تم تحميل هذا الملف من موقع المناهج البحرينية

ملزمة ريض 261 محلولة

موقع المناهج ⇦ المناهج البحرينية ⇦ الصف الثاني الثانوي ⇦ رياضيات ⇦ الفصل الأول ⇦ ملفات متنوعة ⇦ الملف

تاريخ إضافة الملف على موقع المناهج: 10-01-2025 01:19:21

المزيد من مادة رياضيات:	ملفات ا كتب للمعلم ا كتب للطالب ا اختبارات الكترونية ا اختبارات ا حلول ا عروض بوربوينت ا أوراق عمل منهج انجليزي ا ملخصات وتقارير ا مذكرات وبنوك ا الامتحان النهائي ا للمدرس

التواصل الاجتماعي بحسب الصف الثاني الثانوي

صفحة المناهج البحرينية على فيسبوك					
المواد على تلغرام	التربية الاسلامية	اللغة العربية	اللغة الانجليزية	الرياضيات	

المزيد من الملفات بحسب الصف الثاني الثانوي والمادة رياضيات في الفصل الأول

1	ملخص قوانين مقرر ريض 261
2	مذكرة ريض 261 محلولة نماذج لأسئلة امتحانية
3	مذكرة ريض 261 غير محلولة نماذج لأسئلة امتحانية
4	ملخص درس التباديل و التوافيق
5	مسائل مجتمعة الاحتمال باستعمال التباديل و التوافيق

Reed 261 Ghazi Al-Gosaibi 1.000BD

مملكة البحرين
وزارة التربية والتعليم
مدرسة غازي القصيبي الثانوية للبنات

الرياضيات 3

ريض 261

اسم الطالبة : عفيفة حسن علي

الرقم الأكاديمي : .....

الشعبة : .....

الملزمة لا تغني عن الكتاب

Almanahj.com/bh

261

261

الإتفاقية

أولاً: بنود الاتفاقية :-

حقوقك	واجباتك
1) الشرح الوافي والاجابة على أسئلتك واستفساراتك. 2) إدارة الصف بطريقة صحيحة تتيح لك بيئة جيدة للتعلم. 3) الاحترا وعد التلفظ بأي كلا جارح. 4) الاختبارات واضحة الموعد والمضمون . 5) تصحيح الاختبارات وتقييمها تقييما عادلاً مع توفير التغذية الراجعة في حينها .	1) الالتزا بالحضور المبكر إلى الحصة وعد التأخير 2) احضار الكتاب والكراسة والآلة الحاسبة يومياً. 3) عد التغيب عن الاختبارات إلا بعذر طبي وتقديم الاختبار مباشرة في الأسبوع نفسه وعد تأخيره إلى نهاية الفصل . 4) احترا المعلمة واختيار الأسلوب اللائق للتحدث معها. 5) الهدوء والانضباط واحترا إجابات الآخرين وعد الإجابة بإجابات جماعية .

ثانياً : متابعة كراسة الطالبة :-

الكراسة كاملة	تنظيم الكراسة	الالتزا بموعد التسليم	تصحيح الأخطاء	المجموع
2	1	1	1	5

التاريخ	الدرجة (5)	ملاحظات التصحيح		
		الوصف	التعزيز	التطوير
		○ عملكِ متقن. ○ خطوات الحل متسلسلة . ○ لديك أخطاء علمية. ○ لم تراعِ الإشارات. ○	○ ممتنة لكِ. ○ أقدرُ مجهودكِ. ○ سعدتُ بمحاولاتكِ. ○	○ راجعي الكتاب لتصويب الأخطاء. ○ راجعي معلمتكِ لتصويب الأخطاء. ○ تدربي أكثر مستعينة بالكراسة. ○ تحتاجين لبذل المزيد من الجهد.
		○ عملكِ متقن. ○ خطوات الحل متسلسلة . ○ لديك أخطاء علمية. ○ لم تراعِ الإشارات. ○	○ ممتنة لكِ. ○ أقدرُ مجهودكِ. ○ سعدتُ بمحاولاتكِ. ○	○ راجعي الكتاب لتصويب الأخطاء. ○ راجعي معلمتكِ لتصويب الأخطاء. ○ تدربي أكثر مستعينة بالكراسة. ○ تحتاجين لبذل المزيد من الجهد.
		○ عملكِ متقن. ○ خطوات الحل متسلسلة . ○ لديك أخطاء علمية. ○ لم تراعِ الإشارات. ○	○ ممتنة لكِ. ○ أقدرُ مجهودكِ. ○ سعدتُ بمحاولاتكِ. ○	○ راجعي الكتاب لتصويب الأخطاء. ○ راجعي معلمتكِ لتصويب الأخطاء. ○ تدربي أكثر مستعينة بالكراسة. ○ تحتاجين لبذل المزيد من الجهد.
		○ عملكِ متقن. ○ خطوات الحل متسلسلة . ○ لديك أخطاء علمية. ○ لم تراعِ الإشارات. ○	○ ممتنة لكِ. ○ أقدرُ مجهودكِ. ○ سعدتُ بمحاولاتكِ. ○	○ راجعي الكتاب لتصويب الأخطاء. ○ راجعي معلمتكِ لتصويب الأخطاء. ○ تدربي أكثر مستعينة بالكراسة. ○ تحتاجين لبذل المزيد من الجهد.

تمثيل فضاء العينة

التاريخ : .....

1) صوب شخص نحو هدف مرتين متتالين ,حيث رمز إصابة الهدف (s) , ورمز عدم إصابة الهدف (f) .
مثل فضاء العينة لتجربة باستعمال مخطط الشجرة البيانية والجدول والقائمة المنظمة .
ثم اكتب فضاء العينة في صورة مجموعة , وأذكر عدد النواتج .

[1] الشجرة البيانية
S — S,S
S — S,F
F — F,S
F — F,F
الرمية ① الرمية ②

[2] القائمة المنظمة
S,S S,F
F,S F,F

[3] الجدول

النواتج	S	F
S	S,S	S,F
F	F,S	F,F

[4] المجموعة
$\Omega = \{(S,S),(S,F),(F,S),(F,F)\}$

[5] عدد النواتج $= 2 \times 2 = 4$

2) مثل فضاء النواتج لتجربة إلقاء قطعة نقد مرتين متتالين باستخدام الشجرة البيانية والجدول والقائمة المنظمة . ثم اكتب فضاء العينة في صورة مجموعة , وأذكر عدد النواتج .

[1] الشجرة البيانية
H — H,H
H — H,T
T — T,H
T — T,T

[2] القائمة المنظمة
H,H H,T
T,H T,T

[3] الجدول

النواتج	H	T
H	H,H	H,T
T	T,H	T,T

[4] المجموعة
$\Omega = \{(H,H),(H,T),(T,H),(T,T)\}$

[5] عدد النواتج $= 2 \times 2 = 4$

3) يبيع محل تجاري الآيس كريم في أكواب ذات حجم (s) , أو حجم متوسط (M) , أو حجم كبير (L) , ومع صلصلة (T) أو بدون صلصلة (NT) .
مثل فضاء العينة باستعمال مخطط الشجرة البيانية .
ثم اكتب فضاء العينة في صورة مجموعة , وأذكر عدد النواتج .

[1] الشجرة البيانية
S — T — S,T
S — NT — S,NT
M — T — M,T
M — NT — M,NT
L — T — L,T
L — NT — L,NT

[2] القائمة المنظمة
S,T S,NT M,T M,NT L,T L,NT

[3] الجدول

النواتج	T	NT
S	S,T	S,NT
M	M,T	M,NT
L	L,T	L,NT

[4] المجموعة
$\Omega = \{(S,T),(S,NT),(M,T),(M,NT),(L,T),(L,NT)\}$

[5] عدد النواتج $= 3 \times 2 = 6$

4) مثل فضاء النواتج لجنس المولود في عائلة لديها طفلين بطريقة الشجرة الجدول .
ثم اكتب فضاء العينة في صورة مجموعة وأذكر عدد النواتج .

[1] الشجرة البيانية
B — B,B
B — B,G
G — G,B
G — G,G

[2] القائمة المنظمة
B,B B,G G,B G,G

[3] الجدول

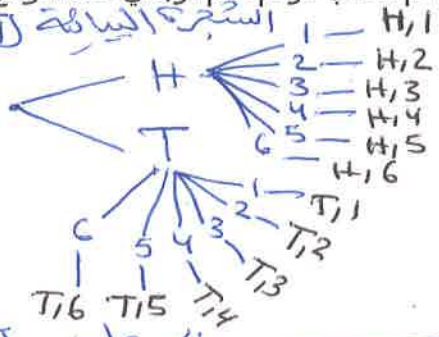
النواتج	B	G
B	B,B	B,G
G	G,B	G,G

[4] المجموعة
$\Omega = \{(B,B),(B,G),(G,B),(G,G)\}$

[5] عدد النواتج $= 2 \times 2 = 4$

5) مثل فضاء العينة بطريقة الجدول لتجربة إلقاء قطعة نقد ثم مكعب مرقم . ثم أوجدي عدد النواتج

1) الشجرة البيانية



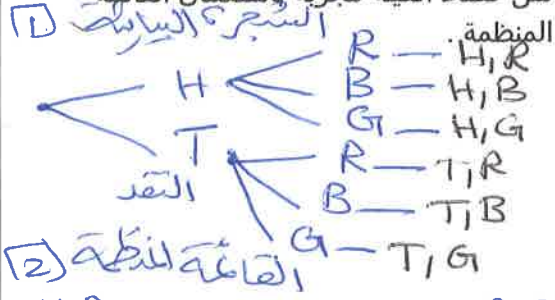
2) الجدول

النواتج	1	2	3	4	5	6
H	H,1	H,2	H,3	H,4	H,5	H,6
T	T,1	T,2	T,3	T,4	T,5	T,6

عدد النواتج = $2 \times 6 = 12$

6) في تجربة إلقاء نقود ثم سحب كرة من صندوق به ثلاث كرات (R , B , G).
مثل فضاء العينة لتجربة باستعمال القائمة المنظمة.

1) الشجرة البيانية



2) القائمة المنظمة

H,R H,B H,G T,R T,B
T,G

7) مثل فضاء العينة بطريقة لعملية سحب بطاقتين الواحدة تلو الأخرى بدون إرجاع من صندوق يحتوي على بطاقات ملونة وعددها كتالي
(5 أخضر G , 5 أسود B , واحدة بيضاء W)

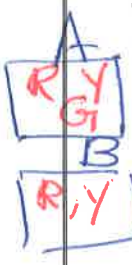
بدون ارجاع

1) الشجرة البيانية

2) الجدول

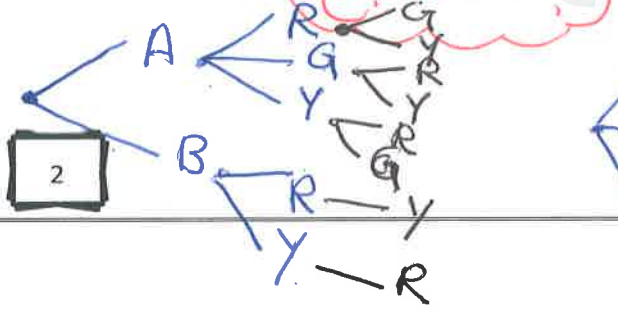
النواتج	G	B	W
G	G,G	G,B	G,W
B	B,G	B,B	B,W
W	W,G	W,B	—

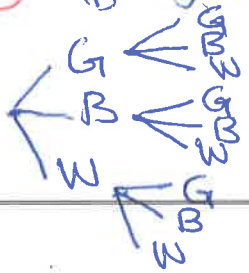
8) يتم اختيار أحد الصندوقين A أو B عشوائيا . ثم تسحب كرتان عشوائيا من الصندوق المختار الواحدة تلو الأخرى مع الإرجاع ,
الصندوق A يحتوي على كرة حمراء R وكرة خضراء G , وكرة صفراء Y والصندوق B يحتوي على كرة حمراء R , وأخرى صفراء Y .
مثل فضاء العينة لهذه التجربة باستعمال مخطط الشجرة البيانية .



مع الارجاع

بدون ارجاع





باجاع

2) الجدول

النواتج	G	B	W
G	G,G	G,B	G,W
B	B,G	B,B	B,W
W	W,G	W,B	W,W

مبدأ العد الأساسي

التاريخ : .....

$n_1 \times n_2$

مفهوم مبدأ العد

عدد النواتج = عدد عناصر المرحلة الأولى × عدد عناصر المرحلة الثانية × .....إلى آخر مرحلة

1) يُريد سعد شراء ثوب من بين البدائل المبينة في الجدول المجاور. ما عدد الخيارات المتاحة له ليختار ثوبًا مناسبًا؟

عدد الخيارات	النواتج
5	القماش
6	اللون
3	الأكمام
3	القبة
2	الفتحة الأمامية
2	الأزرار

عدد الطرق = $5 \times 6 \times 3 \times 3 \times 2 \times 2$

$= 1080$ طريقة

2) عرضت قائمة بالمأكولات في أحد المطاعم تحتوى على الأنواع المبية أدناه , وكل نوع منها يحتوي على عدد من الأصناف . افرض أنه يتم اختيار طبق واحد من كل نوع , فما عدد البدائل الممكنة؟

عدد البدائل	قائمة المأكولات
8	المقبلات
4	الحساء
6	السلطة
12	الطبق الرئسي
9	الحلوى

عدد البدائل = $8 \times 4 \times 6 \times 12 \times 9$

$= 20736$ طريقة

لو أختار سلطة الفواكه $8 \times 4 \times 1 \times 12 \times 9 = 3456$ طريقة

3) اختيار وجبة طعام من قائمة تحتوي 3 أنواع من الشوربة , 3 أنواع من اللحوم , ونوعين من كل من الخبز والمقبلات . ما عدد النواتج الممكنة ؟

عدد النواتج = $3 \times 3 \times 2 \times 2 = 36$ ناتج

لو حدد نوع حساء (شوربة عدس)

عدد النواتج = $1 \times 3 \times 2 \times 2 = 12$

4) تجري في إحدى المدارس الثانوية انتخابات لاختبار أعضاء مجلس الطلبة , ويسعى 3 طلاب للحصول على مركز السكرتير , و4 للحصول على مركز أمين الصندوق , 5 لمركز نائب الرئيس وطالبان لمركز الرئيس , ما عدد النواتج الممكنة ؟

عدد النواتج = $3 \times 4 \times 5 \times 2 =$

$= 120$ طريقة

5) كم عددا يمكن تكوينه من ثلاثة أرقام مختلفة بإستعمال أرقام العدد 2768 .

أرقام مختلفه = بدون تكرار

= بدون ارجاع

عدد الطرق = $\underset{\text{الرقم ①}}{4} \times \underset{\text{الرقم ②}}{3} \times \underset{\text{الرقم ③}}{2} = 24$ طريقة

لو سمح بتكرار الأرقام

عدد الطرق = $\underset{\text{الرقم ①}}{4} \times \underset{\text{الرقم ②}}{4} \times \underset{\text{الرقم ③}}{4} = 64$ طريقة

6) أوجد عدد النواتج الممكنة لرمي مكعب أرقام 4 مرات.

عدد النواتج = $6 \times 6 \times 6 \times 6$

$= 6^4 = 1296$ طريقة

7) اشترى حسن قفلا رقميا لدراجته يفتح باستعمال 4 أرقام من 0 إلى 9 , بكم طريقة يمكنه اختيار أرقام القفل :

عدد الأرقام كلها = 10

- اذاسمح له بتكرار إي رقم .

عدد الطرق = $\frac{10}{①}\times\frac{10}{②}\times\frac{10}{③}\times\frac{10}{④}=10000$ طريقة

- اذا لم يسمح له بتكرار الرقم .

عدد الطرق = $\frac{10}{①}\times\frac{9}{②}\times\frac{8}{③}\times\frac{7}{④}=$

$= 5040$ طريقة

8) طلب من أحد المصانع بمملكة البحرين عمل لوحات معدنية للسيارات تحمل كل منها سته أرقام من مجموعة الأرقام { 9, 8, 7, 6, 5, 4 , 3, 2, 1, 0 } فكم لوحة مختلفة يمكن صنعها :

عدد الأرقام كلها = 10

- اذاسمح له بتكرار إي رقم .

عدد الطرق = $\frac{10}{①}\times\frac{10}{②}\times\frac{10}{③}\times\frac{10}{④}\times\frac{10}{⑤}\times\frac{10}{⑥}=10^6$ طريقة

- اذا لم يسمح له بتكرار الرقم .

عدد الطرق = $\frac{10}{①}\times\frac{9}{②}\times\frac{8}{③}\times\frac{7}{④}\times\frac{6}{⑤}\times\frac{5}{⑥}=$

$= 151200$ طريقة

9) يستعمل أحمد كلمة مرور لبريده الإلكتروني تبدأ بحرف اسمه باللغة الإنجليزية HAMAD ثم يليها ثلاثة أرقام مختلفة من الأرقام 0 إلى 9.

بدون تكرار :

عدد الطرق = $\underset{H}{1}\times\underset{\text{الأرقام}}{10\times9\times8}\times$

$= 720$ طريقة

بتكرار :

$\underset{\text{فقط H}}{\underset{H}{1}}\times10\times10\times10$

$= 1000$ طريقة

10) اذا كان هناك 5 خطوط من المنامة إلى المحرق 3 خطوط باص من المحرق إلى الحد

المنامة 5 ← المحرق 3 ← الحد

- بكم طريقة يستطيع أحد الركاب أن ينتقل من المنامة إلى الحد مارا بالمحرق ؟

عدد الطرق = $\underset{\text{المحرق}}{\underset{\text{الى}}{5}}\times\underset{\text{الحد}}{\underset{\text{الى}}{3}}=15$ طريقة

- واذا أراد هذا الراكب الرجوع فورا للمنامة , فبكم طريقة يمكنه الذهاب والإياب مارا بالمحرق ؟

المنامة 5 ← 5 المحرق 3 ← 3 الحد

عدد الطرق = $\underbrace{5\times3}_{\text{طريق الذهاب}}\times\underbrace{3\times5}_{\text{طريق الإياب}}$

$= 225$ طريقة

الاحتمال التاريخ : .....

احتمال الحدث $P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$ حيث $0 \leq P(A) \leq 1$

$\{1,2,3,4,5,6\}$

في تجربة إلقاء حجر نرد مرة واحدة

1) ما احتمال ظهور العدد 4؟

$A = \{4\}$, $n(A) = 1$

$n(S) = 6$

$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{1}{6}$

2) ما احتمال ظهور عدد زوجي ؟

$A = \{2,4,6\}$, $n(A) = 3$

$n(S) = 6$

$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

3) ما احتمال ظهور عدد أولي ؟

العدد الاولي : هو العدد الذي لا يقبل القسمة الا على نفسه ويبدأ من 2

$A = \{2,3,5\} \rightarrow n(A) = 3$

$n(S) = 6 \Rightarrow P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

4) ما احتمال ظهور عدد يقبل القسمة على 3 ؟

$A = \{3,6\} \rightarrow n(A) = 2$

$n(S) = 6$

$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$

2) عند سعيد خمسة أقلام سوداء وثلاثة أقلام حمراء وقلم أزرق ، إذا اختار قلم بطريقة عشوائية ، فأوجد ما يأتي :

5B , 3R , 1 Bl

- **احتمال الحصول على قلم أزرق**

$P(Bl) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{1}{9}$

- **احتمال الحصول على قلم أحمر**

$P(R) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$

3) كيس به 4 كرات زرقاء , و3 حمراء , 6 سوداء . سحبت منه كرة عشوائيا

4Bl , 3R , 6B

(a) ما احتمال أن تكون الكرة المسحوبة زرقاء .

$P(Bl) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{4}{13}$

(b) ما احتمال أن تكون الكرة المسحوبة ليست سوداء .

$P(B) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{4+3}{13} = \frac{7}{13}$

المضروب التاريخ : .....

$$n! = n\,(n-1)(n-2)\ldots\ldots\ldots\ldots\times 2 \times 1$$

إذا أردنا ترتيب عناصر مختلفة عددها n عنصرا في صورة فإن عدد طرق الترتيب (نستخدم المضروب)

عدد الفرص = عدد الخيارات نستخدم المضروب

1)أوجد قيمة ما يلي :

$a)\ 4!$ = 24	$b)\ 5!$ = 120	$c)\ 8!$ = 40320	$d)\ 0!$ = 1

1) يُريد أحد الرسامين أن يعرض 5 لوحات في أحد المعارض، بكم طريقة يُمكنه عرض اللوحات في صف واحد؟

عدد الطرق = 5 × 4 × 3 × 2 × 1 = 5! = 120 طريقة

2) دخل حسن وخمسة من أصدقائه قاعة سينما، فبكم طريقة يمكنهم أن يجلسوا جميعًا على 6 مقاعد خالية في صف واحد؟

6 =

عدد الطرق = 6! = 720 طريقة

3) 5 سيدات , 5 رجال يقفون في صف بكم طريقة يمكن أن يقفوا بحيث تكون مجموعة الرجال متجاورة والنساء متجاورة .

نساء رجال / رجال نساء

2! × 5! × 5! = 2880 طريقة

4) عدد طرق وقوف رجلين و3 أولاد في صف على أن يكون رجل في الطرف الأيمن ورجل في الطرف الأيسر .

1 × 3! × 1 = 2 × 3! = 12 طريقة

5) وقف يوسف و علي و فراس و فهد لالتقاط صورة ما احتمال أن يقف علي في أقصى يسار الصورة؟

علي

1 × 3 × 2 × 1

n(A) = 3! = 6 طريقة

n(S) = 4!

$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{3!}{4!} = \frac{1}{4}$

6) وقف يوسف و علي و فراس و فهد لالتقاط صورة جماعية لهم. ما احتمال أن يقف علي في أقصى يسار الصورة وفراس أقصى يمينها؟

خاص

1 × 2 × 1 × 1 = 2

n(A)

n(S) = 4! ⇒ $P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{2}{4!} = \frac{1}{12}$

7)دخل أربعة أشخاص عربة سكة حديد , فوجدوا 6 أماكن خالية . بكم طريقة يمكنهم الجلوس بالتتالي .

n(A) = 6 × 5 × 4 × 3 = 360 طريقة

بطاقة إثرائية 1 (المضروب)

عدد الفرص = عدد الخيارات ⇐ المضروب $n!$

$$p(A) = \frac{n(A)}{n(s)} = \frac{\text{عدد نواتج الحدث}}{\text{عدد نواتج فضاء العينة}}$$

أمثلة

(1) إذا جلس أحمد , وناصر , وإبراهيم في صف . ما احتمال أن يكون ترتيبهم ناصر , أحمد , إبراهيم.

$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{1}{3!} = \frac{1}{6}$ $\quad n(S) = 3!$ $\quad$ ترتيب واحد لجلوسهم $n(A) = 1$

(2) إذا جلس أحمد , ناصر , وإبراهيم على صف مقاعد . ما احتمال أن يكون أحمد جلس على المقعد الأيمن .

$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{1 \times 2!}{3!} = \frac{1}{3}$

3) وزع الوالد 6 لعب مختلفة على أبنائه الستة , ما احتمال أن تكون الدمية لإبنته منال .

$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{1 \times 5!}{6!} = \frac{1}{6}$

4) وزرع الوالد 6 لعب مختلفة على أبنائه الستة , ما احتمال أن تكون الدمية إبنته منال , والسيارة إبنه خالد .

$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{1 \times 1 \times 4!}{6!} = \frac{1}{30}$

5) يراد تكوين كلمة رباعية الحروف باستخدام (R , B , A , E) , ما احتمال الحصول على كلمة BEAR .

$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{1}{4!} = \frac{1}{24}$ ← ترتيب واحد

****

6) وقف 5 أصدقاء في صورة صف لالتقاط صورة تذكارية . أوجد احتمال :

1- أن يقف أيمن في وسط الصف.

$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{1 \times 4!}{5!} = \frac{1}{5}$ ← لأيمن

2- أن يقف أيمن في اقصى اليمين أو أقصى اليسار.

$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{2 \times 4!}{5!} = \frac{2}{5}$

3- أن يقفوا بالترتيب : أيمن , يوسف , محمد , علا, إبراهيم .

$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{1}{5!} = \frac{1}{120}$

4- أن يقف أيمن في طرف ومحمد في طرف .

$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{2! \times 3!}{5!} = \frac{1}{10}$

5- أن يقف أيمن على يمين محمد

$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{4!}{5!} = \frac{1}{5}$

أعن مسلوب الإرادة

6- أن يقف أيمن بجوار محمد

$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{2 \times 4!}{5!} = \frac{2}{5}$

تمارين

1) إذا طلب إليك ترتيب المضلعات المبنية من اليمين لليسار . فما احتمال أن يكون المثلث هو الأول , والمربع هو الثاني

$P(A)=\frac{n(A)}{n(S)}=\frac{1\times1\times3!}{5!}=\frac{1}{20}$

$P(A)=\frac{1\times1}{5\times4}=\frac{1}{20}$

2) ما احتمال أن يكون المربع بجوار المثلث .

$P(A)=\frac{n(A)}{n(S)}=\frac{2\times4!}{5!}=\frac{2}{5}$

3) ذهبت مها وسعاد لحضور محاضرة علمية , إذا اختارت كل منهما مقعدا في الصف المبين أدناه عشوائيا , فما احتمال أن تختار مها المقعد C11 , وسعاد المعقد C12 ؟

$P(A)=\frac{n(A)}{n(S)}=\frac{1\times1\times6!}{12!}=\frac{1}{132}$

$P(A)=\frac{n(A)}{n(S)}=\frac{1\times1}{12\times11}=\frac{1}{132}$

4) ذهبت نورا ومرام إلى السينما فاختارتا مقعدين يقعان بصف مكون من 20 مقعدا , ما احتمال أن يحتلا المقعدين السابع والثامن على الترتيب.

$P(A)=\frac{1\times1\times18!}{20!}=\frac{18!}{20!}=\frac{1}{380}$

$P(A)=\frac{n(A)}{n(S)}=\frac{1\times1}{20\times19}=\frac{1}{380}$

5) ذهبت نورا ومرام إلى السينما فاختارتا مقعدين يقعان بصف مكون من 20 مقعدا , ما احتمال أن يحتلا المقعدين السابع والثامن .

$P(A)=\frac{n(A)}{n(S)}=\frac{2\times18!}{20!}=\frac{1}{190}$

6) إذا رتبت الأرقام 9 , 6 , 5 , 3 , 2 ما احتمال الحصول على عدد آحاده 5.

$P(A)=\frac{n(A)}{n(S)}=\frac{1\times4!}{5!}=\frac{1}{5}$

7) إذا تم ترتب حروف E , A , R , G ما احتمال الحصول على كلمة تبدأ بـ E وتنتهي بـ A .

$P(A)=\frac{n(A)}{n(S)}=\frac{1\times1\times2!}{4!}=\frac{1}{12}$

8) يحتوي كيس على بطاقات كتب على كل واحدة منها حرف واحد من الحروف : ر , ف , س , ة , و , ي . أذا اختير تبديل واحد من هذه الحروف عشوائيا لتكوين كلمة , فما احتمال أن تكون الكلمة " فروسية " .

$P(A)=\frac{n(A)}{n(S)}=\frac{1}{6!}=\frac{1}{720}$

9) أراد حسين أن يلعب في 8 ألعاب مختلفة بحديقة عين عذاري , ما احتمال أن يبدأ بلعبة القطار ثم لعبة البولينغ .

$P(A)=\frac{1\times1\times6!}{8!}=\frac{1}{56}$

التباديل مع التكرار التاريخ : .....

عدد التراتيب المختلفة في حال وجود تكرار

$$\frac{n!}{r_{1!}.r_{2!}.r_{2!}\dots\dots.r_{k!}}$$

تمارين

1) بكم طريقة مختلفة يمكن ترتيب الحروف التالية بشكل عشوائي n , a , a , a , m , m ؟

$= \frac{6!}{2!\times 3!} = 60$ عدد الطرق

2) وما احتمال الحصول على كلمة Manama ؟

$n(S) = \frac{6!}{2!\times 3!} = 60$, $n(A) = 1$ كلمة واحدة

$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{1}{60}$

3) ما احتمال أن يكون 55652113 رقما لهاتف مكون من 8 هي 3, 5, 1, 2, 1, 6, 5, 1 ؟

$n(S) = \frac{8!}{3!\times 2!} = 3360$

$n(A) = 1$ ← رقم معدد

$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{1}{3360}$

4) اشترت فاطمة الأحرف المُمغنطة "T , M , I , F , A , A" التي يُمكن ترتيبها بحيث تشكل كلمات، إذا اختارت تبديلًا عشوائيًّا، فما احتمال أن تشكل هذه الأحرف كلمة "FATIMA" ؟

$n(S) = \frac{6!}{2!} = 360$

$P(A) = \frac{1}{360}$ ← ترتيب واحد / كلمة معدد

5) تتكون لوحة سيارة في إحدى الدوال من الأحرف ك , ر , ر , ك والأرقام 1, 3, 3 .

ما احتمال أن يكون ترتيبها ر ك ر ك 1 3 3 ؟

$n(S) = \frac{7!}{2!\times 2!\times 2!} = 630$

$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{1}{630}$

6) إذا تم ترتيب الحروف (أ , ل , ر , ف , أ , ع) بشكل عشوائي للحصول على كلمة , ما احتمال أن تكون الكلمة هي " الرفاع " أو "الفارع " ؟

$n(S) = \frac{6!}{2!} = 360$

$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{2}{360} = \frac{1}{180}$ ← كلمتين

7) اشترى عدنان بعض الأحرف الممغنطة التي يمكن ترتيبها بحيث تشكل كلمات على باب ثلاجته . إذا اختار عشوائيا تبديلا من الأحرف المبينة في الشكل المجاور . ما احتمال أن تشكل هذه الأحرف كلمة " مكالمات " ؟

$n(S) = \frac{7!}{2!\times 2!} = 1260$

$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{1}{1260}$

8) رتبت 7 كرات متماثلة بصورة عشوائية , ما احتمال ظهور بالشكل التالي :

$n(S) = \frac{7!}{2!\times 4!} = 105$

$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{1}{105}$ ← ترتيب معدد

التباديل التاريخ : .....

يرمز لعدد n عنصرا متمايزا r في كل مرة بالرمز nPr حيث أن

$$nPr = \frac{n!}{(n-r)!}$$

إذا أردنا اختيار جزء (r) من كل (n) مع أهمية الترتيب , كما في توزيع مناصب , أو جلوس أولاد على مقاعد أكبر من عددهم .

فإن عدد الطرق الممكنة هو nPr

عدد العرض ≠ عدد الخيارات / بدون ارجاع

$a)\ {}_4P_2 = 12$	$b)\ {}_5P_3 = 60$	$c)\ {}_8P_8 = 40320$

تمارين متنوعة

1) اشتركت 7 سيارات في سباق. بكم طريقة مختلفة يمكن وصول السيارات الثلاثة الأولى بالترتيب؟

عدد الطرق $= 7\times6\times5 = {}_7P_3 = 210$

2) كم عدد كلي مُكوّن من رقمين مختلفين يُمكن تكوينه من الأرقام 3,4,5,6,7 بدون تكرار؟

عددهم 5

عدد الطرق $= 5\times4 = {}_5P_2 = 20$

3) صندوق به 5 مصابيح ملونة بأحد الألوان الآتية: الأحمر، الأزرق، الأصفر، الأبيض، الأخضر، سُحبت 3 مصابيح عشوائيًّا – الواحد تلو الآخر – دون إرجاع، ما احتمال أن تكون المصابيح المسحوبة هي: الأصفر، والأخضر، والأحمر على الترتيب؟

عدد العرض ≠ عدد الخيارات

$n(S) = {}_5P_3 = 60$

$n(A) = 1$ ترتيب فقط

$P(A) = \frac{1}{60}$

4) تقدم 30 طالبًا إلى مسابقة في الشعر، وقد دُعي الطلاب عشوائيًّا لتقديم أشعارهم أمام لجنة التحكيم، ما احتمال أن يُدعى عبدالله أولًا وفيصل ثانيًّا؟

$n(S) = 30P_2 = 870$

$n(A) = 1$ ← ترتيب محدد

$P(A) = \frac{1}{870}$

5) جمعية طلابية عدد أعضائها 20 طالبا , يراد اختيار رئيس , وأمين صندوق لها . ما احتمال أن يكون محمد , قاسم , وعلاء على الترتيب هم المختارون .

$n(S) = 20P_3 = 6840$

$n(A) = 1$ ← ترتيب محدد

$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{1}{6840}$

مناصب ⇓ تباديل

6) جمعية طلابية عدد أعضائها 20 طالبا , يراد اختيار رئيس , وأمين صندوق لها . ما احتمال أن يكون محمد , قاسم , وعلاء هم المختارون .

تباديل ← مناصب

$n(S) = 20P_3$

$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{3!}{20P_3} = \frac{1}{1140}$

$n(A) =$ 3 أشخاص و 3 مناصب $= 3!$

البطاقة الإثرائية 2 (التباديل)

السؤال الأول : يراد اختيار محاضر ونائب له من طلاب مدرسة ما لتمثيل المدرسة في ندوة خارجية , تم اختيارهم من بين 10 من المستوى الاول , 12 طالب من المستوى الثاني: ∴ مناصب ⇐ تباديل

1)ما احتمال أن يكون الطالبان المختاران من المستوى الاول .

العدد الكلي $22 = 12 + 10$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{10P_2}{22P_2} = \frac{15}{77}$$

2) ما احتمال أن يكون الطالبان المختاران من المستوى الثاني .

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{12P_2}{22P_2} = \frac{2}{7}$$

3)ما احتمال أن يكون المحاضر من المستوى الثاني والنائب من المستوى الأول .

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{10P_1 \times 12P_1}{22P_2} = \frac{120}{460} = \frac{20}{77}$$

4)ما احتمال أن يكون المحاضر والنائب من مستويين مختلفين .

① محاضر / ② نائب

② محاضر / ① نائب

هناك ترتيبين

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{10P_1 \times 12P_1 \times 2}{22P_2} = \frac{40}{77}$$

السؤال الثاني : صف جامعي من 18 بنت , 12 ولد يراد اختيار مراقب ومساعد له من بينهم , ما احتمال

مناصب ⇐ تباديل

1) أن يكون المراقب والمساعد من الأولاد .

30 = 18 بنت + 12 ولد

$$P(A) = \frac{12P_2}{30P_2} = \frac{22}{145}$$

2) ما احتمال أن يكون المراقب والمساعد من الفتيات .

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{18P_2}{30P_2} = \frac{51}{145}$$

3) ما احتمال أن يكون المراقب ولد والمساعد فتاة .

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{12P_1 \times 18P_1}{30P_2} = \frac{36}{145}$$

أو

$$\frac{12 \times 18}{30 \times 29} = \frac{36}{145}$$

التباديل الدائرية

التاريخ : .....

عدد طرق ترتيب n من الأشياء المختلفة بشكل حلقي دائري = ! (n – 1)

بدون مرجع

عدد طرق ترتيب n من الأشياء المختلفة بشكل حلقي مع وجود نقطة مرجع = ! n

اختيرت 7 نقاط عشوائيا تقع على دارة كما فيالشكل المجاور

a) إذا استعملت الأحرف من A إلى G , فما عدد تسمية النقاط على الدائرة ؟

بدون نقطة مرجعية $(n-1)! = (7-1)! = 6! = 720$

b) إذا أعطيت إحدى النقاط حرفا معينا ,فما عدد الترتيبات الممكنة

بوجود نقطة مرجعية (خارجية) $7! = 5040$

1) تجمع فريق كرة القدم المكون من 11 لاعبا في شكل حلقة يتشاورون قبل بداية المبارة :

بدون نقطة مرجع خارجية

a) ما احتمال أن يقف قلب الهجوم على يمين حارس المرمى مباشرة ؟

$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{(10-1)!}{(11-1)!} = \frac{9!}{10!} = \frac{1}{10}$

b) إذا وقف حكم المبارة تماما خلف أحدهم , فما احتمال أن يقف الحكم خلف حارس المرمى ؟

$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{10!}{11!} = \frac{1}{11}$

c) إذا وقف حكم المباراة خلف أحدهم تماما، فما احتمال أن يقف الحكم خلف حارس المرمى ؟

ما احتمال ان يقف قلب الهجوم جوار حارس المرمى مباشرة ؟ (بدون مرجع)

$P(A) = \frac{2 \times (10-1)!}{(11-1)!} = \frac{2 \times 9!}{10!} = \frac{1}{5}$

2) في معمل الكيمياء , طلب إليك اختيار ست عينات رتبت عشوائيا على صيني دائرية :

a)ما احتمال ظهور الترتيب المبين في الشكل المجاور ؟

بدون نقطة مرجع $(n-1)!$

$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{1}{(6-1)!} = \frac{1}{5!} = \frac{1}{120}$

b)ما احتمال أن يكون أنبوب الاختيار 2 في الوسط الأعلى للصينية ؟

مرجع خارجي $n!$

$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{5!}{6!} = \frac{1}{6}$

3) جلس 4 أشخاص في مطعم حول منضدة دائرية الشكل، وكان أحد المقاعد بجوار النافذة، فما احتمال أن يجلس الشخص الذي سيدفع الفاتورة بجوار النافذة؟

مرجع خارجي $n!$

$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{1 \times 3!}{4!} = \frac{1}{4}$

4) جلس 6 أصدقاء على منضدة دائرية لتناول وجبة العشاء , ما احتمال :

بدون مرجع $(n-1)!$

a) أن يجلس ابراهيم على يمين قاسم (مسلوب الارادة)

$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{(5-1)!}{(6-1)!} = \frac{4!}{5!} = \frac{1}{5}$

b) أن يجلس إبراهيم بجوار قاسم .

$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{2 \times 4!}{5!} = \frac{2}{5}$

بطاقة إثرائية 3 (التباديل الدائرية)

استعمل الشكل الأتي مفترضا أن الكرات رُتبت عشوائيا

عددهم 8 كرات ⟸

a) ما احتمال أن تكون الكرة 2 والكرة 11 هما الأولى والثانية من اليسار ؟ ⟸ الترتيبهم

$$P(A)=\frac{n(A)}{n(S)}=\frac{1\times1\times6!}{8!}=\frac{1}{56}$$

b) إذا خلطت الكرات الثماني عشوائيا . فما احتمال أن يكون الترتيب كما هو مبين في الشكل أعلاه ؟

ترتيب واحد محدد

$$P(A)=\frac{n(A)}{n(S)}=\frac{1}{8!}=\frac{1}{40320}$$

c) إذا أُعيت ترتيب الكراتا عشوائيا بحيث شكلت دائرة . فما احتمال أن تكون الكرة 6 إلى جانب الكرة 7 ؟

بدون نقطه مرجع (n-1)! اعيدت

① $n(S)=(n-1)!=(8-1)!=7!=5040$

② $n(A)=(7-1)!\times2=6!\times2=1440$ الترتيب

③ $P(A)=\frac{2\times6!}{7!}=\frac{2}{7}$

$$P(A)=\frac{2\times(7-1)!}{(8-1)!}=\frac{2}{7}$$

d) وضعت 7كرات في صف ثلاث منها أرقامها 8 وثلاث أرقامها 9 , وكرة واحدة رقمها 6 , ما احتمال أن تكون الكرات الثلاث ذات الرقم 8 إلى يسار 6 , والكرات الثلاثة ذات الرقم 9 عن يمينها ؟

8 8 8 6 9 9 9

يسار ← 6 → عين

بالتباديل الدائرية

① $n(S)=\frac{7!}{3!\times3!}=140$

② $P(A)=\frac{n(A)}{n(S)}=\frac{1}{140}$ ترتيب محدد

أو

$$P(A)=\frac{n(A)}{n(S)}=\frac{3!\times1\times3!}{7!}=\frac{1}{140}$$

التوافيق التاريخ : .....

يرمز لعدد n عنصرا متمايزا r في كل مرة بالرمز nCr حيث أن

$$nCr = \frac{n!}{(n-r)!r!}$$

إذا أردنا اختيار جزء (r) من كل (n) مع عدم أهمية الترتيب , كما في اختيار شخصين لأداء مهمة معينة من ضمن مجموعة أشخاص .

فإن عدد الطرق الممكنة هو nCr

$a)\ {}_6C_2 = 15$	$b)\ {}_8C_4 = 70$	$c)\ {}_3C_3 = 1$

أولاً:

1) بكم طريقة يمكن اختيار 4 طلاب من 32 طالبا لتشكيل فريق لمسابقة أكاديمية ؟

عدد الطرق $= 32C_4 = 35960$

2) أب لديه 6 أبناء يريد اثنين منهم للسفر معه . بكم طريقة يمكنه ذلك ؟

عدد الطرق $= 6C_2 = 15$

ثانيا :

1) يريد مدرب كرة طائرة اختيار 6 لاعبين من بين 10 لاعبين هم أعضاء الفريق , ما احتمال اختيار اللاعبين محمد وعبدالله وعيسى وخالد وفيصل وطلال ؟

ما هي مناسب / الترتيب غريهم

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{1}{10C_6} = \frac{1}{210}$$

2) اشترك 15 طالبًا من الصف الأول الثانوي و 15 طالبًا من الصف الثاني الثانوي في مسابقة رسم المناظر الطبيعية للفوز بأربعة جوائز، ما احتمال أن تكون الجوائز الأربع من نصيب طلاب الصف الأول الثانوي؟

لا توجد ترتيب الجوائز ⇐ توافق

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{15C_4}{30C_4} = \frac{13}{261}$$

---

3) اشتركت خمس عشرة طالبة في مسابقة ذات ثلاثة جوائز , ما احتمال أن تربح جنان وسارة وكوثر الجوائز الثلاثة ؟

لا يوجد ترتيب لهذه الجوائز ⇐ توافق

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{1\times1\times1}{15C_3} = \frac{1}{455}$$

4) يرغب مشرف الإذاعة المدرسية في تشكيل لجنة إذاعية مكونة من 4 طلاب يتم اختيارهم من 10 طلاب عشوائيا , ما احتمال اختيار محمد وجاسم وعلي وحسن ؟

لا يوجد مناسب ⇐ توافق

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{1\times1\times1\times1}{10C_4} = \frac{1}{210}$$

بطاقة إثرائية 4 (التوافيق)

1) تقدم لمسابقة الرسم 5 طلاب من المستوى الأول الثانوية , و7 طلاب من الصف الثالث الثانوي للفوز بثلاث جوائز . ما احتمال فوز 3 طلاب من الصف الأول الثانوية بالجوائز الثلاثة ؟

لا توجد مناصب

$12 = 7+5$

$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{5C_3}{12C_3} = \frac{1}{22}$

2) جمعية بها 7 رجال و5 سيدات , يراد تكوين لجنة من 4 أشخاص من هذه الجمعية بطريقة عشوائية , أوجد احتمال أن تضم اللجنة رجلين فقط ؟

$7+5 = 12$

لا توجد مناصب

تضم رجلين فقط يعني الباقي سيدات (رجلين وسيدتين)

$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{7C_2 \times 5C_2}{12C_4} = \frac{14}{33}$

3) اشتركت 4 طالبات من الصف الأول الثانوية , 6 طالبات من الصف الثاني الثانوي في مسابقة مدرسية شعرية بعنوان " قصائد حب وانتماء للبحرين " للفوز بأربع جوائز . ما احتمال أن تفوز طالبتان من الصف الأول الثانوي بجائزتين , وتفوز طالبتان من الصف الثاني الثاوي بالجائزتين الأخرتين ؟

$10 = 6+4$ طالبات

طالبتان من الصف الأول وطالبتان من الصف الثاني

$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{4C_2 \times 6C_2}{10C_4} = \frac{3}{7}$

4) يريد مدير المدرسة تكريم خمسة طلاب متفوقين وقد رشح له 7 من المستوى الأول , و8 من المستوى الثاني و10 من المستوى الثالث , ما احتمال :

$25 = 10+8+7$

a) أن الطلاب المكرمين من المستوى الثاني .

$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{8C_5}{25C_5} = \frac{4}{3795}$

b) تكريم طالبين من المستوى الثالث , وثلاثة طلاب من المستوى الأول .

$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{10C_2 \times 7C_3}{25C_5} = \frac{15}{506}$

c) ما احتمال تكريم طالب واحد من المستوى الأول فقط .

طالب من المستوى الأول والباقي من المستويين

$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{7C_1 \times 18C_4}{25C_5} = \frac{102}{253}$

5) جمعية خيرية مكونة من 7 رجال و5 سيدات , وسيقوم ثلاثة أشخاص منهم بتقديم إحدى الندوات الخيرية

لا توجد مناصب

$12 = 5+7$

a) ما احتمال أن يكون الأشخاص الثلاثة من الرجال .

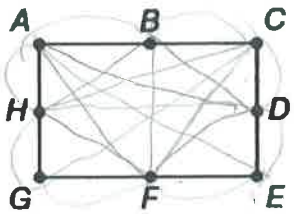
3 رجال

$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{7C_3}{12C_3} = \frac{7}{44}$

b) ما احتمال أن يكونا رجل وسيدتين (من 2 ص)

$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{7C_1 \times 5C_2}{12C_3} = \frac{7}{22}$

6) إذا تم اختيار ثلاث نقاط عشوائيا من النقاط المبينة على المستطيل في الشكل أدناه , فما احتمال أن تقع النقاط الثلاث على استقامة واحدة



① $n(S) = 8C_3 = 56$

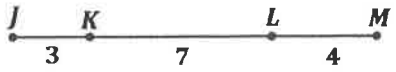
② $n(A) = 4$ عدد الأضلاع التي بها 3 نقاط

③ $P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{4}{56} = \frac{1}{14}$

الاحتمال الهندسي التاريخ : .....

حساب الاحتمال باستعمال الأطوال :

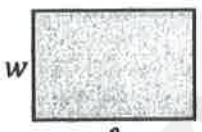
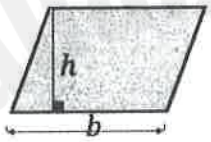
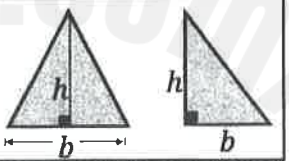
1) إذا اختيرت النقطة X عشوائيا على $\overline{JM}$ فأوجد :

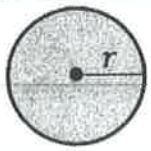
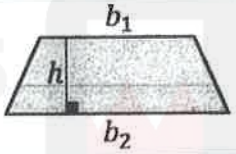
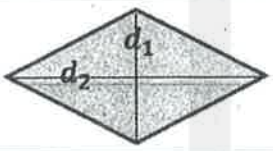


احتمال أن تقع X على $\overline{KL}$ $P = \frac{KL}{JM} = \frac{7}{14} = \frac{1}{2}$

b) P (X تقع على $\overline{KM}$) $P = \frac{KM}{JM} = \frac{11}{14}$

c) P (X تقع على $\overline{LM}$) $P = \frac{LM}{JM} = \frac{4}{14} = \frac{2}{7}$

المستطيل	متوازي الأضلاع	المثلث	تذكر
			
$A = \ell w$	$A = bh$	$A = \frac{1}{2}bh$	بعض قوانين المساحات

الدائرة	شبة المنحرف	المعين	المربع
			
$A = \pi r^2$	$A = \frac{1}{2}h(b_1 + b_2)$	$A = \frac{1}{2}d_1d_2$	$A = S^2$

مثال : يهبط مظلي على هدف مكون من ثلاث دوائر متحدة المركز. إذا كان قطر الدائرة الداخلية $2\ m$ ويزداد نصف قطر كل دائرة تالية بمقدار $1\ m$.

1) فما احتمال أن يهبط المظلي في الدائرة الحمراء؟

$P(\text{حمراء}) = \frac{\text{مساحة الحمراء}}{\text{المساحة الكلية}} = \frac{\pi(1)^2}{\pi(3)^2} = \frac{\pi}{9\pi} = \frac{1}{9}$

2) فما احتمال أن يهبط المظلي في الدائرة البيضاء؟

$P(\text{بيضاء}) = \frac{\text{مساحة المنطقة البيضاء}}{\text{المساحة الكلية}} = \frac{\pi(2)^2 - \pi(1)^2}{\pi(3)^2} = \frac{3\pi}{9\pi} = \frac{1}{3}$

3) فما احتمال أن يهبط المظلي في الدائرة الزرقاء؟

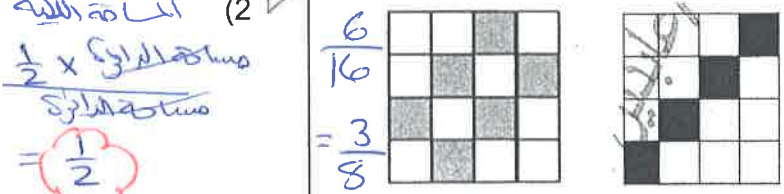
$P(\text{زرقاء}) = \frac{\text{مساحة المنطقة الزرقاء}}{\text{المساحة الكلية}} = \frac{\text{الدائرة ③} - \text{الدائرة ②}}{\text{المساحة الكلية}} = \frac{\pi(3)^2 - \pi(2)^2}{\pi(3)^2} =$

$= \frac{5\pi}{9\pi} = \frac{5}{9}$

بطاقة إثرائية 5 (الاحتمال الهندسي)

إذا اختيرت نقطة عشوائيا في كل شكل هندسي مما يأتي , ما احتمال وقوعها في المنطقة المظللة :

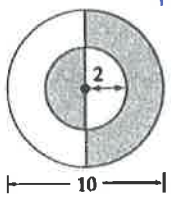
(1



$\frac{6}{16} = \frac{3}{8}$

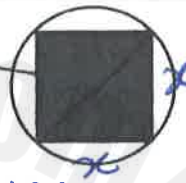
$\frac{4}{16} = \frac{1}{4}$

(2



$P = \frac{\text{مساحة المنطقة المظللة}}{\text{مساحة الدائرة الكبيرة}} = \frac{\frac{1}{2} \times \text{مساحة الدائرة}}{\text{مساحة الدائرة}} = \frac{1}{2}$

(3



نظرية فيثاغورث

$(\text{ضلع})^2 + (\text{ضلع})^2 = (\text{الوتر})^2$

$x^2 + x^2 = 14^2$

$2x^2 = 196$

$x^2 = \frac{196}{2} = 98$

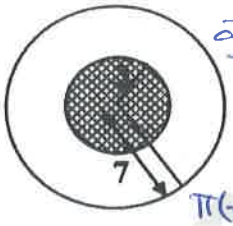
$x = \sqrt{98} = 7\sqrt{2}$

مساحة المربع $= 7\sqrt{2} \times 7\sqrt{2} = 98$

مساحة الدائرة $= \pi r^2 = \pi(7)^2 = 49\pi$

$P = \frac{\text{م}^2}{\text{م}^2} = \frac{98}{49\pi} = 0.64$

(4



الاحتمال = $\frac{\text{مساحة المنطقة المظللة}}{\text{مساحة الدائرة الكبيرة}}$

مساحة الدائرة الصغيرة $= \pi(3)^2 = 9\pi$

مساحة الدائرة الكبيرة $= \pi(7)^2 = 49\pi$

$P = \frac{\text{مساحة الدائرة الصغيرة}}{\text{مساحة الدائرة الكبيرة}} = \frac{9\pi}{49\pi} = \frac{9}{49}$

(5

مساحة المربع $= 10 \times 10 = 100$

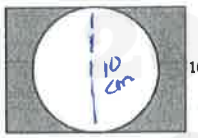
مساحة الدائرة $= \pi r^2 = \pi(5)^2 = 25\pi$

مساحة المنطقة المظللة $= \square - \bigcirc$

$= 100 - 25\pi = 21.46$

$P = \frac{\text{م}^2 \text{ المظللة}}{\text{م}^2 \square} = \frac{21.46}{100} = \frac{1073}{5000}$

(6



مساحة الدائرة $= \pi r^2 = \pi(5)^2 = 25\pi$

مساحة المستطيل = الطول × العرض $= 10 \times 16 = 160$

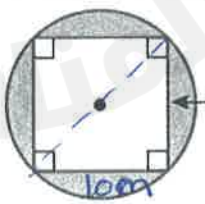
مساحة المنطقة المظللة = مساحة $\square$ − مساحة $\bigcirc$

مساحة المظللة $= \square - \bigcirc = 160 - 25\pi = 81.5$

الاحتمال $P = \frac{\text{م}^2 \text{ المظللة}}{\text{م}^2 \square} = \frac{160 - 25\pi}{160}$

$= 0.509 \approx 0.51$

(7



نوجد الوتر بنظرية فيثاغورث

الوتر $= \sqrt{10^2 + 10^2}$

$= 10\sqrt{2}$

$r = \frac{10\sqrt{2}}{2} = 5\sqrt{2} = 7.1$

مساحة الدائرة $= \pi r^2 = \pi(5\sqrt{2})^2 = 157.1$

مساحة $\square = 10 \times 10 = 100$

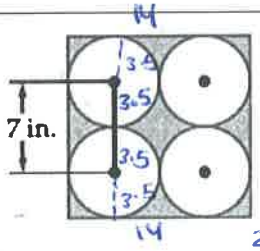
مساحة المنطقة المظللة

$\bigcirc \text{م}^2 - \square \text{م}^2 = 157.1 - 100$

$= 57.1$

$P = \frac{\text{م}^2 \text{ المظللة}}{\bigcirc \text{م}^2} = \frac{57.1}{157.1} = 0.36$

(8



مساحة $\square = 14 \times 14 = 196$

مساحة $\bigcirc = \pi r^2 = \pi(3.5)^2 = 38.5$

يوجد 4 دوائر

مساحة $\bigcirc = 4(38.5) = 154$

مساحة المنطقة المظللة

مساحة $\square$ − مساحة $\bigcirc = 196 - 154$

$= 42$

$P = \frac{\text{م}^2 \text{ المظللة}}{\square \text{م}^2} = \frac{42}{196} = \frac{3}{14}$

احتمالات الأحدث المستقلة وغير مستقلة التاريخ

حدثين مستقلين (A, B) : إذا كان احتمال وقوع أحدهما لا يؤثر في الآخر .	حدثين غير مستقلين (A, B) : إذا كان احتمال وقوع أحدهما يؤثر في احتمال وقوع الآخر
$P(A \cap B) = P(A).P(B)$	$P(A \cap B) = P(A).P(B / A))$
ويستخدم في حالة السحب مع الارجاع	ويستخدم في حالة السحب بدون الارجاع

حدثين مستقلين إذا كان احتمال حدوث أحدهما لا يؤثر في احتمال حدوث الآخر. (بإرجاع – أعيدت)A و Bيكون
حدثين غير مستقلين إذا كان احتمال حدوث أحدهما يؤثر في احتمال حدوث الآخر. (بدون إرجاع – A و Bيكون دون إعادتها)

حدد ما إذا كان الحدثان مستقلين أو غير مستقلين في كل مما يأتي ووضح إجابتك :

1) سحب بطاقة من الصندوق الاول وسحب بطاقة أخرى من الصندوق الثاني حدثان مستقلان لا يؤثر	2) اختيار طالبتين من الصف 3 علم 4 يقل العدد يؤثر ⇐ الحدثان غير مستقلان .
3) سُحبت بطاقةٌ من مجموعة بطاقات، ثم سُحبت بطاقة ثانية، بدون إعادة للبطاقة الأولى. يقل العدد ⇐ يؤثر الحدثان غير مستقلين	4) إلقاء قطعة نقد مرةً واحدةً، ثم رمي حجر نرد مرةً واحدةً أيضًا، وتسجيل النواتج الممكنة. لا يؤثر حدثان مستقلان
5) اختيار طالب من الصف الأول ثانوي واختيار طالب آخر من الصف الثاني ثانوي للذهاب الى قلعة البحرين لا يؤثر الحدثان مستقلان	6) سحب كرتين الواحدة وراء الاخرى دون ارجاع من كيس به 10 كرات يقل العدد ⇐ يؤثر الحدثان غير مستقلان .

إيجاد احتمال وقوع حدثين مستقلين معًا

1) إذا القيت قطعة نقد ورمي حجر نرد مرة واحدة ، فما احتمال ظهور صورة (و) العدد 6؟

(و) ⇐ (X)

$P(\text{صورة و } 6) = P(H, 6)$

$= P(H) \times P(6)$

$= \frac{1}{2} \times \frac{1}{6} = \frac{1}{12}$

2) صندوق به 6 مصابيح سليمة و 4 مصابيح تالفة . سحب مصباحان من الصندوق الواحد تلو الاخر مع الارجاع . ما احتمال ان يكون الأول سليم والثاني تالف ؟

مع الارجاع ⇐ لا ينقص العدد

$P(\text{س و ت}) = P(\text{س}) \times P(\text{ت})$

$= \frac{6}{10} \times \frac{4}{10} = \frac{6}{25}$

بدون ارجاع ⇐ ينقص العدد

$P(\text{س و ت}) = \frac{6}{10} \times \frac{4}{9} = \frac{4}{15}$

3) علبة فيها 6 اقلام أزرق و3 أقلام حبر أحمر , سحب منها 3 أقلام عشوائيا الواحدة تلو الأخر دون إرجاع . ما احتمال أن يكون الأول والثاني أقلام حبر أزرق والثالث قلم حبر أحمر؟ غير مستقلين

$P(B,B,R) = \frac{6}{9} \times \frac{5}{8} \times \frac{3}{7} = \frac{5}{28}$

4) إذا القيت قطعة نقود أربع مرات متتالية فما احتمال الحصول على كتابة أربع مرات ؟

$P(T,T,T,T) = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{16}$

4) في تجربة إلقاء حجر مرتين متتاليتين وملاحظة العدد الظاهر على الوجه العلوي . أوجدي احتمال الحصول على عدد زوجي في الرمية الأولى والعدد " 5 " في الرمية الثانية ؟

$P(\text{زوجي},5) = \frac{3}{6} \times \frac{1}{6} = \frac{3}{36} = \frac{1}{12}$ (2,4,6)

5) يحتوى كيس على 7 حبات حلوى حمراء و11 حبة صفراء و13 حبة خضراء، إذا أخذ نور حبّتي حلوى من الكيس دون إرجاع. فما احتمال أن يأخذ حبة خضراء ، ثم حبة حمراء؟ غير مستقلة ← تؤثر

$7+11+13=31$

$P(G,R) = \frac{13}{31} \times \frac{7}{30} = \frac{91}{930}$

ماذا لو كان السؤال ما احتمال ان تكون احدهما خضراء والاخرى حمراء؟

$P(G,R) = 2 \times \frac{13}{31} \times \frac{7}{30} = \frac{91}{465}$ (احدهما)

6) يحتوي صندوق على 52 بطاقة، فيها 13 بطاقة زرقاء مرقمة من 1 إلى 13 ، وبالمثل 13 بطاقة حمراء و 13 صفراء و 13 خضراء، ما احتمال سحب 3 بطاقات حمراء - الواحدة تلو الأخرى - إذا كان السحب من دون إرجاع؟ تؤثر حتما ← غير مستقلة

1-13 زرقاء
1-13 حمراء
1-13 صفراء
1-13 حمراء

$P(R,R,R) = \frac{13}{52} \times \frac{12}{51} \times \frac{11}{50} = \frac{11}{850}$

تمارين إضافية على الأحداث المستقلة وغير المستقلة :

1) كيس يحتوي على 7 كرات حمراء R , 5 كرات زرقاء B . سحبت كرتانن من الكيس الواحدة تلو الأخرى مع الأرجاع . أوجدي احتمالات الأحداث الآتية . تؤثر ← مستقلة

7R 5B

a) أن تكون الكرتان حمراوان .

$P(R,R) = \frac{7}{12} \times \frac{7}{12} = \frac{49}{144}$

b) أن تكون الأولى حمراء والثانية زرقاء .

$P(R,B) = \frac{7}{12} \times \frac{5}{12} = \frac{35}{144}$

c) أن تكون إحداهما حمراء والأخرى زرقاء .

$P(R,B) = \frac{7}{12} \times \frac{5}{12} \times 2 = \frac{35}{72}$

d) إن تكون الكرتان مختلفتان في اللون.

احمر/أزرق او أزرق/احمر

$P(R,B) = \frac{7}{12} \times \frac{5}{12} \times 2 = \frac{35}{72}$

e) أن تكون الكرتان من نفس اللون 2R أو 2B

$P(2R \text{ أو } 2B) = \frac{7}{12}\times\frac{7}{12} + \frac{5}{12}\times\frac{5}{12} = \frac{37}{72}$

f) إن تكون إحدى الكرتان على الأقل حمراء . (2R) أو (1R 1B)

$= \frac{7}{12}\times\frac{7}{12} + \frac{7}{12}\times\frac{5}{12}\times 2 = \frac{119}{144}$

2) يحتوي صندوق على 52 بطاقة مقسمة إلى أربع مجموعات (أحمر , أزرق , أخضر , أصفر) مرقمة من 1-13 سحبت بطاقة دون إحلال (دون إرجاع) وسحبت بطاقة أخرى . أوجدي احتمال غير مستقلة

ينقص العدد

52 → R 1-13 , B 1-13 , G 1-13 , Y 1-13

a) أن تكون الأولى حمراء تحمل الرقم "1" والثانية خضراء تحمل الرقم "5" ؟

$P(1R, 5B) = \frac{1}{52}\times\frac{1}{51} = \frac{1}{2652}$

b) أن تكون إحدهما تحمل الرقم " 3" والأخرى تحمل الرقم "7" ؟

$P(3, 7) = \frac{4}{52}\times\frac{4}{51}\times 2 = \frac{8}{663}$

c) أن تكون الأولى خضراء والثانية زرقاء

$P(G, B) = \frac{13}{52}\times\frac{13}{51} = \frac{13}{204}$

d) أن تكون الكرتان حمراوان

$P(R, R) = \frac{13}{52}\times\frac{12}{51} = \frac{1}{17}$

3) تقدم محمد علي لاختبار إحدى الجامعات , فإذا كان احتمال نجاح محمد 70% , واحتمال نجاح علي 50% . فما احتمال نجاحهما معا ؟

$P(\text{م و أ}) = \frac{70}{100}\times\frac{50}{100} = \frac{7}{20}$

4) بينت دراسة مسحية أن 75% من الطلبة إحدى الجامعات لديهم رخص قيادة السيارة. إذااختير ثلاث طلبة عشوائيا . فما احتمال أن يكون لديهم رخص قيادة السيارة (قرب الناتج لأقرب من عشرة آلاف)

$P(L, L, L) = \frac{75}{100}\times\frac{75}{100}\times\frac{75}{100} = \frac{27}{64}$

5) افترض أن 42% من الركاب بإحدى المدن يحبون ارتياد السينما في إجازة الأسبوع , اختير اثنان عشوائيا . فما احتمال كونهما ممن يحب ارتياد السينما آخر الأسبوع ؟

$P(C, C) = \frac{42}{100}\times\frac{42}{100} = \frac{441}{2500}$

بطاقة إثرائية 6 (احتمال الأحداث المستقلة وغير المستقلة)

حدد إذا كان الحدثان مستقلين أو غير مستقلين في كل مما يأتي ، ووضّح إجابتك .

1) سحبت بطاقة من مجموعة بطاقات، ثم أعيدت إلى المجموعة، ثم سحبت بطاقة ثانية. لا تؤثر ⇐ مستقلة

2) إلقاء قطعة نقد مرة واحدة ثم رمي حجر نرد مرة واحدة أيضًا وتسجيل النواتج الممكنة. لا تؤثر ⇐ مستقلة

3) وصل فريق مدرسة في كرة السلة إلى دور الأربعة، وإذا ربح فسيلعب في مباراة البطولة. تؤثر ⇐ غير مستقلة

4) تقدم عبدالعزيز لامتحان الرياضيات يوم الأحد ونجح ، وتقدم لامتحان الفيزياء يوم الخميس ونجح. لا تؤثر ⇐ مستقلة

حدد إذا كان الحدثان مستقلين أو غير مستقلين ، ثم أوجد الاحتمال :

1) إذا رميت مكعب مرقم في لعبة وكان الناتج عددًا زوجيًا، فدوّر مؤشر القرص المقسم إلى قطاعات والمرقم من 1 إلى 5 لتحصل على عدد فردي .

لا تؤثر ⇐ مستقلة

$P(\text{فردي و زوجي}) = \frac{3}{6} \times \frac{3}{5} = \frac{3}{10}$

(المكعب: فردي 3 من 6 — المؤشر: 3 من 5)

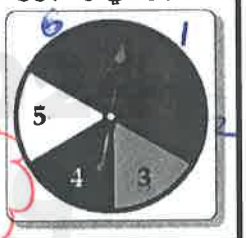
2) يحتوي صندوق على 52 بطاقة مقسمة إلى أربع مجموعات لكل منها لون من الألوان الآتية: الأحمر والأسود، والأخضر، والأزرق ، وكل لون مرقم من 1 إلى 13 . سحبت بطاقة تحمل الرقم 1 من الصندوق دون إعادتها إلى الصندوق. ثم سحبت بطاقة ثانية تحمل الرقم 1 .

تؤثر ⇐ غير مستقلة

$P(1 \text{ ثم } 1) = \frac{4}{52} \times \frac{3}{51} = \frac{1}{221}$

3) أدير مؤشر القرص المبين في الشكل المجاور وألقيت قطعة نقد مرة واحدة. ما احتمال الحصول على عدد زوجي وظهور كتابة على قطعة النقد ؟

لا تؤثر ⇐ مستقلة



$P(\text{زوجي و T}) = \frac{3}{6} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$

4) وزع معلم التربية الرياضية على طلابه شعارات ذات ألوان مختلفة حسب الجدول المجاور. إذا كان التوزيع عشوائيًا، فما احتمال أن يكون الشعار الأول أحمر والثاني أحمر أيضًا؟

العدد ينقص ⇐ تؤثر ⇐ غير مستقل

العدد	لون الشعار
20	أزرق
15	أبيض
25	أحمر
10	أسود

$P(\text{أحمر و أحمر}) = \frac{25}{70} \times \frac{24}{69} = \frac{20}{161}$

5) يمكن أن يلعب بلال عشوائيًا في واحدة من 6 رياضات في النادي، ويتناول طعامه في فترة من ثلاث فترات يحددها النادي. ما احتمال أن يلعب الرياضة الثانية ويتناول طعامه في الفترة الأولى ؟

$P(\text{الرياضة 2 و الفترة 1}) = \frac{1}{6} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{18}$

6) يحتوي كيس على 7 حبات حلوى حمراء و 11 حبة صفراء و 13 حبة خضراء .إذا أخذ نور حبتي حلوى من الكيس دون ارجاع. فما احتمال أن يأخذ حبة خضراء ، ثم حبة حمراء؟ اكتب الاحتمال على صورة نسبة مئوية مقربة إلى أقرب عشر.

7R 11Y 13G

$P(G \text{ ثم } R) = \frac{13}{31} \times \frac{7}{30} = \frac{91}{930} \approx 9.78\%$

7) سحبت عينتان معًا عشوائيًا من صندوق يحتوي على عينات من فصائل دم مختلفة ، إذا كان في الصندوق 4 عينات من فصيلة الدم A، و3عينات من فصيلة الدم B ، و 6 عينات من فصيلة الدم AB، و 5 عينات من فصيلة الدم O، فما احتمال أن تكون العينتان المسحوبتان من فصيلة الدم AB ؟

4A , 3B, 6AB, 5O

18 عينة

$P(AB \text{ و } AB) = \frac{6}{18} \times \frac{5}{17} = \frac{5}{51}$

احتمالات الأحداث المتنافية وغير المتنافية التاريخ

الأحداث المتنافية : هي الأحداث التي لا توجد نواتج مشتركة بينهما .
الأحداث الغير متنافية : هى الأحداث التى توجد نواتج مشتركة بينهما

حدد إذا كان الحدثان متنافيان أو غير متنافيين في كل مما يأتي ، ووضّح إجابتك

1) الحصول على المجموع 6 او المجموع 7 عند رمي حجري نرد متمايزين مرة واحدة. متنافيان لأنه يمكن الحصول على مجموع 6 و 7 في آن واحد.	2) ظهور عدد فردي او أكبر من 3 عند رمي حجر نرد مرة واحدة. توجد عدد فردي وأكبر من 3 في آن واحد ⇐ غير متنافيان .
3) اختيار عدد عشوائي من الاعداد من 1 الى 100 والحصول على عدد يقبل القسمة على 5 أو عدد يقبل القسمة على 3. توجد أعداد تقبل القسمة على 3 و تقبل القسمة على 5 ⇐ غير متنافيان	4) اختيار سيارة أو حصان . لا توجد عناصر مشتركة متنافيان .
5) اختيار عدد عشوائي من الاعداد من 1 الى 20 والحصول على عدد زوجي أو عدد يقبل القسمة على 3. عدد زوجي 2 4 6 8 10 12 14 16 18 20 يقبل ÷3 3 6 9 12 15 18 توجد عناصر مشتركة ⇐ غير متنافيان .	6) رمي حجري نرد متمايزين مرة واحدة والحصول على عددين متساويين أو عددين مجموعهما 8 على الوجهين الظاهرين . مجموع 8 (4,4) و متساويين توجد عناصر مشتركة ⇐ غير متنافيان

الحدثين المتنافين : وقوع الحدثين معا غيرممكن

$$P(A \cup B) = p(A) + p(B)$$

الحدثين غير متنافية : وقوع الحدثين معا ممكن

$$P(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B)$$

1) اختيار عدد عشوائيا من بين 1-20 . ما احتمال الحصول على عدد فردي أو يقبل القسمة على 3. فردي 1 3 5 7 9 11 13 15 17 19 ÷3 3 6 9 12 15 18 $P(\text{فردي أو } \div 3) = \frac{10}{20} + \frac{6}{20} - \frac{3}{20} = \frac{13}{20}$	2) رمي مكعب مرقم مرة واحدة . ما احتمال ظهور عدد يقبل القسمة على 5 أو عدد أصغر من 4. 3,2,1 $P(5 \text{ أو أصغر } 4) = \frac{1}{6} + \frac{3}{6} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$

3) يبين الجدول المجاور 30 لوحة وأصنافها رسمها إبراهيم.إذا اختار إحدى هذه اللوحات عشوائيًا للمشاركة في مسابقة فنية، فما احتمال أن يختار لوحة زيتية أو منظرًا طبيعيًا؟ هي تقاطع ⇐ غير متنافيان

$P(\text{ز أو ط}) = P(\text{ز}) + P(\text{ط}) - P(\text{ز و ط})$

$= \frac{6}{30} + \frac{10}{30} - \frac{3}{30} = \frac{13}{30}$

لوحات إبراهيم

اللوحة	طبيعة صامتة	مناظر طبيعية	أشكال هندسية
ألوان مائية	4	5	3
ألوان زيتية	1	3	2
ألوان أكريل	3	2	1
ألوان باستيل	1	0	5

4) الجدول يبين اعداد اللاعبين في فرق الفئات العمرية لعدد من الالعاب الجماعية في أحد الاندية. أختير لاعب من بينهم عشوائيا ..

الثلثين	47	39	25
الأطفال	45	31	29
الشباب	33	30	21

المجموع 300

1) ما احتمال أن يكون من فئة الأشبال أو من لاعبي كرة السلة ؟

يوجد تقاطع ⇐ غير متنافية

$P(\text{أشبال أو سلة}) = \frac{105}{300} + \frac{100}{300} - \frac{31}{300} = \frac{29}{50}$

2) ما احتمال أن يكون من فئة الشباب أو من لاعبي كرة اليد ؟

$P(\text{شباب أو يد}) = \frac{84}{300} + \frac{75}{300} - \frac{21}{300} = \frac{23}{50}$

5) رمي حجري نرد مرة واحدة . ما احتمال ظهور عددين متساويين أو عددين مجموعهما 8 .

متساويين $(1,1),(2,2),(3,3),(4,4),(5,5),(6,6)$

مجموعهما 8 $= (2,6),(6,2),(3,5),(5,3),(4,4)$

يوجد عدد مشترك ⇐ غير متنافية

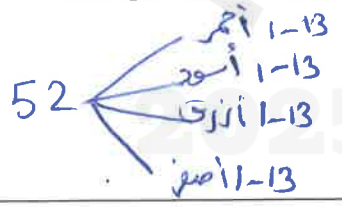
$P(\text{متساويين أو مجموع 8}) = \frac{6}{36} + \frac{5}{36} - \frac{1}{36} = \frac{5}{18}$

6) أراد بعض الطلاب تقديم هدية لزميلهم لحصوله على لقب الطالب المثالي، فوجد معلم الصف أن 10 منهم اختاروا ساعة و12 اختاروا قميصًا و 6 اختاروا هاتفًا نقالًا و 4 اختاروا ميدالية. إذا اختار المعلم الهدية عشوائيًا فما احتمال أن تكون هدية الطالب المثالي ساعة أو ميدالية؟

10
12
6
4
32

$P(\text{ساعة أو ميدالية}) = P(\text{ساعة}) + P(\text{ميدالية}) = \frac{10}{32} + \frac{4}{32} = \frac{7}{16}$

7) مجموعة بطاقات عددها 52، مقسمة إلى أربع مجموعات لكل منها لون من الألوان الآتية : الأحمر، والأسود، والأزرق والأصفر، ورقمت بطاقات كل لون من 1 إلى 13 . ما احتمال سحب بطاقة تحمل الرقم 7 أو بطاقة حمراء من هذه المجموعة ؟



$P(7 \text{ أو } R) = P(7) + P(R) - P(7 \cap R) = \frac{4}{52} + \frac{13}{52} - \frac{1}{52} = \frac{4}{13}$

بطاقة إثرائية 7 (احتمال الأحداث المتنافية وغير المتنافية)

متنافيين فإن : A,B إذا كان الحدثان	حدثين غير متنافيين فإن : A,B إذا كان
$P(A \text{ و/أو } B) = P(A \cup B) = P(A) + P(B)$	$P(A \text{ و/أو } B) = P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

أوجدي احتمال ما يأتي :

5) اختار موسى كتابًا من الكتب الموجودة على رفوف مكتبته المبينة في الجدول المجاور عشوائيًا . ما احتمال أن يكون الكتاب من الرف1 أو الرف 2 ؟

الرف	عدد الكتب
1	10
2	12
3	13

35

$P(\text{رف1 أو رف2}) = P(\text{رف1}) + P(\text{رف2})$

$= \frac{10}{35} + \frac{12}{35} = \frac{22}{35}$

6) يبين الجدول المجاور جميع البرامج التي يقدمها نادٍ رياضي وعدد المشاركين من الأعمار 14-16 .

ما احتمال أن يلعب مشارك كرة السلة أو يكون عمره 14 ؟

مجمع النادي الرياضي			
العمر	كرة السلة	الكرة الطائرة	كرة القدم
14	29	36	42
15	30	26	38
16	35	41	29

المجموع = 300

$P(\text{سلة أو 14}) = P(\text{سلة}) + P(14) - P(\text{سلة و 14})$

$= \frac{104}{300} + \frac{106}{300} - \frac{42}{300} = \frac{168}{300} = \frac{14}{25}$

7) يقدم محل تجاري لزبائنه في يوم الافتتاح الهدايا المبينة في الجدول الآتي . ما احتمال أن يربح الزبون الأول إحدى أدوات المطبخ أو الساعات ؟

الهدية	العدد
أدوات مطبخ	10
أدوات كهربائية	6
ساعات	3
هاتف نقال	1

$P(\text{مطبخ أو ساعات}) = P(\text{مطبخ}) + P(\text{ساعات})$

$= \frac{10}{20} + \frac{3}{20} = \frac{13}{20}$

8) رمي مكعب مرقم من 1 إلى 6، ما احتمال ظهور عدد أقل من 3 أو عدد فردي على الوجه الظاهر ؟

$P(\text{فردي أو أقل من 3}) = P(\text{أقل من 3}) + P(\text{فردي}) - P(\text{فردي و أقل من 3})$

فردي: 1, 3, 5 — أقل من 3: 1, 2

$= \frac{2}{6} + \frac{3}{6} - \frac{1}{6} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$

1) الجدول التالي يبين أعداد المنظمين لكل نادي بالمدرسة من المراحل الدراسية إذا اختير طالب عشوائيا فأوجد الاحتمالات التالية :

النادي	أول ثانوي	ثاني ثانوي	ثالث ثانوي
الرياضة	12	14	8
العلوم	2	6	3
الرياضيات	8	4	5
اللغة الانجليزية	10	15	13

المجموع = 100

a) أن يكون من الصف الأول والثاني .

$P(1 \text{ أو } 2) = P(1) + P(2) = \frac{32}{100} + \frac{39}{100} = \frac{71}{100}$

b) في نادي الرياضية أو نادي العلوم

$P(\text{علوم أو رياضة}) = \frac{34}{100} + \frac{11}{100} = \frac{9}{20}$

c) من الصف الثالث أو في نادي اللغة الانجليزية .

$P(3 \text{ أو } E) = \frac{29}{100} + \frac{38}{100} - \frac{13}{100} = \frac{27}{50}$

d) من الصف الثاني أو في نادي الرياضيات .

$P(2 \text{ أو } M) = \frac{39}{100} + \frac{17}{100} - \frac{4}{100} = \frac{13}{25}$

e) ليس من الصف الثالث.

$P(3') = 1 - P(3) = 1 - \frac{29}{100} = \frac{71}{100}$

أو ليس من الصف الثالث .. يعني الأول والثاني ثانوي

$\frac{32}{100} + \frac{39}{100} = \frac{71}{100}$

احتمال الحدث المتمم التاريخ .....

احتمال عدم وقوع الحدث A ⟵ $p(A') = 1 - p(A)$

1) إذا كانت فرصة هطول المطر 70% . فما احتمال عدم هطوله ؟

$P(A') = 1 - P(A) = 1 - \frac{70}{100} = 0.3$

2) عدم ظهور الصورة على الوجه الظاهر عند إلقاء قطعة نقد مرةً واحدةً.

$P(H') = 1 - P(H) = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$

3) سحب خليل عشوائيًّا كرة من كيس فيه 25 كرةً متماثلةً، إحداها فقط حمراء. ما احتمال ألا يسحب الكرة الحمراء؟

$P(A') = 1 - P(A) = 1 - \frac{1}{25} = \frac{24}{25}$

4) أوجد احتمال عدم ظهور العدد 3 على أحد الوجهين الظاهرين، عند إلقاء حجري نرد متمايزين مرةً واحدةً ؟

ظهور العدد 3 : (3,1), (3,2), (3,3), (3,4), (3,5), (3,6), (1,3), (2,3), (4,3), (5,3), (6,3)

$P(3') = 1 - P(3) = 1 - \frac{10}{36} = \frac{13}{18}$

5) أوجد احتمال عدم ظهور العدد 3 على أي وجه من الوجهين الظاهرين، عند إلقاء حجري نرد متمايزين مرةً واحدةً. عادي حسب (3,3)

ظهور العدد 3 = (3,1), (3,2), (3,3), (3,4), (3,5), (3,6), (1,3), (2,3), (4,3), (5,3), (6,3)

$P(3') = 1 - P(3) = 1 - \frac{11}{36} = \frac{25}{36}$

6) اشتركت سميرة في مسابقة ثقافية وطلب إليها سحب بطاقة عشوائيا من صندوق به (300) بطاقة منها (20) بطاقة رابحة . ما احتمال عدم سحب سميرة بطاقة رابحة ؟

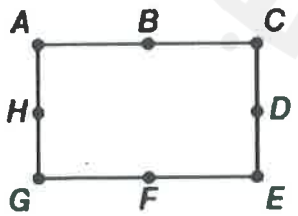
$P(A') = 1 - P(A) = 1 - \frac{20}{300} = \frac{280}{300} = \frac{14}{15}$

7) وقف 7 أصدقاء على شكل حلقة دائرية . ما احتمال عدم وقوف قاسم بجوار أحمد ؟

احتمال وقوف قاسم بجوار أحمد ⟵ حلقة دائرية نبدأ بواحد مرجع ! (1-0)

$P(A') = 1 - P(A) = 1 - \frac{1 \times 1 \times 5! \times 2}{(7-1)!} = 1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$

8) إذا تم اختيار ثلاث نقاط عشوائيا من النقاط المبينة على المستطيل في الشكل أدناه , فما احتمال أن لا تقع النقاط الثلاث على استقامة واحدة .



$P(A') = 1 - P(A) = 1 - \frac{4}{8C3} = \frac{13}{14} = 0.93$

مراجعة عامة على التحليل التاريخ .....

$a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$ تحليل الفرق بين مربعين

$a^2 + 2ab + b^2 = (a+b)^2$

$a^2 - 2ab + b^2 = (a-b)^2$ المربع الكامل

التحليل المقدار الثلاثي

حللي ما يأتي تحليلا تاما :

1) $x^2 - 4x =$ $x(x-4)$

2) $x^2 + 5x =$ $x(x+5)$

3) $2y^3 - 10y =$ $2y(y^2-5)$

4) $15x^2y^3 - 5xy =$ $5xy(3xy^2-1)$

5) $8x^3y^2 - 24x^2y =$ $8x^2y(xy-3)$

6) $x^2 - 16 =$ $(x+4)(x-4)$

7) $25 - x^2 =$ $(5-x)(5+x)$

8) $9y^2 - 16x^2 =$ $(3y+4x)(3y-4x)$

9) $yx^2 - 64y^3 =$ $y(x^2-64y^2)$
$= y(x+8y)(x-8y)$

10) $x^2 + 5x + 6 =$ $(x+2)(x+3)$

11) $x^2 - 7x - 8 =$ $(x-8)(x+1)$

12) $x^2 + x - 12 =$ $(x-3)(x+4)$

13) $y^2 - 9y + 18 =$ $(y-6)(y-3)$

14) $x^2 + 2x + 1 =$ $(x+1)(x+1)$
$= (x+1)^2$

15) $x^2 - 10x + 25 =$ $(x-5)(x-5)$
$= (x-5)^2$

مفهوم أساسي مجموع مكعبين والفرق بينهما — انسخ إلى مطويتك

طريقة التحليل	الحالة العامة
مجموع مكعبين	$a^3 + b^3 = (a+b)(a^2 - ab + b^2)$
الفرق بين مكعبين	$a^3 - b^3 = (a-b)(a^2 + ab + b^2)$

$16x^4 + 54xy^3 = 2x(8x^3 + 27y^3)$
$= 2x(2x+3y)(4x^2 - 6xy + 9y^2)$

حلل كثيرة الحدود $64y^3 + 5x^3$ ، وإذا كانت لا تحلل فاكتب "أولية"

لا يمكن أخذ م.م.ع وهي على استحال

مجموع مكعبين

هي كثيرة حدود أولية

ضرب وقسمة المقادير النسبية التاريخ

حلل كل تعبير مما يأتي:

1) $5y^4 - 320yz^3 = 5y(y^3 - 64z^3)$
$= 5y(y-8z)(y^2+8yz+64z^2)$

2) $-54w^4 - 250wz^3 = -2w(27w^3+125z^3)$
$= -2w(3w+5z)(9w^2-15wz+25z^2)$

تبسيط التعابير النسبية.

1) ما قيم x التي تجعل التعبير $\frac{x^2(x^2-5x-14)}{4x(x^2+6x+8)}$ غير معرّف؟

المقام = صفر ⇐ غير معرفة

$4x(x^2+6x+8)=0$

$4x(x+2)(x+4)=0$

$4x=0$ ، $x+2=0$ ، $x+4=0$

$x=0$ ، $x=-2$ ، $x=-4$

2) بسط التعبير $\frac{5x(x^2+4x+3)}{(x-6)(x^2-9)}$ ، وحدد متى يكون التعبير غير مُعرّف.

$\frac{5x(x+1)(x+3)}{(x-6)(x+3)(x-3)} = \frac{5x(x+1)}{(x-6)(x-3)}$

المقام يكون صفر ⇐ غير معرف

$x-6=0$ ، $x+3=0$ ، $x-3=0$

$x=6$ ، $x=-3$ ، $x=3$

بسط كل تعبير مما يأتي، وحدد متى يكون التعبير غير معرف:

1) $\frac{4y(y-3)(y+4)}{y(y^2-y-6)} = \frac{4y(y-3)(y+4)}{y(y-3)(y+2)}$
$= \frac{4(y+4)}{y+2}$

يكون غير معرف ⇐ المقام = صفر
$y=0$ ، $y-3=0$ ، $y+2=0$
$y=0$ ، $y=3$ ، $y=-2$

2) $\frac{2z(z+5)(z^2+2z-8)}{(z-1)(z+5)(z-2)} = \frac{2z(z+5)(z-2)(z+4)}{(z-1)(z+5)(z-2)}$
$= \frac{2z(z+4)}{(z-1)}$

3) $\frac{x^3-y^3}{y-x} = \frac{(-1)(x-y)(x^2+xy+y^2)}{y-x}$
$= -(x^2+xy+y^2)$

4) $\frac{(4w^2-3wy)(w+y)}{(3y-4w)(5w+y)} =$
$= \frac{w(4w-3y)(w+y)}{(-1)(4w-3y)(5w+y)}$
$= \frac{-w(w+y)}{5w+y}$

5) $\frac{(xz-4z)}{z^2(4-x)} = \frac{z(x-4)}{z^2(4-x)} = \frac{-1}{z}$

6) $\frac{8a^3-b^3}{2b-4a} = \frac{(8a-b)(64a^2+8ab+b^2)}{2(b-2a)}$

بسط كل تعبير مما يأتي:

1) $\frac{6c}{5d} \cdot \frac{15cd^2}{8a} = \frac{6\times15}{5\times8} \frac{c^2 d^2}{a d}$

$\frac{9\,c^2 d}{4\,a}$

2) $\frac{xy^3}{7a^2b^2} \div \frac{x^2y}{35a^2b}$ تقلب العشرة وتضرب وتقلب التي بعدها

$\frac{xy^{3\,2}}{7a^2b^2} \times \frac{35a^2b}{x^2y} = 5\frac{y^2}{bx}$

3) $\frac{12c^3d^2}{21ab} \cdot \frac{14a^2b}{8c^2d} =$

$1 \cdot \frac{cda}{1} = cda$

4) $\frac{16mt^2}{21a^4b^2} \div \frac{24m^3}{7a^2b} =$

$= \frac{16mt^2}{21a^4b^2} \times \frac{7a^2b}{24m^3}$

$\frac{2t^2}{9a^2bm^2}$

5) $\frac{c^2-6c-16}{c^2-16c+64} \cdot \frac{c-8}{c^2+5c+6}$ تحليل

$\frac{(c-8)(c+2)}{(c-8)(c-8)} \cdot \frac{c-8}{(c+2)(c+3)}$

$= \frac{1}{c+3}$

6) $\frac{x^2-16}{12y+36} \div \frac{x^2-12x+32}{y^2-3y-18}$

$\frac{(x-4)(x+4)}{12(y+3)} \times \frac{y^2-3y-18}{x^2-12x+32}$

$\frac{(x-4)(x+4)}{12(y+3)} \times \frac{(y-6)(y+3)}{(x-8)(x-4)}$

$= \frac{(x+4)(y-6)}{12(x-8)}$

7) $\frac{8x-20}{x^2+2x-35} \cdot \frac{x^2-7x+10}{4x^2-16}$

$\frac{4(2x-5)}{(x-5)(x+7)} \times \frac{(x-5)(x-2)}{4(x^2-4)}$

$= \frac{(2x-5)(x-2)}{(x+7)(x-2)(x+2)}$

$= \frac{(2x-5)}{(x+7)(x+2)}$

8) $\frac{x^2-9x+20}{x^2+10x+21} \div \frac{x^2-x-12}{6x+42}$

$\frac{(x-5)(x-4)}{(x+3)(x+7)} \times \frac{6(x+7)}{(x-4)(x+3)}$

$= \frac{6(x-5)}{(x+3)^2}$

بسط كل تعبير مما يأتي:

1) $\dfrac{\frac{a+b}{4}}{\frac{a^2+b^2}{4}} = \dfrac{a+b}{4} \div \dfrac{a^2+b^2}{4}$

$\dfrac{a+b}{4} \times \dfrac{4}{a^2+b^2}$

$= \dfrac{a+b}{a^2+b^2}$

2) $\dfrac{\frac{x^2}{x^2-y^2}}{\frac{4x}{y-x}} = \dfrac{x^2}{x^2-y^2} \div \dfrac{4x}{y-x}$

$= \dfrac{x^2}{(x+y)(x-y)} \times \dfrac{-1}{4x}$

$= \dfrac{-x}{4(x+y)}$

3) $\dfrac{\frac{a^3b^3}{xy^4}}{\frac{a^2b}{x^2y}} = \dfrac{a^3b^3}{xy^4} \div \dfrac{a^2b}{x^2y}$

$= \dfrac{a^3b^3}{xy^4} \times \dfrac{x^2y}{a^2b}$

$= \dfrac{ab^2x}{y^3}$

4) $\dfrac{\frac{4x}{x+6}}{\frac{x^2-3x}{x^2+3x-18}} = \dfrac{4x}{x+6} \div \dfrac{x^2-3x}{x^2+3x-18}$

$= \dfrac{4x}{x+6} \times \dfrac{x^2+3x-18}{x^2-3x}$

$= \dfrac{4x}{x+6} \times \dfrac{(x-3)(x+6)}{x(x-3)}$

$= 4$

5) $\dfrac{\frac{a^3b^3}{xy^4}}{\frac{a^2b}{x^2y}} = \dfrac{a^3b^3}{xy^4} \div \dfrac{a^2b}{x^2y}$

$= \dfrac{a^3b^3}{xy^4} \times \dfrac{x^2y}{a^2b}$

$= \dfrac{ab^2x}{y^3}$

6) $\dfrac{\frac{4x}{x+6}}{\frac{x^2-3x}{x^2+3x-18}} = \dfrac{4x}{x+6} \div \dfrac{x^2-3x}{x^2+3x-18}$

$\dfrac{4x}{x+6} \times \dfrac{x^2+3x-18}{x^2-3x}$

$4x$

جمع وطرح المقادير النسية التاريخ

أولا : أوجد (م. م. أ) لكل مجموعة كثيرات حدود مما يأتي:

1) $6xy$, $15x^2$, $9xy^4$

$6xy = 3 \times 2 \times x \times y$

$15x^2 = 5 \times 3 \times 2 \times x \times x$

$9xy^4 = 3 \times 3 \times x \times y^4$

م.م.أ $= 3 \times 2 \times 5 \times 3 \times x^2 \times y^4 = 90x^2y^4$

2) $y^4 + 8y^3 + 15y^2$, $y^2 - 3y - 40$

$y^4 + 8y^3 + 15y^2 = y^2(y^2 + 8y + 15)$

$= y^2(y+3)(y+5)$

$y^2 - 3y - 40 = (y-8)(y+5)$

م.م.أ $= y^2(y+5)(y+3)(y-8)$

3) $12a^2b$, $15abc$, $8b^3c^4$

$12a^2b = 2 \times 2 \times 3 \times a^2 \times b$

$15abc = 5 \times 3 \times a \times b \times c$

$8b^3c^4 = 2 \times 2 \times 2 \times b^3 \times c^4$

م.م.أ $= 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 5 \times a^2 \times b^3 \times c^4 = 120a^2b^3c^4$

4) $4a^2 - 12a - 16$, $a^3 - 9a^2 + 20a$

$4a^2 - 12a - 16 = 4(a^2 - 3a - 4)$

$= 4(a-4)(a+1)$

$a^3 - 9a^2 + 20a = (a-5)(a-4)a$

م.م.أ $= 4a(a-4)(a+1)(a-5)$

ثانيا : بسطي كل تعبير مما يأتي

1) $\frac{3y}{2x^3} + \frac{5z}{8xy^2}$ ، $\times x^2$ ، $\times 4y^3$

$\frac{12y^3}{8x^3y^2} + \frac{5zx^2}{8x^3y^2}$

$= \frac{12y^3 + 5zx^2}{8x^3y^2}$

2) $\frac{4}{5a^3b^2} + \frac{9c}{10ab}$ ، $\times 2x$ ، $\times \frac{a^2b}{a^2b}$

$\frac{8 + 9ca^2b}{10a^3b^2}$

3) $\frac{5}{6ab} + \frac{3b^2}{14a^3} \cdot \frac{3b}{3b}$ (2×3, 2×7)

$\frac{7a^2}{7a^2}$

$= \frac{35a^2 + 9b^3}{42a^3b}$

4) $\frac{5}{6x-18} - \frac{x-1}{4x^2-14x+6}$

$\frac{5}{6(x-3)} - \frac{x-1}{2(2x^2-7x+3)}$

$\frac{(2x-1)}{(2x-1)}\frac{5}{6(x-3)} - \frac{x-1}{2(x-3)(2x-1)} \times \frac{3}{3}$

$= \frac{5(2x-1) - 3(x-1)}{6(x-3)(2x-1)}$

$= \frac{10x-5-3x+3}{6(x-3)(2x-1)} = \frac{7x-2}{6(x-3)(2x-1)}$

5) $\frac{x-8}{4x^2+21x+5} + \frac{6}{12x+3}$

$\frac{3}{3} \times \frac{x-8}{(4x+1)(x+5)} + \frac{6}{3(4x+1)}\frac{(x+5)}{(x+5)}$

$= \frac{3(x-8) + 6(x+5)}{3(4x+1)(x+5)} =$

$= \frac{3x-24+6x+30}{3(4x+1)(x+5)} = \frac{9x+6}{3(4x+1)(x+5)}$

$= \frac{3(3x+2)}{3(4x+1)(x+5)} = \frac{3x+2}{(4x+1)(x+5)}$

6) $\frac{3a+2}{a^2-16} - \frac{7}{6a+24}$

$\frac{6}{6} \times \frac{3a+2}{(a-4)(a+4)} - \frac{7}{6(a+4)}\frac{(a-4)}{(a-4)}$

$= \frac{18a+12-7a+28}{6(a-4)(a+4)}$

$= \frac{11a+40}{6(a-4)(a+4)}$

7) $\frac{1+\frac{1}{x}}{1-\frac{x}{y}} = \left(\frac{x}{x}+\frac{1}{x}\right) \div \left(\frac{y}{y}-\frac{x}{y}\right)$

$= \frac{x+1}{x} \div \frac{y-x}{y}$

$= \frac{x+1}{x} \times \frac{y}{y-x} = \frac{y(x+1)}{x(y-x)}$

$= \frac{yx+y}{xy-x^2}$

8) $\frac{\frac{c}{d}-\frac{d}{c}}{\frac{d}{c}+2}$

$\left(\frac{c}{c}\cdot\frac{c}{d} - \frac{d}{c}\cdot\frac{d}{d}\right) \div \left(\frac{d}{c} + \frac{2}{1}\cdot\frac{c}{c}\right)$

$\frac{c^2-d^2}{cd} \div \frac{d+2c}{c}$

$\frac{(c+d)(c-d)}{cd} \times \frac{c}{d+2c}$

$= \frac{(c+d)(c-d)}{d(d+2c)}$

9) $\dfrac{1+\frac{2}{x}}{\frac{3}{y}-\frac{4}{x}} = \left(\frac{x}{x}+\frac{2}{x}\right) \div \left(\frac{x}{xy}-\frac{4y}{xy}\right)$

$= \dfrac{x+2}{x} \div \dfrac{3x-4y}{xy}$

$= \dfrac{x+2}{x} \times \dfrac{xy}{3x-4y} = \dfrac{xy+2y}{3x-4y}$

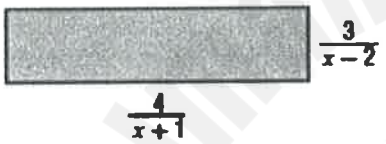
$= \dfrac{y(x+2)}{3x-4y}$

10) $\dfrac{\frac{1}{y}+\frac{1}{x}}{\frac{1}{x}-\frac{1}{y}} = \left(\frac{x}{xy}+\frac{y}{xy}\right) \div \left(\frac{y}{yx}-\frac{x}{yx}\right)$

$= \dfrac{x+y}{xy} \div \dfrac{y-x}{xy}$

$= \dfrac{x+y}{xy} \times \dfrac{xy}{y-x} = \dfrac{x+y}{y-x}$

أوجدي محيط المستطيل



محيط $\square$ $= 2(\text{الطول} + \text{العرض})$

$= 2\left(\frac{4}{x+1}+\frac{3}{x-2}\right) = 2\left(\frac{4(x-2)+3(x+1)}{(x+1)(x-2)}\right)$

$= 2\left(\frac{4x-8+3x+3}{(x+1)(x-2)}\right) = 2\left(\frac{7x-5}{(x+1)(x-2)}\right)$

$= \dfrac{14x-10}{(x+1)(x-2)}$

تدريب على اختبار معياري

61) إذا كان $\frac{2a}{a}+\frac{1}{a}=4$، فما قيمة a؟

A) $-\frac{1}{8}$ B) $\frac{1}{8}$ C) $\frac{1}{2}$ D) 2

$\frac{2a}{a}+\frac{1}{a}=4$

$\frac{2a+1}{a} \times 4$

$4a = 2a+1$

$4a-2a=1$

$2a=1$

$\frac{2}{2}a = \frac{1}{2}$

$a = \frac{1}{2}$

بطاقة إثرائية 8 (ضرب وقسمة وجمع وطرح التعابير النسبية)

ما قيم x التي تجعل التعبير غير معرّف؟

1) $\frac{3-6x}{x^3-4x} = \frac{3(1-2x)}{x(x^2-4)} = \frac{3(1-2x)}{x(x+2)(x-2)}$

$x=0$ ، $x+2=0$ ، $x-2=0$

$x=-2$ ، $x=2$

2) $\frac{y^2+3y-40}{25-y^2} = \frac{(y-5)(y+8)}{(5+y)(5-y)}$

$= \frac{y+8}{5+y}$ غير معرف $\Leftarrow$ $y+5=0$ ، $5-y=0$

$y=-5$ ، $5=y$

ما أبسط صورة للتعابير النسبية التالية :

1) $\frac{ab-4b}{4b^2-ab^2} = \frac{b(a-4)}{b^2(4-a)} = -\frac{1}{b}$

2) $\frac{x^2-9}{x^2+5x+6} \times \frac{5x+10}{2x-6}$

$\frac{(x+3)(x-3)}{(x+2)(x+3)} \times \frac{5(x+2)}{2(x-3)}$

$= \frac{5}{2} = 2.5$

3) $\frac{x^2-3x-28}{x^2-16} \div \frac{x^2-7x}{x+4}$

$\frac{(x-7)(x+4)}{(x+4)(x-4)} \div \frac{x(x-7)}{x+4}$

$\frac{(x-7)(x+4)}{(x+4)(x-4)} \times \frac{x+4}{x(x-7)}$

$= \frac{x+4}{x(x-4)}$

4) $\frac{\frac{4x}{x+6}}{\frac{x^2-3x}{x^2+3x-18}} = \frac{4x}{x+6} \div \frac{x^2-3x}{x^2+3x-18}$

$= \frac{4x}{x+6} \times \frac{(x-3)(x+6)}{x(x-3)}$

$= 4$

5) $\frac{3a+2}{a^2-16} - \frac{7}{6a+24}$

$\frac{6 \times 3a+2}{6(a+4)(a-4)} - \frac{7(a-4)}{6(a+4)(a-4)}$

$\frac{18a+12-7a+28}{6(a+4)(a-4)}$

$= \frac{11a+40}{6(a+4)(a-4)}$

6) $\frac{\frac{a}{b}-\frac{b}{a}}{\frac{1}{a}-\frac{1}{b}} = \frac{a}{b} - \frac{b}{a} \div \frac{1}{a} - \frac{1}{b}$

$\frac{a^2-b^2}{ab} \div \frac{b-a}{ab}$

$\frac{(a+b)(a-b)}{ab} \times \frac{ab}{b-a}$

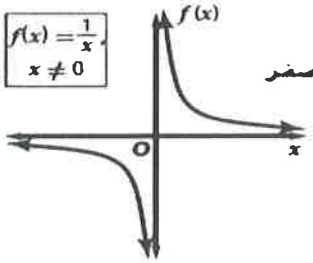
$= -(a+b)$.

تمثيل الدوال المقلوب بيانيا التاريخ

مفهوم أساسي

أضف إلى مطويتك

الدالة الأم للدوال المقلوب



الدالة الأم	$f(x)=\frac{1}{x}$
نوع التمثيل البياني	قطع زائد
المجال والمدى	جميع الأعداد الحقيقية ما عدا الصفر
خطا التقارب	$x=0$ و $y=0$
المقاطع	لا يوجد
تكون الدالة غير معرفة عندما	$x=0$ و $f(x)=0$

تحويلات التمثيلات البيانية لدوال المقلوب

القيم الاكبر من 1 بغض النظر عن الاشارة السالبة

القيم المحصورة بين 0 و 1

تتسع رأسيا

تضيق رأسيا

$$f(x)=\frac{a}{x-h}+k$$

أزاحة رأسية

k: + اتجاه الاعلى ، − اتجاه الاسفل

أزاحة أفقية

h: − اتجاه لليسار ، + اتجاه لليمين

المجال $\{x / x \neq h\}$ = المدى , $\{y / y \neq k\}$

المجال $= R/\{h\}$ المدى $= R/\{k\}$

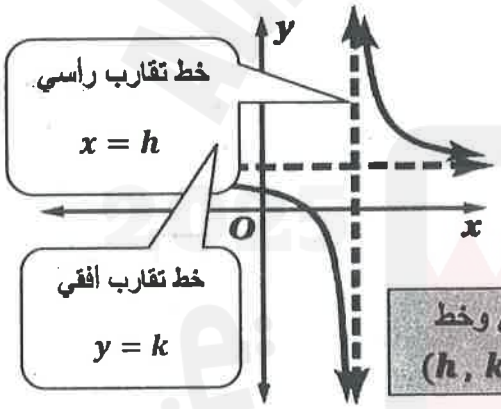
مجال دالة المقلوب : هو مجموعة القيم التي تكون الدالة عندها معرفة.

أوجدِ قيم x التي يساوي عندها المقام صفرًا

الدالة	$f(x)=\frac{-3}{x+2}$	غير معرّفة عندما $x=-2$
الدالة	$g(x)=\frac{4}{x-5}$	غير معرّفة عندما $x=5$
الدالة	$h(x)=\frac{3}{x}$	غير معرّفة عندما $x=0$

حدّد قيم x التي تجعل الدالة عندها غير معرّفة :

$f(x)=\frac{2}{x-1}$ المقام $=0$ $x-1=0 \Rightarrow x=1$ $x=1$ غير معرف عندما	$f(x)=\frac{7}{3x+2}$ المقام $=0$ $3x+2=0$ $3x=-2 \Rightarrow x=-\frac{2}{3}$



ولها خط تقارب أفقي عند

$y=k$

الدالة التي على الصورة

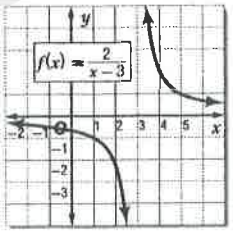
$$g(x)=\frac{a}{x-h}+k$$

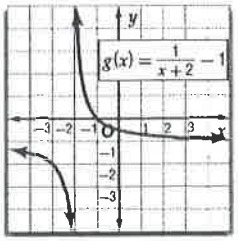
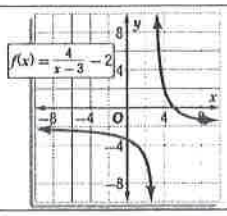
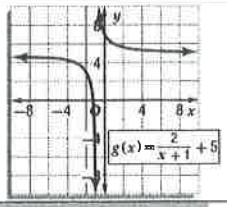
لها خط تقارب رأسي عند قيمة x التي تكون الدالة عندها غير معرفة (التي تجعل المقام يساوي صفرًا)

$x=h$

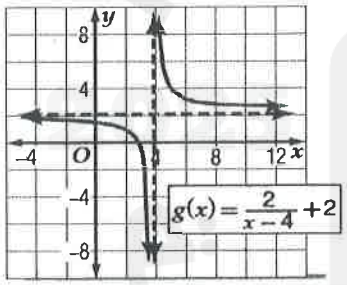
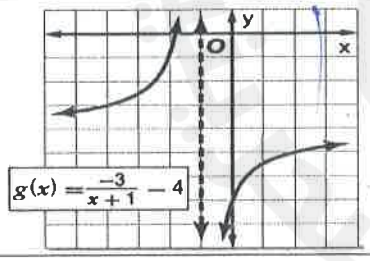
يتقاطع خط التقارب الأفقي وخط التقارب الرأسي في النقطة (h, k)

حدد خطوط التقارب والمجال والمدى للدوال التالية :

الدالة	خطوط التقارب	المجال	المدى
	خط تقارب رأسي $x-3=0 \Rightarrow x=3$ خط تقارب أفقي $y=0$ $h=3, k=0$	$R \setminus \{3\}$ $R \setminus \{h\}$ $\{x \mid x \neq 3\}$	$R \setminus \{k\}$ $R \setminus \{0\}$ $\{y \mid y \neq 0\}$

	$h=-2, k=-1$ خط التقارب الرأسي $x=-2$ خط التقارب الأفقي $y=-1$	$R/\{h\}$ $R/\{-2\}$ $\{x/x\neq -2\}$	$R/\{k\}$ $R/\{-1\}$ $\{y/y\neq -1\}$
	$h=3, k=-2$ خط التقارب الرأسي $x=3$ خط التقارب الأفقي $y=-2$	$R/\{3\}$ $\{x/x\neq 3\}$	$R/\{-2\}$ $\{y/y\neq -2\}$
	$h=-1, k=5$ خط التقارب الرأسي $x=-1$ خط التقارب الأفقي $y=5$	$R/\{-1\}$ $\{x/x\neq -1\}$	$R/\{5\}$ $\{y/y\neq 5\}$

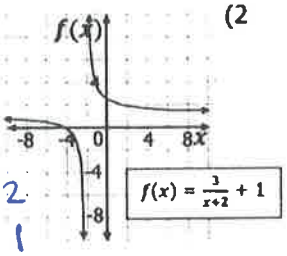
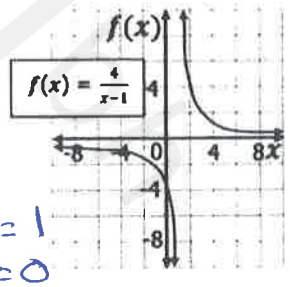
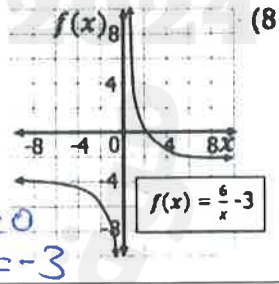
تحويلات التمثيلات البيانية لدوال المقلوب

الوصف	الدالة
$g(x)=\frac{2}{x-4}+2$ $h=4, k=2$ توسع رأسي: $a=2$ إزاحة 4 وحدات لليمين: $h=4$ إزاحة 2 وحدتين لأعلى: $k=2$ المجال: $R/\{4\}$ المدى: $R/\{2\}$ $x=4$ خط تقارب رأسي: $y=2$ خط تقارب أفقي:	
$g(x)=\frac{-3}{x+1}-4$ $h=-1, k=-4$ توسع رأسي، انعكاس حول محور x $a=-3$ إزاحة وحدة واحدة لليسار: $h=-1$ إزاحة 4 وحدات لأسفل: $k=-4$ المجال: $R/\{-1\}$ المدى: $R/\{-4\}$ $x=-1$ خط تقارب رأسي $y=-4$ خط تقارب أفقي	
$g(x)=\frac{-2}{x+4}+1$ $h=-4, k=1$ توسع رأسي، انعكاس حول محور x $a=-2$ إزاحة 4 وحدات لليسار: $h=-4$ إزاحة وحدة واحدة لأعلى: $k=1$ المجال: $R/\{-4\}$ المدى: $R/\{1\}$ $x=-4$ خط تقارب رأسي $y=1$ خط تقارب أفقي	

بطاقة إثرائية 9 (تمثيل دالة المقلوب)

إيجاد التحويلات الهندسية :

اولا :حددي خطوط التقارب , المجال , المدى , للدوال التالية :

الدالة	خطوط التقارب	المجال	المدى
(2  $h=-2$ $K=1$	خط التقارب الرأسي $x+2=0$ $x=-2$ خط التقارب الافقي $y=k$ $y=1$	$R\setminus\{h\}$ $R\setminus\{-2\}$ $\{x/x\neq-2\}$	$R\setminus\{k\}$ $R\setminus\{1\}$ $\{y/y\neq1\}$
( $h=1$ $k=0$	خط التقارب الرأسي $x=h$ $x=1$ خط التقارب الافقي $y=k$ $y=0$	$R\setminus\{1\}$ $\{x/x\neq1\}$	$R\setminus\{0\}$ $\{y/y\neq0\}$
(8  $h=0$ $K=-3$	خط التقارب الرأسي $x=0$ خط التقارب الافقي $y=-3$	$R\setminus\{0\}$ $\{x/x\neq0\}$	$R\setminus\{-3\}$ $\{y/y\neq-3\}$

ثانيا : أكملي الفراغات الآتية لتحصلي على عبارات رياضية صحيحة :

$h=1$, $k=-3$

1(التمثيل البياني للدالة $f(x)=\frac{-5}{x-1}-3$ هو تحويل للتمثيل الباني للدالة $f(x)=\frac{1}{x}$ مع إزاحة وحدة واحدة إلى اليمين , وإزاحة 3 وحدات إلى .السفل , وإنعكاس حول المحور x و توسع رأسي

2(التمثيل البياني للدالة $f(x)=\frac{1}{x+2}+6$ هو تحويل للتمثيل الباني للدالة $f(x)=\frac{1}{x}$ مع إزاحة وحدتين إلى اليسار , وإزاحة 6 وحدات إلى .أعلى , ...

$k=6$, $h=-2$

مثلي كل دالة مما يأتي بيانيا :

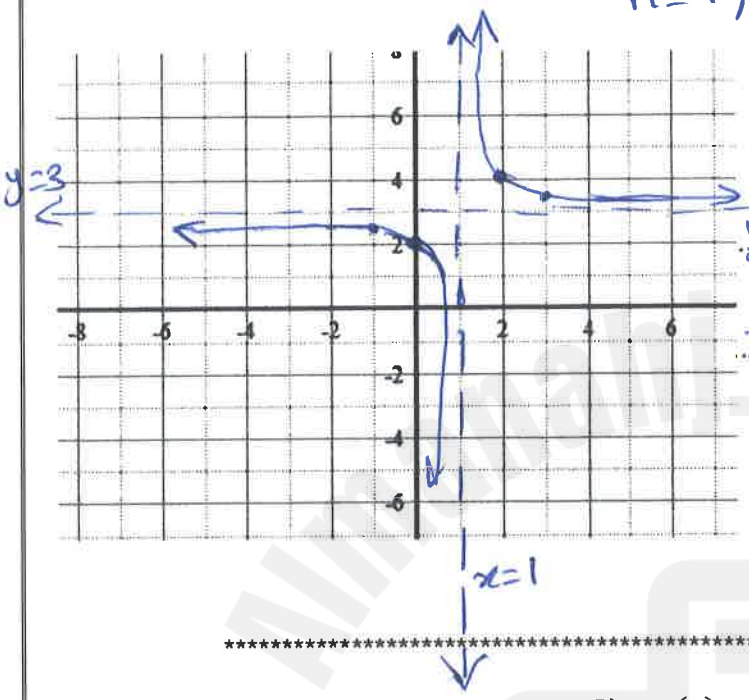
1) $g(x) = \frac{1}{x-1} + 3$

h=1, k=3

1) أكملي الجدول :

X	-1	0	1	2	3
G(x)	2.5	2	غير معرف	4	3.5

خط تقارب



2) معادلة خط التقارب الأفقي هي ..... $y=3$

3) معادلة الخط التقارب الرأسي هي ..... $x=1$

4) المجال : ..... $\{x/x\neq 1\}, R/\{1\}$

5) المدى ..... $\{y/y\neq 3\}, R/\{3\}$

****

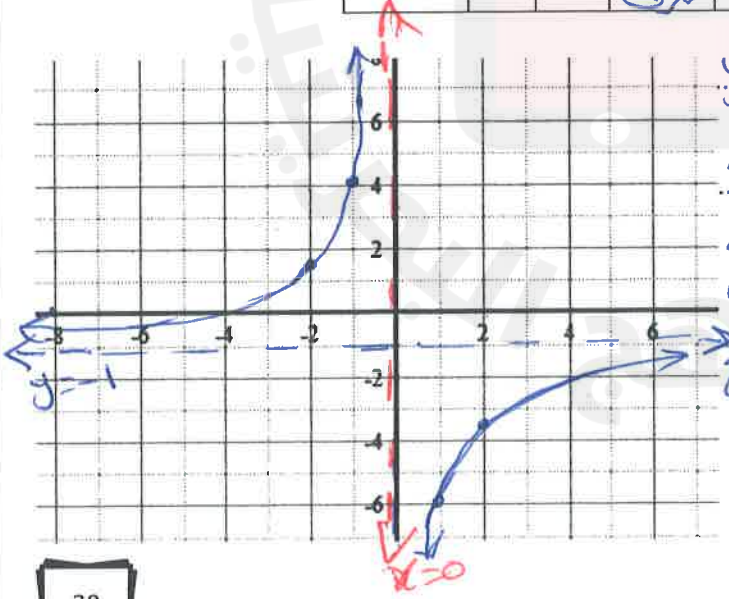
2) $g(x) = \frac{-5}{x} - 1$

خط تقارب رأسي

1) أكملي الجدول :

X	-2	-1	0	1	2
G(x)	1.5	4	غير معرف	-6	-3.5

h=0
k=-1



2) معادلة خط التقارب الأفقي هي ..... $y=-1$

3) معادلة الخط التقارب الرأسي هي ..... $x=0$

4) المجال : ..... $\{x/x\neq 0\}, R/\{0\}$

5) المدى ..... $\{y/y\neq -1\}, R/\{-1\}$

تمثيل الدوال النسبية بيانيا التاريخ .....

**خطوط التقارب

خطوط التقارب الرأسي (المقام =0 بعد التحليل)

خطوط التقارب الافقي

- اس البسط أكبر من اس المقام (لا يوجد خط تقارب)
- اس البسط اصغر من اس المقام (y=0)
- اس البسط = اس المقام

$y =$ معامل البسط

** أصفار الدالة : البسط =0

أوجد خطوط التقارب الرأسية والافقية للدالة :

الدالة	خطوط التقارب الرأسية	خطوط التقارب الأفقية
$f(x)=\frac{5x^2-3}{x^2-9}$	المقام =0 $x^2-9=0$ $x^2=9 \Rightarrow x=\pm 3$ $x=3, x=-3$	درجة البسط = درجة المقام $y=\frac{5}{1}=5$
$f(x)=\frac{x^2}{x-1}$	المقام =0 $\Rightarrow x-1=0$ $x=1$	درجة البسط اكبر من درجة المقام لايوجد خط تقارب افقي
$f(x)=\frac{3}{x^2-1}$	المقام =0 $\Rightarrow x^2-1=0$ $x^2=1 \Rightarrow x=\pm 1$ $x=1, x=-1$	درجة البسط اصغر من درجة المقام $y=0$

تمثيل الدوال النسبية :

مثل الدالة بيانيا:

[redacted]

1) $f(x)=\frac{x^2}{x-1}$

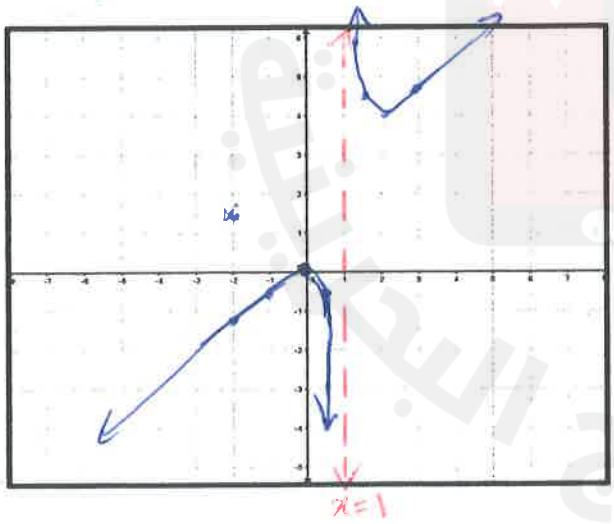
خط التقارب الرأسي

$x-1=0 \Rightarrow x=1$

خط التقارب الأفقي:

درجة البسط اكبر من درجة المقام

لايوجد خط تقارب أفقي



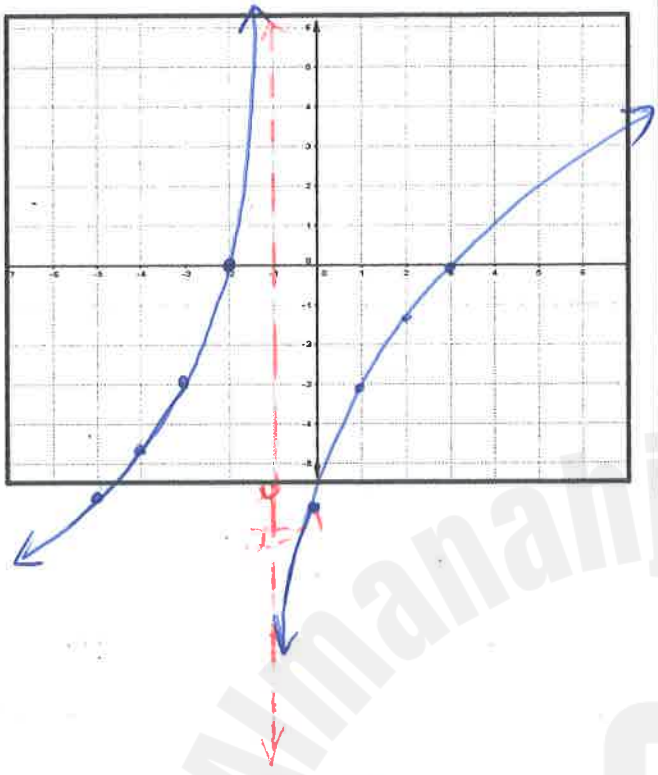
x	$f(x)$	
-2	-1.3	$-\frac{4}{3}$
-1	-0.5	$-\frac{1}{2}$
0	0	
0.5	-0.5	
1	غير معرف	
1.5	4.5	
2	4	
3	4.5	

مثل الدالة بيانيا:

$$2) f(x) = \frac{x^2 - x - 6}{x + 1}$$

* خط التقارب الرأسي
المقام = 0 ⇒ $x+1=0$
$x=-1$
* خط التقارب الافقي
درجة البسط أكبر من درجة المقام
لا يوجد خط تقارب أفقي

x	$f(x)$
-5	-6
-4	-4.7
-3	-3
-2	0
-1	غير معرف
0	-6
1	-3
2	-1.3
3	0



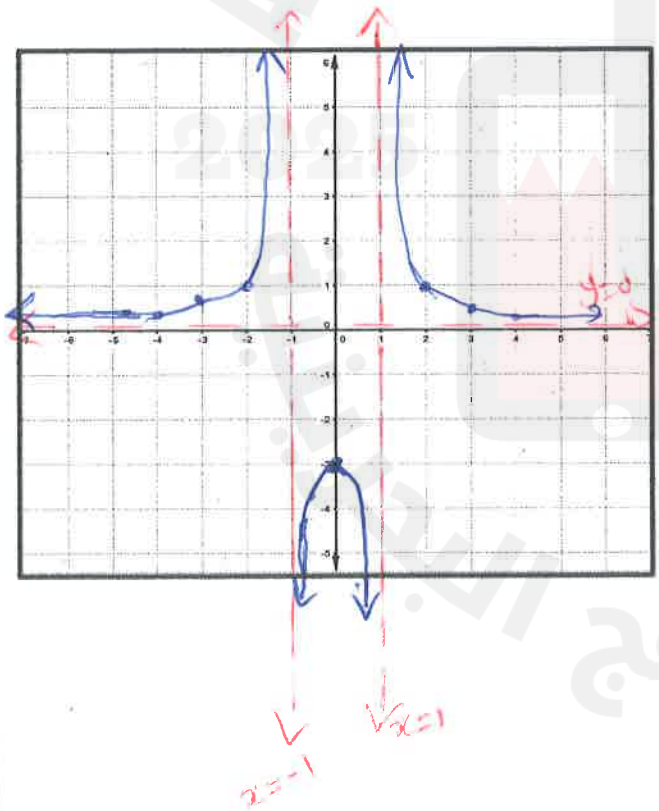
مثل الدالة بيانيا:

$$3) f(x) = \frac{3}{x^2 - 1}$$

* خط تقارب رأسي
$x^2-1=0$
$x^2=1 \Rightarrow x=\pm 1$
$x=1$ $x=-1$
* خط التقارب الافقي
درجة البسط أصغر من درجة المقام
$y=0$

x	$f(x)$
-4	0.2
-3	0.375
-2	1
-1	غير معرف
0	-3
1	غير معرف
2	1
3	0.375
4	0.2

خط تقارب رأسي
خط تقارب رأسي



مثل الدالة بيانيا:

$$4) f(x) = \frac{1}{x+2}$$

خط تقارب رأسي

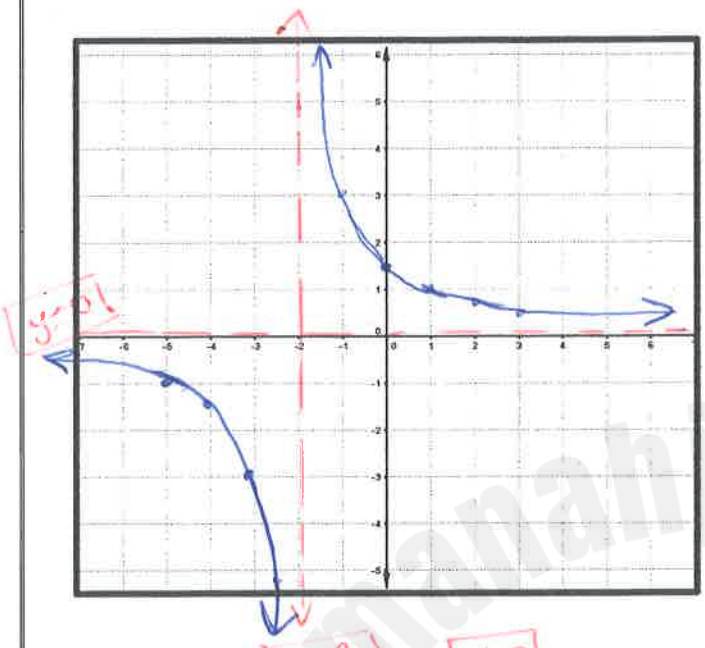
$x+2=0$

$x=-2$

خط تقارب أفقي

درجة البسط أصغر من درجة المقام

$y=0$



x	$f(x)$
-5	-1
-4	-1.5
-3	-3
-2	معرف
-1	3
0	1.5
1	1
2	0.75
3	0.6

مثل الدالة بيانيا:

$$5) f(x) = \frac{2x+1}{x-3}$$

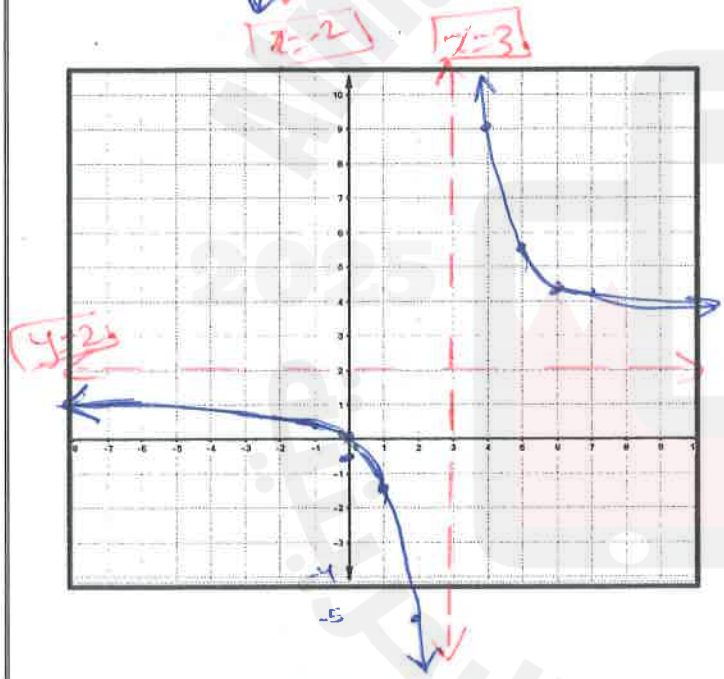
خط تقارب رأسي

$x-3=0 \Rightarrow x=3$

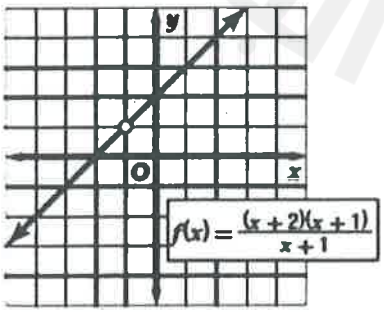
خط تقارب أفقي

درجة البسط = درجة المقام

$y = \frac{2}{1} = 2$



x	$f(x)$
-1	0.25
0	-0.33
1	-1.5
2	-5
3	معرف
4	9
5	5.5
6	4.3
7	3.75



نقطة الإنفصال

يوجد بعض الأحيان **نقط انفصال** في التمثيل البياني للدالة النسبية، وتظهر هذه النقط على شكل **فجوات** في التمثيل البياني ؛ لأن الدالة تكون غير معرفة عند تلك النقاط

منهوم أساسي

اذا كانت $f(x)=\frac{a(x)}{b(x)}$ ، حيث $b(x)\neq 0$ ،

وكان $(x-c)$ عاملا مشتركاً بين $a(x)$ و $b(x)$ فإنه توجد نقطة انفصال عند $x=c$

مثال

$$f(x)=\frac{(x+2)(x+1)}{(x+1)}$$

مثل الدالة بيانيا:

1) [redacted]

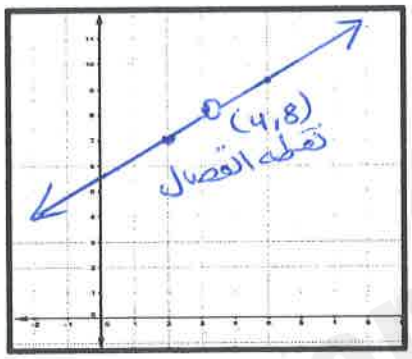
1) $f(x)=\frac{x^2+6}{x-4}$

$f(x)=x+4$

x	3	4	5
$f(x)$	7	8	9

$f(x)=\frac{(x+4)(x-4)}{x-4}$

$f(x)=x+4$



نقطة انفصال $(4,8)$

مثل الدالة بيانيا:

2) [redacted]

2) $f(x)=\frac{x^2+4x-5}{x+5}$

$f(x)=x-1$

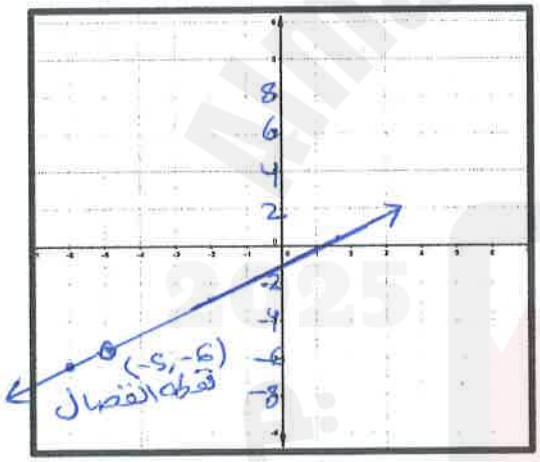
x	-6	-5	-2
$f(x)$	-7	-6	-3

$x+5=0$

$x=-5$

المجال $=R/\{-5\}$

$f(x)=\frac{(x-1)(x+5)}{(x+5)}$



$f(x)=x-1$

توجد فجوة عند $x=-5$

نقطة انفصال $(-5,-6)$

مثل الدالة بيانيا:

3) $f(x)=\frac{x^3+2x^2-9x-18}{x^2-9}$

$x^2-9=0$

$x^2=9 \Rightarrow x=\pm\sqrt{9}$

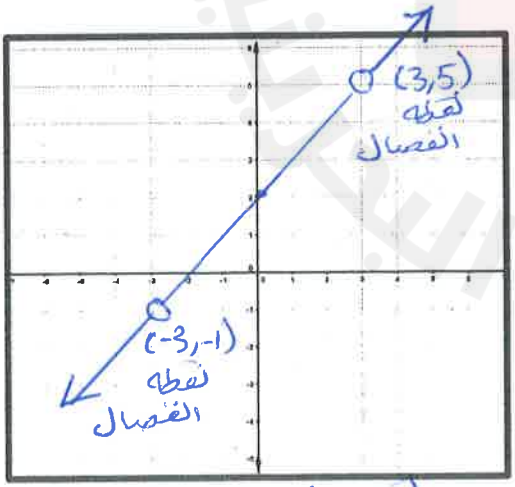
$x=\pm 3$

المجال $=R\{3,-3\}$

$f(x)=x+2$

x	-3	0	3
$f(x)$	-1	2	5

$f(x)=\frac{(x-3)(x+2)(x+3)}{(x-3)(x+3)}=x+2$



توجد فجوة في التمثيل البياني عند $x=3,-3$

$(-3,-1),(3,5)$ نقطتا انفصال للدالة

بطاقة إثرائية 10 (تمثيل الدوال النسبية)

الدالة	$f(x)=\frac{x^2-5x}{x+3}$	$f(x)=\frac{2x^2-10x}{x-5}$	$f(x)=\frac{5}{(x-1)(x+4)}$	$f(x)=\frac{x^2-1}{x^2+2x-3}$
أوجد اصفار الدالة ؟	البسط $=0$ $x^2-5x=0$ $x(x-5)=0$ $x=0$ أو $x-5=0$ $x=5$	$2x^2-10x=0$ $2x(x-5)=0$ $\frac{2x}{2}=\frac{0}{2}$ أو $x-5=0$ $x=0$ $x=5$	البسط $=0 \Rightarrow 5\neq 0$ ∴ لا توجد أصفار للدالة	$x^2-1=0$ $x^2=1$ $x=\pm\sqrt{1}=\pm 1$ $x=1$, $x=-1$
أوجد خطوط التقارب الأفقي (أن وجد) ؟	درجة البسط أكبر من درجة المقام ∴ لا توجد خط تقارب أفقي	درجة البسط أكبر من درجة المقام ∴ لا توجد خط تقارب أفقي	درجة البسط أصغر من درجة المقام $y=0$	درجة البسط = درجة المقام $y=\frac{\text{معامل البسط}}{\text{معامل المقام}}$ $y=\frac{1}{1}=1$
أوجد خطوط التقارب الرأسي (أن وجد) ؟	المقام = صفر $x+3=0$ $x=-3$	$x-5=0$ $x=5$	$(x-1)(x+4)=0$ $x-1=0$ $x+4=0$ $x=1$ $x=-4$	$x^2+2x-3=0$ $(x-1)(x+3)=0$ $x-1=0$ $x+3=0$ $x=1$ $x=-3$
أوجد نقاط الانفصال (أن وجد)؟	$f(x)=\frac{x(x-5)}{x+3}$ لا توجد نقطة انفصال	$f(x)=\frac{2x(x-5)}{x-5}$ $x=5$ $f(5)=2x=2(5)$ $=10$ $(5,10)$ نقطة انفصال	لا توجد نقطة انفصال	$f(x)=\frac{(x+1)(x-1)}{(x-1)(x+3)}$ $x-1=0$ $x=1$ $f(1)=\frac{1+1}{1+3}=\frac{2}{4}=\frac{1}{2}$ $(1,\frac{1}{2})$ نقطة انفصال

التغير التاريخ .....

التغير الطردي (التناسب الطردي)	التغير المشترك (التناسب المشترك)
y تتغير (تتناسب) طرديًا مع x فإن : ① $y = kx, k \neq 0$ (معادلة التغير) حيث k ثابت التغير (ثابت التناسب) ② $\frac{y_1}{x_1} = \frac{y_2}{x_2}$ (التناسب)	وبحدث عندما تتغيّر كمية طرديًا مع حاصل ضرب كميتين أو أكثر y تتغير طرديًا مع xz فإن ① $y = kxz, k \neq 0$ (معادلة التغير) حيث k ثابت التغير (ثابت التناسب) ② $\frac{y_1}{x_1 z_1} = \frac{y_2}{x_2 z_2}$ (التناسب)
التغير العكسي (التناسب العكسي)	**التغير المركب (التناسب المركب)**
y تتغير (تتناسب) عكسيًا مع x فإن : ① $y = \frac{k}{x}, k \neq 0$ (معادلة التغير) حيث k ثابت التغير (ثابت التناسب) ② $x_1 y_1 = x_2 y_2$ (التناسب)	وبحدث عندما تتغيّر كمية طرديًا أو عكسيًا أو كليهما معًا مع كميتين أو أكثر ① $y = \frac{kx}{z}, k \neq 0$ (معادلة التغير) حيث k ثابت التغير (ثابت التناسب) ② $\frac{y_1 z_1}{x_1} = \frac{y_2 z_2}{x_2}$ (التناسب)

التغيُّر الطردي	التغيُّر المشترك	التغيُّر العكسي	التغيُّر المركب
معادلة التغير [redacted] $y = kx$	معادلة التغير $y = kxz$	معادلة التغير $y = \frac{k}{x}$	معادلة التغير $y = \frac{kx}{z}$
التناسب [redacted] $\frac{y_1}{x_1} = \frac{y_2}{x_2}$	التناسب $\frac{y_1}{x_1 z_1} = \frac{y_2}{x_2 z_2}$	التناسب $y_1 x_1 = y_2 x_2$	التناسب $\frac{y_1 z_1}{x_1} = \frac{y_2 z_2}{x_2}$
$y = 5x$	$y = 7xz$	$yx = 9$	$y = \frac{8x}{z}$

حدد ما إذا كانت كل معادلة مما يأتي تمثل تغيراً طردياً،أو عكسياً ،أو مشتركاً ،أو مركباً،وأوجد ثابت التغير (التناسب) في كل منها:

[redacted] $y = 2.75x$ — تغير مركب

[redacted] $-10 = gh$ — تغير مشترك

[redacted] $pr = 9n$ — تغير عكسي

[redacted] $m = 20d$ — تغير طردي

حدد ما إذا كانت كل علاقة ممثلة في الجداول أدناه تمثل تغيراً طردياً،أو تغيراً عكسياً ،أو غير ذلك:

x	y
2	4
3	9
4	16
5	25

x	y
8	2
4	4
−2	−8
−8	−2

x	y
4	12
8	24
16	48
32	96

التغير الطردي

$$y = kx$$
$$\frac{y_1}{x_1} = \frac{y_2}{x_2}$$

❶ إذا كانت y تتغيّر طرديًّا مع x ، وكانت $y_1 = 15$ عندما $x_1 = -5$ ، فأوجد قيمة y_2 عندما $x_2 = 7$

$y = kx \Rightarrow k = \frac{y}{x}$

$\Rightarrow \frac{y_1}{x_1} = \frac{y_2}{x_2}$

$\frac{15}{-5} = \frac{y_2}{7} \Rightarrow \frac{-5y_2}{-5} = \frac{15 \times 7}{-5}$

$y_2 = -21$

❷ إذا كانت r تتغيّر طرديًّا مع t ، وكانت $r_1 = -20$ عندما $t_1 = 4$ ، فأوجد قيمة r_2 عندما $t_2 = -6$

$r = kt \Rightarrow k = \frac{r}{t}$

$\frac{r_1}{t_1} = \frac{r_2}{t_2} \Rightarrow \frac{-20}{4} = \frac{r_2}{-6}$

$\frac{4r_2}{4} = \frac{-20 \times -6}{4} \Rightarrow r_2 = 30$

$r = 30$

❸ إذا كانت a تتغير طرديًا مع b وكانت $a_1 = 27$ عندما $b_1 = 18$ فأوجد : قيمة a_2 عندما $b_2 = 10$

$a = kb \Rightarrow k = \frac{a}{b}$

$\frac{a_1}{b_1} = \frac{a_2}{b_2} \Rightarrow \frac{27}{18} = \frac{a_2}{10}$

$\frac{18a_2}{18} = \frac{27 \times 10}{18}$

$a_2 = \frac{27 \times 10}{18} = 15$

$a_2 = 15$

$a = 15$

❹ تتغير الزيادة في طول الزنبرك S طرديًّا مع الوزن F للجسم المعلق به . إذا ازداد طول الزنبرك بمقدار in 20 عند تعليق جسم وزنه P 25 فيه ، فكم تكون الزيادة في طوله عند تعليق جسم وزنه P 15 فيه .

$S = kF \Rightarrow k = \frac{S}{F}$

$\frac{S_1}{F_1} = \frac{S_2}{F_2} \Rightarrow \frac{20}{25} = \frac{S_2}{15}$

$\frac{25S_2}{25} = \frac{20 \times 15}{25}$

$S_2 = 12$

$V = 96$

مسألة التوزع
10 (2

التغير المشترك

$$y = k\,x\,z$$
$$\frac{y_1}{x_1 z_1} = \frac{y_2}{x_2 z_2}$$

❶ إذا كانت y تتغيّر تغيّرًا مشتركًا مع كل من x و z ، فأوجد قيمة y_1 عندما $x_1 = 9 , z_1 = 2$ علمًا بأن $y_2 = 20$ عندما $x_2 = 5 , z_2 = 3$

$y = kxz \Rightarrow k = \frac{y}{xz}$

$\frac{y_1}{x_1 z_1} = \frac{y_2}{x_2 z_2} \Rightarrow \frac{y_1}{9 \times 2} = \frac{20}{5 \times 3}$

$5 \times 3\, y_1 = 20 \times 9 \times 2$

$y_1 = 24$

❷ إذا كانت r تتغيّر تغيّرًا مشتركًا مع كل من v و t ، وكانت $r_1 = 70$ عندما $t_1 = 4, v_1 = 10$ ، فأوجد قيمة r_2 عندما $t_2 = 8, v_2 = 2$

$r = ktv \Rightarrow k = \frac{r}{tv}$

$\frac{r_1}{t_1 v_1} = \frac{r_2}{t_2 v_2} \Rightarrow \frac{70}{4 \times 10} = \frac{r_2}{8 \times 2}$

$4 \times 10\, r_2 = 70 \times 8 \times 2$

$r_2 = 28$

$r = 28$

التغير العكسي

$$y = \frac{k}{x}$$
$$x_1 y_1 = x_2 y_2$$

❶ إذا كانت a تتغيّر عكسيًّا مع b ، وكانت $a_1 = 28$ عندما $b_1 = -2$ ، فأوجد قيمة a_2 عندما $b_2 = -10$

$a = \frac{k}{b} \Rightarrow k = ab$

$a_1 b_1 = a_2 b_2 \Rightarrow$

$\frac{28 \times -2}{-10} = \frac{a_2 \times -10}{-10}$

$a_2 = \frac{28}{5} = 5.6$

❷ إذا كانت x تتغيّر عكسيًّا مع y ، وكانت $x_1 = 24$ عندما $y_1 = 4$ ، فأوجد قيمة x_2 عندما $y_2 = 12$

$x = \frac{k}{y} \Rightarrow k = xy$

$x_1 y_1 = x_2 y_2$

$\frac{24 \times 4}{12} = \frac{x_2 \times 12}{12} \Rightarrow x_2 = 8$

$x = 8$

1) 5 التتويج

التغير المركب

$$y = \frac{kx}{z}$$
$$\frac{y_1 z_1}{x_1} = \frac{y_2 z_2}{x_2}$$

❶ إذا كانت f تتغيّر طرديًّا مع g وعكسيًّا مع h ، وكانت $g_1 = 24$ عندما $f_1 = 6, h_1 = 2$، فأوجد قيمة g_2 عندما $h_2 = -3, f_2 = 18$

$f = \frac{kg}{h} \Rightarrow k = \frac{fh}{g}$

$\frac{f_1 h_1}{g_1} = \frac{f_2 h_2}{g_2}$

$\frac{6 \times 2}{24} = \frac{18 \times -3}{g_2}$

$\frac{6 \times 2 \times g_2}{6 \times 2} = \frac{24 \times 18 \times -3}{6 \times 2}$

$g_2 = -108$

❷ إذا كانت p تتغيّر طرديًّا مع r وعكسيًّا مع t ، فأوجد قيمة t_1 عندما $p_1 = -5, r_1 = 10$، علمًا بأن $t_2 = 20$ عندما $r_2 = 2, p_2 = 4$

$p = \frac{kr}{t} \Rightarrow k = \frac{pt}{r}$

$\frac{p_1 t_1}{r_1} = \frac{p_2 t_2}{r_2} \Rightarrow$

$\frac{-5 \times t_1}{10} = \frac{4 \times 20}{2}$

$\frac{-5 \times t_1 \times 2}{-5 \times 2} = \frac{10 \times 4 \times 20}{-5 \times 2}$

$t_1 = -80$

$t = -80$

التدريب $x = -36$

(C)