

تم تحميل هذا الملف من موقع المناهج البحرينية



الملف حل الفصل السابع من كتاب التمارين

[موقع المناهج](#) ⇨ [المناهج البحرينية](#) ⇨ [الصف الرابع](#) ⇨ [رياضيات](#) ⇨ [الفصل الأول](#) ⇨ [الملف](#)

روابط مواقع التواصل الاجتماعي بحسب الصف الرابع



روابط مواد الصف الرابع على تلغرام

[الرياضيات](#)

[اللغة الانجليزية](#)

[اللغة العربية](#)

[التربية الاسلامية](#)

المزيد من الملفات بحسب الصف الرابع والمادة رياضيات في الفصل الأول

[طاقة مراجعة للتطبيق الذهني لمادة الرياضيات](#)

1

[الإجابة النموذجية لكراسة الحساب الذهني](#)

2

[ملزمة كنز في مادة الرياضيات](#)

3

[مذكرة مراجعة ونموذج إجابة](#)

4

[نشاط تدريبي في درس التعابير الجبرية](#)

5

تمثيل فضاء العينة

إعداد أ. / عابدين حامد

- الأهداف:** ① أن يتعرف الطالب على مفهوم التجربة ، وعلى فضاء العينة .
② أن يمثل الطالب فضاء العينة بالشجرة ، والجدول ، والقائمة المنظمة .

المستوى (A) :

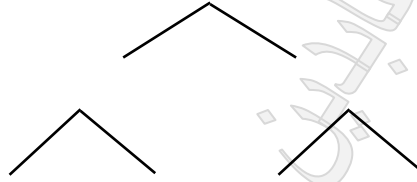
- (١) أُلقيت قطعة نقد مرتين ، مثل فضاء العينة باستخدام القائمة المنظمة و الشجرة البيانية و باستخدام الجدول ؟
• القائمة المنظمة :

الجدول

| | الثانية | |
|-----------|----------|-----------|
| | صورة (H) | كتابة (T) |
| الناتج | | |
| صورة (H) | | |
| كتابة (T) | | |

الأولى

الناتج



• مخطط الشجرة البيانية :

الرمية الأولى :

الرمية الثانية :

فضاء العينة :

المستوى (B) :

- (٢) في تجربة إلقاء قطعة نقد ثم سحب كرة من صندوق به ثلاث كرات (حمراء - زرقاء - خضراء) .
مثل فضاء العينة باستخدام القائمة المنظمة و الشجرة البيانية و باستخدام الجدول ؟

الجدول

| | الثانية | | |
|-----------|-----------|-----------|-----------|
| | خضراء (G) | زرقاء (B) | حمراء (R) |
| الناتج | | | |
| صورة (H) | | | |
| كتابة (T) | | | |

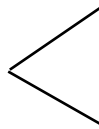
الأولى

الرمية الأولى

الرمية الثانية

• مخطط الشجرة البيانية

الناتج



فضاء العينة

المستوى (C) :

- (٣) يريد خياط تفصيل ثوب الاختيار من أنواع القماش وألوانها المتوفرة لديه ، والمبينة في الجدول أدناه .
مثل فضاء العينة لهذا الموقف باستعمال الشجرة البيانية .
ثم أكتب قائمة منظمة لجميع الناتج الممكنة لهذا الموقف .

| نوع القماش | قطن (C) ، صوف (W) |
|------------|--------------------------------|
| الألوان | أسود (B) ، أخضر (G) ، أحمر (R) |

مخطط الشجرة البيانية

القائمة المنظمة :

مسائل مختارة من الامتحانات السابقة على تمثيل فضاء العينة

(٤) يبيع محل تجاري الآيس كريم في أكواب ذات حجم صغير (S) ، أو حجم متوسط (M) ، أو حجم كبير (L) ، ومع صلصة (T) أو بدون صلصة (NT) مثل فضاء العينة لترتيب أنواع الآيس كريم باستعمال الشجرة البيانية

(٥) تنظم مدرسة النعيم الثانوية للصفين الأول الثانوي (A) ، والثاني الثانوي (B) ، زيارة إلى متحف البحرين الوطني (M) أو إلى بيت القرآن (Q) . مثل فضاء العينة للتجربة بطريقة الشجرة البيانية و القائمة المنظمة

(٦) إذا كان محمد أمامه خيار السفر إلى العراق بالسيارة (C) أو بالطائرة (P) أو بالباخرة (B) ولكن لا يمكنه الرجوع من العراق إلا عن طريق الطائرة (P) . مثل فضاء عينة السفر والرجوع باستعمال : الشجرة البيانية (a) القائمة المنظمة (b)

(٧) تحدّ : تحتوي حقيبة على 3 بطاقات خضراء (G) ، 5 بطاقات صفراء (Y) ، بطاقة واحدة حمراء (R) سحبت بطاقة واحدة عشوائياً ، ثم سحبت بطاقة أخرى: مثل فضاء العينة للتجربة باستعمال الشجرة البيانية (a) إذا كان السحب دون إرجاع : (b) إذا كان السحب مع الإرجاع :

الواجب



مبدأ العد الأساسي

إعداد أ. / عابدين حامد

- الأهداف:** ① أن يتعرف الطالب على مفهوم مبدأ العد الأساسي .
② أن يحل الطالب مسائل حياتية على مبدأ العد الأساسي .

المستوى (A) :

| نوع | الخيارات |
|----------|---------------------|
| المقبلات | سلطة / حمص |
| الحساء | خضار |
| اللحوم | غنم/ بقر/ دجاج/ سمك |
| الخبز | عربي / فرنسي |

- (١) أوجد عدد النواتج الممكنة لاختيار وجبة طعام تتكون من نوع واحد من كل من المقبلات و الحساء و اللحوم و الخبز من قائمة المأكولات المجاورة .

عدد النواتج =

- (٢) تحتوي قائمة طعام في أحد المطاعم على 10 أصناف للطبق الرئيسي ، و 4 أصناف للحساء ، و 3 أصناف من الحلوى . بكم طريقة يمكن للزبون بها أن يختار طبقاً رئيسياً وصنفاً من الحساء وآخر من الحلوى ؟

عدد الطرق =

- (٣) ما عدد الطرق لشراء سيارة من معرض يقدم 4 أنواع من السيارات لكل سيارة 4 ألوان مختلفة و 3 أحجام مختلفة

عدد الطرق =

المستوى (B) :

- (١) إذا كان هناك 4 خطوط باص من المدينة A إلى المدينة B ، و 3 خطوط باص من المدينة B إلى المدينة C ، بكم طريقة يستطيع أحد الركاب أن ينتقل من المدينة A إلى المدينة C ماراً بالمدينة B ؟

عدد الطرق =

- (٢) إذا استعملت الأرقام 3 ، 5 ، 7 ، 9 ، فبكم طريقة يمكن اختيار رقم مكون من ثلاث منازل ، علماً بأنه لا يسمح باستعمال الرقم أكثر من مرة واحدة ؟

عدد الطرق =

المستوى (C) :

- (١) اشترى حسن قفلاً رقمياً لدرجته يفتح باستعمال 4 أرقام من 0 إلى 9 بكم طريقة يمكنه اختيار أرقام القفل ؟

(a) إذا سمح له بتكرار أي رقم . عدد الطرق =

(b) إذا لم يسمح له بتكرار الرقم عدد الطرق =

- (٢) إذا كان لمدرسة ما 5 أبواب للدخول والخروج فبكم طريقة يستطيع طالب الدخول ثم الخروج من المدرسة بحيث لا يسمح له بالخروج من الباب الذي دخل منه ؟

عدد الطرق =

الواجب

الاحتمال (باستعمال المضروب + التباديل مع التكرار)

- الأهداف:** ① أن يتعرف الطالب على مفهوم الاحتمال ، المضروب ، والاحتمال بالتكرار .
② أن يحل الطالب مسائل حياتية على المضروب ، والاحتمال بالتكرار .

إعداد أ. / عابدين حامد

ملاحظة: $0! = 1! = 1$

تعريف المضروب: $n! = n \times (n - 1) \times (n - 2) \times \dots \times 3 \times 2 \times 1$

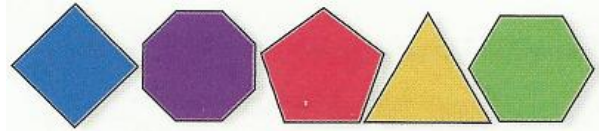
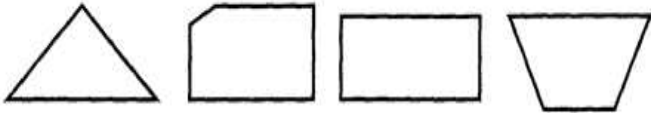
| حساب الاحتمال | التباديل مع التكرار |
|---|--|
| <p>لحساب الاحتمال نستخدم القانون: $P(A) = \frac{n(A)}{n(s)}$</p> <p>حيث $n(A)$ عدد النواتج التي تؤدي إلى وقوع الحدث A $n(s)$ عدد جميع النواتج الممكنة للتجربة .</p> | <p>عدد جميع النواتج (التباديل) الممكنة لعناصر عددها n عندما يتكرر عنصر منها r_1 من المرات ، وآخر r_2 من المرات</p> <p>وهكذا يساوي $\frac{n!}{r_1! \times r_2! \times \dots \times r_k!}$</p> |

تمارين على حساب عدد الطرق (البدائل) الممكنة باستعمال المضروب

| | |
|--|---|
| <p>① بكم طريقة يمكن ترتيب 4 كتب مختلفة على رف بأحد المكتبات العامة ؟</p> <p><u>عدد الطرق</u> =</p> | <p>② بكم طريقة يمكن مجلس أعضاء لجنة خماسية على 5 كراسي إذا رتب الكراسي في صف واحد ؟</p> <p><u>عدد الطرق</u> =</p> |
|--|---|

تمارين على حساب الاحتمال باستعمال المضروب

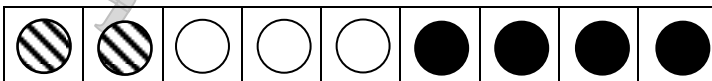
| | |
|---|---|
| <p>③ إذا جلس 5 أشخاص على خمسة مقاعد متتالية ، فما احتمال أن تبدأ الكلمة بحرف الميم وتنتهي بحرف الياء ؟</p> <p>$P(A) = \dots\dots\dots$</p> | <p>④ إذا طلب إليك ترتيب المضلعات أدناه من اليمين إلى اليسار ، فما احتمال أن يكون المثلث هو الأول والمربع هو الثاني ؟</p> <p>$P(A) = \dots\dots\dots$</p> |
| <p>⑤ إذا طلب إليك ترتيب المضلعات أدناه من اليمين إلى اليسار ، فما احتمال أن يكون المثلث هو الأول والمثلث هو الثاني ؟</p> <p>$P(A) = \dots\dots\dots$</p> | <p>⑥ إذا طلب إليك ترتيب المضلعات أدناه من اليمين إلى اليسار ، فما احتمال أن يكون المستطيل هو الأول والمثلث هو الثاني ؟</p> <p>$P(A) = \dots\dots\dots$</p> |



تمارين على حساب الاحتمال باستعمال التباديل مع التكرار

| | |
|--|--|
| <p>⑦ إذا اخترت عشوائياً تبديلاً للأحرف (ك ، م ، ل ، م ، ا ، ا ، ت) فما احتمال أن تكون كلمة "مكالمات" عدد التباديل المختلفة لهذه الأحرف هو : <u>الاحتمال هو</u> : $P(A) = \dots\dots\dots$</p> | <p>⑧ إذا رتبته الحروف (A ، N ، N ، B ، A ، A) عشوائياً ، فما احتمال الحصول على كلمة " BANANA " عدد التباديل المختلفة لهذه الأحرف هو : <u>الاحتمال هو</u> : $P(A) = \dots\dots\dots$</p> |
| <p>⑨ ما احتمال أن يكون 36084663 رقماً لهاتف مكون من 8 أرقام هي : 8 , 0 , 6 , 6 , 3 , 4 , 6 , 3 عدد التباديل المختلفة لهذه الأرقام هو : <u>الاحتمال هو</u> : $P(A) = \dots\dots\dots$</p> | <p>⑩ تتكون لوحة سيارة في إحدى الدول من الأحرف (ك ، ر ، ر) والأرقام (1 ، 3 ، 3 ، 3) ما احتمال أن يكون ترتيبها 331331 <u>الاحتمال هو</u> : $P(A) = \dots\dots\dots$</p> |

⑪ يراد توزيع 4 كرات سوداء ، و 3 كرات بيضاء ، و 2 كرات مخططتان على تسع أماكن عشوائياً .



فما احتمال ظهور الترتيب المبين بالشكل ؟
عدد التباديل المختلفة لهذه الكرات هو :

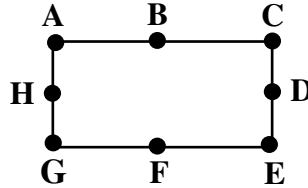
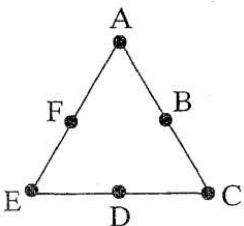
$P(A) = \dots\dots\dots$ بما أن هناك ترتيب واحد يعطي هذا الترتيب فإن :

الاحتمال (باستعمال التباديل + التوافيق)

إعداد أ. / عابدين حامد

- الأهداف :** ① أن يتعرف الطالب على مفهوم التباديل و التوافيق .
② أن يحل الطالب مسائل حياتية على حساب الاحتمال بالتباديل و التوافيق .


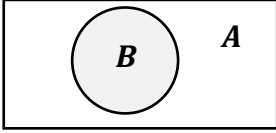
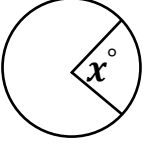
| حساب الاحتمال بالتوافيق | حساب الاحتمال بالتباديل |
|--|--|
| عدد توافيق n من العناصر المختلفة مأخوذة r في كل مرة : (ويحسب مباشرة من الحاسبة) $nCr = \frac{n!}{(n-r)!r!}$ <u>ملاحظة :</u> نستعمل التباديل عندما لا يكون ترتيب العناصر مهماً | عدد تباديل n من العناصر المختلفة مأخوذة r في كل مرة : (ويحسب مباشرة من الحاسبة) $nPr = \frac{n!}{(n-r)!}$ <u>ملاحظة :</u> نستعمل التباديل عندما يكون ترتيب العناصر مهماً |
| تمارين على حساب الاحتمال باستعمال التباديل و التوافيق | |
| ① يريد أشرف اختيار 3 من بين 5 كتب : الإحصاء ، الجبر ، الهندسة ، التفاضل ، التكامل . فما احتمال أن يختار كتب الجبر والهندسة والتفاضل ؟ $P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \dots\dots\dots$ | ① يريد أشرف اختيار 3 من بين 5 كتب : الإحصاء ، الجبر ، الهندسة ، التفاضل ، التكامل . فما احتمال أن يختار كتاب الجبر أولاً والهندسة ثانياً والتفاضل ثالثاً ؟ $P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \dots\dots\dots$ |
| ② تقدم 30 طالباً إلى مسابقة الشعر . وكان من بينهم عبدالله وفيصل وقد دُعي الطلاب عشوائياً لتقديم أشعارهم أمام لجنة التحكيم . ما احتمال أن يدعى عبدالله أولاً وفيصل ثانياً ؟ $P(A) = \dots\dots\dots$ | ② إذا كان أحمد ومحمد طلاب في صف مكون من 30 طالب فما احتمال اختيارهما للمشاركة في مسابقة أوائل الطلبة ؟ $P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \dots\dots\dots$ |
| ③ يريد معلم اختيار 4 طلاب من بين 20 طالباً عشوائياً . لتشكيل فريق لمسابقة ثقافية ، ما احتمال اختيار أحمد وحسن وجاسم وفهد ؟ $P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \dots\dots\dots$ | ③ يتكون مجلس إدارة شركة من 15 شخص إذا كان محمد وأحمد وعلي أعضاء في المجلس . فما احتمال أن يتم اختيار الثلاثة رئيس ونائب للرئيس وسكرتير على الترتيب ؟ $P(A) = \dots\dots\dots$ |
| ④ اشترك 10 طلاب من الصف الأول الثانوي و 20 طالباً من الصف الثاني الثانوي في مسابقة ثقافية للفوز بأربع جوائز . ما احتمال أن تكون الجوائز الأربع من نصيب طلاب الصف الأول الثانوي . $P(A) = \dots\dots\dots$ | ④ يراد تكوين لجنة من شخصين رئيس ونائب للرئيس من بين 6 رجال و 4 سيدات . ما احتمال أن تكون اللجنة مكونة من سيدتين فقط . $P(A) = \dots\dots\dots$ |
| ⑤ إذا اختيرت ثلاث نقاط عشوائياً من النقاط المسماة على المثلث في الشكل المجاور . فما احتمال أن تقع النقاط الثلاث على استقامة واحدة ؟ $n(S) = \dots\dots\dots$ $n(A) = \dots\dots\dots$ <u>الاحتمال المطلوب هو :</u> $P(A) = \dots\dots\dots$ (الجواب : $\frac{3}{20}$) | ⑤ إذا اختيرت ثلاث نقاط عشوائياً من النقاط المسماة على المستطيل في الشكل المجاور . فما احتمال أن تقع النقاط الثلاث على استقامة واحدة ؟ $n(S) = \dots\dots\dots$ $n(A) = \dots\dots\dots$ <u>الاحتمال المطلوب هو :</u> $P(A) = \dots\dots\dots$ (الجواب : $\frac{1}{14}$) |



الاحتمال الهندسي

إعداد أ. / عابدين حامد

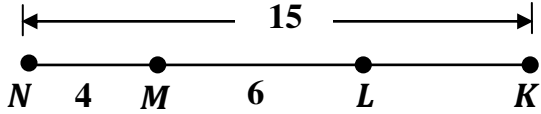
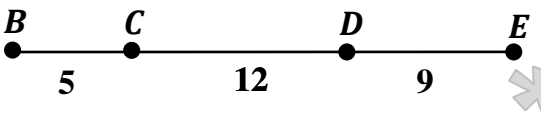
الأهداف : ① أن يتعرف الطالب على مفهوم الاحتمال الهندسي .
② أن يوجد الطالب الاحتمالات باستعمال الطول ، وباستعمال المساحة .

| الاحتمال والطول | الاحتمال والمساحة | الاحتمال والقطاع الدائري |
|---|---|---|
|  $P(\text{تقع } X \text{ على } \overline{BC}) = \frac{BC}{AD}$ |  $P(\text{تقع } X \text{ في الدائرة } B) = \frac{\text{مساحة الدائرة } B}{\text{مساحة المستطيل } A}$ |  <p>إذا كان x° قياس الزاوية المركزية للقطاع الدائري</p> $P(\text{تقع } X \text{ في القطاع}) = \frac{x}{360}$ |

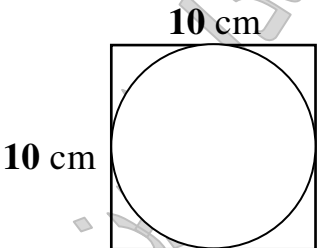
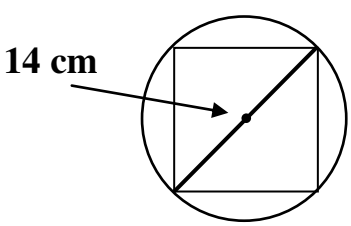
تذكر قوانين المساحات لبعض الأشكال

| | | |
|---|---|---|
| <p>مساحة المربع = طول الضلع \times نفسه</p> <p>مساحة المربع = $\frac{1}{2}$ مربع طول قطره</p> | <p>مساحة المستطيل = الطول \times العرض</p> <p>مساحة المثلث = $\frac{1}{2}$ القاعدة \times الارتفاع</p> | <p>مساحة الدائرة = πr^2</p> <p>ملحوظة: إذا مرت دائرة برؤوس مربع فإن قطر المربع يكون قطر للدائرة (لماذا ؟)</p> |
|---|---|---|

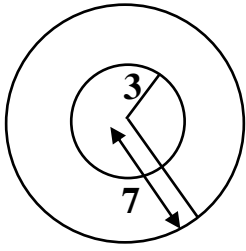
تمارين على حساب الاحتمال باستعمال الطول

| | |
|--|---|
| <p>⑦ إذا اختيرت النقطة X عشوائياً على \overline{NK} فأوجد :</p>  <p>$P(\text{تقع } X \text{ على } \overline{ML}) = \dots = \dots$</p> <p>$P(\text{تقع } X \text{ على } \overline{KL}) = \dots = \dots$</p> | <p>⑧ اختيرت نقطة A عشوائياً على \overline{BE} فأوجد كلاً من :</p>  <p>$P(\text{تقع } A \text{ على } \overline{CD}) = \dots = \dots$</p> <p>$P(\text{تقع } A \text{ على } \overline{BD}) = \dots = \dots$</p> |
|--|---|

تمارين على حساب الاحتمال باستعمال المساحة

| | |
|---|---|
| <p>③ في الشكل المقابل : إذا اختيرت نقطة عشوائياً داخل الشكل فما احتمال أن تقع في المنطقة المظللة ؟ (اعتبر $\pi = 3.14$)</p>  <p>مساحة سطح المربع =</p> <p>مساحة سطح الدائرة =</p> <p>مساحة المنطقة المظللة =</p> <p>$P(A) = \dots$</p> | <p>④ رسم مربع طول قطره 14 cm داخل دائرة كما هو موضح بالشكل إذا اختيرت نقطة عشوائياً داخل الدائرة فما احتمال أن تقع داخل المربع ؟ (اعتبر $\pi = \frac{22}{7}$)</p>  <p>مساحة سطح المربع =</p> <p>مساحة سطح الدائرة =</p> <p>$P(A) = \dots$</p> |
|---|---|

تابع تمارين على حساب الاحتمال باستعمال المساحة

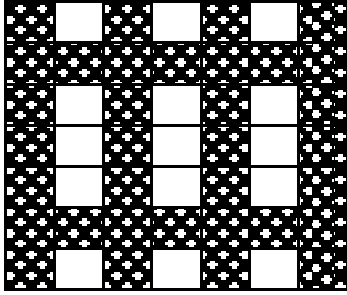


٥ يسدد أحمد بندقيته نحو الهدف كما في الشكل أدناه ، ما احتمال أن يصيب المنطقة المظلمة ؟
الحل :

بفرض أن A حدث أن يصيب أحمد المنطقة المظلمة

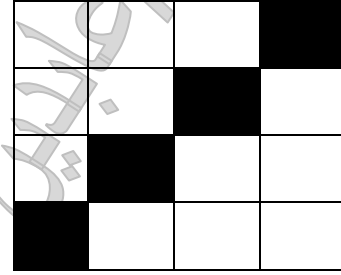
$$P(A) = \dots\dots\dots$$

٧ اختيرت نقطة عشوائيا في الشكل المقابل .
أوجد احتمال وقوعها في المنطقة المظلمة



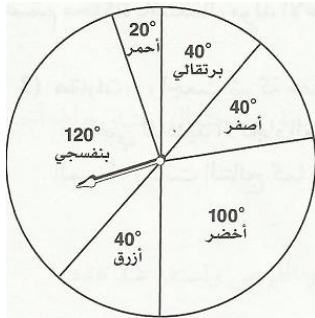
$$P(A) = \dots\dots\dots$$

٦ اختيرت نقطة عشوائيا في الشكل المقابل .
أوجد احتمال وقوعها في المنطقة المظلمة



$$P(A) = \dots\dots\dots$$

تمارين على حساب الاحتمال باستعمال زاوية القطاع الدائري



٩ في الشكل المقابل :

أدير مؤشر القرص
مرة واحدة

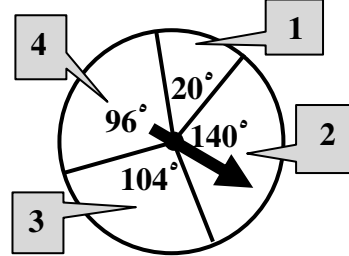
ما احتمال استقرار المؤشر
على المنطقة البنفسجية .

$$P(A) = \dots\dots\dots$$

ما احتمال استقرار المؤشر على المنطقة الحمراء .

$$P(B) = \dots\dots\dots$$

٨ في الشكل المقابل : أدير مؤشر القرص مرة واحدة



ما احتمال استقرار المؤشر داخل المنطقة (2)

$$P(A) = \dots\dots\dots$$

ما احتمال عدم استقرار المؤشر داخل المنطقة (1)

$$P(B) = \dots\dots\dots$$



١٠ إذا اختيرت نقطة X عشوائياً على الدائرة O المبينة في الشكل المجاور
فما احتمال أن لا تكون على القطاع ذي اللون الأخضر ؟

$$P(A) = \dots\dots\dots$$

الواجب

فوق المتوسط : (١١) ص ١٣٠

ضمن المتوسط : تأكد (٦) ص ١٣٠

دون المتوسط : رقم (١) ص ١٣٠

احتمالات الأحداث المستقلة والأحداث غير المستقلة

إعداد أ. / عابدين حامد

- الأهداف :** ① تعيين الأحداث المستقلة والأحداث غير المستقلة .
② إيجاد احتمالات الأحداث المستقلة والأحداث غير المستقلة .

| الحديث البسيط | الحديث المركب | الحديثين المستقلين | الحديثين غير المستقلين |
|--|--|--|---|
| هو الحدث الذي يتكون من ناتج واحد من النواتج الممكنة لتجربة ما . | هو الحدث الذي يتكون من حدثين بسيطين أو أكثر (الأحداث المركبة قد تكون مستقلة أو غير مستقلة) | يكون A, B حدثين مستقلين إذا كان احتمال حدوث A لا يؤثر في احتمال حدوث B | يكون A, B حدثين غير مستقلين إذا كان احتمال حدوث A يؤثر في احتمال حدوث B |
| احتمال حدثين مستقلين $(A \text{ و } B)$ | احتمال حدثين غير مستقلين $(A \text{ و } B)$ | $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B \setminus A)$ <p>ويستخدم في حالة السحب بدون الإرجاع</p> <p><u>ملاحظة:</u> يمكن تعميم القاعدة لأي عدد من الأحداث غير المستقلة</p> | |
| $P(A \text{ و } B) = P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$ <p>ويستخدم في حالة السحب مع الإرجاع</p> <p><u>ملاحظة:</u> يمكن تعميم القاعدة لأي عدد من الأحداث المستقلة</p> | | | |

تعيين الأحداث المستقلة والأحداث غير المستقلة

تدريب (1): حدّد إذا كان الحدثان مستقلين أو غير مستقلين في كل مما يأتي .

| | |
|---|--|
| ① نجاح محمد في مقرر الرياضيات ، ونجاحه في الفيزياء . | ① نجاح محمد في الامتحان العملي لمادة الفيزياء ، ونجاحه في مقرر الفيزياء |
| ② إذا كان المعدل التراكمي لإبراهيم في شهادة الثانوية العامة 95 % فما فوق ، فسيحصل على بعثة دراسية . | ② وصل فريق مدرسة النعيم في كرة السلة إلى دور الأربعة ، وإذابح فسيلعب في مباراة البطولة . |
| ③ سحب كرتين عشوائياً الواحدة تلو الأخرى بدون الإرجاع من كيس به 10 كرات . | ③ سحب كرتين عشوائياً الواحدة تلو الأخرى مع الإرجاع من كيس به 10 كرات . |

تمارين على حساب احتمالات الأحداث المستقلة

| | |
|--|--|
| ⑦ إذا كان A, B حدثان مستقلين وكان : $P(A) = \frac{3}{7}$, $P(B) = \frac{1}{4}$ فإن : $P(A \cap B) = P(A) \times P(B) = \dots \times \dots = \dots$ | ⑧ إذا ألقيت قطعة نقد ورُمي حجر نرد مرة واحدة . فما احتمال ظهور صورة والعدد 6 ؟ الحديثين : $P(H \cap 6) = P(H) \times P(6) = \dots \times \dots = \dots$ |
| ⑨ يمكن أن يلعب أحمد عشوائياً في واحدة من 6 رياضات في النادي ، ويتناول طعامه في فترة من 3 فترات يحددها النادي فما احتمال أن يلعب الرياضة الثانية ويتناول طعامه في الفترة الأولى ؟ <u>بفرض أن</u> : A : هو حدث أن يلعب الرياضة الثانية B : هو حدث أن يتناول طعامه في الفترة الأولى $P(A \cap B) = P(A) \times P(B) = \dots \times \dots = \dots$ | ⑩ إذا كان احتمال أن يصيب صياد هدف هو 0.3 ، واحتمال أن يصيب صياد آخر نفس الهدف هو 0.4 فما احتمال أن يصيب الصيادان الهدف معاً ؟ <u>بفرض أن</u> : A : هو حدث أن يصيب الصياد الهدف ، B : هو حدث أن يصيب الصياد الآخر نفس الهدف $P(A \cap B) = P(A) \times P(B) = \dots \times \dots = \dots$ |

١١ كيس يحتوي على 7 كرات حمراء (R) ، 5 كرات زرقاء (B) . سُحبت كرتان من الكيس الواحدة تلو الأخرى مع الإرجاع أوجد احتمالات الأحداث الآتية :

• أن تكون الكرتان حمراوان . [ج: $\frac{49}{144}$] $P(R \cap R) = P(R) \times P(R) = \dots \times \dots = \dots$

• أن تكون الأولى حمراء والثانية زرقاء . [ج: $\frac{35}{144}$] $P(R \cap B) = P(R) \times P(B) = \dots \times \dots = \dots$

• أن تكون إحداهما حمراء والأخرى زرقاء . [ج: $\frac{35}{72}$] $P(R \cap B) = \dots \times \dots + \dots \times \dots = \dots$

ويمكن حل المطلوب الأخير بالضرب $\times 2$ كما يلي: $P(R \cap B) = 2 \times P(R) \times P(B) = 2 \times \dots \times \dots = \dots$

تمارين على حساب احتمالات الأحداث غير المستقلة

١٢ إذا اختيرت بطاقتا عشوائياً دون إرجاع من بين تسع بطاقات تحمل كل منها رقماً من الأرقام :

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9

فما احتمال اختيار البطاقة التي تحمل الرقم 5 أولاً ، ثم البطاقة التي تحمل الرقم 7 ثانياً .

$P(A) = \dots \times \dots = \dots$ [ج: $\frac{1}{72}$]

حل آخر (باستخدام التبديل) :

$P(A) = \dots = \dots$ [ج: $\frac{1}{72}$]

١٣ صندوق به 6 مصابيح سليمة و 4 مصابيح تالفة سحب مصباحان الواحد تلو الآخر من الصندوق دون إرجاع ما احتمال أن يكون المصباح الأول سليم والثاني تالف .

[$\frac{4}{15}$] $P(\text{الأول سليم والثاني تالف}) = \dots \times \dots = \dots$

حل آخر (باستخدام التبديل) :

[$\frac{4}{15}$] $P(\text{الأول سليم والثاني تالف}) = \dots = \dots$

ملاحظة : يمكن الحل باستخدام التبديل في حالة (عدم الإرجاع)

١٤ تحتوي حقيبة على 3 بطاقات خضراء (G) ، 5 بطاقات صفراء (Y) ، وبطاقة واحدة حمراء (R) وجميع الكرات متماثلة . سُحبت عشوائياً بطاقتان الواحدة تلو الأخرى بدون إرجاع أوجد الاحتمالات الآتية :

• أن تكون البطاقتان صفراوان . [ج: $\frac{5}{18}$] $P(Y \cap Y) = P(Y) \times P(Y \setminus Y) = \dots \times \dots = \dots$

• أن تكون الأولى خضراء والثانية صفراء . [ج: $\frac{5}{24}$] $P(G \cap Y) = P(G) \times P(Y \setminus G) = \dots \times \dots = \dots$

• أن تكون الأولى حمراء والثانية خضراء . [ج: $\frac{1}{24}$] $P(R \cap G) = \dots \times \dots = \dots$

• أن تكون إحداهما حمراء والأخرى خضراء . [ج: $\frac{1}{12}$] $P(R \cap G) = \dots \times \dots + \dots \times \dots = \dots$

تمرين مشترك بين الاحتمالات المستقلة وغير المستقلة

١٥ صندوقان يحتوي الأول على 4 كرات حمراء (R) ، 3 كرات صفراء (Y) ، ويحتوي الثاني على 5 كرات حمراء (R) ، 5 كرات صفراء (Y) ، وجميع الكرات متماثلة :

(a) إذا سُحبت كرة من الصندوق الأول ، وكرة من الصندوق الثاني ، فما احتمال أن تكون الكرتان حمراوان ؟

[ج: $\frac{2}{7}$] $P(R \text{ من الأول و } R \text{ من الثاني}) = \dots \times \dots = \dots$

(b) إذا سُحبت كرتان على التوالي بدون إرجاع من الصندوق الثاني ، فما احتمال أن تكونا مختلفتي اللون ؟

$P(\text{الأولى } Y \text{ والثانية } R) \text{ أو } P(\text{الأولى } R \text{ والثانية } Y) = P(Y \text{ الثانية } R) = P(R \text{ الثانية } Y)$

[ج: $\frac{5}{9}$] $P(A) = \dots \times \dots + \dots \times \dots = \dots$

الاحتمال المشروط

إعداد أ. / عابدين حامد

الأهداف : ① أن يتعرف الطالب على الاحتمال المشروط .

② أن يوجد الطالب احتمال حدث بشرط وقوع حدث آخر .

قانون الاحتمال المشروط: (ما بعد كلمة احتمال يأتي الحدث الذي نريد حساب احتماله والشرط يأتي بعد علماً بأن أ، إذا كان أ، إذا علم)

إذا كان A, B حدثين غير مستقلين: $P(A \setminus B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$, $P(B) \neq 0$ (احتمال وقوع الحدث A بشرط وقوع B)

⑤ إذا كان احتمال نجاح أحمد في امتحان شهادة الثانوية العامة هو 0.8 ، واحتمال إبعائه للخارج إذا نجح في الامتحان هو 0.5 ، فما احتمال نجاحه وإبعائه للخارج ؟
بفرض أن : A : هو حدث إبعائه للخارج .
 $P(B) = \dots\dots\dots$: هو حدث نجاح أحمد .
احتمال إبعائه للخارج إذا نجح $P(A \setminus B) = \dots\dots\dots$
احتمال نجاحه وإبعائه للخارج $P(A \cap B) = ??$
 $P(A \cap B) = P(A \setminus B) \times P(B) = \dots\dots\dots$

① إذا كان A, B حدثين من فضاء العينة لتجربة عشوائية ما وكان : $P(A) = 0.2$, $P(A \cap B) = 0.1$
فأوجد احتمال وقوع B بشرط وقوع A ؟
 $P(B \setminus A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \dots\dots\dots$
② إذا كان احتمال وقوع الحدث $A = 0.4$ واحتمال وقوع الحدث $B = 0.3$ واحتمال وقوع الحدثين A, B معاً 0.2
فأوجد احتمال وقوع A بشرط وقوع B ؟
 $P(A \setminus B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \dots\dots\dots$

⑥ إذا كان احتمال نجاح طالب في مقرر اللغة العربية 0.75 واحتمال نجاحه في اللغة العربية واللغة الإنجليزية معاً يساوي 0.18 فما احتمال نجاحه في مقرر اللغة الإنجليزية علماً بأنه نجح في اللغة العربية ؟
بفرض أن : A : حدث نجاح الطالب في اللغة الإنجليزية :
 B : حدث نجاح الطالب في اللغة العربية
 $P(A \cap B) = \dots\dots\dots$, $P(B) = \dots\dots\dots$
 $P(A \setminus B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \dots\dots\dots = 0.24 = \frac{6}{25}$

④ يمتلك 45 % من طلاب مدرسة جهاز حاسوب محمول ، 10 % يمتلكون آلة حاسبة بيانية وجهاز محمول ، ما احتمال أن يمتلك طالب منهم آلة حاسبة بيانية إذا كان يمتلك جهاز حاسوب محمول ؟
الحل: بفرض أن A : امتلاك آلة حاسبة بيانية :
 B : امتلاك جهاز حاسوب محمول
 $P(A \cap B) = \dots\dots\dots$, $P(B) = \dots\dots\dots$
 $P(A \setminus B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \dots\dots\dots = \frac{2}{9}$

⑦ ألقى على حجر نرد مرة واحدة . ما احتمال ظهور العدد 3 ، علماً بأن العدد الظاهري فردي .
الحل: بفرض أن : $A = \{3\}$: هو حدث ظهور العدد 3
 $B = \{1, 3, 5\}$: هو حدث العدد الظاهري فردي .
 $A \cap B = \{3\}$: العدد الظاهر فردي وهو 3
 $P(B) = \dots\dots\dots$, $P(A \cap B) = \dots\dots\dots$
 $P(A \setminus B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \dots\dots\dots \div \dots\dots\dots = \frac{1}{3}$

⑥ في تجربة إلقاء حجري نرد متمايزين (مختلفين) مرة واحدة ، وملاحظة الناتج على الوجهين العلويين لهما ، ما احتمال ظهور العدد 3 على أحدهما إذا كان مجموع العددين الظاهرين يساوي 8 ؟
 A : ظهور العدد 3 على أحدهما : B : المجموع يساوي 8
 $B = \{(2, 6), (6, 2), (3, 5), (5, 3), (4, 4)\}$
 $A \cap B = \{(3, 5), (5, 3)\}$
 $P(B) = \dots\dots\dots$, $P(A \cap B) = \dots\dots\dots$
 $P(A \setminus B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \dots\dots\dots \div \dots\dots\dots = \frac{2}{5}$

⑧ رُقمت قطاعات متطابقة في قرص من 1 إلى 12 ، إذا أُدير مؤشر القرص فما احتمال أن يستقر المؤشر عند العدد 11 إذا علم أن العدد الناتج عدد فردي ؟
 $A = \{11\}$: استقرار المؤشر عند 11
 $B = \{1, 3, 5, 7, 9, 11\}$: العدد الناتج فردي
 $A \cap B = \{11\}$
 $P(B) = \dots\dots\dots$, $P(A \cap B) = \dots\dots\dots$
 $P(A \setminus B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \dots\dots\dots \div \dots\dots\dots = \frac{1}{6}$

⑧ سحب كرتان الواحدة بعد الأخرى من كيس يحتوي على 6 كرات حمراء ، 5 كرات خضراء فما احتمال (a) الثانية خضراء علماً بأن الأولى حمراء دون إرجاع
بفرض أن : G : الثانية خضراء ، R : الأولى خضراء
 $P(G \setminus R) = \frac{P(G \cap R)}{P(R)} = \dots\dots\dots = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}$
(b) الثانية خضراء علماً بأن الأولى حمراء مع الإرجاع
 $P(G \setminus R) = \frac{P(G \cap R)}{P(R)} = \dots\dots\dots = \frac{5}{11}$

احتمالات الأحداث المتنافية والأحداث غير المتنافية

إعداد أ. / عابدين حامد

- الأهداف :** ① تحديد الأحداث المتنافية والأحداث غير المتنافية .
② إيجاد احتمالات الأحداث المتنافية والأحداث غير المتنافية .

| احتمال حدثين غير متنافيين A, B | احتمال حدثين متنافيين A, B |
|--|---|
| <p><u>الحدثان غير المتنافيان :</u> هما حدثان يمكن أن يقعان معاً (توجد نواتج مشتركة بينهما) $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$ <u>ملاحظة :</u> يمكن تعميم القاعدة لأي عدد من الأحداث غير المتنافية</p> | <p><u>الحدثان المتنافيان :</u> هما حدثان لا يقعان معاً (لا توجد نواتج مشتركة بينهما) $P(A \text{ أو } B) = P(A \cup B) = P(A) + P(B)$ <u>ملاحظة :</u> يمكن تعميم القاعدة لأي عدد من الأحداث المتنافية</p> |
| <p><u>ملحوظة :</u> [أو] تعني بلغة الرياضيات الاتحاد [\cup] بينما [و ، معاً] تعني بلغة الرياضيات التقاطع [\cap]</p> | |
| <p>تعيين الأحداث المتنافية والأحداث غير المتنافية</p> | |
| <p><u>تدريب (١) :</u> حدّد إذا كان الحدثان متنافيين أو غير متنافيين في كل مما يأتي .</p> | |
| <p>① الرئيس من الصف الثاني الثانوي أو الرئيس من الثالث الثانوي . اسمه بحرف م .</p> | <p>① الرئيس من الصف الثاني الثانوي أو الرئيس من الثالث الثانوي .</p> |
| <p>② الحصول على المجموع 6 أو المجموع 7 ، عند رمي حجر نرد متمايزين .</p> | <p>③ اختيار عدد عشوائياً من من الأعداد من 1 إلى 100 والحصول على عدد يقبل القسمة 5 أو عدد يقبل القسمة 10 على</p> |

تمارين على حساب احتمالات الأحداث المتنافية

| <p>⑥ يحتوي صندوق على 40 بطاقة مرقمة من 1 إلى 40 سحبت منه بطاقة واحدة عشوائياً . ما احتمال أن تحمل البطاقة المسحوبة عدداً أكبر من 30 أو أقل من 10 ؟ <u>الحل :</u> الحدثان :</p> <p>A : البطاقة المسحوبة تحمل عدداً أكبر من 30 $P(A) = \dots\dots\dots$ B : البطاقة المسحوبة تحمل عدداً أقل من 10 $P(B) = \dots\dots\dots$ $P(A \cup B) = \dots\dots\dots + \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$</p> | <p>⑤ إذا كان B, A حدثان متنافيان وكان : $P(B) = \frac{1}{2}, \quad P(A) = \frac{1}{4}$ فأوجد احتمال وقوع A أو B <u>الحل :</u> $P(A \text{ أو } B) = P(A \cup B) = P(A) + P(B)$ $P(A \cup B) = \dots\dots\dots + \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$</p> <p><u>ملاحظة :</u> و \cap تدل على أحداث مستقلة أو غير مستقلة أو \cup تدل على أحداث متنافية أو غير متنافية</p> | | | | | | | | |
|--|---|-----------|---|----|---|----|---|----|--|
| <p>⑧ اختار الأستاذ عابدين كتاباً عشوائياً من الكتب الموجودة على رفوف مكتبته المبين في الجدول المجاور . ما احتمال أن يكون الكتاب من الرف 1 أو الرف 2 .</p> <table border="1"> <tr> <th>الرف</th><th>عدد الكتب</th></tr> <tr> <td>1</td><td>10</td></tr> <tr> <td>2</td><td>12</td></tr> <tr> <td>3</td><td>13</td></tr> </table> <p><u>الحل :</u> A : اختيار الكتاب من الرف 1 B : اختيار الكتاب من الرف 2 $P(A) = \dots\dots\dots, \quad P(B) = \dots\dots\dots$ $P(A \cup B) = \dots\dots\dots + \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$ <p>[ج: $\frac{22}{35}$]</p> </p> | الرف | عدد الكتب | 1 | 10 | 2 | 12 | 3 | 13 | <p>⑦ رُمي حجراً نرد متمايزين مرة واحدة . ما احتمال أن يظهر العدد نفسه على كل من وجهي حجري النرد الظاهرين أو أن يكون مجموع العددين 9 .</p> <p><u>الحل :</u> A : ظهور العدد نفسه (متساويان) $P(A) = \dots\dots\dots$ B : مجموع العددين 9 $P(B) = \dots\dots\dots$ القانون : $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$ $P(A \cup B) = \dots\dots\dots + \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$ <p>[ج: $\frac{5}{18}$]</p> </p> |
| الرف | عدد الكتب | | | | | | | | |
| 1 | 10 | | | | | | | | |
| 2 | 12 | | | | | | | | |
| 3 | 13 | | | | | | | | |

تمارين على حساب احتمالات الأحداث غير المتنافية

١٥ يحتوي صندوق على 40 بطاقة مرقمة من 1 إلى 40
سُحبت منه بطاقة واحدة عشوائياً . ما احتمال أن تحمل البطاقة
المسحوبة عدداً زوجياً أو أقل من 5 ؟

الحل : الحدثان :

A : البطاقة المسحوبة تحمل عدداً زوجياً $P(A) = \dots\dots\dots$

B : البطاقة المسحوبة تحمل عدداً أقل من 5 $P(B) = \dots\dots\dots$

$P(A \cap B) = \dots\dots\dots$

$P(A \cup B) = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$ [ج: $\frac{11}{20}$]

٩ أطلق صيادان كل منهما طلقة واحدة على هدف . إذا كان
احتمال إصابة الأول للهدف % 20 ، واحتمال احتمال إصابة
الثاني للهدف % 25 ، ما احتمال إصابة الهدف ؟

الحدثان :

$P(A) = \dots\dots\dots$ ، $P(B) = \dots\dots\dots$

$P(A \cap B) = \dots\dots\dots$

$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$
= [ج: 0.4]

١٧ يحتوي صندوق على مجموعة من البطاقات عددها 52
مقسمة إلى 4 مجموعات لكل منها لون من الألوان : الأحمر
والأسود والأزرق والأصفر ، ورقمت بطاقات كل لون من
1 إلى 13 ، ما احتمال سحب بطاقة تحمل الرقم 7 أو حمراء
من هذه المجموعة .

بفرض أن A : حدث سحب بطاقة تحمل الرقم 7

B : حدث سحب بطاقة حمراء ،

$P(A) = \dots\dots\dots$ ، $P(B) = \dots\dots\dots$

$P(A \cap B) = \dots\dots\dots$

$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

= [ج: $\frac{4}{13}$]

١١ في تجربة إلقاء حجر نرد متمايزين (مختلفين) مرة
واحدة ، وملاحظة الناتج على الوجهين العلويين لهما ما احتمال
الحصول على عددين متساويين أو عددين مجموعهما 8 ؟
بفرض أن A : عددين متساويين

B : حدث المجموع = 8 ،

A =

B =

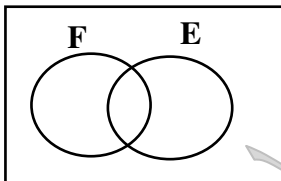
$A \cap B = \dots\dots\dots$

$P(A) = \dots\dots\dots$ ، $P(B) = \dots\dots\dots$ ، $P(A \cap B) = \dots\dots\dots$

$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

= [ج: $\frac{5}{18}$]

١٣ مؤتمر علمي عدد المشاركين فيه 200 مشاركاً ، ومن
خلال استبانة تبين أن 120 مشاركاً يتحدثون اللغة الإنجليزية
، 100 مشاركاً يتحدثون اللغة الفرنسية ، 50 مشاركاً يتحدثون
اللغتين الإنجليزية و الفرنسية معاً . اختير أحد المشاركين في هذا
المؤتمر عشوائياً ، أوجد احتمال :



① أن يكون المشارك يتحدث اللغة الإنجليزية .

$P(E) = \dots\dots\dots$ [ج: $\frac{3}{5}$]

② أن يكون المشارك يتحدث اللغة الفرنسية .

$P(F) = \dots\dots\dots$ [ج: $\frac{1}{2}$]

③ أن يتحدث المشارك اللغتين معاً .

$P(E \cap F) = \dots\dots\dots$ [ج: $\frac{1}{4}$]

④ أن يكون المشارك متحدثاً بإحدى اللغتين الإنجليزية أو الفرنسية على الأقل .

$P(E \cup F) = P(E) + P(F) - P(E \cap F)$

$P(E \cup F) = \dots\dots\dots$ [ج: $\frac{17}{20}$]

١٣ بناء على الجدول المجاور :

| النادي | الصف الأول | الصف الثاني | الصف الثالث |
|-----------|------------|-------------|-------------|
| الرياضة | 10 | 14 | 9 |
| العلوم | 12 | 4 | 5 |
| الرياضيات | 13 | 8 | 10 |

إذا اختير طالب من المدرسة عشوائياً . فما احتمال

① أن يكون الطالب من الصف الثالث .

$P(A) = \dots\dots\dots$ [ج: $\frac{24}{85}$]

② أن يكون الطالب في نادي الرياضيات .

$P(B) = \dots\dots\dots$ [ج: $\frac{31}{85}$]

③ أن يكون الطالب من الصف الثالث و في نادي الرياضيات

$P(A \cap B) = \dots\dots\dots$ [ج: $\frac{2}{17}$]

④ أن يكون الطالب من الصف الثالث أو في نادي الرياضيات

$P(A \cup B) = \dots\dots\dots$ [ج: $\frac{9}{17}$]

احتمال الحدث المتمم

إعداد أ. / عابدين حامد

- الأهداف :** ① أن يعرف الطالب مفهوم الحدث المتمم ويحدده .
② أن يوجد الطالب احتمال الحدث المتمم .

احتمال الحدث المتمم

احتمال وقوع الحدث المتمم (احتمال عدم وقوع الحدث) : $P(A^c) = 1 - P(A) \Rightarrow P(A^c) + P(A) = 1$

كلمات افتتاحية

| | | | |
|---|---|---------------------|---------------------------|
| و ، معاً $[\cap]$ | أو ، على الأقل $[\cup]$ | عدم ، ليس ، ألا | إذا كان ، إذا علم ، علماً |
| تدل على أحداث مستقلة أو أحداث غير مستقلة | تدل على أحداث متنافية أو أحداث غير متنافية | تدل على أحداث متممة | تدل على مشروط |

تمارين على حساب احتمال الحدث المتمم

| | |
|--|--|
| <p>① إذا كان A حدثاً في فضاء العينة لتجربة عشوائية ما ، وكان $P(A) = 0.8$ ، فما احتمال عدم وقوع الحدث A ؟ الحل : $P(A^c) = \dots\dots\dots$ $P(A^c) = \dots\dots\dots$ [ج : 0.2]</p> | <p>② إذا كان احتمال نجاح علي في مقرر الاحتمال هو 0.7 ، فما احتمال رسوبه في هذا المقرر ؟ [ج : 0.3]</p> |
| <p>③ يسدد لاعب الكرة نحو الهدف ، فإذا كان احتمال إصابة الهدف 0.4 ، فما احتمال عدم إصابة الهدف ؟ [ج : 0.6]</p> | <p>④ سحب الأستاذ عابدين عشوائياً كرة من كيس فيه 25 كرة متماثلة ، إحداها فقط حمراء . ما احتمال ألا يسحب الكرة الحمراء ؟ [ج : $\frac{24}{25}$]</p> |
| <p>⑤ عند إلقاء حجري نرد متمايزين مرة واحدة . فما احتمال عدم ظهور العدد 3 على أحد الوجهين الظاهرين ؟ [ج : $\frac{25}{36}$]</p> | <p>⑥ إذا كان A, B حدثين متنافيين في فضاء العينة لتجربة عشوائية وكان $P(A) = \frac{1}{3}$ ، $P(B^c) = \frac{3}{4}$ ، فما قيمة $P(A \cup B)$ ؟ [ج : $\frac{7}{12}$]</p> |
| <p>⑦ إذا كانت فرصتك في إصابة الهدف عند رمي السهم تساوي 2 من 10 . ما احتمال أن يخطئ السهم الهدف ؟ [ج : 0.8]</p> | |

تبسيط التعابير النسبية

إعداد أ. / عابدين حامد

- الأهداف :** ① أن يتمكن الطالب من تبسيط التعبير النسبي .
② أن يحدد الطالب متى يكون التعبير غير مُعرف .

تمارين على تبسيط التعابير النسبية

| | |
|---|---|
| <p>٢ بسط التعبير : $\frac{4y(y^2 + y - 12)}{y(y^2 - y - 6)}$</p> <p>، وحدد متى يكون التعبير غير مُعرف ؟</p> <p>$\frac{4y(y^2 + y - 12)}{y(y^2 - y - 6)} =$</p> | <p>١ بسط التعبير : $\frac{5x(x^2 + 4x + 3)}{(x - 6)(x^2 - 9)}$</p> <p>، وحدد متى يكون التعبير غير مُعرف ؟</p> <p>$\frac{5x(x^2 + 4x + 3)}{(x - 6)(x^2 - 9)} =$</p> |
| <p>٣ ما قيم x التي تجعل التعبير : $\frac{x(x^2 + 8x + 12)}{-6(x^2 - 3x - 10)}$ غير مُعرف ؟</p> <p>A 5 , 0 , -4 C 5 , -2 , -6 B 5 , -2 D 0 , -2 , -6</p> | <p>٢ ما قيم x التي تجعل التعبير : $\frac{x^2(x^2 - 5x - 14)}{4x(x^2 + 6x + 8)}$ غير مُعرف ؟</p> <p>A -2 , -4 C 0 , -2 , -4 B -2 , 7 D 0 , -2 , -4 , 7</p> |
| <p>٦ بسط التعبير : $\frac{x^3 - y^3}{y - x}$</p> <p>$\frac{x^3 - y^3}{y - x} =$</p> | <p>٥ بسط التعبير : $\frac{8a^3 - b^3}{2b - 4a}$</p> <p>$\frac{8a^3 - b^3}{2b - 4a} =$</p> |
| <p>٨ بسط التعبير : $\frac{3 - 3y}{y^3 - 1}$</p> <p>$\frac{3 - 3y}{y^3 - 1} =$</p> | <p>٧ بسط التعبير : $\frac{x^3 - 9x^2}{x^2 - 3x - 54}$</p> <p>$\frac{x^3 - 9x^2}{x^2 - 3x - 54} =$</p> |



جمع التعابير النسبية وطرحها

إعداد أ. / عابدين حامد

- الأهداف :** ① أن يوجد الطالب م . م . أ لوحيدات الحد وكثيرات الحدود .
② أن يحل الطالب مسائل على جمع التعابير النسبية وطرحها .

تمارين على إيجاد م . م . أ لوحيدات الحد وكثيرات الحدود

① أوجد (م . م . أ) لكل من :
 $6xy$, $15x^2$, $9xy^4$

① أوجد (م . م . أ) لكل من :
 $20a^3c^6$, $15a^2bc^3$, $16b^5c^2$

تمارين على إيجاد م . م . أ لكثيرات الحدود

③ أوجد (م . م . أ) لكل من :
 $3y^2 - 9y$, $y^2 - 8y + 15$

③ أوجد (م . م . أ) لكل من :
 $x^3 - x^2 - 2x$, $x^2 - 4x + 4$

تمارين على جمع التعابير النسبية (المقامات وحيدة الحد)

④ بسط التعبير :
 $\frac{4}{5a^3b^2} + \frac{9c}{10ab}$

⑤ بسط التعبير :
 $\frac{3y}{2x^3} + \frac{5z}{8xy^2}$

تمارين على طرح التعابير النسبية (المقامات وحيدة الحد)

⑧ بسط التعبير :
 $\frac{7y}{12x} - \frac{1}{18xy^3}$

⑨ بسط التعبير :
 $\frac{3a^2}{16b^2} - \frac{8x}{5a^3b}$



تابع جمع التعابير النسبية وطرحها

إعداد أ. / عابدين حامد

- الأهداف :** ① أن يوجد الطالب م . م . أ لكثيرات الحدود ، وأن يُوحّد المقامات .
② أن يحل الطالب مسائل ، وتطبيقات على جمع التعابير النسبية وطرحها .

تمارين على جمع التعابير النسبية (المقامات كثيرات حدود)

⑦ بسّط التعبير : $\frac{4x}{x^2+9x+18} + \frac{5}{x+6}$

① بسّط التعبير : $\frac{2y-3}{y^2+3y} + \frac{y}{y+3}$

تمارين على طرح التعابير النسبية (المقامات كثيرات حدود)

④ بسّط التعبير : $\frac{x-1}{x^2-x-6} - \frac{4}{5x+10}$

③ بسّط التعبير : $\frac{6}{12x+3} - \frac{x-8}{4x^2+21x+5}$

⑥ أوجد محيط المستطيل في الشكل المجاور .

$\frac{3}{x-2}$
 $\frac{4}{x+1}$

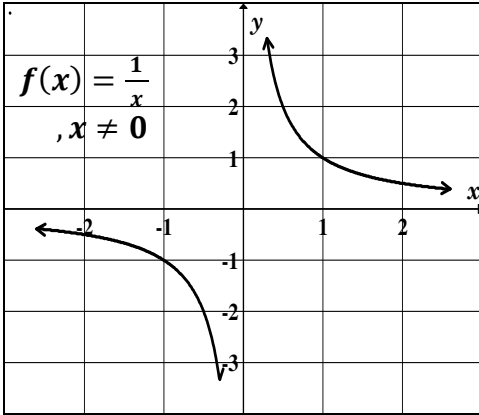
⑤ بسّط التعبير : $\frac{3x}{x^2-4} - \frac{2}{x-2}$



تمثيل دوال المقلوب

اليوم: التاريخ: / /
الاسم: الصف:

- الأهداف :** ① أن يحدد الطالب القيود على مجال الدالة النسبية ، ويحدد خصائص دالة المقلوب .
② أن يعرف الطالب تحويلات التمثيلات البيانية لدوال المقلوب .



الدالة الأم لدوال المقلوب

- الدالة الأم: $f(x) = \frac{1}{x}, x \neq 0$
- نوع التمثيل البياني: قطع زائد
- المجال: جميع الأعداد الحقيقية (R) ما عدا الصفر .
- المدى: جميع الأعداد الحقيقية (R) ما عدا الصفر .
- خط التقارب: $x = 0$ و $y = 0$
- المقاطع (مقطع محور x و محور y): لا يوجد
- تكون الدالة غير معرفة عندما: $f(x) = 0, x = 0$

تحويلات التمثيلات البيانية لدوال المقلوب: $f(x) = \frac{a}{x-h} + k$

$$\{y | y \neq k\}$$

المدى

$$\{x | x \neq h\}$$

المجال

خطوط التقارب الرأسية والأفقية

خط تقارب أفقي عندما $y = k$

خط تقارب رأسي عندما $x = h$

الإزاحة الأفقية

فتكون الإزاحة جهة اليسار بمقدار $|h|$

$-$

h

$+$

فتكون الإزاحة جهة اليمين بمقدار $|h|$

الإزاحة الرأسية

فتكون الإزاحة جهة أسفل بمقدار $|k|$

$-$

k

$+$

فتكون الإزاحة جهة أعلى بمقدار $|k|$

الاتجاه

التمثيل البياني يضيق رأسياً

$$0 < |a| < 1$$

a

$$|a| > 1$$

التمثيل البياني يتسع رأسياً

التمثيل البياني ينعكس في المستقيم $y = k$

$$a < 0$$

$-$

التمثيل البياني ينعكس في المحور x عندما $k = 0$

تمارين على تمثيل دوال المقلوب

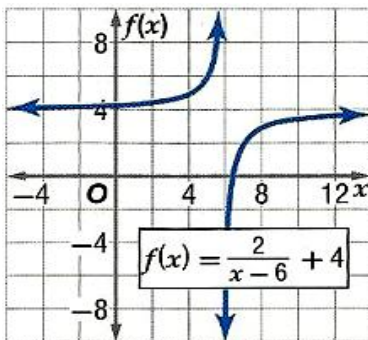
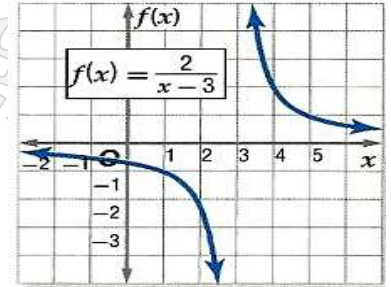
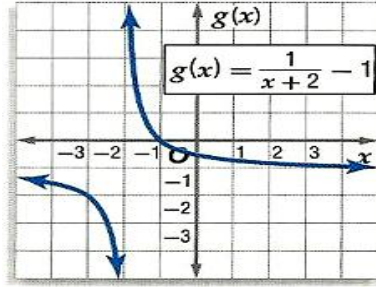
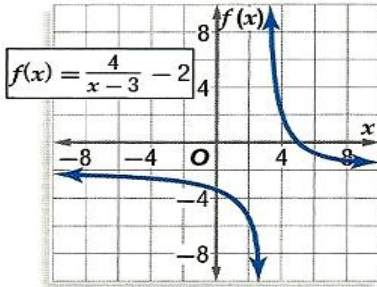
تدريب (١) : حدد قيم x التي تجعل الدالة عندها غير معرفة :

١ $f(x) = \frac{2}{x^2 + 5x - 24}$

٢ $f(x) = \frac{3}{2x+5}$

٣ $f(x) = \frac{2}{x-1}$

تدريب (٢) : حدد خطوط التقارب ، والمجال ، والمدى



٧ يبين الشكل المجاور تمثيلاً بيانياً للدالة f ، اعتمده للإجابة عن كل مما يأتي :
(A) حدد قيم x التي تكون عندها f غير معرفة .

(B) حدد كلاً من مجال ومدى f .

المجال = ، المدى =

(C) إذا علمت أن الدالة الأم للدالة f هي $g(x) = \frac{1}{x}$ ، فحدد قيمة واتجاه كل من :
الانسحاب الأفقي ، والانسحاب الرأسى الحاصل على g عند تمثيل f .

الانسحاب الأفقي : ، الانسحاب الرأسى :

تدريب (٣) : حدد خطوط التقارب ، والمجال ، والمدى

٨ أكمل : التمثيل البياني للدالة $f(x) = \frac{1}{x-2} + 3$

هو صورة للتمثيل البياني للدالة الأم $f(x) = \frac{1}{x}$ وتحت تأثير إزاحة مقدارها وحدة إلى اليمين و وحدة إلى الأعلى .

٩ أكمل : التمثيل البياني للدالة $f(x) = \frac{1}{x+2} + 6$

هو صورة للتمثيل البياني للدالة الأم لها ، والتي قاعدتها ، وتحت تأثير إزاحة مقدارها إلى وإزاحة مقدارها إلى

١٠ يقطع أحد القطارات المسافة بين مدينتين والبالغة 25 ميلاً دون توقف . أكتب دالة تمثل هذا الموقف .
(إرشاد : يرمز للمسافة بالرمز d ، للزمن t ، وللسرعة r)

١١ احضر مجموعة من الأصدقاء 45 شطيرة لتناولها في رحلة ترفيهية . ويعتمد عدد الشطائر التي سيأكلها كل شخص على عدد المشتركين في الرحلة .
أكتب دالة تمثل هذا الموقف .

تعيين خطوط التقارب ونقاط الانفصال للدوال النسبية

إعداد أ. / عابدين حامد

- الأهداف :** ① أن يحدد الطالب خطوط التقارب الرأسية ، والأفقية للدالة .
② أن يعين الطالب نقاط الانفصال للدالة .

إيجاد قيم x التي تكون عندها الدالة النسبية f غير مُعرفة
(قبل عملية الاختصار)

ويتم ذلك قبل اختصار العوامل المشتركة بين البسط والمقام ،
وذلك بوضع المقام قبل الاختصار يساوي الصفر ، ثم نوجد قيم x

إيجاد نقاط الانفصال للدالة النسبية f
(أثناء عملية الاختصار)

ويتم ذلك أثناء عملية اختصار العوامل المشتركة بين البسط والمقام ،
وذلك بوضع ما يختصر من البسط والمقام يساوي الصفر ، ثم نوجد قيم x
ملاحظة : إذا لم توجد عوامل مشتركة تختصر بين البسط والمقام ، فلا توجد نقاط انفصال

إيجاد خطوط التقارب الرأسية للدالة النسبية f
(بعد عملية الاختصار)

ويتم ذلك بعد عملية اختصار العوامل المشتركة بين البسط والمقام ،
وذلك بوضع المقام بعد الاختصار يساوي الصفر ، ثم نوجد قيم x
ملاحظة : إذا كان المقام يساوي واحد بعد الاختصار ، فلا توجد خطوط تقارب رأسية

إيجاد خطوط التقارب الأفقية للدالة النسبية $f(x) = \frac{a(x)}{b(x)}$
(تتوقف على درجة كل من البسط والمقام)

③ درجة البسط أكبر من درجة المقام
لا يوجد خطوط تقارب أفقية

مثال : $f(x) = \frac{x^2}{x+1}$

② درجة البسط تساوي درجة المقام
يوجد خط تقارب أفقي واحد
معادلته : $y = \frac{\text{معامل } a(x) \text{ الرئيس}}{\text{معامل } b(x) \text{ الرئيس}}$
 $y = \frac{3}{2} \Leftrightarrow f(x) = \frac{3x}{2x-1}$

① درجة البسط أقل من درجة المقام
يوجد خط تقارب أفقي واحد
معادلته : $y = 0$
مثال : $f(x) = \frac{3}{x^2-1}$

تعيين خطوط التقارب ونقاط الانفصال للدوال النسبية

إعداد أ. / عابدين حامد

- الأهداف :** ① أن يحدد الطالب خطوط التقارب الرأسية ، والأفقية للدالة .
② أن يعين الطالب نقاط الانفصال للدالة .

تعيين خطوط التقارب ، ونقاط الانفصال

| | |
|--|--|
| <p>① إذا كان: $f(x) = \frac{2x^2 - 10x}{x - 5}$: <u>التحليل</u> : $f(x) = \dots\dots\dots$</p> <p>(١) أوجد قيم x التي تكون عندها الدالة f غير مُعرَّفة ؟</p> <p>(٢) أوجد معادلات خطوط التقارب (إن وجدت) للدالة f ؟</p> <p>(٣) أوجد نقاط الانفصال للدالة f (إن وجدت) ؟</p> | <p>① إذا كان: $f(x) = \frac{x^2 - 1}{x^2 + 2x - 3}$: <u>التحليل</u> : $f(x) = \dots\dots\dots$</p> <p>(١) أوجد قيم x التي تكون عندها الدالة f غير مُعرَّفة ؟</p> <p>(٢) أوجد معادلات خطوط التقارب (إن وجدت) للدالة f ؟</p> <p>(٣) أوجد نقاط الانفصال للدالة f (إن وجدت) ؟</p> |
| <p>④ إذا كان: $f(x) = \frac{3}{x^2 - 1}$ فإن : • معادلتى خطا التقارب الرأسى : ، • معادلة خط التقارب الأفقى : • نقاط الانفصال :</p> | <p>③ إذا كان $f(x) = \frac{2x+1}{x-3}$ فإن : • معادلة خط التقارب الرأسى : • معادلة خط التقارب الأفقى : • نقاط الانفصال :</p> |
| <p>⑤ أي مما يأتي يعتبر صحيحاً للدالة : $f(x) = \frac{x^2+x-2}{x-1}$ A للدالة f خط تقارب رأسي عند $x = 1$ B للدالة f خط تقارب أفقى عند $y = 1$ C للدالة f نقطة انفصال عند $x = 1$</p> | <p>⑥ نقطة الانفصال للدالة : $f(x) = \frac{x^2-3x}{x-3}$ عند : A $x = -3$ B $x = 0$ C $x = 1$ D $x = 3$ (حلل ثم ضع ما يختصر من البسط والمقام يساوي الصفر)</p> |
| <p>⑦ ما الخطوط التقاربية للدالة $f(x) = \frac{-5}{x-2} + 3$ ؟ A $x = 2$, $y = 3$ B $x = 3$, $y = 2$ C $x = 2$, $y = -3$ D $x = -3$, $y = 2$</p> | <p>⑧ ما مجال الدالة $f(x) = \frac{8}{x+3}$ ؟ A مجموعة الأعداد الحقيقية . B مجموعة الأعداد الحقيقية الموجبة . C مجموعة الأعداد الحقيقية ما عدا 3 . B مجموعة الأعداد الحقيقية الموجبة -3 .</p> |

- ⑨ أكمل الجملة الآتية : التمثيل البياني للدالة $f(x) = \frac{-5}{x-1} - 3$ هو تحويل للتمثيل البياني للدالة الأم مع إزاحة إلى اليمين ، وإزاحة 3 وحدات إلى ، وانعكاس حول المحور
٣

تمثيل الدوال النسبية بيانياً

إعداد أ. عابدين

- الأهداف :** ① أن يمثل الطالب دوال نسبية تحوي نقطة انفصال .
② أن يمثل الطالب دوال نسبية لها خطوط تقارب رأسية وأفقية .

التمثيل البياني لدالة تحوي نقطة انفصال

① إذا كان : $f(x) = \frac{x^2 - 4}{x - 2}$

(١) أوجد معادلات خطوط التقارب الرأسية والأفقية (إن وجدت) :

(٢) أوجد نقاط الانفصال (إن وجدت) للدالة f :

| x | 0 | 1 | 2 | 3 |
|--------|---|---|---|---|
| $f(x)$ | | | | |

(٣) أكمل الجدول الآتي :

(٤) مثل الدالة $f(x)$ بيانياً ؟

المجال = ، المدى =

التمثيل البياني لدالة نسبية ليس لها خطوط تقارب أفقية : راجع الكتاب مثال (١) ص ١٨٧ (مثال محلول)

تمثيل دوال نسبية لها خطوط تقارب رأسية وأفقية (مسائل مختارة من الامتحانات)

② إذا كان : $f(x) = \frac{x - 2}{2x + 2}$

(١) أوجد معادلات خطوط التقارب الرأسية والأفقية (إن وجدت) :

(٢) أوجد نقاط الانفصال (إن وجدت) :

| x | -4 | -2 | -1 | 0 | 2 |
|--------|----|----|----|---|---|
| $f(x)$ | | | | | |

(٣) أكمل الجدول الآتي :

(٤) مثل الدالة $f(x)$ بيانياً (موضحاً خطوط التقارب على الرسم) :

(٥) المجال = ، المدى =

(٦) ما هو صفر الدالة (مقطع محور x) ؟

(٧) ما مقطع محور y ؟

③ إذا كانت : $f(x) = \frac{2x + 4}{x - 1}$ ، فأجب عما يأتي :

(١) أوجد معادلات خطوط التقارب الرأسية والأفقية (إن وجدت) :

(٢) أوجد نقاط الانفصال (إن وجدت) :

| x | -2 | -1 | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 |
|--------|----|----|---|---|---|---|---|
| $f(x)$ | | | | | | | |

(٣) أكمل الجدول :

(٤) مثل الدالة $f(x)$ بيانياً (موضحاً خطوط التقارب على الرسم) :

(٥) المجال = ، المدى =

(٦) ما هو صفر الدالة (مقطع محور x) ؟

(٧) ما مقطع محور y ؟

④ إذا كان : $f(x) = \frac{x}{x + 2}$ (اجب في الدفتر)

فأجب عن الـ ٧ أسئلة كما ورد في تمرين ② ، ③ مع اكمال الجدول

| x | -4 | -3 | -2 | -1 | 0 | 2 |
|--------|----|----|----|----|---|---|
| $f(x)$ | | | | | | |

ملخص قوانين التغير

إعداد أ. / عابدين حامد

- الأهداف :** ① أن يتعرف الطالب على مفهوم التغير الطردي ، والمشتك .
② أن يتعرف الطالب على مفهوم التغير العكسي ، والتغير والمركب .

أنواع التغير

التغير العكسي (التناسب العكسي)

y تتغير (تناسب) عكسياً مع x فإن :

① $y = \frac{k}{x}, k \neq 0$ (معادلة التغير)

حيث k ثابت التغير (التناسب)

② $\frac{y_1}{y_2} = \frac{x_2}{x_1}$ (في حالة إيجاد قيمة)

التغير الطردي (التناسب الطردي)

y تتغير (تناسب) طردياً مع x فإن :

① $y = kx, k \neq 0$ (معادلة التغير)

حيث k ثابت التغير (التناسب)

② $\frac{y_1}{y_2} = \frac{x_1}{x_2}$ (في حالة إيجاد قيمة)

التغير المركب (التناسب المركب)

ويحدث عندما تتغير كمية طردياً أو عكسياً
أو كليهما معاً مع كميتين أو أكثر

y تتغير طردياً مع x وعكسياً مع z فإن :

① $y = \frac{kx}{z}, k \neq 0$ (معادلة التغير)

حيث k ثابت التغير (التناسب)

② $\frac{y_1}{y_2} = \frac{x_1 \cdot z_2}{x_2 \cdot z_1}$ (في حالة إيجاد قيمة)

التغير المشترك (التناسب المشترك)

ويحدث عندما تتغير كمية طردياً مع
حاصل ضرب كميتين أو أكثر

y تتغير طردياً مع xz فإن :

① $y = kxz, k \neq 0$ (معادلة التغير)

حيث k ثابت التغير (التناسب)

② $\frac{y_1}{y_2} = \frac{x_1 \cdot z_1}{x_2 \cdot z_2}$ (في حالة إيجاد قيمة)

تدريبات على أنواع التغير

② ما التغير الذي تمثله العلاقة التالية

| a | b | c |
|-----|-----|-----|
| 2 | 3 | 5 |
| 4 | 6 | 10 |
| 8 | 12 | 20 |
| 16 | 24 | 40 |

(A) طردي .

(B) عكسي .

(C) مشترك .

(D) مركب .

② ما التغير الذي تمثله العلاقة التالية

| x | y |
|-----|-----|
| 8 | 2 |
| 4 | 4 |
| -2 | -8 |
| -8 | -2 |

(A) طردي .

(B) عكسي .

(C) مشترك .

(D) مركب .

① ما التغير الذي تمثله العلاقة التالية

| x | y |
|-----|-----|
| 5 | 15 |
| 6 | 18 |
| 7 | 21 |
| 8 | 24 |

(A) طردي .

(B) عكسي .

(C) مشترك .

(D) مركب .

⑤ حدد نوع التغير وأوجد ثابت التغير (التناسب) :

(١) $a = 3bc$ تغير ، الثابت $k = \dots$

(٢) $y = \frac{5g}{h}$ تغير ، الثابت $k = \dots$

④ حدد نوع التغير وأوجد ثابت التغير (التناسب) :

(١) $\frac{y}{x} = 11$ تغير ، الثابت $k = \dots$

(٢) $fg = -2$ تغير ، الثابت $k = \dots$

التغير الطردي + التغير المشترك

إعداد أ. / عابدين

الأهداف : ① أن يتعرف الطالب على مفهوم التغير الطردي ، والتغير المشترك .
② أن يتعرف الطالب على كيفية حل مسائل التغير الطردي ، والتغير المشترك .

أولاً : تمارين على التغير الطردي

| | |
|---|---|
| <p>① إذا كانت y تتغير (تناسب) طردياً مع x وكانت $y = 15$ عندما $x = -5$ فأوجد : قيمة y عندما $x = 7$. [الجواب : $y = -21$]</p> | <p>② إذا كانت a تتغير (تناسب) طردياً مع b وكانت $a = 27$ عندما $b = 18$ فأوجد : قيمة a عندما $b = 10$. [الجواب : $a = 15$]</p> |
| <p>③ تتغير الزيادة في طول الزنبرك S طردياً مع الوزن F للجسم المعلق به . إذا ازداد طول زنبرك بمقدار 20 in عند تعليق جسم وزنه 25 P فيه ، فكم تكون الزيادة في طوله عند تعليق جسم وزنه 15 P فيه . [الجواب : 12]</p> | <p>④ إذا كانت y تتغير طردياً مع x^2 وكانت $y = 72$ عندما $x = 6$ فأوجد ما يلي : (١) معادلة التغير الطردي [الجواب : $y = 2x^2$] (٢) قيمة y عندما $x = 4$. [الجواب : $y = 32$]</p> |

ثانياً : تمارين على التغير المشترك

| | |
|---|---|
| <p>⑤ إذا كانت r تتغير تغيراً مشتركاً مع كل من t ، s فأوجد قيمة r عندما $t = 2$ ، $s = 9$ علماً بأن $r = 20$ عندما $t = 3$ ، $s = 5$ [الجواب : $y = 24$]</p> | <p>⑥ إذا كانت y تتغير تغيراً مشتركاً مع كل من z ، x وكانت $y = 72$ عندما $z = 3$ ، $x = 8$ فأوجد قيمة y عندما $z = 7$ ، $x = 4$ [الجواب : $y = 84$]</p> |
|---|---|

⑦ إذا كانت y تتغير تغيراً مشتركاً مع كل من z ، x وكانت $z = 5$ ، $x = 3$ عندما $y = 60$ فأوجد ما يلي :
(١) معادلة التغير : (العلاقة بين x ، y ، z) . [الجواب : $y = 4xz$]
(٢) قيمة y عندما $z = 5$ ، $x = 10$ [الجواب : $y = 200$]

اجب في الدفتر

التغير العكسي + التغير المركب

إعداد أ. / عابدين

- الأهداف : ① أن يتعرف الطالب على مفهوم التغير العكسي ، والتغير المركب .
② أن يتعرف الطالب على كيفية حل مسائل التغير العكسي ، والتغير المركب .

أولاً : تمارين على التغير العكسي

- ① إذا كانت y تتغير (تتناسب) عكسياً مع x وكانت
 $y = 24$ عندما $x = 4$ فأوجد :
قيمة y عندما $x = 12$. [الجواب : 8]

- ② إذا كانت y تتغير عكسياً مع x وكانت $y = 16$
عندما $x = 4$ فأوجد مُعادلة التغير . [ج : $y = \frac{64}{x}$]

- ③ يتغير طول وتر العزف (L) عكسياً مع التردد (V)
الناتج عن اهتزازة في آلة موسيقية . إذا كان التردد الناتج
عن اهتزاز وتر طوله 40 cm يساوي 144 دورة لكل
ثانية ، فأوجد تردد وتر طوله 60 cm [الجواب : 96]

- ④ يتغير حجم كمية محدودة من غاز (V) عكسياً مع
ضغطه (P) عند ثبوت درجة الحرارة فإذا كان
 $V = 80 \text{ cm}^3$ عندما P تعادل 2000 وحدة ضغط ،
فأوجد قيمة V عندما P تعادل 320 وحدة ضغط
[الجواب : 500 cm^3]

- ⑤ إذا كان 15 عاملاً يحتاجون إلى 40 ساعة لكي ينتهوا من صباغة أحد المنازل . فكم ساعة يحتاج 50 عاملاً لكي
ينجزوا نفس العمل بنفس المعدل ؟
[اجب في الدفتر ، والجواب : 12 ساعة]

ثانياً : تمارين على التغير المركب

- ⑥ إذا كانت y تتغير طردياً مع x ، وعكسياً مع z
وكانت $x = 12$ عندما $z = 1$ ، $y = 3$
فأوجد قيمة x عندما $z = -1$ ، $y = 9$
[الجواب : -36]

- ⑦ إذا كانت y تتغير طردياً مع x ، وعكسياً مع t
وكانت $t = 20$ عندما $x = 2$ ، $y = 4$
فأوجد قيمة t عندما $x = 10$ ، $y = -5$
[الجواب : -80]

حل المعادلات النسبية

إعداد أ. / عابدين حامد

- الأهداف :** ① حل معادلة نسبية ، والتحقق من صحة الحل .
② حل مسائل من واقع الحياة باستخدام حل المعادلات النسبية .

خطوات حل المعادلة النسبية : ① نوجد (م . م . أ) للمقامات . ② نوجد المقامات .
③ بالاختصار ، والتبسيط . ④ نحل المعادلة الناتجة .
ملاحظة : هناك أنواع سهلة من المعادلات لا تحتاج إلى توحيد المقامات ولكن تحتاج إلى الضرب التبادلي (المقص) .

أولاً : معادلات نسبية تتحول إلى معادلات خطية

① حُل المعادلة :

$$\frac{7}{2} - \frac{3}{x+1} = 2, \quad x \neq -1 \quad [\text{ج} : x = 1]$$

② حُل المعادلة :

$$\frac{5}{x-2} + 2 = \frac{17}{6}, \quad x \neq 2 \quad [\text{ج} : x = 8]$$

④ حُل المعادلة :

$$\frac{2}{x+3} + \frac{3}{2} = \frac{19}{10}, \quad x \neq -3 \quad [\text{ج} : x = 2]$$

③ حُل المعادلة :

$$\frac{3}{x+2} + \frac{1}{x} = 0 \quad \text{حيث } x \neq 0, x \neq -2 \quad [\text{ج} : x = -\frac{1}{2}]$$

ثانياً : مسائل من واقع الحياة (مهم)

٥ يحتاج ناصر ومحمد إلى 6 h لطلاء سور إذا عملاً معاً ، ويحتاج ناصر إلى 10 h للقيام بالعمل وحده . كم ساعة (h) يحتاج محمد إذا قام بالعمل وحده ؟
[الجواب : 15 h]

٦ يستطيع سعيد زراعة إحدى الحدائق في 3 h ، في حين يستطيع علي زراعتها في 4 h . كم ساعة يحتاجان إذا زرعاً الحديقة معاً ؟
[الجواب : $1\frac{5}{7}$ h]

ثالثاً : معادلات نسبية تتحول إلى معادلات تربيعية

٧ حل المعادلة : $\frac{x}{x-1} - 1 = \frac{x}{2}$, $x \neq 1$
[الجواب: $x = -1$, $x = 2$]

٨ حل المعادلة : $\frac{13}{3x+3} - \frac{3}{x+1} = \frac{x-2}{3}$
حيث $x \neq -1$ [الجواب: $x = -2$, $x = 3$]