إعداد الأستاذ / فـاضل مـدن

أمثلة محلولة على وحدة الاتصال

أولاً: اتصال دالة عند نقطة:

مثال(١) ابحث بطريقتين اتصال الدالة $f(x) = 5x^3 - 3x + 8$ عند $x = -1$.

الحل الأول: ∵ f كثيرة حدود ، فهي متصلة على $\Re$ ، و ∵ $-1 \in \Re$

∴ f متصلة عند $x = -1$

النظرية

الحل الثاني:

$$f(-1) = 5(-1)^3 - 3(-1) + 8 = 6$$

$$\lim_{x \to -1} f(x) = 5(-1)^3 - 3(-1) + 8 = 6$$

$$f(-1) = \lim_{x \to -1} f(x) = 6$$

∴ f متصلة عند $x = -1$

مثال(٢) ابحث اتصال الدالة $f(x) = \frac{1}{x-2}$ عند $x = 2$.

الحل: $f(2) = \frac{1}{2-2} = \frac{1}{0}$ غير معرفة

∴ f غير متصلة عند $x = 2$

مثال(٣) ابحث اتصال الدالة $f(x) = |x - 3|$ عند $x = 6$ و $x = 3$.

$$f(x) = \begin{cases} (x-3) & x \geq 3 \\ -(x-3) & x < 3 \end{cases}$$

عند x=6

الحل الأول:

$f(x) = x - 3$

f متصلة عند x=6، لأنها كثيرة حدود

الحل الثاني:

$$f(6) = (6-3) = 3$$

$$\lim_{x \to 6} f(x) = (6-3) = 3$$

$$f(6) = \lim_{x \to 6} f(x) = 3$$

∴ f متصلة عند x=6

عند x=3

$$f(3) = (3-3) = 0$$

$$\lim_{x \to 3^+} f(x) = (3-3) = 0$$

$$\lim_{x \to 3^-} f(x) = -(3-3) = 0$$

$$\therefore \lim_{x \to 3} f(x) = 0$$

$$f(3) = \lim_{x \to 3} f(x) = 0$$

∴ f متصلة عند x=3

إعداد الأستاذ / فـــاضل مـــدن

مثال(٤) ابحث اتصال الدالة $f(x)=\begin{cases}3-x & x\neq -1\\ x^2+3 & x=-1\end{cases}$ عند $x=-1$.

$$f(-1)=(-1)^2+3=4$$
$$\lim_{x\to -1} f(x)=3-(-1)=4$$
$$f(-1)=\lim_{x\to -1} f(x)=4$$
$\therefore$ f متصلة عند x=-1

مثال(٥) ابحث اتصال الدالة $f(x)=\begin{cases}2x+1 & x\neq -1\\ 3 & x=-1\end{cases}$ عند $x=-1$.

$$f(-1)=3$$
$$\lim_{x\to -1} f(x)=2(-1)+1=-1$$
$$f(-1)\neq \lim_{x\to -1} f(x)$$
$\therefore$ f غير متصلة عند x=-1

مثال(٦) ابحث اتصال الدالة $f(x)=\begin{cases}\frac{2x^2-x-1}{x-1} & x\neq 1\\ 3 & x=1\end{cases}$ عند $x=1$.

$$f(1)=3$$
$$\lim_{x\to 1} f(x)=\lim_{x\to 1}\frac{2x^2-x-1}{x-1}=\lim_{x\to 1}\frac{(2x+1)(x-1)}{x-1}=\lim_{x\to 1}(2x+1)=3$$
$$f(1)=\lim_{x\to 1} f(x)=3$$
$\therefore$ f متصلة عند x=1

مثال(٧) إذا كانت $f(x)=\begin{cases}\frac{2x-x^2}{x-2} & x\neq 2\\ x+k & x=2\end{cases}$ متصلة عند $x=2$ فما قيمة k ؟

$$f(2)=2+k$$
$$\lim_{x\to 2}\frac{2x-x^2}{x-2}=\lim_{x\to 2}\frac{x(2-x)}{x-2}=\lim_{x\to 2}(-x)=-2$$
$\because$ f متصلة عند x=2
$$f(2)=\lim_{x\to 2} f(x)$$
$$2+k=-2$$
$$k=-4$$

إعداد الأستاذ / فـــاضل مـــدن

مثال(٨)

إذا كانت $f(x)=\begin{cases}\frac{x^2-16}{x-4} & x\geq 4\\ 3x-4 & x<4\end{cases}$ فابحث اتصالها عند x=2.

$$f(2)=3(2)-4=2$$
$$\lim_{x\to 2} f(x)=3(2)-4=2$$
$$f(2)=\lim_{x\to 2} f(x)=2$$
$\therefore f$ متصلة عند x=2

مثال(٩)

إذا كانت $f(x)=\begin{cases}\frac{x^2-16}{x-4} & x> 4\\ 3x-4 & x\leq 4\end{cases}$ فابحث اتصالها عند x=4.

$$f(4)=3(4)-4=8$$
$$\lim_{x\to 4^+} f(x)=\lim_{x\to 4^+}\frac{x^2-16}{x-4}=\lim_{x\to 4^+}\frac{(x-4)(x+4)}{x-4}=\lim_{x\to 4^+}(x+4)=8$$
$$\lim_{x\to 4^-} f(x)=\lim_{x\to 4^-} 3x-4=3(4)-4=8$$
$$\lim_{x\to 4^+} f(x)=\lim_{x\to 4^-} f(x)=8$$
$$\lim_{x\to 4} f(x)=8$$
$$f(4)=\lim_{x\to 4} f(x)=8$$
$\therefore f$ متصلة عند x=4

مثال(١٠)

إذا كانت $f(x)=\begin{cases}\frac{x^2-9}{2x+6} & x> -3\\ 5-2x & x\leq -3\end{cases}$ فابحث اتصالها عند x=-3.

$$f(-3)=5-2(-3)=11$$
$$\lim_{x\to -3^-} f(x)=\lim_{x\to -3^-} 5-2x=5-2(-3)=11$$
$$\lim_{x\to -3^+} f(x)=\lim_{x\to -3^+}\frac{x^2-9}{2x+6}=\lim_{x\to -3^+}\frac{(x-3)(x+3)}{2(x+3)}=\lim_{x\to -3^+}\frac{(x-3)}{2}=-3$$
$$\lim_{x\to -3^+} f(x)\neq\lim_{x\to -3^-} f(x)$$
$\lim_{x\to 4} f(x)=D.N.E$ غير موجودة

$\therefore f$ غير متصلة عند x=-3

إعداد الأستاذ / فـاضل مـدن

مثال(١١) إذا كانت $f(x) = [\![x-1]\!]$ فابحث اتصالها عند x=3.2 وعند x=3 .

نعيد تعريف دالة الصحيح: طول الخطوة= $\left|\frac{1}{x \text{ معامل}}\right| = 1$

$$f(x) = \begin{cases} 1 & 2 \le x < 3 \\ 2 & 3 \le x < 4 \\ 3 & 4 \le x < 5 \end{cases}$$

عند x=3.2

$$f(3.2) = 2$$
$$\lim_{x\to 3.2} f(x) = 2$$
$$f(3.2) = \lim_{x\to 3.2} f(x) = 2$$

$\therefore f$ متصلة عند x=3.2

عند x=3

$$f(3) = 2$$

$\lim_{x\to 3^-} f(x) = 1$ $\qquad$ $\lim_{x\to 3^+} f(x) = 2$

$\therefore \lim_{x\to 3} f(x) =$ غير موجودة

f غير متصلة عند x=3

مثال(١٢) إذا كانت $f(x) = \left[\!\left[\frac{1}{2}x+1\right]\!\right]$ فابحث اتصالها عند x=3.2 و عند x=2 .

نعيد تعريف دالة الصحيح: طول الخطوة= $\left|\frac{1}{x \text{ معامل}}\right| = \left|\frac{1}{1/2}\right| = 2$

$$f(x) = \begin{cases} 1 & 0 \le x < 2 \\ 2 & 2 \le x < 4 \\ 3 & 4 \le x < 6 \end{cases}$$

عند x=3.2

$$f(3.2) = 2$$
$$\lim_{x\to 3.2} f(x) = 2$$
$$f(3.2) = \lim_{x\to 3.2} f(x) = 2$$

$\therefore f$ متصلة عند x=3.2

عند x=2

$$f(2) = 2$$

$\lim_{x\to 2^-} f(x) = 1$ $\qquad$ $\lim_{x\to 2^+} f(x) = 2$

$\therefore \lim_{x\to 2} f(x) =$ غير موجودة

f غير متصلة عند x=2

إعداد الأستاذ / فـاضل مـدن

مثال(١٣)

إذا كانت $f(x)=[\![3-2x]\!]$ فابحث اتصالها عند x=1.2 و عند x=0.5 .

نعيد نعريف دالة الصحيح: طول الخطوة= $\left|\frac{1}{\text{معامل } x}\right| = \left|\frac{1}{-2}\right| = \frac{1}{2}$

$$f(x)=\begin{cases}2 & 0<x\le 0.5\\ 1 & 0.5<x\le 1\\ 0 & 1<x\le 1.5\end{cases}$$

عند x=1.2

$$f(1.2)=0$$
$$\lim_{x\to 1.2} f(x)=0$$
$$f(1.2)=\lim_{x\to 1.2} f(x)=0$$

$\therefore$ f متصلة عند x=1.2

عند x=0.5

$$f(0.5)=2$$
$$\lim_{x\to 0.5^-} f(x)=2 \qquad \lim_{x\to 0.5^+} f(x)=1$$

$\therefore \lim_{x\to 0.5} f(x) =$ غير موجودة

f غير متصلة عند x=0.5

مثال(١٤)

إذا كانت $f(x)=\begin{cases}2x-1 & x<3\\ 5 & x=3\\ x^2-3 & x>3\end{cases}$ فابحث اتصالها عند x=3.

$$f(3)=5$$
$$\lim_{x\to 3^-} f(x)=\lim_{x\to 3^-} 2x-1=2(3)-1=5$$
$$\lim_{x\to 3^+} f(x)=\lim_{x\to 3^+} x^2-3=\lim_{x\to 3^+}(3)^2-3=6$$
$$\lim_{x\to -3^+} f(x)\ne \lim_{x\to -3^-} f(x)$$

$\lim_{x\to 3} f(x)=D.N.E$ غير موجودة

$\therefore$ f غير متصلة عند x=3

مثال(١٥)

إذا كانت $f(x)=\begin{cases}2x+b & x\ge 3\\ x^2-5 & x<3\end{cases}$ متصلة عند x=3 ، فما قيمة b ؟

$$\lim_{x\to 3^-} f(x)=\lim_{x\to 3^+} f(x)$$
$$(3)^2-5=2(3)+b$$
$$4=6+b$$
$$b=-2$$

إعداد الأستاذ / فـــاضل مـــدن

مثال(١٦)

إذا كانت $f(x)=\begin{cases}2x+b & x<3\\ bx+a & x=3\\ x^2-3a & x>3\end{cases}$ متصلة عند x=3، فما قيمة a,b ؟

$$f(3)=\lim_{x\to 3^-} f(x)=\lim_{x\to 3^+} f(x)$$
$$3b+a=2(3)+b=(3)^2-3a$$
$$3b+a=6+b=9-3a$$

✪ $3b+a=6+b \Rightarrow 2b+a=6 ----(1)$

✪ $3b+a=9-3a \Longrightarrow 3b+4a=9 ---(2)$

نضرب المعادلة (1) في 4

✪ $8b+4a=24 ----(1)$

✪ $3b+4a=9 -----(2)$

نطرح المعادلتين:

$$5b=15 \Longrightarrow b=3 \quad and \quad a=0$$

ثانياً: اتصال دالة على فترة:

مثال(١٧)

إذا كانت $f(x)=\begin{cases}x^2+2 & x\geq 1\\ 4x-1 & x<1\end{cases}$ فابحث اتصالها على R .

أولاً: البحث على الفترات المفتوحة:

$(-\infty,1)$: فإن $f(x)=4x-1$ ، وهي متصلة لأنها كثيرة حدود.

$(1,\infty)$: فإن $f(x)=x^2+2$ ، وهي متصلة لأنها كثيرة حدود.

ثانياً: البحث عند النقطة $x=1$:

$$f(1)=(1)^2+2=3$$

$\lim_{x\to 1^-} f(x)=4(1)-1=3$ $\lim_{x\to 1^+} f(x)=(1)^2+2=3$

$$f(1)=\lim_{x\to 1} f(x)=3$$

$\therefore$ f متصلة عند x=1

النتيجة : $\therefore$ f متصلة على R

مثال(١٨)

إذا كانت $f(x)=\begin{cases}x^2+2 & x\geq 1\\ 5x-4 & x<1\end{cases}$ فابحث اتصالها على R .

أولاً: البحث على الفترات المفتوحة:

$(-\infty,1)$: فإن $f(x)=5x-4$ ، وهي متصلة لأنها كثيرة حدود.

$(1,\infty)$: فإن $f(x)=x^2+2$ ، وهي متصلة لأنها كثيرة حدود.

ثانياً: البحث عند النقطة $x=1$:

$$f(1)=(1)^2+2=3$$

$\lim_{x\to 1^-} f(x)=5(1)-4=1$ $\lim_{x\to 1^+} f(x)=(1)^2+2=3$

$$\lim_{x\to 1} f(x)=D.N.E$$

$\therefore$ f غير متصلة عند $x=1$

النتيجة : $\therefore$ f متصلة على $R/\{1\}$

إعداد الأستاذ / فــاضل مــدن

مثال(١٩) إذا كانت $f(x)=\begin{cases} x^2+2 & x\geq 1 \\ 5x-4 & x<1 \end{cases}$ فابحث اتصالها على [0,5] .

أولاً: البحث على الفترات المفتوحة:

$(0,1)$: فإن $f(x)=5x-4$ ، وهي متصلة لأنها كثيرة حدود.

$(1,5)$: فإن $f(x)=x^2+2$ ، وهي متصلة لأنها كثيرة حدود.

ثانياً: البحث عند النقطة *x=1*:

$$f(1)=(1)^2+2=3$$

$$\lim_{x\to 1^-} f(x)=5(1)-4=1 \qquad \lim_{x\to 1^+} f(x)=(1)^2+2=3$$

$$\lim_{x\to 1} f(x)=D.N.E$$

$\therefore f$ غير متصلة عند x=1

ثالثاً: البحث على أطراف الفترة:

$$f(5)=\lim_{x\to 5^-} f(x)=(5)^2+2=27 \qquad f(0)=\lim_{x\to 0^+} f(x)=5(0)-4=-4$$

$\therefore f$ متصلة على $[0,5]/\{1\}$

مثال(٢٠) إذا كانت $f(x)=\begin{cases} x^2+2 & x\geq 1 \\ 5x-4 & x<1 \end{cases}$ فابحث اتصالها على (0,5] .

أولاً: البحث على الفترات المفتوحة:

$(0,1)$: فإن $f(x)=5x-4$ ، وهي متصلة لأنها كثيرة حدود.

$(1,5)$: فإن $f(x)=x^2+2$ ، وهي متصلة لأنها كثيرة حدود.

ثانياً: البحث عند النقطة *x=1*:

$$f(1)=(1)^2+2=3$$

$$\lim_{x\to 1^-} f(x)=5(1)-4=1 \qquad \lim_{x\to 1^+} f(x)=(1)^2+2=3$$

$$\lim_{x\to 1} f(x)=D.N.E$$

$\therefore f$ غير متصلة عند x=1

ثالثاً: البحث على أطراف الفترة:

$f(5)=\lim_{x\to 5^-} f(x)=(5)^2+2=27$ $\qquad$ $f(0)=$ غير معرفة

$\therefore f$ متصلة على $(0,5]/\{1\}$

مثال(٢١) إذا كانت $f(x)=[\![x+2]\!]$ فابحث اتصالها على (0,2) .

نعيد نعريف دالة الصحيح: طول الخطوة= $\left|\frac{1}{x\ \text{معامل}}\right|=1$

$$f(x)=\begin{cases} 2 & 0\leq x<1 \\ 3 & 1\leq x<2 \end{cases}$$

أولاً: البحث على الفترات المفتوحة:

$(0,1)$: فإن $f(x)=2$ ، وهي متصلة لأنها ثابتة.

$(1,2)$: فإن $f(x)=3$ ، وهي متصلة لأنها ثابتة.

ثانياً: البحث عند النقطة *x=1*:

$$\lim_{x\to 1} f(x)=D.N.E \qquad \lim_{x\to 1^-} f(x)=2 \qquad \lim_{x\to 1^+} f(x)=3 \qquad f(1)=3$$

$\therefore f$ غير متصلة عند x=1

ثالثاً: البحث على أطراف الفترة: الدالة غير معرفة على أطراف الفترة، وبالتالي هي غير متصلة عندها.

$\therefore f$ متصلة على $(0,2)/\{1\}$

إعداد الأستاذ / فــاضل مــدن

مثال(٢٢)

إذا كانت $f(x) = \begin{cases} 2x-1 & x \le -1 \\ 5 & -1 < x < 3 \\ x^2-4 & x \ge 3 \end{cases}$ فابحث اتصالها على R .

أولاً: البحث على الفترات المفتوحة:

$(-\infty,-1)$: فإن $f(x) = 2x-1$ ، وهي متصلة لأنها كثيرة حدود.

$(-1,3)$: فإن $f(x) = 5$ ، وهي متصلة لأنها دالة ثابتة.

$(3,\infty)$: فإن $f(x) = x^2-4$ ، وهي متصلة لأنها كثيرة حدود.

ثانياً: البحث عند النقطة $x=-1$:

$$f(-1) = 2(-1) - 1 = -3$$

$$\lim_{x\to -1^-} f(x) = 2(-1) - 1 = -3 \qquad \lim_{x\to -1^+} f(x) = 5$$

$$\lim_{x\to -1} f(x) = D.N.E$$

$\therefore f$ غير متصلة عند x=-1

البحث عند النقطة $x=3$:

$$f(3) = (3)^2 - 4 = 5$$

$$\lim_{x\to 3^-} f(x) = 5 \qquad \lim_{x\to 3^+} f(x) = (3)^2 - 4 = 5$$

$$\lim_{x\to 3} f(x) = 5$$

$\therefore f$ متصلة عند x=3

$\therefore f$ متصلة على $R/\{-1\}$

ثالثاً: نظريات على الاتصال:

مثال(٢٣)

إذا كانت $f(x) = x^2 + 3 \,,\, g(x) = |x-1|$ فابحث اتصال ما يأتي عند x=2:

أولاً: $f(x) + g(x)$ ثانياً: $5f(x)$ ثالثاً: $7 - 5f(x)$

$$|x-1| = \begin{cases} (x-1) & x \ge 1 \\ -(x-1) & x < 1 \end{cases}$$

أولاً: $f(x) + g(x)$

عند x=2: $f(x) = x^2 + 3$ متصلة عند x=2 لأنها كثيرة حدود

$g(x) = x - 1$ متصلة عند x=2 لأنها كثيرة حدود

بما أن $f \;,\; g$ متصلة عند x=2

إذا $f(x) + g(x)$ متصل عند x=2

ثانياً: $5f(x)$

عند x=2: $f(x) = x^2 + 3$ متصلةعند x=2 لأنها كثيرة حدود

إذا $5f(x)$ متصل عند x=2

ثالثاً: $7 - 5f(x)$

عند x=2: $f(x) = x^2 + 3$ متصلةعند x=2 لأنها كثيرة حدود

إذا $5f(x)$ متصل عند x=2

العدد 7 متصل عند x=2 لأنها دالة ثابتة

إذا فـ: $7 - 5f(x)$ متصل عند x=2

إعداد الأستاذ / فــاضل مــدن

مثال(٢٤)

إذا كانت $g(x)=\begin{cases} x^2+2x & x\geq 1 \\ 5x-2 & x<1 \end{cases}$, $f(x)=x^2+3$ فابحث اتصال ما يأتي عند x=1:

أولاً: $f(x).g(x)$ ثانياً: 10+g(x)

أولاً: $f(x).g(x)$

عند x=1: $f(x)=x^2+3$ متصلة عند x=1 لأنها كثيرة حدود

$$g(1)=(1)^2+2(1)=3$$
$$\lim_{x\to1^+} f(x)=(1)^2+2(1)=3$$
$$\lim_{x\to1^-} f(x)=5(1)-2=3$$
$$g(1)=\lim_{x\to1} g(x)=3$$

إذا g متصلة عند x=1

بما أن f , g متصلة عند x=1

إذا $f(x).g(x)$ متصل عند x=1

ثانياً: $10+g(x)$

$$g(1)=(1)^2+2(1)=3$$
$$\lim_{x\to1^+} f(x)=(1)^2+2(1)=3$$
$$\lim_{x\to1^-} f(x)=5(1)-2=3$$
$$g(1)=\lim_{x\to1} g(x)=3$$

إذا g متصلة عند x=1

وأيضاً العدد 10 متصل عند x=2 لأنها دالة ثابتة

لذا فـ: 10+g(x) متصلة عند x=1

مثال(٢٥)

إذا كانت $g(x)=x-1$, $f(x)=x^2+3$ فابحث اتصال ما يأتي عند x=2:

أولاً: $\frac{f(x)}{g(x)}$ ثانياً: [gof](x)

أولاً: $\frac{f(x)}{g(x)}$

عند x=2: $f(x)=x^2+3$ متصلة عند x=2 لأنها كثيرة حدود

$g(x)=x-1$ متصلة عند x=2 لأنها كثيرة حدود

$$g(2)=2-1=1\neq 0$$

إذا $\frac{f(x)}{g(x)}$ متصل عند x=2

ثانياً: $[\mathrm{gof}](\mathrm{x})$

عند x=2: f متصلة عند x=2 لأنها كثيرة حدود.

$$f(2)=(2)^2+3=7$$

عند x=7: g متصلة عند x=7 لأنها كثيرة حدود.

وعليه فإن g متصلة عند x=f(2)=7.

إذا [gof](x) متصلة عند x=2

إعداد الأستاذ / فـــاضل مـــدن

مثال(٢٦)

إذا كانت $g(x) = x - 1$, $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2+x-12}{x-3} & x \neq 3 \\ x^2 - 2 & x = 3 \end{cases}$ فابحث اتصال ما يأتي عند x=4:

$$h(x) = [fog](x)$$

عند x=4: g متصلة لأنها كثيرة حدود. ، $g(4) = 4 - 1 = 3$

عند x=3:

$$f(3) = (3)^2 - 2 = 7$$

$$\lim_{x\to3} f(x) = \lim_{x\to3} \frac{x^2 + x - 12}{x - 3} = \lim_{x\to3} \frac{(x+4)(x-3)}{x-3} = \lim_{x\to3}(x+4) = 7$$

$$f(3) = \lim_{x\to3} f(x) = 7$$

إذاً f متصلة عند x=g(4)=3

إذاً $[fog](x)$ متصلة عند x=4.

رابعاً: حالات خاصة:

مثال(٢٧)

إذا كانت $f(x) = x$, $g(x) = [\![2x]\!]$ فابحث اتصال $f(x).g(x)$ عند x=0:

نعيد تعريف دالة الصحيح: $g(x) = \begin{cases} -1 & -0.5 \leq x < 0 \\ 0 & 0 \leq x < 0.5 \\ 1 & 0.5 \leq x < 1 \end{cases}$

عند x=0 : f متصلة عند x=0 لأنها كثيرة حدود

$$\lim_{x\to0^-} g(x) = -1 \qquad \lim_{x\to0^+} g(x) = 0 \qquad g(0) = 0$$

g غير متصلة عند x=0

ولكن عند ضرب الدالتين: $f(x).g(x) = \begin{cases} -x & -0.5 \leq x < 0 \\ 0 & 0 \leq x < 0.5 \\ x & 0.5 \leq x < 1 \end{cases}$

$$\lim_{x\to0^-}(f.g)(x) = 0 \qquad \lim_{x\to0^+}(f.g)(x) = 0 \qquad f(0).g(0) = 0$$

$\therefore$ $f(x).g(x)$ متصلة عند x=0

مثال(٢٨)

حدد قيم x التي تكون عندها f غير متصلة:

١) $f(x) = \frac{x^2-4}{x+2}$ f غير متصلة عند x=-2

٢) $f(x) = [\![2x]\!]$ f غير متصلة لكل $x = 0.5n$ حيث $n \in Z$.

٣) $f(x) = [\![\frac{1}{3}x]\!]$ f غير متصلة لكل $x = 3n$ حيث $n \in Z$.

٤) $f(x) = \begin{cases} |x-4| & x < 4 \\ x^2 + 1 & x \geq 4 \end{cases}$ يعاد التعريف كالآتي: $f(x) = \begin{cases} -(x-4) & x < 4 \\ x^2 + 1 & x \geq 4 \end{cases}$

حيث f غير متصلة عند x=4

إعداد الأستاذ / فــاضل مــدن

مثال(٢٩) إذا كانت $g(x) = |x-1|$, $f(x) = [\![x-1]\!]$ فابحث اتصال (f.g)(x) عند x=1.

نعيد تعريف الدالة f : $f(x) = \begin{cases} -1 & 0 \le x < 1 \\ 0 & 1 \le x < 2 \end{cases}$ وكذلك الدالة g : $g(x) = \begin{cases} x-1 & x \ge 1 \\ 1-x & x < 1 \end{cases}$

الدالة f غير متصلة عند x=1 لأن النهاية اليمنى ≠ النهاية اليسرى

الدالة g متصلة عند x=1 لأن قيمة الدالة تساوي نهايتها.

وعند حاصل الضرب: $f(x).g(x) = \begin{cases} x-1 & 0 \le x < 1 \\ 0 & 1 \le x < 2 \end{cases}$

$\lim_{x\to 1^-} f(x).g(x) = (1) - 1 = 0$ $\quad \lim_{x\to 1^+} f(x).g(x) = 0$ $\quad f(1).g(1) = 0$

$\therefore$ $f(x).g(x)$ متصلة عند x=1

مثال(٣٠) إذا كانت $h(x) = [\![x]\!] + |2x-1|$ فابحث اتصال h(x) عند $x = \frac{1}{4}$.

نعيد تعريف دالة الصحيح f : $f(x) = \begin{cases} 0 & 0 \le x < 1 \\ 1 & 1 \le x < 2 \end{cases}$ وكذلك الدالة المطلق : $g(x) = \begin{cases} 2x-1 & x \ge 0.5 \\ 1-2x & x < 0.5 \end{cases}$

الدالة f متصلة عند $x = \frac{1}{4}$ لأن $f(x) = 0$ دالة ثابتة عندها أو ($f\left(\frac{1}{4}\right) = \lim_{x\to 0.25} f(x) = 0$)

الدالة g متصلة عند $x = \frac{1}{4}$ لأن $g(x) = 1 - 2x$ كثيرة حدود

$\therefore$ $f(x) + g(x)$ متصلة عند $x = \frac{1}{4}$

مثال(٣١) إذا كانت $g(x) = \begin{cases} 5x-1 & x \ge 0 \\ 2x & x < 0 \end{cases}$, $f(x) = \begin{cases} x^2+2x & x \ge 0 \\ 3x-1 & x < 0 \end{cases}$ فابحث اتصال $f(x) + g(x)$ عند $x = 0$.

عند $x = 0$: $\lim_{x\to 0^-} f(x) = 3(0) - 1 = -1$ $\quad f(0) = \lim_{x\to 0^+} f(x) = (0)^2 + 2(0) = 0$

$\therefore$ f غير متصلة عند $x = 0$

$\lim_{x\to 0^-} f(x) = 2(0) = 0$ $\quad g(0) = \lim_{x\to 0^+} f(x) = 5(0) - 1 = -1$

$\therefore$ g غير متصلة عند $x = 0$

ولكن عند جمعهما:

$$f(x) + g(x) = \begin{cases} x^2+7x-1 & x \ge 0 \\ 5x-1 & x < 0 \end{cases}$$

$\lim_{x\to 0^-} (f+g)(x) = 5(0) - 1 = -1$ $\quad f(0) + g(0) = \lim_{x\to 0^+} (f+g)(x) = (0)^2 + 7(0) - 1 = -1$

$\therefore$ $f(x) + g(x)$ متصلة عند $x = 0$

إعداد : فـاضــل مـــــدن

==================================

==========================

============

===