

تم تحميل هذا الملف من موقع المناهج البحرينية



\*للحصول على أوراق عمل لجميع الصفوف وجميع المواد اضغط هنا

<https://almanahj.com/bh>

\* للحصول على أوراق عمل لجميع مواد الصف الثاني عشر اضغط هنا

<https://almanahj.com/bh/12>

\* للحصول على جميع أوراق الصف الثاني عشر في مادة رياضيات ولجميع الفصول, اضغط هنا

<https://almanahj.com/bh/12>

\* للحصول على أوراق عمل لجميع مواد الصف الثاني عشر في مادة رياضيات الخاصة بـ اضغط هنا

<https://almanahj.com/bh/12>

\* لتحميل كتب جميع المواد في جميع الفصول للـ الصف الثاني عشر اضغط هنا

<https://almanahj.com/bh/grade12>

[almanahjbhbot/me.t//:https](https://t.me/almanahjbhbot)

للتحدث إلى بوت على تلغرام: اضغط هنا

المتطابقات المثلثية لضعف الزاوية ونصفها

التاريخ : 16\11\2020	الأهداف : إيجاد قيم الجيب وجيب التمام وظل لنصف الزاوية اثبات صحة متطابقات مثلثية باستعمال ضعف الزاوية ونصفها
-------------------------	--

**مفهوم أساسي**

**المتطابقات المثلثية لنصف الزاوية**

المتطابقات الآتية صحيحة لقيم  $\theta$  جميعها:

$\sin \frac{\theta}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 - \cos \theta}{2}}$    
  $\cos \frac{\theta}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 + \cos \theta}{2}}$    
  $\tan \frac{\theta}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 - \cos \theta}{1 + \cos \theta}}, \cos \theta \neq -1$

موقع  
المناهج البحرينية  
almanahj.com/bh

أوجدي القيم الفعلية لكل من  $\tan \frac{\theta}{2}$  ،  $\cos \frac{\theta}{2}$  ،  $\sin \frac{\theta}{2}$

$$\sin \theta = -\frac{15}{17}, \pi < \theta < \frac{3\pi}{2}$$

$$\cos^2 \theta + \sin^2 \theta = 1 \rightarrow \sqrt{\cos \theta} = \sqrt{1 - \sin^2 \theta} \rightarrow \cos \theta = \sqrt{1 - \sin^2 \theta}$$

$$\sqrt{\frac{1 - \cos \theta}{2}} = \frac{-8}{17} = \cos$$

$$\sin \frac{\theta}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 - \cos \theta}{2}} = \pm \sqrt{\frac{1 - \left(\frac{-8}{17}\right)}{2}} = \frac{+5\sqrt{34}}{34}$$

$$\cos \frac{\theta}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 + \cos \theta}{2}} = \pm \sqrt{\frac{1 + \left(\frac{-8}{17}\right)}{2}} = \frac{-3\sqrt{34}}{34}$$

$$\tan \frac{\theta}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 - \cos \theta}{1 + \cos \theta}} = \pm \sqrt{\frac{1 - \left(\frac{-8}{17}\right)}{1 + \left(\frac{-8}{17}\right)}} = \frac{-5}{3}$$

$$\tan \theta = \frac{4}{3}, 180^\circ < \theta < 270^\circ$$

إيجاد  $\cos \theta$

$$\tan \theta = \frac{1}{\cot \theta} = \cot \theta = \frac{3}{4}$$

$$\csc^2 \theta = \cot^2 \theta + 1$$

$$\sec \theta = \sqrt{\cot^2 \theta + 1} = \pm \sqrt{\left(\frac{3}{4}\right)^2 + 1} = -\frac{5}{4}$$

$$\sec \theta = \frac{1}{\sin \theta} \rightarrow \sin = \frac{-4}{5}$$

$$\cos^2 \theta + \sin^2 \theta = 1 \rightarrow \cos^2 \theta = 1 - \sin^2$$

$$\cos \theta = \sqrt{1 - \sin^2 \theta} = \pm \sqrt{1 - \left(\frac{-4}{5}\right)^2} = -\frac{3}{5}$$

إيجاد  $\sin \frac{\theta}{2}$

$$\sin \frac{\theta}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 - \cos \theta}{2}} = + \sqrt{\frac{1 - \left(\frac{-3}{5}\right)}{2}} = \sqrt{\frac{2\sqrt{5}}{5}}$$

إيجاد  $\cos \frac{\theta}{2}$

$$\cos \frac{\theta}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 + \cos \theta}{2}} = - \sqrt{\frac{1 + \left(\frac{-3}{5}\right)}{2}} = \frac{-\sqrt{5}}{5}$$

$\tan \frac{\theta}{2}$

$$\tan \frac{\theta}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 - \cos \theta}{1 + \cos \theta}} = - \sqrt{\frac{1 - \left(\frac{-3}{5}\right)}{1 + \left(\frac{-3}{5}\right)}} = -2$$

$$\sin 75^\circ$$

$$\sin(A + B) = \sin A \cos B + \cos A \sin B$$

$$\sin(45 + 30) = \sin(45)\cos(30) + \cos(45)\sin(30)$$

$$= \frac{\sqrt{6}}{4} + \frac{\sqrt{2}}{4} = \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4}$$

$$\tan \frac{5\pi}{12}$$

$$\tan \frac{5\pi}{12} = \frac{1 - \cos \frac{5\pi}{6}}{1 + \cos \frac{5\pi}{6}} = \frac{1 - \left(\frac{\sqrt{-3}}{2}\right)}{1 + \left(\frac{\sqrt{-3}}{2}\right)} = \frac{1 + \sqrt{\frac{3}{2}}}{1 - \sqrt{\frac{3}{2}}}$$

$$\tan \frac{5\pi}{12}$$

$$\frac{2 + \sqrt{3}}{2 - \sqrt{3}} = \frac{(2 + \sqrt{3})^2}{4 - 3} = \frac{(2 + \sqrt{3})^2}{1} = (2 + \sqrt{3})$$

أثبتني صحة المتطابقات المثلثية

$$\frac{\cos 2\theta}{1 + \sin 2\theta} = \frac{\cot \theta - 1}{\cot \theta + 1}$$

$$\text{RHS} = \frac{\cot \theta - 1}{\cot \theta + 1}$$

$$= \frac{\frac{\cos \theta}{\sin \theta} - 1}{\frac{\cos \theta}{\sin \theta} + 1}$$

$$= \frac{\cos \theta - \sin \theta}{\cos \theta + \sin \theta}$$

$$= \frac{\cos \theta - \sin \theta}{\cos \theta + \sin \theta} \times \frac{\cos \theta + \sin \theta}{\cos \theta + \sin \theta}$$

$$= \frac{\cos^2 \theta - \sin^2 \theta}{\cos^2 \theta + 2 \cos \theta \sin \theta + \sin^2 \theta}$$

$$= \frac{\cos^2 \theta - \sin^2 \theta}{1 + 2 \cos \theta \sin \theta}$$

$$= \frac{\cos 2\theta}{1 + \sin 2\theta}$$

$$4 \cos^2 x - \sin^2 2x = 4 \cos^4 x$$

$$= 4 \cos^2 X - \sin^2 2X$$

$$= 4 \cos^2 X (\sin 2X)^2$$

$$= 4 \cos^2 X - (2 \sin X \cos X)^2$$

$$= 4 \cos^2 X - 4 \sin^2 X \cos^2 X$$

$$= 4 \cos^2 X (1 - \sin^2 X)$$

$$= 4 \cos^2 X \cdot \cos^2 X$$

$$= 4 \cos^4 X$$

$$\begin{aligned} \tan \theta &= \frac{1 - \cos 2\theta}{\sin 2\theta} \\ &= \frac{1 - \cos 2\theta}{\sin 2\theta} = \frac{2 \sin \theta}{2 \sin \theta \cos \theta} \\ &= \frac{1 - (1 - 2 \sin^2 \theta)}{2 \sin \theta \cos \theta} = \frac{\sin \theta}{\cos \theta} \\ &= \frac{1 - 1 + 2 \sin^2 \theta}{2 \sin \theta \cos \theta} \end{aligned}$$

موقع المناهج التعليمية  
almanah.com/bn

$$(\sin \theta + \cos \theta)^2 = 1 + 2 \sin \theta \cos \theta$$

$$\begin{aligned} \text{L.H.S} &= (\sin \theta + \cos \theta)^2 \\ &= \sin^2 \theta + 2 \sin \theta \cos \theta + \cos^2 \theta \\ \cos^2 \theta + \sin^2 \theta &= 1 \text{ بالتعويض باستعمال المتطابقة} \\ &= 1 + 2 \sin \theta \cos \theta \\ &= 1 + \sin 2\theta \text{ بالتعويض باستعمال المتطابقة} \\ \text{R.H.S} &= 1 + \sin 2\theta \\ (\sin \theta + \cos \theta)^2 &= 1 + \sin 2\theta \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{\theta}{2} &= \frac{\sin \theta}{2} \\ \text{R.H.S} &= \frac{\sin \theta}{2} = \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{\theta}{2} \\ &= \frac{2 \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{\theta}{2}}{2} = \text{L.H.S} \end{aligned}$$

$$\tan \frac{\theta}{2} = \frac{\sin \theta}{1 + \cos \theta}$$

$$\begin{aligned} &= \frac{\sin \theta}{1 + \cos \theta} = \frac{\cancel{2} \sin \frac{\theta}{2} \cancel{\cos \frac{\theta}{2}}}{\cancel{2} \cos^2 \frac{\theta}{2}} \\ &= \frac{2 \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{\theta}{2}}{\cancel{1+2 \cos^2 \frac{\theta}{2} - 1}} = \tan \frac{\theta}{2} \end{aligned}$$

$$2 \cos^2 \frac{\theta}{2} = 1 + \cos \theta$$

المناهج البحرينية  
almanahi.com/bh  
=L.H.S

$$\cancel{2} \times \frac{1 + \cos(\theta)}{\cancel{2}}$$

$$= 1 + \cos \theta$$

$$= \text{R.H.S}$$

**كرة قدم:** يركل لاعب الكرة بزاوية قياسها  $37^\circ$  مع سطح الأرض،

وبسرعة ابتدائية مقدارها  $52 \text{ ft/sec}$ . إذا كانت المسافة  $d$  التي

تقطعها الكرة في الهواء تعطى بالصيغة  $d = \frac{2v^2 \sin \theta \cos \theta}{g}$ .

حيث الرمز  $g$  يُمثل تسارع الجاذبية الأرضية ويساوي  $32 \text{ ft/s}^2$ ،

و  $v$  تُمثل السرعة الابتدائية، فأجب عن الأسئلة الآتية: (مثال 4)  
بسط باستعمال المتطابقات المثلثية لضعف الزاوية

$$D = \frac{2v^2 \sin \theta \cos \theta}{g} = \frac{2v^2 \sin 2\theta}{g} = \frac{d = v^2 \sin 2\theta}{g}$$

باستعمال الصيغة المبسطة ما المسافة التي تقطعها الكرة قبل ان تصطدم بسطح الأرض

$$D = \frac{v^2 \sin 2}{g} = \frac{(52)^2 \sin 2(37)}{32} \quad \boxed{= 81 \text{ft} \text{ تقريبا}}$$

ما القيمة الفعلية لكل مما يأتي

$$\cos 78^\circ \cos 18^\circ - \sin 78^\circ \sin 18^\circ$$

$$= \cos(78 + 18) = -0.104$$

$$= \cos 96$$

$$\cos 31^\circ \cos 14^\circ + \sin 31^\circ \sin 14^\circ$$

$$= \cos(31 - 14)$$

$$= \cos(17)$$

$$= 0.956$$

$$\frac{\tan 70^\circ - \tan 40^\circ}{1 + \tan 70^\circ \tan 40^\circ}$$

$$\tan(70 - 40)$$

$$\tan 30 = \frac{\sqrt{3}}{3}$$