}$

أعط مثالاً مضاداً يبين خطأ كل من العبارات الآتية، لكل عدد طبيعي n:

3) $1+4+7+\ldots+(3n-2) = n^3 - n^2 + 1$

عندما $n=3$ (3)

$1+4+7=12$ ، $(3)^3-(3)^2+1 = 19$

$12 \neq 19$

4) $5^n - 2n - 3$ يقبل القسمة على 3

عندما $n=3$ (4)

$5^3 - 2(3) - 3 = 116$

116 يقبل القسمة على 3

5) $1+3+5+\ldots+(2n-1) = \dfrac{n^2+3n-2}{2}$

عندما $n=3 \Leftarrow$ (5)

$L.H.S = 1+3+5 = 9$

$R.H.S = \dfrac{(3)^2+3(3)-2}{2} = 8$

$\therefore L.H.S \neq R.H.S$

6) $1^3 + 2^3 + 3^3 + \ldots + n^3 = n^4 - n^3 + 1$

عندما $n=3$ (6)

$L.H.S = 1^3+2^3+3^3 = 36$

$R.H.S = (3)^4 - (3)^3 + 1 = 55$

$L.H.S \neq R.H.S$