تم تحميل هذا الملف من موقع المناهج البحرينية

*للحصول على أوراق عمل لجميع الصفوف وجميع المواد اضغط هنا

https://almanahj.com/bh

* للحصول على أوراق عمل لجميع مواد الصف الثاني عشر اضغط هنا

https://almanahj.com/bh/12

* للحصول على جميع أوراق الصف الثاني عشر في مادة رياضيات ولجميع الفصول, اضغط هنا

https://almanahj.com/bh/12math

* للحصول على أوراق عمل لجميع مواد الصف الثاني عشر في مادة رياضيات الخاصة بـ الفصل الأول اضغط هنا

https://almanahj.com/bh/12math1

* لتحميل كتب جميع المواد في جميع الفصول للـ الصف الثاني عشر اضغط هنا

https://almanahj.com/bh/grade12

للتحدث إلى بوت على تلغرام: اضغط هنا almanahjbhbot/me.t//:https

المتطابقات المثلثية لضعف الزاوية ونصفهاc

الأهداف : ايجاد قيم الجيب وجيب التمام وظل لنصف الزاوية اثبات صحة متطابقات مثلثية باستعمال ضعف الزاوية ونصفها	التاريخ : 16\11\2020

,

مفهوم أساسي — **المتطابقات المثلثية لنصف الزاوية**

المتطابقات الآتية صحيحة لقيم θ جميعها:

$$\sin\frac{\theta}{2}=\pm\sqrt{\frac{1-\cos\theta}{2}} \qquad \cos\frac{\theta}{2}=\pm\sqrt{\frac{1+\cos\theta}{2}} \qquad \tan\frac{\theta}{2}=\pm\sqrt{\frac{1-\cos\theta}{1+\cos\theta}},\ \cos\theta\neq-1$$

موقع المناهج البحرينية
almanahj.com/bh

أوجدي القيم الفعلية لكل من $\sin\frac{\theta}{2}$ ، $\cos\frac{\theta}{2}$ ، $\tan\frac{\theta}{2}$

$$\sin\theta=-\frac{15}{17},\ \pi<\theta<\frac{3\pi}{2}$$

$$\cos^2\theta+\sin^2\theta=1\rightarrow\sqrt{\cos\theta}=\sqrt{1-\sin^2\theta}\rightarrow cos=\sqrt{1-\sin^2\theta}$$

$$\sqrt{\frac{1-\cos\theta}{2}}=\frac{-8}{17}=cos$$

$$\sin\frac{\theta}{2}=\pm\sqrt{\frac{1-\cos\theta}{2}}=\pm\sqrt{\frac{1-\left(\frac{-8}{17}\right)}{2}}=\frac{+5\sqrt{34}}{3}$$

$$\cos\frac{\theta}{2}=\pm\sqrt{\frac{1+\cos\theta}{2}}=\pm\sqrt{\frac{1+\left(\frac{-8}{17}\right)}{2}}=\frac{-3\sqrt{34}}{34}$$

$$\tan\frac{\theta}{2}=\pm\sqrt{\frac{1-\cos\theta}{1+\cos\theta}}=\pm\sqrt{\frac{1-\left(\frac{-8}{17}\right)}{1+\left(\frac{-8}{17}\right)}}=\frac{-5}{3}$$

$\tan\theta = \frac{4}{3}\ ,\ 180° < \theta < 270°$

إيجاد $\cos\theta$

$\tan\theta = \frac{1}{\cot\theta} = \cot\theta = \frac{3}{4}$

$\csc^2\theta = \cot^2\theta + 1$

$\sec\theta = \sqrt{\cot^2\theta + 1} = \pm\sqrt{\left(\frac{3}{4}\right)^2 + 1} = -\frac{5}{4}$

$\sec\theta = \frac{1}{\sin\theta} \rightarrow \sin = \frac{-4}{5}$

$\cos^2\theta + \sin^2\theta = 1 \rightarrow \cos^2\theta = 1 - \sin^2$

$\cos\theta = \sqrt{1 - \sin^2\theta} = \pm\sqrt{1 - \left(\frac{-4}{5}\right)^2} = -\frac{3}{5}$

موقع المناهج البحرينية
almanahj.com/bh

إيجاد $\sin\frac{\theta}{2}$

$\sin\frac{\theta}{2} = \pm\sqrt{\frac{1-\cos\theta}{2}} = +\sqrt{\frac{1-\left(\frac{-3}{5}\right)}{2}} = \sqrt{\frac{2\sqrt{5}}{5}}$

إيجاد $\cos\frac{\theta}{2}$

$\cos\frac{\theta}{2} = \pm\sqrt{\frac{1+\cos\theta}{2}} = -\sqrt{\frac{1+\left(\frac{-3}{5}\right)}{2}} = \frac{-\sqrt{5}}{5}$

$\tan\frac{\theta}{2}$

$\tan\frac{\theta}{2} = \pm\sqrt{\frac{1-\cos\theta}{1+\cos\theta}} = -\sqrt{\frac{1-\left(\frac{-3}{5}\right)}{1+\left(\frac{-3}{5}\right)}} = -2$

$\sin 75°$

$\sin(A+B) = \sin A\cos B = \cos A\sin B$

$\sin(45+30) = \sin(45)\cos(30) + \cos(45)\sin(30)$

$= \frac{\sqrt{6}}{4} + \frac{\sqrt{2}}{4} = \frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$

$\tan\frac{5\pi}{12}$

$\tan\frac{\frac{5\pi}{6}}{2} = \sqrt{\frac{1-\cos\frac{5\pi}{6}}{1+\cos\frac{5\pi}{6}}}$ $\sqrt{\frac{1-\left(\sqrt{\frac{-3}{2}}\right)}{1+\left(\sqrt{\frac{-3}{2}}\right)}} = \sqrt{\frac{1+\sqrt{\frac{3}{2}}}{1-\sqrt{\frac{3}{2}}}}$

$\tan\frac{5\pi}{12}$

$\frac{2+\sqrt{3}}{2-\sqrt{3}} = \frac{(2+\sqrt{3})^2}{4-3} = \frac{(2+\sqrt{3})^2}{1}$

$= (2+\sqrt{3})$

أثبتي صحة المتطابقات المثلثية

$$\frac{\cos 2\theta}{1+\sin 2\theta} = \frac{\cot\theta - 1}{\cot\theta + 1}$$

RHS$=\frac{\cot\theta-1}{\cot\theta+1}$

$=\frac{\frac{\cos\theta}{\sin\theta}-1}{\frac{\cos\theta}{\sin\theta}+1}$

$=\frac{\cos\theta-\sin\theta}{\cos\theta+\sin\theta}$

$=\frac{\cos\theta-\sin\theta}{\cos\theta+\sin\theta}\times\frac{\cos\theta+\sin\theta}{\cos\theta+\sin\theta}$

$=\frac{\cos^2\theta-\sin^2\theta}{\cos^2\theta+2\cos\theta\sin\theta+\sin^2\theta}$

$=\frac{\cos^2\theta-\sin^2\theta}{1+2\cos\theta\sin\theta}$

$=\frac{\cos 2\theta}{1+\sin 2\theta}$

موقع المناهج البحرينية
almanahj.com/bh

$$4\cos^2 x - \sin^2 2x = 4\cos^4 x$$

$=4\cos^2 X - \sin^2 2X$

$=4\cos^2 X\,(\sin 2X)^2$

$=4\cos^2 X - (2\sin X\cos X)^2$

$=4\cos^2 X - 4\sin^2 X\cos^2 X$

$=4\cos^2 X\,(1-\sin^2 X)$

$=4\cos^2 X\,.\cos^2 X$

$=4\cos^4 X$

$$\tan\theta = \frac{1-\cos 2\theta}{\sin 2\theta}$$

$$= \frac{1-\cos 2\theta}{\sin 2\theta} \qquad = \frac{2\sin\theta}{2\sin\theta\cos\theta}$$

$$= \frac{1-(1-2\sin^2\theta)}{2\sin\theta\cos\theta} \qquad = \frac{\sin\theta}{\cos\theta}$$

$$= \frac{1-1+2\sin^2\theta}{2\sin\theta\cos\theta}$$

موقع المناهج البحرينية
almanahj.com/bh

$$(\sin\theta+\cos\theta)^2 = 1+2\sin\theta\cos\theta$$

L.H.S $=(\sin\theta+\cos\theta)^2$

$=\sin^2\theta+2\sin\theta\cos\theta+\cos^2\theta$

$\cos^2\theta+\sin^2\theta=1$ بالتعويض باستعمال المتطابقة

$=1+2\sin\theta\cos\theta$

$=1+2\sin\theta\cos\theta$

$\sin 2\theta = 2\sin\theta\cos\theta$ بالتعويض باستعمال المتطابقة

R.H.S$=1+\sin 2\theta$

$(\sin\theta+\cos\theta)^2 = 1+\sin 2\theta$

$$\sin\frac{\theta}{2}\cos\frac{\theta}{2} = \frac{\sin\theta}{2}$$

R.H.S$=\frac{\sin\theta}{2}$ $\qquad =\sin\frac{\theta}{2}\cos\frac{\theta}{2}$

$=\frac{2\sin\frac{\theta}{2}\cos\frac{\theta}{2}}{2}$ $\qquad$ =L.H.S

$$\tan\frac{\theta}{2}=\frac{\sin\theta}{1+\cos\theta}$$

$$=\frac{\sin\theta}{1+\cos\theta}$$

$$=\frac{2\sin\frac{\theta}{2}\cos\frac{\theta}{2}}{1+2\cos^2\theta-1}$$

$$=\frac{2\sin\frac{\theta}{2}\cos\frac{\theta}{2}}{2\cos^2\frac{\theta}{2}}$$

$$=\tan\frac{\theta}{2}$$

$$2\cos^2\frac{\theta}{2}=1+\cos\theta$$

موقع المناهج البحرينية
almanahj.com/bh

=L.H.S

$$=2\times\frac{1+\cos(\theta)}{2}$$

$$=1+\cos\theta$$

=R.H.S

كرة قدم: يركل لاعب الكرة بزاوية قياسها $37°$ مع سطح الأرض، وبسرعة ابتدائية مقدارها $52\,ft/sec$. إذا كانت المسافة d التي تقطعها الكرة في الهواء تعطى بالصيغة $d=\frac{2v^2\sin\theta\cos\theta}{g}$. حيث الرمز g يُمثّل تسارع الجاذبية الأرضية ويساوي $32\,ft/s^2$، و v تُمثّل السرعة الابتدائية، فأجب عن الأسئلة الآتية: **(مثال 4)**

بسط باستعمال المتطابقات المثلثية لضعف الزاوية

$$D=\frac{2v^2\sin\theta\cos\theta}{g}=\frac{2v^2\sin2\theta}{g}=\frac{d=v^2\sin2\theta}{g}$$

باستعمال ا لصيغة المبسطة ما المسافة التي تقطعها الكرة قبل ان تصطدم بسطح الأرض

$$D=\frac{v^2\sin2}{g}=\frac{(52)^2\sin2(37)}{32}$$

تقريبا =81ft

ما القيمة الفعلية لكل مما يأتي

$\cos 78^\circ \cos 18^\circ - \sin 78^\circ \sin 18^\circ$

$=\cos(78 + 18)$

$=\cos 96$

=-0.104

$\cos 31^\circ \cos 14^\circ + \sin 31^\circ \sin 14^\circ$

$=\cos(31 - 14)$

$=\cos(17)$

= 0.956

موقع المناهج البحرينية
almanahj.com/bh

$\dfrac{\tan 70^\circ - \tan 40^\circ}{1 + \tan 70^\circ \tan 40^\circ}$

$\tan(70 - 40)$

$\tan 30 = \dfrac{\sqrt{3}}{3}$