تم تحميل هذا الملف من موقع المناهج البحرينية

المناهج البحرينية
almanahj.com/bh

الملف مذكرة الرياضيات

روابط مواقع التواصل الاجتماعي بحسب الصف الثاني الثاني

روابط مواد الصف الثاني الثاني على تلغرام

التربية الاسلامية	اللغة العربية	اللغة الانجليزية	الرياضيات

المزيد من الملفات بحسب الصف الثاني الثاني والمادة رياضيات في الفصل الثاني

1	ملخص قوانين المتتابعات والمتسلسلات
2	نموذج الإجابة لأسئلة امتحانات سابقة مقرر ريض 261
3	نماذج أسئلة امتحان نهاية الفصل الثاني للتعليم الثانوي مقرر ريض 261
4	نموذج الإجابة لأسئلة امتحانات سابقة مقرر ريض 261
5	نماذج إجابات أسئلة امتحان نهاية الفصل الثاني للتعليم الثانوي مقرر ريض 262

العام الدراسي ٢٠١٨ / ٢٠١٩م

أ. عبدالله بدر الحداد

رياضيات 262

تم تحميل هذا الملف من
موقع المناهج البحرينية
alManahj.com/bh

إعداد : أ. عبدالله بدر الحداد

ABA

الدرس الأول : المتتابعات كدوال

لتحديد المتتابعة الحسابية

قيمة أي حد – الحد السابق له مباشرة = مقدار ثابت

- **المتتابعة:** مجموعة من الأعداد مرتبة في نمط معين أو ترتيب معين.
- **الحد:** كل عدد في المتتابعة.
- **متتابعة منتهية :** أي لها عدد محدود من الحدود .
- **متتابعة غير منتهية :** حيث تستمر إلى ما لا نهاية .
- **المتتابعة الحسابية:** لها نفس الأساس (الفرق المشترك) ، إضافة قيمة ثابتة إلى قيمة الحد الذي يسبقه .

تدريب (1) حدد ما إذا كانت كل متتابعة مما يأتي حسابية أو لا :

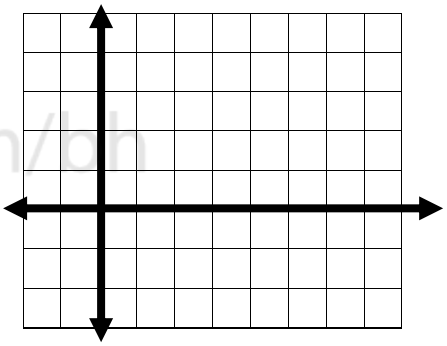
$(a$ $-9, -3, 0, 3, 9, \ldots$

$(b$ $\frac{2}{9}, \frac{5}{9}, \frac{8}{9}, \frac{11}{9}, \ldots$

ملاحظة : تمثيل المتتابعة الحسابية بيانياً (نقاط منفصلة تقع على استقامة واحدة)

تدريب (2) أجب عن ما يأتي:

$(c$ $-8, -4, 0, \ldots$

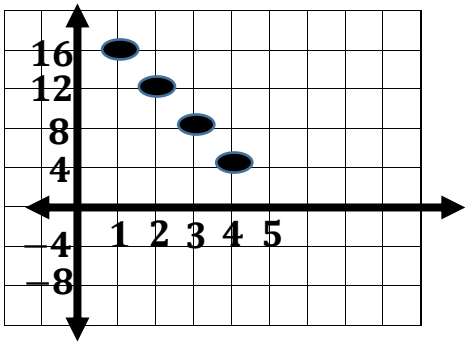


- **الحدود الثلاثة التالية هي: .....**
- **التمثيل البياني للحدود الخمسة الأولى من المتتابعة**

x					
y					

- **مجال المتتابعة :**
- **مدى المتتابعة :**

تدريب (3) أوجد كلا مما يأتي :



- **الحد الأول :**
- **أساس المتتابعة :**
- **فسر إجابتك ، لماذا تعتبر المتتابعة حسابية ؟**
- **ما قيمة الحد السادس ؟**
- **ما قيمة الحد a_8 ؟**
- **المتتابعة هي :**

تدريبات هذا الملف من موقع المناهج البحرينية
alManahj.com/bh

إعداد : أ. عبدالله بدر الحداد

الدرس الأول : المتتابعات كدوال

ABA

لتحديد المتتابعة الهندسية

↓

قيمة أي حد ÷ الحد السابق له مباشرة = مقدار ثابت

المتتابعة الهندسية: ضرب الحد السابق له مباشرة في عدد ثابت غير الصفر ويسمى هذا العدد النسبة المشتركة أو الأساس للمتتابعة.

تدريب (1) حدد ما إذا كانت كل متتابعة مما يأتي هندسية أو لا :

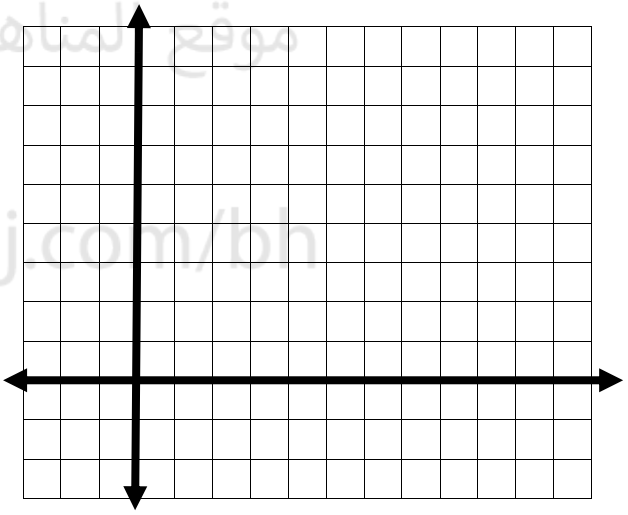
$(a$ $-8, 2, -0.5, 0.125, \ldots\ldots$ $(b$ $1, 3, 7, 15, \ldots\ldots$

تدريب (2) أوجد الحدود الثلاثة التالية من المتتابعة الهندسية الآتية ، ثم مثل المتتابعة بيانياً :

$(c$ $27, 9, 3, \ldots$

- **الحدود الثلاثة التالية هي: .....**
- **التمثيل البياني للحدود الخمسة الأولى من المتتابعة**

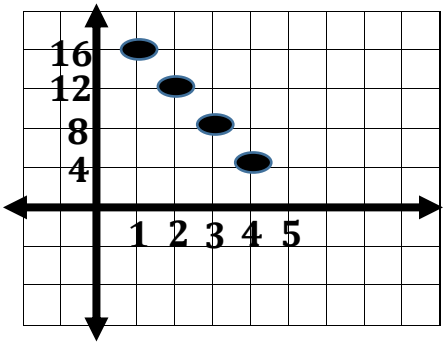
x						
y						



- **مجال المتتابعة :**
- **مدى المتتابعة :**

تدريب (3) أوجد كلا مما يأتي :

- **نوع المتتابعة :**
- **الحد الأول :**
- **أساس المتتابعة :**
- **المتتابعة هي :**
- **قيمة الحد السادس :**



تم تحميل هذا الملف من موقع المناهج البحرينية
almanahj.com/bh

تدريب (4) حدد ما إذا كانت كل متتابعة حسابية ، أو هندسية ، أو غير ذلك ، ووضح تبريرك .

$(\boldsymbol{d}$ $\mathbf{5, 1, 7, 3, 9, \ldots}$

$(\boldsymbol{e}$ $\mathbf{200, -100, 50, -25, \ldots}$

$(\boldsymbol{f}$ $\mathbf{12, 16, 20, 24, \ldots}$

تم تحميل هذا الملف من
موقع المناهج البحرينية
alManahj.com/bh

مسائل مهارات التفكير العليا :

تحد ١ : إذا كان مجموع ثلاثة حدود متتالية من متتابعة حسابية يساوي 6 ، و حاصل ضربها يساوي -42 ، فأوجد الحدود الثلاثة .

تحد ٢ : أرادات ندى إتمام قراءة كتاب يضم 800 صفحة خلال العطلة الصيفية ، فقرأت 112 صفحة حتى بداية العطلة ، و أرادت إنهاء قراءة الكتاب في 8 أيام ، فما أقل عدد من الصفحات التي عليها أن تقرأ يومياً ، إذا كانت تقرأ العدد نفسه من الصفحات يومياً ؟

تحد ٣ : عند طي ورقة نفسها ، فإن سمكها يتضاعف . إذا كان سمك الورقة $0.1\ mm$ ، و طويت 37 مرة ، فكم يصبح سمكها ؟

ملاحظات

تم تحميل هذا الملف من
موقع المناهج البحرينية
alManahj.com/bh

الدرس الثاني : المتتابعات و المتسلسلات الحسابية

الحد النوني من المتتابعة الحسابية

تستعمل الصيغة الآتية للتعبير عن الحد النوني a_n من متتابعة حسابية حدها الأول a_1 و أساسها d حيث n عدد طبيعي .

تدريب (1) أوجد الحد المطلوب في كل من المتتابعتين الحسابيتين الآتيتين :

1) a_n ، علماً بأن $a_1 = 14 \ , d = 9, n = 11$

2) a_{18} من المتتابعة $12, 25, 38, \ldots \ldots$

تم تحميل هذا الملف من موقع المناهج البحرينية
alManahj.com/bh

تدريب (2) أكتب صيغة الحد النوني من المتتابعة الحسابية في كل مما يأتي :

1) $12, 3, -6, \ldots \ldots$

2) $a_6 = 12 \ , d = 8$

الوسط الحسابي : جميع الحدود الواقعة بين هذين الحدين .

تدريب (3) أدخل خمسة أوساط حسابية بين العددين $-18, 36$

المتسلسلة : وضع إشارة الجمع بين حدود المتتابعة .

المتسلسلة الحسابية : هي مجموع حدود متتابعة حسابية .

المجموع الجزئي : ناتج جمع أول n حدا من المتتابعة و يرمز له بالرمز S_n .

المجموع الجزئي من متسلسلة حسابية		
الصيغة	**المعطيات**	**مجموع أول n حداً S_n**
العامة	a_1, a_n	$S_n = n\left(\frac{a_1 + a_n}{2}\right) = \frac{n}{2}(a_1 + a_n)$
البديلة	a_1, d	$S_n = \frac{n}{2}[2a_1 + (n-1)d]$

تم تحميل هذا الملف من
موقع المناهج البحرينية
alManahj.com/bh

تدريب (4) أوجد مجموع كل من المتسلسلتين الحسابيتين الآتيتين :

(1 $2 + 4 + 6 \ldots . + 100$

(2 $n = 16 , a_n = 240 , d = 8$

تدريب (5) أوجد الحدود الثلاثة الأولى في كل من المتتابعتين الحسابيتين الآتيتين :

(1 $S_n = 120 , n = 8, a_n = 36$

(2 $a_1 = -24 , n = 8, S_n = 5280$

رمز المجموعة

آخر قيمة لـ k ← n

أول قيمة لـ k ← $k=1$

$$\sum_{k=1}^{n} f(x)$$

صيغة حدود المتسلسلة

ملاحظة :

عدد حدود المتتابعة = $n-k+1$

تدريب (6) أوجد ناتج مجموع ما يأتي :

(1 $\sum_{k=1}^{18}(6k-1)$

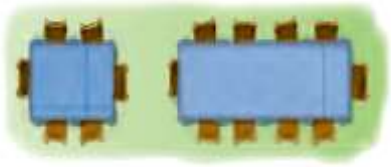
(2 $\sum_{k=4}^{13}(4k+1)$

(3 $\sum_{k=1}^{16}(4k-2)$

(4 $\sum_{k=0}^{12}(-3k+2)$

قم تحميل هذا الملف من
موقع المناهج البحرينية
alManahj.com/bh

تحد ١ :



تصف الطاولات ذات السطح المستطيل الشكل في قاعات الاحتفالات جانباً إلى جنب لتشكل طاولة كبيرة . و يبين الشكل أدناه عدد الأشخاص الذين يمكن أن يجلسوا على كل من التنظيمين الأول و الثاني للطاولات .

a) ارسم شكلاً يبين عدد الأشخاص على الطاولات في كل من التنظيمات الثلاثة التالية (بإضافة طاولة كما في التنظيم الأول في كل مرة) .

b) اكتب معادلة تمثل عدد الأشخاص في التنظيم n للطاولات في هذا النمط .

c) هل من الممكن ترتيب الطاولات بهذه الطريقة ، بحيث يستطيع 100 شخص الجلوس ؟ وضح إجابتك .

تم تحميل هذا الملف من
موقع المناهج البحرينية
alManahj.com/bh

برهان ١: **برهن صيغة الحد النوني للمتتابعة الحسابية .**

تحد ١ : **اشتق قاعدة لإيجاد مجموع المتسلسلة الحسابية ، بحيث لا تحتوي a_1 .**

تم تحميل هذا الملف من
موقع المناهج البحرينية
alManahj.com/bh

تحد ٢ : **يوجد ثلاثة أوساط حسابية بين العددين a, b في متتابعة حسابية . إذا كان الوسط الحسابي للأوساط الثلاثة 16 ، فأوجد الوسط الحسابي للعددين a , b .**

تحد ٣ : **إذا كان a هو الحد الثالث في متتابعة حسابية ، و b هو الحد الخامس ، و c هو الحد الحادي عشر ، فعبر عن c بدلالة a , b .**

ملاحظات

تم تحميل هذا الملف من
موقع المناهج البحرينية
alManahj.com/bh

الدرس الثالث : المتتابعات و المتسلسلات الهندسية

الحد النوني من المتتابعة الحسابية

تستعمل الصيغة الآتية للتعبير عن الحد النوني a_n من متتابعة هندسية حدها الأول a_1 و أساسها r حيث n عدد طبيعي .

$$a_n = a_1 r^{n-1}$$

تدريب (1) أوجد معادلة الحد النوني لكل من المتتابعتين الهندسيتين الآتيتين :

(1 $-0.25, 2, -16, 128, \ldots..$

(2 $a_3 = 16 \ , r = 4$

تم تحميل هذا الملف من
موقع المناهج البحرينية
alManahj.com/bh

الأوساط الهندسية : هي الحدود الواقعة بين حدين غير متتاليين في متتابعة هندسية ، و يمكن استعمال أساس المتتابعة الهندسية لإيجاد الأوساط الهندسية .

تدريب (2) أوجد الأوساط الهندسية :

(1 $0.25 , ? , ? , ? , 64$

(2 **أوجد أربعة أوساط هندسية بين العددين**

$0.5 \ , 512$

المتسلسلة : وضع إشارة الجمع بين حدود المتتابعة .

المتسلسلة الهندسية : هي مجموع حدود متتابعة هندسية .

المجموع الجزئي : ناتج جمع أول n حدا من المتتابعة و يرمز له بالرمز S_n

المجموع الجزئي من متسلسلة حسابية		
الصيغة	**المعطيات**	**مجموع أول n حداً S_n**
العامة	a_1, n	$S_n = \left(\frac{a_1 - a_1 r^n}{1-r}\right) = \frac{a_1(1-r^n)}{1-r} \ , r \neq 1$
البديلة	a_1, a_n	$S_n = \frac{a_1 - a_n r}{1-r} \ , r \neq 1$

تم تحميل هذا الملف من
موقع المناهج البحرينية
alManahj.com/bh

تدريب (3) أوجد مجموع المتسلسلة الهندسية في كل مما يأتي :

(1 $2 + 4 + 6 \ldots . + 100$

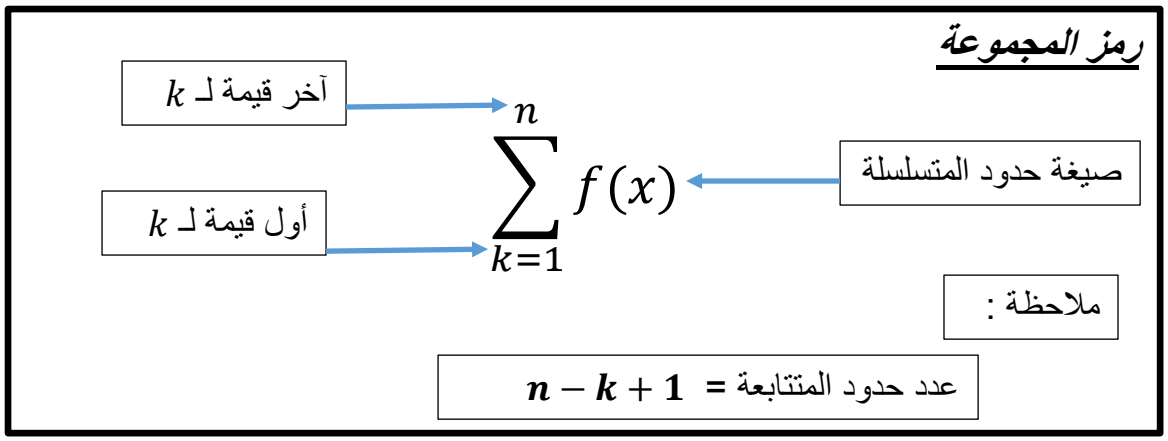
(2 $n = 16 \, , a_n = 240 \ , d = 8$

تدريب (4) أوجد الحدود الثلاثة الأولى في كل من المتتابعتين الحسابيتين الآتيتين :

(1 $a_1 = 2 \ , n = 10, r = 3$

(2 $a_1 = 2000 \ , \ a_n = 125 \, , r = \frac{1}{2}$

رمز المجموعة



تدريب (5) أوجد ناتج كل مما يأتي :

1) $\sum_{k=1}^{6} 3(4)^{k-1}$

2) $\sum_{k=4}^{11} 4(\frac{1}{2})^{k-1}$

تم تحميل هذا الملف من
موقع المناهج البحرينية
alManahj.com/bh

3) أوجد a_1 من المتسلسلة الهندسية التي فيها $S_n = -26240 \ , n = 8 \ , \ r = -3$

تحد ١ : ارتفع منسوب المياه في أحد السيول في اليوم الأول بمقدار $3\ mm$. إذا تضاعف منسوب المياه في كل من الأيام الأربعة التالية بمقدار مرة عن اليوم الذي قبله ، فكم يكون ارتفاع منسوب المياه في السيل في اليوم الخامس ؟

تحد ٢ : يقوم نظام معين لتقنية المياه بإزالة $70\ \%$ من الشوائب في أثناء مرور عينة مياه خلاله . إذا مرت عينة المياه نفسها في النظام أربع مرات ، فما النسبة المئوية للشوائب التي سيقوم بإزالتها من العينة الأصلية ؟

تم تحميل هذا الملف من
موقع المناهج البحرينية
alManahj.com/bh

تحد ٣ : بعد دقيقة واحدة من إطلاقه ، ارتفع منطاد مملوء بغاز مسافة $100\ ft$. و بعد ذلك كان يرتفع كل دقيقة $50\ \%$ من ارتفاعه في الدقيقة السابقة . أوجد ارتفاع المنطاد بعد $5\ min$.

تحد ٤ : يعمل فهد في شركة بناء لمدة 4 أشهر في السنة . إذا كان راتبه في البداية $520\ BD$ في الشهر . و تزيد الشركة راتبه بنسبة $5\ \%$ شهرياً ، فما المبلغ الذي سيحصل عليه في هذه الأشهر الأربعة إلى أقرب دينار ؟

تحد ٥ : إذا كان طول الذبذبة الأولى لبندول معين هو $30\ cm$ ، و كان طول كل ذبذبة تالية $95\ \%$ من طول الذبذبة السابقة لها مباشرة ، فأوجد المسافة الكلية التي يتحركها البندول في 30 ذبذبة إلى أقرب سنتميتر .

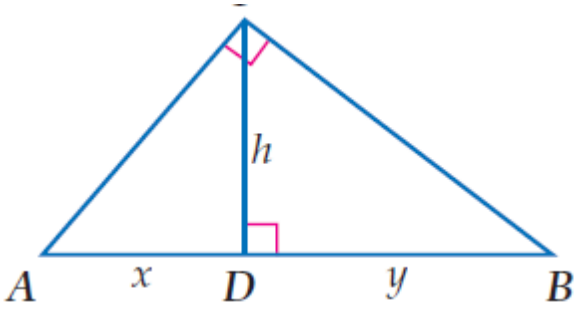
برهان ١ : **اشتق الصيغة العامة للمجموع الجزئي من متسلسلة هندسية باستعمال الصيغة البديلة .**

برهان ٢ : **اشتق صيغة للمجموع بحيث لا تتضمن a_1 .**

تبرير ١ : **وضح التغيير الذي يجب أن تجرية على $\sum_{k=1}^{10} 3(2)^{k-1}$ للحصول على المتسلسلة نفسها إذا غيرت $k=1$ إلى $k=0$. وضح إجابتك .**

تم تحميل هذا الملف من
موقع المناهج البحرينية
alManahj.com/bh

تحد ٦ : **استعمل حقيقة أن h هي الوسط الهندسي بين x, y في الشكل المجاور في إيجاد h^4 بدلالة x, y .**



اختبار تراكمي ١ : تقيم إحدى محطات التلفاز مسابقة التلفاز مسابقة ثقافية ، و بعد نهاية كل جولة من المسابقة ، يتم اقصاء نصف عدد المشاركين . إذا كان عدد المشاركين في الجولة الأولى من بداية إحدى المسابقات هو 524 شخصاً ، فاكتب معادلة لإيجاد عدد المشاركين في المسابقة بعد مرور n جولة .

ملاحظات

تم تحميل هذا الملف من
موقع المناهج البحرينية
alManahj.com/bh

إعداد : أ. عبدالله بدر الحداد

ABA

الدرس الرابع : المتسلسلات الهندسية اللانهائية

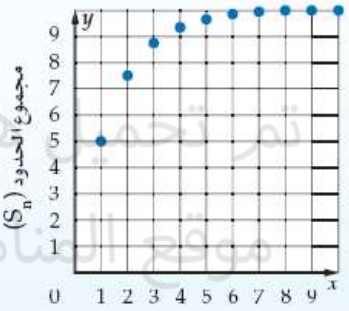
الأهداف :

١- إيجاد مجموع متسلسلة هندسية لانهائية ٢-كتابة الكسر الدوري على صورة كسر اعتيادي

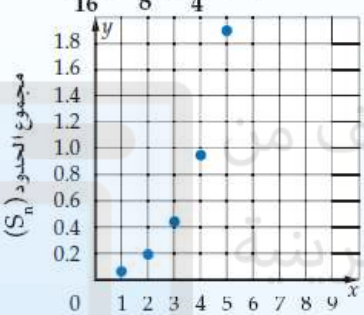
مفهوم أساسي — المتسلسلات المتقاربة والمتسلسلات المتباعدة

أضف إلى مطويتك

المتسلسلات المتقاربة	المتسلسلات المتباعدة
التعبير اللفظي يقترب المجموع من عدد حقيقي	التعبير اللفظي لا يقترب المجموع من عدد حقيقي
النسبة المشتركة (الأساس) $\|r\| < 1$	النسبة المشتركة (الأساس) $\|r\| \geq 1$
مثال $5 + 2.5 + 1.25 + \ldots$	مثال $\frac{1}{16} + \frac{1}{8} + \frac{1}{4} + \ldots$



شكل (1)



شكل (2)

تم تحميل هذا الملف من موقع المناهج البحرينية
almanahj.com/bh

تدريب (1) حدد ما إذا كانت كل من المتسلسلتين اللانهائيتين الآتيتين متقاربة ، أو متباعدة .

1) $2 + 3 + 4.5 + \ldots\ldots$

2) $100 + 50 + 25 + \ldots\ldots$

مجموع المتسلسلة الهندسية اللانهائية

مجموع المتسلسلة الهندسية اللانهائية و يرمز له بالرمز S حيث $|r| < 1$ يعطي بالصيغة $S = \frac{a_1}{1-r}$

اذا كان $|r| \geq 1$ ، فلا يوجد للمتسلسلة مجموع .

تدريب (2) أوجد معادلة الحد النوني لكل من المتتابعتين الهندسيتين الآتيتين :

1) $4 - 2 + 1 - 0.5 + \ldots\ldots$

2) $16 + 20 + 25 + \ldots\ldots$

تدريب (3) أوجد مجموع المتسلسلة الهندسية في كل مما يأتي. (إن وجدت) :

1) $\sum_{k=1}^{\infty} 12(\frac{3}{4})^{k-1}$

2) $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{4}{3}(\frac{5}{4})^{k-1}$

تدريب (4) أكتب كلاً من الكسور العشرية الدورية الآتية على صورة كسر اعتيادي :

1) $0.\overline{21}$

2) $0.3\overline{21}$

تم تحميل هذا الملف من
موقع المناهج البحرينية
alManahj.com/bh

تدريب (5) يقطع بندول مسافة $12\ cm$ في التأرجح الأول ، و بعد ذلك يقطع في كل تأرجح 95% من المسافة في التأرجح السابق ، و يستمر على هذا المنوال . أوجد المسافة الكلية التي يقطعها البندول عندما يتوقف عن الحركة .

تدريب (6) في تجربة فيزيائية دحرجت كرة من الفولاذ على مسار السطح ، و بعد ذلك تركت لتتدحرج تلقائياً . إذا قطعت الكرة في الدقيقة الأولى $120\ ft$ ، و بعد ذلك بدأت المسافة تتناقص بالمعدل 40% من المسافة السابقة في كل دقيقة لاحقة ، فما المسافة التي تقطعها الكرة حتى تقف ؟

تدريب (7) أسقطت كرة مطاطية من ارتفاع $30\ ft$ ، فارتدت مسافة 95% من الارتفاع الأصلي . إذا استمرت الكرة في الحركة على هذا المنوال ، فأوجد المسافة الرأسية التي تقطعها الكرة حتى تقف .

تم تحميل هذا الملف من
alManahj.com/bh

تدريب (8) يتيح أحد المعارض في متحف للعلوم الفرصة للزوار لتجربة حركة الأجسام على زنبرك . و قد قام أحد الزوار بسحب جسم معلق بزنبرك إلى أسفل ثم تركه ليقطع مسافة $1.2\ ft$ إلى أعلى قبل أن يغير اتجاه حركته ، و في كل مرة يغير الجسم اتجاه حركته تنقص المسافة التي يقطعها 20% ، بالمقارنة مع المسافة في الاتجاه الآخر السابق . أوجد المسافة الكلية التي يقطعها الجسم .

تحد ١ : **ما قيم b التي يمكن عندها إيجاد مجموع المتسلسلة**
$3 + 9b + 27b^2 + 81b^3 + \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$

اكتشف الخطأ ١ :

طلب إلى علي و أحمد أن يجدا مجموع المتسلسلة $\ldots 1 - 1 + 1 - 1$ ، فكانت إجابتهما كما يأتي . هل إجابة أي منهما صائبة ؟ وضح تبريرك .

علي
المجموع صفر لأن مجموع كل زوج من الحدود في المتسلسلة هو الصفر.

أحمد
لا يمكن إيجاد المجموع لأن $|r| \geq 1$، والمتسلسلة متباعدة.

تم تحميل هذا الملف من موقع المنهج البحريني
alManahj.com/bh

تدريب على اختبار معياري ١ :

ما أساس المتسلسلة الهندسية اللانهائية التي حدها الأول 27 و مجموعها 81 ؟

مسألة مفتوحة ١ : اكتب المتسلسلة $\cdots - 1 + 6 - 3$ باستعمال رمز المجموع بطريقتين مختلفتين .

برهان ١ : اشتق صيغة مجموع متسلسلة هندسية لا نهائية .

اكتب ١ : وضح لماذا تكون المتسلسلة الحسابية متباعدة دائماً .

اختبر نفسك ١ :

أوجد a_1 من المتسلسلة الهندسية التي فيها $r = -3$, $n = 8$, $S_n = -26240$

تم تحميل هذا الملف من
موقع المناهج البحرينية
alManahj.com/bh

ملاحظات

إعداد : أ. عبدالله بدر الحداد

ABA

الدرس الخامس : نظرية ذات الحدين

الأهداف :

٢- استعمال مثلث باسكال لإيجاد معاملات مفكوك ذات حدين ٢- استعمال نظرية ذات الحدين

مثلث باسكال

$(a+b)^0$					1					
$(a+b)^1$				1		1				
$(a+b)^2$			1		2		1			
$(a+b)^3$		1		3		3		1		
$(a+b)^4$	1		4		6		4		1	
$(a+b)^5$	1	5		10		10		5		1

تم تحميل هذا الملف من موقع المناهج البحرينية
alManahj.com/bh

تدريب (1) أوجد مفكوك $(c+d)^7$.

نظرية ذات الحدين

$$(a+b)^n = nC_0 a^n b^0 + nC_0 a^{n-1} b^1 + nC_0 a^{n-2} b^2 + \cdots + nC_0 a^0 b^n$$

$$= \sum_{k=0}^{n} \frac{n!}{k!\,(n-k)!} a^{n-k} b^k$$

تدريب (2) أوجد مفكوك $(a+b)^6$

تدريب (3) أوجد مفكوك $(3x-2y)^5$

تدريب (4) أوجد الحد السادس في مفكوك $(c+d)^{10}$

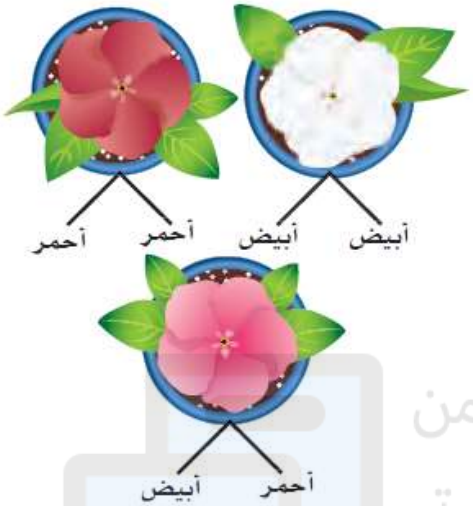
تم تحميل هذا الملف من
موقع المناهج البحرينية
alManahj.com/bh

تدريب (5) أوجد الحد الأخير في مفكوك $(5x+y)^5$

تدريب (6) أوجد الحد الأول في مفكوك $(3a+8b)^5$

تدريب (7) أوجد مفكوك $(2b+\frac{1}{4})^5$

تدريب (8) يحدد لون زهرة معينة عن طريق تزاوج نوعين من الجينات . إذا كان للزهرة جينان أحمران ، فإن الزهرة تكون حمراء ، و إذا كان لها جينان أبيضان ، فإن الزهرة تكون بيضاء ، أما إذا كان للزهرة جين واحد من كل لون ، فإن لونها يكون ورديا ً . إذا تم التزاوج بين زهرتين ورديتين في المختبر ، و نتج عن التزاوج 1000 زهرة ، فما عدد الزهرات الوردية اللون بينها ؟



تم تحميل هذا الملف من
موقع المناهج البحرينية
alManahj.com/bh

تدريب (9) إذا أردنا تكوين لجنة من 10 طلاب من الصفين الثاني الثانوي و الثالث الثانوي في مدرسة ما ، فما احتمال أن يكون في اللجنة 7 طلاب من الصف الثاني الثانوي ، علما ً بأن عدد طلاب الصفين متساوٍ، و أن الاختيار يتم عشوائيا ً .

تحد [1] : أوجد الحد السادس في مفكوك $(\sqrt{a}+\sqrt{b})^{12}$. وضح تبريرك .

تبرير [1] : وضح كيف تتشابه الحدود و تختلف في مفكوك كل من $(x+y)^n, (x-y)^n$.

تم تحميل هذا الملف من
موقع المناهج البحرينية
alManahj.com/bh

مسألة مفتوحة [1] : اكتب ذات حدين مرفوعة لأس صحيح موجب يكون الحد الثاني في مفكوكها يساوي $6x^4y$.

ملاحظات

تم تحميل هذا الملف من
موقع المناهج البحرينية
alManahj.com/bh

إعداد : أ. عبدالله بدر الحداد

ABA

الدرس السادس : البرهان بالاستقراء الرياضي

الأهداف :

٣- ابرهن العبارات باستعمال الاستقراء الرياضي ٢- أثبت خطأ العبارات بإيجاد مثال مضاد

الاستقراء الرياضي

لبرهنة أن عبارة ما صحيحة للأعداد الطبيعية n جميعها نتبع الخطوات الآتية :

- **الخطوة 1** برهن أن العبارة صحيحة عندما $n = 1$
- **الخطوة 2** افترض أن العبارة صحيحة عندما $n = k$ ، حيث k عدد طبيعي . و هذا الافتراض يسمى فرضية الاستقراء .
- **الخطوة 3** برهن أن العبارة صحيحة عندما $n = k + 1$

تم تحميل هذا الملف من
موقع المناهج البحرينية
alManahj.com/bh

تدريب (1)

برهن أن $1^2 + 2^2 + 3^2 + \cdots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$ **لكل عدد طبيعي** n **.**

تدريب (2) **برهن أن** $7^n - 1$ **يقبل القسمة على 6 لكل عدد طبيعي** n **.**

تدريب (3) أعط مثالاً مضاداً يبين خطأ كل من العبارتين ، حيث n عدد طبيعي .

(1	(2
$3^n + 1$ يقبل القسمة على 4 .	$n^2 + n + 23$ عدد أولي .

تم تحميل هذا الملف من موقع المناهج البحرينية

تدريب (4) بناء على قاعدة مجموع قياسات الزوايا الداخلية لمضلع محدب ، فإنه إذا كان المضلع محدب n من الأضلاع ، فإن مجموع قياسات الزوايا الداخلية له يساوي $180°(n-2)$. برهن صحة هذه القاعدة لكل $n \geq 3$ باستعمال الاستقراء الرياضي و الهندسة .

ملاحظات

تم تحميل هذا الملف من
موقع المناهج البحرينية
alManahj.com/bh

تم تحميل هذا الملف من
موقع المناهج البحرينية
alManahj.com/bh

الدرس السابع الدوال المثلثية في المثلثات القائمة الزاوية

إذا كانت θ تمثل قياس زاوية حادة في مثلث قائم الزاوية ، فإن الدوال المثلثية الست تعرف بدلالة الوتر و الضلع المقابل و الضلع المجاور .

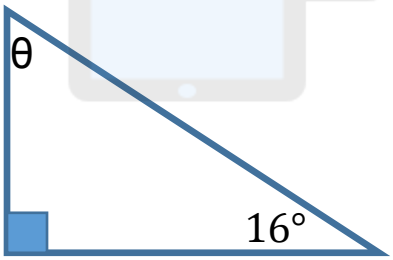
$$\sin\theta = \frac{\text{المقابل}}{\text{الوتر}} \qquad \csc\theta = \frac{\text{الوتر}}{\text{المقابل}}$$

$$\cos\theta = \frac{\text{المجاور}}{\text{الوتر}} \qquad \sec\theta = \frac{\text{الوتر}}{\text{المجاور}}$$

$$\tan\theta = \frac{\text{المقابل}}{\text{المجاور}} \qquad \cot\theta = \frac{\text{المجاور}}{\text{المقابل}}$$

تم تحميل هذا الملف من موقع المناهج البحرينية
alManahj.com/bh

تدريب (1) أوجد قيم الدوال المثلثية الست للزاوية θ في كل من الحالات الآتية :

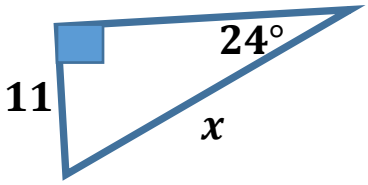


تدريب (2) $\angle A$ حادة في مثلث قائم الزاوية إذا كان $\tan A = \frac{20}{21}$ ، فما قيمة $\cos A$ ؟

تدريب (3) $\angle A$ حادة في مثلث قائم الزاوية إذا كان $\cos A = \frac{4}{7}$ ، فما قيمة $\sin A$ ؟

تدريب (4)

أوجد قيمة x مقربة إلى أقرب منزلة عشرية .



تم تحميل هذا الملف من
موقع المناهج البحرينية
alManahj.com/bh

تدريب (5)

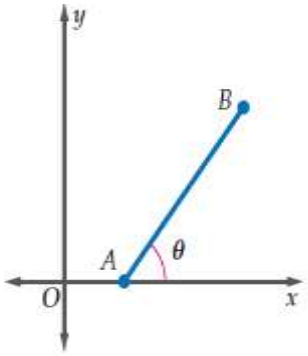
سلم طوله $4m$ يستند إلى جدار مزل بزاوية ارتفاع قياسها $72°$. ما ارتفاع قمة السلم عن سطح الأرض ؟

تدريب (6)

شجرتان ارتفاع كل منهما $15.7m$ ، والمسافة بينهما $40.2m$ ، إذا أخذت نقطة ما على المستقيم الواصل بين موقعي الشجرتين ، بحيث كانت على بعد $12m$ من إحدى الشجرتين ، فأوجد قياس زاويتي ارتفاع كل من الشجرتين عند هذه النقطة مقربًا الناتج إلى أقرب درجة.

تحد (١)

قطعة مستقيمة تصل بين النقطتين $A(2,0), B(6,5)$ كما هو موضح في الشكل المجاور ، ما قياس الزاوية الحادة θ المحصورة بين القطعة المستقيمة و المحور x ؟ وضح كيف وجدت القياس.



ملاحظات

تم تحميل هذا الملف من
موقع المناهج البحرينية
alManahj.com/bh

إعداد : أ. عبدالله بدر الحداد

ABA

الدرس الثامن الزوايا و قياس الزاوية

الوضع القياسي : تكون الزاوية المرسومة في الوضع القياسي ، إذا كان رأسها نقطة الأصل ، و أحد ضلعيها متطابقاً على الجزء الموجب من المحور x .

الضلع الابتدائي : الضلع المنطبق على المحور x للزاوية .

الضلع النهائي : الضلع الذي يدور حول نقطة الأصل .

تدريب (1) ارسم الزاويتين بالقياسين لآتيين في الوضع القياسي :

1) $80°$

2) $-105°$

تم تحميل هذا الملف من
موقع المناهج البحرينية
alManahj.com/bh

الزوايا المشتركة في الضلع النهائي : هي زاويتان أو أكثر عند رسمها في الوضع القياسي يكون لها الضلع النهائي نفسه .

ملاحظة :

يمكن إيجاد زاوية مشتركة في الضلع النهائي مع زاوية أخرى ، من خلال جمع او طرح أحد مضاعفات $360°$

تدريب (2) أوجد زاوية بقياس موجب ، و أخرى بقياس سالب مشتركتين في الضلع النهائي مع كل زاوية من الزاويتين الآتيتين :

1) 130

2) $-45°$

لتحويل من القياس بالدرجات إلى القياس بالراديان ، اضرب قياس الزاوية بالدرجات في $\frac{\pi\, rad}{180°}$

تدريب (3) حول $120°$ إلى الراديان

لتحويل من القياس بالراديان إلى القياس بالدرجات ، اضرب قياس الزاوية بالراديان في $\frac{180}{\pi\, rad}$

تدريب (4) حول $\frac{-3\pi}{8}$ إلى الدرجات

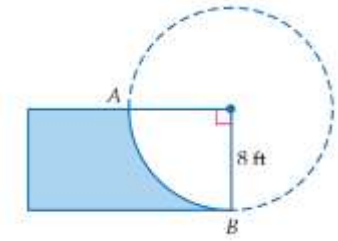
تدريب (5) طول قطر دائرة $9\ cm$. أوجد طول القوس إذا كان قياس الزاوية المركزية التي تقابله $60°$. قرب الناتج إلى اقرب منزلة عشرية واحدة .

تدريب (6) يبلغ طول نصف قطر إطارات الشاحنات العملاقة $33\ in$. ما المسافة التي تقطعها الشاحنة بالقدم بعد أن تدور إطاراتها ثلاثة ارباع دورة ؟

تم تحميل هذا الملف من
موقع المنهج البحرينية
alManahj.com/bh

تدريب (7) مستقيم يصنع زاوية قياسها $\frac{\pi}{2}$ مع الجزء الموجب من المحور x عند النقطة $(2,0)$. أوجد معادلة هذا المستقيم .

تدريب (8) يبين الشكل المجاور منحدر تزلج يسمى ربع أنبوب ، و مقطعه يمثل قوساً من دائرة . أوجد طول هذا القوس ، قرب الناتج إلى أقرب منزلة عشرية واحدة .



تدريب (9) يدور الظل على القرص $15°$ كل ساعة .

$a)$ بعد كم ساعة يدور الظل حول المزولة بزاوية قياسها $\frac{8\pi}{5}$ ؟

$b)$ ما قياس الزاوية بالراديان التي يدورها الظل بعد مرور $5\ h$ ؟

$c)$ مزولة طول نصف نصف قطرها $8\ in$ ، ما طول القوس الذي يصنعه دوران الظل على القرص بعد مرور $14\ h$ ؟ (قرب الناتج إلى أقرب منزلة عشرية واحدة) .

مسألة مفتوحة (1) ارسم زاوية حادة في الوضع القياسي و سمها ، ثم أوجد زاويتين إحداهما بقياس موجب و الأخرى بقياس سالب بحيث تكونان مشتركتين في الضلع النهائي مع الزاوية الحادة .

تبرير (1) برهن صيغة طول القوس المقابل للزاوية المركزية .

تم تحميل هذا الملف من
موقع المناهج البحرينية
alManahj.com/bh

مسألة لفظية (1) قياس زاوية دوران أرجوحة $165°$.

a) ارسم زاوية الدوران في الوضع القياسي .

b) اكتب قياس زاوية الدوران بالراديان .

c) إذا كان طول حبل الأرجوحة $6.5\ ft$ ، فما طول القوس الذي تصنعه الأرجوحة عند دورانها ؟ قرب الناتج إلى أقرب منزلة عشرية واحدة .

d) ما الذي يحصل لطول القوس إذا ضاعفنا طول الحبل ؟

مسألة لفظية (٢)

لديك النقاط $A(-4,0)$, $B(-4,6)$, $C(6,0)$, $D(6,8)$

a) ارسم كلا من المثلثين : $\Delta\, ECD$, $\Delta\, EAB$ ، حيث E هي نقطة الأصل .

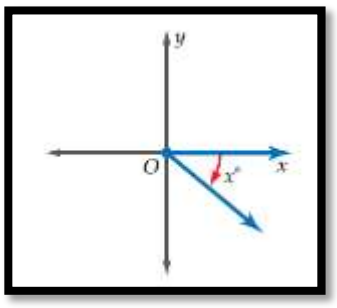
b) أوجد $tan < DEC$, $tan < BEA$.

c) أوجد ميل كل من : $\overline{ED}$, $\overline{BE}$.

d) ما العلاقة التي تستطيع استنتاجها بين الميل و ظل الزاوية ؟

تم تحميل هذا الملف من
موقع المناهج البحرينية
alManahj.com/bh

اكتشف الخطأ (١) يكتب كل من علي و أحمد تعبيراً يمثل قياس الزاوية المشتركة في الضلع النهائي مع الزاوية الظاهرة في الشكل المجاور . أيهما إجابته صحيحة ؟ برر إجابتك .



علي

قياس الزاوية المشتركة في الضلع النهائي هو

$(x - 360)^{\circ}$

أحمد

قياس الزاوية المشتركة في الضلع النهائي هو

$(360 - x)^{\circ}$

الدرس التاسع : الدوال المثلثية للزوايا

تدريب (1) إذا كان الضلع النهائي للزاوية المرسومة θ في الوضع القياسي يمر بالنقطة $(-6, 2)$. فأوجد القيم الفعلية للدوال المثلثية الست للزاوية θ .

تم تحميل هذا الملف من
موقع المناهج البحرينية
alManahj.com/bh

تدريب (2) إذا كان الضلع النهائي للزاوية θ المرسومة في الوضع القياسي يمر بالنقطة $(-2, 0)$. فأوجد القيم الفعلية للدوال المثلثية الست للزاوية θ .

تدريب (3) ارسم الزاويتين المعطى قياس كل منهما فيما يأتي في الوضع القياسي ، ثم أوجد زاوية الإسناد لكل منهما :

1) 400

2) $\frac{-3\pi}{4}$

تدريب (4) أوجد القيمة الفعلية لكل مما يأتي :

1) $\cos 135$

2) $\tan \frac{5\pi}{6}$

تم تحميل هذا الملف من
موقع المناهج البحرينية
alManahj.com/bh

3) $\csc 210° \cos 420 - 5\tan 45° + 4\sin 150°$

4) $\sin 390° \sec 120° + 4\tan 225° + 2\cos 60°$

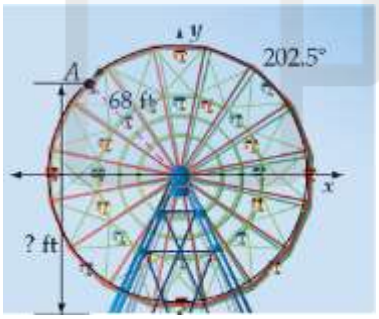
5) $\csc\left(\frac{-7\pi}{6}\right)\cos\left(\frac{5\pi}{3}\right) - \cot(585°)$

تدريب (5)

قذف حجر بالمقلاع من حافة بزاوية قياسها $65°$ ، و بسرعة ابتدائية مقدارها $6\ m/sec$. المعادلة التي تمثل المسافة الأفقية التي يقطعها الحجرة هي $x = v_\circ(cos\theta)t$ ، حيث $v_\circ$ هي السرعة الابتدائية m/sec ، θ هي قياس زاوية القذف بالدرجات ، و الزمن هو $t(\sec)$. ما المسافة الأفقية التي يقطعها الحجر بعد مرور $4\ sec$ ؟

تم تحميل هذا الملف من
موقع المناهج البحرينية

تدريب (6)



عجلة دوارة في إحدى مدن الألعاب طول نصف قطرها $68\ ft$ ، و ترتفع عن سطح الأرض $15\ ft$. بعد جلوس الشخص في العربة السفلية دارت العجلة بزاوية قياسها $202.5°$ في عكس حركة عقارب الساعة قبل أن تتوقف كما في الشكل المجاور . كم يكون ارتفاع هذه العربة عن سطح الأرض عندما تتوقف العجلة عن الدوران؟

ملاحظات

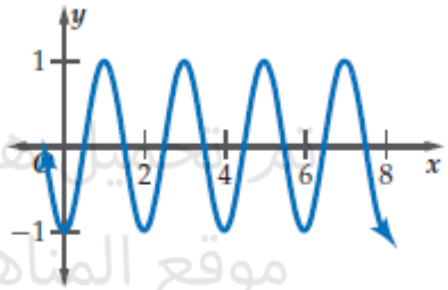
تم تحميل هذا الملف من
موقع المناهج البحرينية
alManahj.com/bh

الدرس العاشر الدوال الدائرية

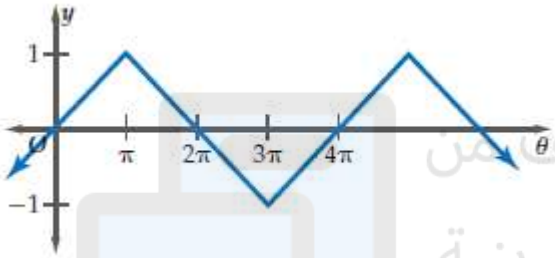
تدريب (1) إذا كان الضلع النهائي للزاوية θ في الوضع القياسي يقطع دائرة الوحدة عند النقطة $p(\frac{3}{5}, \frac{-4}{5})$ ، فأوجد كلا من $\sin\theta$ ، $\cos\theta$.

تدريب (2) أوجد طول الدورة لكل دالة ممثلة بيانياً في الشكل أدناه :

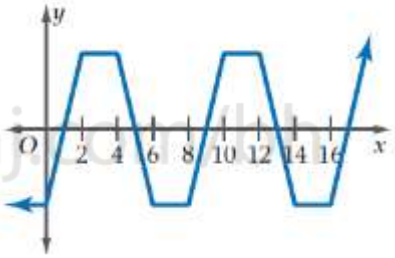
(1



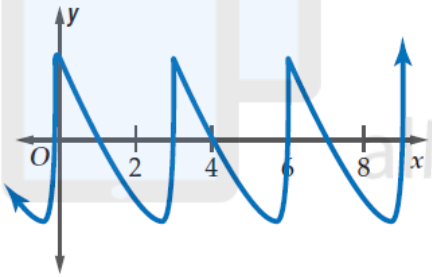
(2



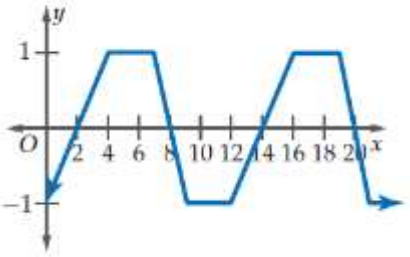
(3



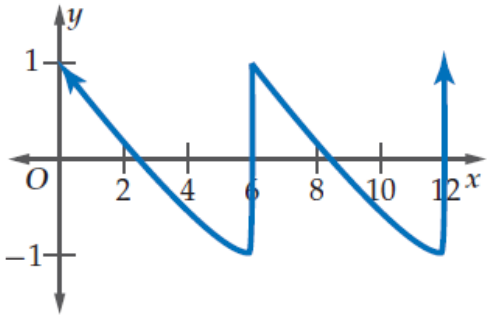
(4



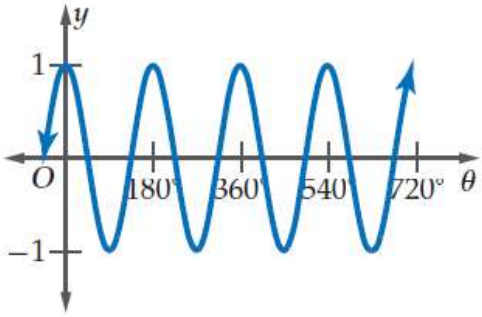
(5



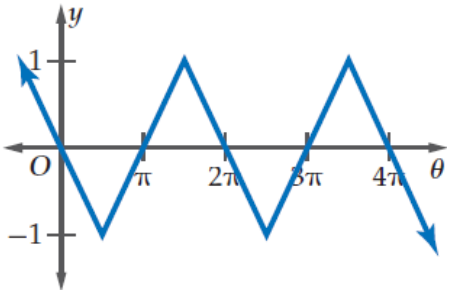
(6



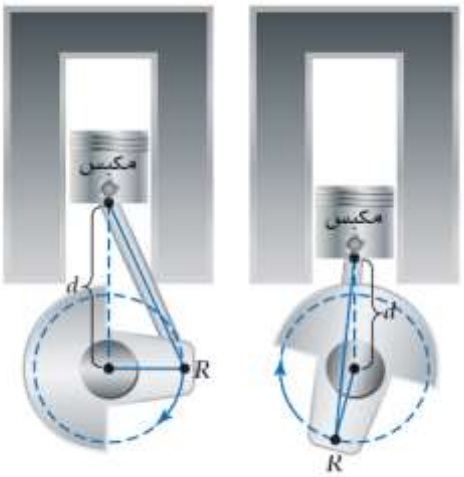
(6



(7



تدريب (3) في المحرك الممثل بالشكل المجاور ، المسافة d من المكبس إلى مركز الدائرة تسمى ناقل الحركة ، و تمثل دالة في سرعة ذراع المكبس . إذا علمت أن النقطة R الواقعة على ذراع المكبس تدور بسرعة $150°$ دورة في الثانية ، فاعتمد على ذلك في الإجابة عن السؤالين الآتيين :



a) أوجد طول الدورة بالثواني .

b) إذا كانت أقصر قيمة للمسافة d تبلغ $0.5\ in$ و أكبر قيمة هي $3.5\ in$ ، فمثل منحنى الدالة بيانياً علماً بأن الزمن t يمثل المحور الأفقي ، و المسافة d تمثل المحور الرأسي .

تم تحميل هذا الملف من
موقع المناهج البحرينية
alManahj.com/bh

تدريب (4) تدور صافرة إنذار لإعصار ما بمعدل 2.5 دورة لكل دقيقة ، و ينتشر صوت الصافرة ضمن دائرة نصف قطرها $1mi$. إذا علمت أن موقع منزل سعيد يبعد $1\ mi$ عن الصافرة ، و أن المسافة التي يقطعها صوت الصافرة هي دالة في الزمن تتغير بصورة دورية ، فاعتمد على ذلك في الإجابة عن السؤالين الآتيين :

a) أوجد طول دورة الدالة بالثواني .

b) ارسم منحن الدالة . اعتبر الزمن t هو المحور الأفقي ، و المحور الرأسي هو المسافة d التي يبعد بها صوت الصافرة عن المنزل .

ملاحظات

تم تحميل هذا الملف من
موقع المناهج البحرينية
alManahj.com/bh

الدرس الحادي عشر تمثيل الدوال المثلثية بيانياً

السعة : نصف الفرق بين القيمة العظمى و القيمة الصغرى .

طول الدورة : الطول الأفقي لكل دورة.

$y = a\cos b\theta$
$y = a\ sinb\theta$

حيث تكون السعة = $|a|$

طول الدورة = $\frac{360^\circ}{|b|}$

تدريب [1] مثل الدالة بيانياً :

1) $y = 3cos\theta$

السعة :

الدورة :

نقطة التقاطع مع المحور θ :

2) $y = \frac{1}{2}sin2\theta$

السعة :

الدورة :

نقطة التقاطع مع المحور θ :

لمز تحميل هذا الملف من
موقع المناهج البحرينية
alManahj.com/bh

التردد : هو عدد الدورات فى وحدة الزمن ، لإيجاد التردد من خلال التمثيل البيانى نقلب طول الدورة .

تدريب [3] يمكن للإنسان سماع أصوات ترددها يصل إلى $20\ HZ$.

A) أوجد طول دورة الدالة .

B) افترض أن السعة تساوي وحدة واحدة . اكتب دالة جيب التمام التى تعبر عن موجات الصوت y كدالة في الزمن t ، ثم مثلها بيانياً .

1)

$$y = -\frac{1}{2}cos\frac{3}{4}\theta$$

الدورة :

نقطة التقاطع مع المحور θ :

تم تحميل هذا الملف من
موقع المناهج البحرينية
alManahj.com/bh

2)

$$y = -3sin2\theta$$

$y = a\ tan\ b\theta$

السعة لهذه الدالة غير معرفة

طول الدورة = $\frac{180^\circ}{|b|}$

خطوط التقارب الرأسية عند المضاعفات الفردية للعدد هو $\frac{180^\circ}{2|b|}$

تدريب (4) أوجد طول دورة الدالة $y = \frac{1}{2}tan\theta$ ، ثم مثل هذه الدالة بيانياً .

تم تحميل هذا الملف من
موقع المناهج البحرينية
alManahj.com/bh

ترتبط منحنيات الدوال قاطع التمام ، و القاطع ، و ظل التمام بمنحنيات دوال الجيب ، و جيب التمام ، و الظل .

تدريب (5) أوجد طول دورة الدالة $y = csc2\theta$ ، ثم مثل هذه الدالة بيانياً .

تدريب (5) أوجد طول دورة الدالة $y = 2sec\theta$ ، ثم مثل هذه الدالة بيانياً .

تم تحميل هذا الملف من
موقع المناهج البحرينية
alManahj.com/bh

ملاحظات

الدرس الثاني عشر الدوال المثلثية العكسية

تدريب (1) أوجد قياس الزاوية بالدرجات و الراديان في كل مما يأتي :

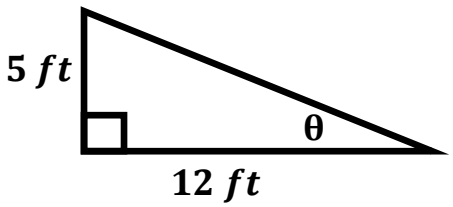
(1 $cos^{-1}0$ **(2** $Arcsin(\frac{-\sqrt{2}}{2})$

تدريب (2) أوجد قيمة كل مما يأتي ، إلى أقرب جزء من مئة :

(1 $\sin(Tan^{-1}\frac{3}{8})$ **(2** $\cos(Arc\frac{-\sqrt{2}}{2})$

تدريب (3) إذا كان $Tan\theta = 1.8$ ، فما قياس الزاوية θ بالدرجات إلى أقرب جزء من عشرة ؟

تدريب (4) اكتب دالة مثلثية عكسية يمكن استعمالها ، لإيجاد قياس الزاوية التي يصنعها منحدر مع سطح الأرض θ ، ثم أوجد قياس هذه الزاوية بالدرجات إلى أقرب عشر .



تم تحميل هذا الملف من موقع المناهج البحرينية
alManahj.com/bh

ملاحظات

تم تحميل هذا الملف من
موقع المناهج البحرينية
alManahj.com/bh