

تم تحميل هذا الملف من موقع المناهج البحرينية



* للحصول على أوراق عمل لجميع الصفوف وجميع المواد اضغط هنا

<https://almanahj.com/bh>

* للحصول على أوراق عمل لجميع مواد الصف الثاني عشر اضغط هنا

<https://almanahj.com/bh/12>

* للحصول على جميع أوراق الصف الثاني عشر في مادة رياضيات ولجميع الفصول, اضغط هنا

<https://almanahj.com/bh/12math>

* للحصول على أوراق عمل لجميع مواد الصف الثاني عشر في مادة رياضيات الخاصة بـ الفصل الثاني اضغط هنا

<https://almanahj.com/bh/12math2>

* لتحميل كتب جميع المواد في جميع الفصول للـ الصف الثاني عشر اضغط هنا

<https://almanahj.com/bh/grade12>

* لتحميل جميع ملفات المدرس فراج سيد فراج اضغط هنا

[almanahjbhbot/me.t//:https](https://t.me/almanahjbhbot)

للتحدث إلى بوت على تلغرام: اضغط هنا

قواعد التكامل

أولاً: قواعد تكامل عامة

$$1) \int (k) dx = kx + c$$

$$2) \int (x^n) dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + c$$

$$3) \int [k \cdot f(x)] dx = k \cdot \int f(x) dx$$

$$4) \int [f(x) \pm g(x) \pm \dots] dx = \int f(x) dx \pm \int g(x) dx \pm \dots$$

$$5) \int (ax + b)^n dx = \frac{(ax + b)^{n+1}}{a(n+1)} + c$$

$$6) \int [f(x)]^n \times f'(x) dx = \frac{[f(x)]^{n+1}}{n+1} + c$$

ثانياً: قواعد تكامل الدوال المثلثية

$$1) \int \sin(x) dx = -\cos(x) + c$$

$$2) \int \cos(x) dx = \sin(x) + c$$

$$3) \int \sec^2(x) dx = \tan(x) + c$$

$$4) \int \csc^2(x) dx = -\cot(x) + c$$

$$5) \int \sec(x) \tan(x) dx = \sec(x) + c$$

$$6) \int \csc(x) \cot(x) dx = -\csc(x) + c$$

$$7) \int \sin(f(x)) \times f'(x) dx = [-\cos(f(x))] + c$$

$$8) \int [\sin(f(x))]^n [\cos(f(x))] \times f'(x) dx = \frac{1}{n+1} [\sin(f(x))]^{n+1} + c$$

ملحوظة: تعمم القواعد رقم 7، 8 لجميع الدوال المثلثية الست السابقة لها

متطابقات مثلثية هامة للتكامل:

$$1) \sin^2 x = \frac{1}{2}(1 - \cos 2x)$$

$$2) \cos^2 x = \frac{1}{2}(1 + \cos 2x)$$

$$3) \sin^2 x = 1 - \cos^2 x$$

$$4) \cos^2 x = 1 - \sin^2 x$$

$$5) \tan^2 x = \sec^2 x - 1$$

$$6) \cot^2 x = \csc^2 x - 1$$

$$7) \sin 2x = 2 \sin x \cdot \cos x$$

$$8) \cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x = 2 \cos^2 x - 1 = 1 - 2 \sin^2 x$$

ملاحظات هامة:

(1) تستخدم المتطابقات رقم (1 ، 2) إذا كان الأس زوجي مثل

$$\begin{aligned} \int (\sin^4 x) dx &= \int (\sin^2 x)^2 dx = \int \left[\frac{1}{2}(1 - \cos 2x) \right]^2 dx \\ &= \int \frac{1}{4}(1 - 2 \cos 2x + \cos^2 2x) dx = \frac{1}{4} \int (1 - 2 \cos 2x + \frac{1}{2}(1 + \cos 4x)) dx \\ &= \frac{1}{4} \int (1 - 2 \cos 2x + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos 4x) dx = \frac{1}{4} \int (\frac{3}{2} - 2 \cos 2x + \frac{1}{2} \cos 4x) dx \\ &= \frac{1}{4} (\frac{3}{2}x - \sin 2x + \frac{1}{8} \sin 4x) + c \\ &= \frac{3}{8}x - \frac{1}{4} \sin 2x + \frac{1}{32} \sin 4x + c \end{aligned}$$

(2) تستخدم المتطابقات رقم (3 ، 4) إذا كان الأس فردي مثل

$$\begin{aligned} \int (\sin^3 x) dx &= \int (\sin x \cdot \sin^2 x) dx = \int (\sin x (1 - \cos^2 x)) dx \\ &= \int (\sin x - \cos^2 x \cdot \sin x) dx = \int (\sin x + \cos^2 x \cdot (-\sin x)) dx = \\ &= -\cos x + \frac{1}{3} \cos^3 x + c \end{aligned}$$