

تم تحميل هذا الملف من موقع المناهج البحرينية



* للحصول على أوراق عمل لجميع الصفوف وجميع المواد اضغط هنا

<https://almanahj.com/bh>

* للحصول على أوراق عمل لجميع مواد الصف الثاني عشر اضغط هنا

<https://almanahj.com/bh/12>

* للحصول على جميع أوراق الصف الثاني عشر في مادة رياضيات وجميع الفصول, اضغط هنا

<https://almanahj.com/bh/12math>

* للحصول على أوراق عمل لجميع مواد الصف الثاني عشر في مادة رياضيات الخاصة بـ الفصل الثاني اضغط هنا

<https://almanahj.com/bh/12math2>

* لتحميل كتب جميع المواد في جميع الفصول للـ الصف الثاني عشر اضغط هنا

<https://almanahj.com/bh/grade12>

[almanahjbhbot/me.t//:https](https://t.me/almanahjbhbot)

للتحدث إلى بوت على تلغرام: اضغط هنا

(١) آوجاب $\frac{dy}{dx}$ لى ما تىلما $\frac{dy}{dz}$ و $\frac{dz}{dx}$

(1) $y = z^2 - 7$, $z = 3x^2 - 6x + 2$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{dz} \cdot \frac{dz}{dx}$$

$$= (2z) \cdot (6x - 6)$$

$$= 2(3x^2 - 6x + 2) \cdot (6x - 6) = (6x^2 - 12x + 4)(6x - 6)$$

(2) $y = 2z - \frac{1}{z}$, $z = 7x - 2$, $x \neq \frac{2}{7}$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{dz} \cdot \frac{dz}{dx}$$

$$= 2 + \frac{1}{z^2} \cdot 7 = \left(2 + \frac{1}{(7x-2)^2}\right)(7) = 14 + \frac{7}{(7x-2)^2}$$

(3) $y = \frac{z+1}{z^2-1}$, $z = x+1$, $x \notin \{0, -2\}$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{dz} \cdot \frac{dz}{dx}$$

$$= \frac{(z^2-1)(2z) - (2z)(z^2+1)}{(z^2-1)^2} \cdot (1) = \frac{((x+1)^2-1)(2(x+1)) - (2(x+1))((x+1)^2+1)}{((x+1)^2-1)^2}$$

$$= \frac{(x^2+2x)(2x+2) - (2x+2)(x^2+2x+2)}{(x^2+2x)^2} = \frac{(2x+2)(2)}{(x^2+2x)^2}$$

(4) $\frac{dy}{dz} = 3z^2 - 7$, $z = 8x^3 + 5$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{dz} \cdot \frac{dz}{dx}$$

$$= (3z^2 - 7) \cdot (24x^2) = (3(8x^3 + 5)^2 - 7)(24x^2)$$

$$= (24x^2)(24x^3 + 8)$$

(تاييد)
١٠

تمارين (٦-٣) عامة
ص ١٨٧-١٩٦

(١١) أوجد $(f \circ g)'(x)$ لكل مما يأتي :-

(1) $f(x) = x^2 - 5x + 3$, $g(x) = 6x + 1$

$$(f \circ g)'(x) = f'(g(x)) \cdot g'(x)$$

$$= 2x - 5 \cdot 6 = (2(6x + 1) - 5)6 = (12x + 2 - 5)6 = 72x - 18$$

(2) $f(x) = x^2 - 4$, $g(x) = \frac{1}{x+6}$, $x \neq -6$

$$(f \circ g)'(x) = f'(g(x)) \cdot g'(x)$$

$$= 2x \cdot \frac{-1}{(x+6)^2} = 2 \left(\frac{1}{x+6} \right) \cdot \frac{-1}{(x+6)^2} = \frac{-2}{(x+6)^3}$$

(3) $f(x) = \frac{1}{x^2}$, $g(x) = 4x - 3$, $x \neq \frac{3}{4}$

$$(f \circ g)'(x) = f'(g(x)) \cdot g'(x)$$

$$= \frac{1}{(4x-3)^2} \cdot 4 = \frac{4}{(4x-3)^2}$$

(4) $f(x) = \frac{x+3}{x-2}$, $g(x) = 3x-7$, $x \notin \{2, 3\}$

$$(f \circ g)'(x) = f'(g(x)) \cdot g'(x)$$

$$= \frac{3x-7+3}{3x-7-2} \cdot 3 = \frac{9x-12}{3x-9} = \frac{3(3x-4)}{3(x-3)} = \frac{3x-4}{x-3}$$

(١٢) أوجد $\frac{dy}{dx}$ لكل من البوال التالية :-

(1) $y = (x^2 + 7)^9$

$$\frac{dy}{dx} = 9(x^2 + 7)^8 (2x) = 18x(x^2 + 7)^8$$

(2) $y = (3x - 2)^{-8}$

$$\frac{dy}{dx} = -8(3x - 2)^{-9} (3) = -24(3x - 2)^{-9} = \frac{-24}{(3x - 2)^9}$$

(3) $y = \sqrt{x^2 + 7x + 15} \Rightarrow y = (x^2 + 7x + 15)^{\frac{1}{2}}$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{1}{2}(x^2 + 7x + 15)^{-\frac{1}{2}} (2x + 7) = \frac{2x + 7}{2\sqrt{x^2 + 7x + 15}}$$

(4) $y = \frac{9}{\sqrt{x^2 + 16}} \Rightarrow y = 9(x^2 + 16)^{-\frac{1}{2}}$

$$\frac{dy}{dx} = 9 \left(-\frac{1}{2} \right) (x^2 + 16)^{-\frac{3}{2}} (2x) = \frac{-9x}{\sqrt{(x^2 + 16)^3}}$$

(تابع) ←
⑪

تمارين (٦-٣) عامة
ص ١٨٧-١٩٦

$$(5) y = x^5 (x^2 + 3)^{-1} \Rightarrow y = \frac{x^5}{x^2 + 3}$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{(x^2 + 3)(5x^4) - (x^5)(2x)}{(x^2 + 3)^2} = \frac{5x^4(x^2 + 3) - 2x^6}{(x^2 + 3)^2}$$

$$(6) y = (2x - 1)^4 (x + 1)^6$$

$$\frac{dy}{dx} = 4(2x - 1)^3 (2)(x + 1)^6 + (2x - 1)^4 (6)(x + 1)^5$$

$$= 8(2x - 1)^3 (x + 1)^6 + 6(2x - 1)^4 (x + 1)^5$$

$$(7) y = \left(\frac{1+x}{x-3} \right)^8, x \neq 3$$

$$\frac{dy}{dx} = 8 \left(\frac{1+x}{x-3} \right)^7 \left(\frac{(x-3) - (1+x)}{(x-3)^2} \right) = 8 \left(\frac{1+x}{x-3} \right)^7 \left(\frac{-4}{(x-3)^2} \right)$$

$$(8) y = \sqrt[6]{\frac{x^2 - 1}{x^2 - 4}} \quad y = \left(\frac{x^2 - 1}{x^2 - 4} \right)^{\frac{1}{6}}$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{1}{6} \left(\frac{x^2 - 1}{x^2 - 4} \right)^{-\frac{5}{6}} \left(\frac{(x^2 - 4)(2x) - (x^2 - 1)(2x)}{(x^2 - 4)^2} \right)$$

$$= \frac{1}{6 \sqrt[6]{\left(\frac{x^2 - 1}{x^2 - 4} \right)^5}} \cdot \frac{-6x}{(x^2 - 4)^2}$$

(١٣) (أ) إذا كان $(y+2)^3 = (5x-3)^2$ فإن $9(y+2)\left(\frac{dy}{dx}\right)^2 = 100$ بترسيم الطرفين ننتج

$$3(y+2)^2 \left(\frac{dy}{dx}\right) = 2(5x-3)(5) \Rightarrow 3(y+2)^2 \left(\frac{dy}{dx}\right) = 10(5x-3)$$

$$9(y+2)^4 \left(\frac{dy}{dx}\right)^2 = 100(5x-3)^2$$

$$9(y+2)^4 \left(\frac{dy}{dx}\right)^2 = 100(y+2)^3$$
 بالقسمة على $(y+2)^3$

$$9(y+2) \left(\frac{dy}{dx}\right)^2 = 100$$
 ننتج ٦ وهو المطلوب إثباته

(ب) إذا كان $x = (y^3 + 1)^5$ فإن $\frac{dy}{dx} = \frac{y^3 + 1}{15xy^2}$ بضرب الطرفين في x

$$1 = 5(y^3 + 1)^4 (3y^2) \left(\frac{dy}{dx}\right) (x)$$

$$x = 15y^2 (y^3 + 1)^4 \left(\frac{dy}{dx}\right) (x)$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{x}{15y^2 x (y^3 + 1)^4} = \frac{(y^3 + 1)^5}{15y^2 x (y^3 + 1)^4}$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{y^3 + 1}{15xy^2}$$
 وهو المطلوب إثباته

(تابع ←)

تمارين (٦-٣) عامة
ص ١٨٧-١٩٦

(ج) إذا كانت $\frac{x}{y} + \frac{y}{x} = 8$ ، فأثبت أن $\frac{dy}{dx} = \frac{y}{x}$

$$= \frac{y - x \left(\frac{dy}{dx} \right)}{x^2 y^2 - x^3 \left(\frac{dy}{dx} \right) + x y^2 \left(\frac{dy}{dx} \right) - y^3} = 0$$

بموجب المقام

$$= \frac{x^2 y^2 - x^3 \left(\frac{dy}{dx} \right) + x y^2 \left(\frac{dy}{dx} \right) - y^3}{x^2 y^2 - x^3 \left(\frac{dy}{dx} \right) + x y^2 \left(\frac{dy}{dx} \right) - y^3} = 0$$

بضرب الطرفين في $x^2 y^2$ نجد

$$x^2 y^2 - x^3 \left(\frac{dy}{dx} \right) + x y^2 \left(\frac{dy}{dx} \right) - y^3 = 0$$

$$\left(\frac{dy}{dx} \right) (x y^2 - x^3) = y^3 - x^2 y$$

$$\left(\frac{dy}{dx} \right) = \frac{y^3 - x^2 y}{x y^2 - x^3} = \frac{y (y^2 - x^2)}{x (y^2 - x^2)}$$

وهو المطلوب (إثبات)

(د) إذا كانت $y^7 = (1+x)^{10}$ ، فأثبت أن $\frac{dy}{dx} = \frac{10}{7} \left(\frac{y}{1+x} \right)$

$$7 y^6 \left(\frac{dy}{dx} \right) = 10 (1+x)^9$$

بضرب $\left(\frac{dy}{dx} \right)$ في y

$$\left(\frac{dy}{dx} \right) = \frac{10 (1+x)^9}{7 y^6}$$

بضرب $\left(\frac{dy}{dx} \right)$ في $\frac{1}{y}$

$$\left(\frac{dy}{dx} \right) = \frac{10 (1+x)^9}{7 y^7}$$

$$\left(\frac{dy}{dx} \right) = \frac{10 (1+x)^9 y}{7 (1+x)^{10}}$$

وهو المطلوب (إثبات)

(هـ) إذا كانت $\frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{9} = 1$ ، فأثبت أن $\frac{dy}{dx} = \frac{9x}{25y}$

$$\frac{25(2x)}{25} - \frac{2y \left(\frac{dy}{dx} \right)}{9} = 0$$

$$\frac{(25)^2}{25} - \frac{2y \left(\frac{dy}{dx} \right)}{9} = 0$$

$$18x = 50y \left(\frac{dy}{dx} \right)$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{18x}{50y} = \frac{9x}{25y}$$

وهو المطلوب (إثبات)

(١٤) (أ) أوجد المشتقة الأولى لكل من الجواب التالي ثم جد الجواب

(١) $f(x) = x\sqrt{x-5}$

$$f'(x) = x \frac{1}{2\sqrt{x-5}} + \sqrt{x-5}$$

$$= \frac{x}{2\sqrt{x-5}} + \frac{2\sqrt{x-5}\sqrt{x-5}}{2\sqrt{x-5}} = \frac{x+2x-10}{2\sqrt{x-5}}$$

$$= \frac{3x-10}{2\sqrt{x-5}}$$

(-) (أ) (←)

تمارين (٦-٣) عامة
ص ١٨٧-١٩٦

$$(2) f(x) = \sqrt{\frac{4-x^2}{1-x^2}}$$

$$f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{\frac{4-x^2}{1-x^2}}} \left(\frac{6x}{(1-x^2)^2} \right)$$

(ب) أوجد $\left(\frac{dy}{dx}\right)$ لكل مايلي عند $x=a$

$$(1) y = z^3 + 5, z = x^2 - 4, a = 1$$

$$\begin{aligned} \frac{dy}{dx} &= \frac{dy}{dz} \cdot \frac{dz}{dx} \\ &= 3z^2 \cdot 2x = 3(x^2 - 4)^2 (2x) = 6x(x^2 - 4)^2 \\ &= (6(1))((1)^2 - 4)^2 = 6 \times 9 = 54 \end{aligned}$$

$$(2) y = \frac{1}{z+6}, z = 3x^2 - 1, a = -1$$

$$\begin{aligned} \frac{dy}{dx} &= \frac{dy}{dz} \cdot \frac{dz}{dx} \\ &= \frac{-1}{(z+6)^2} \cdot 6x = \frac{-1}{(3x^2+5)^2} \cdot 6x \\ &= \frac{-1}{(3(-1)^2+5)^2} \cdot 6(-1) = \frac{-6}{32} \end{aligned}$$

$$(3) y = \frac{z}{z+2}, z = 7x-2, x \neq 0, a = \sqrt{2}$$

$$\begin{aligned} \frac{dy}{dx} &= \frac{dy}{dz} \cdot \frac{dz}{dx} \\ &= \frac{(z+2)(1) - (z)(1)}{(z+2)^2} \cdot 7 = \frac{2}{(7x)^2} \cdot 7 \\ &= \frac{1}{(7(\sqrt{2}))^2} = \frac{1}{7} \end{aligned}$$

(ج) أوجد $\frac{dy}{dx}$ لكل مايلي عند (x,y)

$$(1) x^2 - 5xy - y^2 = 7, (x,y) = (1,-2)$$

$$2x - 5x\left(\frac{dy}{dx}\right) - 5y - 2y\left(\frac{dy}{dx}\right) = 0$$

$$\left(\frac{dy}{dx}\right)(-5-2y) = 5y-2x \Rightarrow \frac{dy}{dx} = \frac{5y-2x}{-5-2y}$$

$$\left(\frac{dy}{dx}\right) = \frac{5(-2)-2(1)}{-5-2(-2)} = 12$$

(تابع ←)

(١٢)

تمارين (٦-٣) عامة
ص ١٨٧-١٩٦

$$(2) \ x^2 + 12xy + 36y^2 = 9, (x, y) = (-3, 1)$$

$$2x + 12x\left(\frac{dy}{dx}\right) + 12y + 72y\left(\frac{dy}{dx}\right) = 0$$

$$\left(\frac{dy}{dx}\right)(12x + 72y) = -2x - 12y \Rightarrow \frac{dy}{dx} = \frac{-2x - 12y}{12x + 72y}$$

$$\left(\frac{dy}{dx}\right) = \frac{-2(-3) - 12(1)}{12(-3) + 72(1)} = \frac{-1}{6}$$

$$(3) \ y^3 - 2xy - 8 = 0, (x, y) = (4, -2)$$

$$3y^2\left(\frac{dy}{dx}\right) - 2x\left(\frac{dy}{dx}\right) - 2y = 0 \Rightarrow \frac{dy}{dx}(3y^2 - 2x) = 2y$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{2y}{3y^2 - 2x} \Rightarrow \frac{dy}{dx} = \frac{2(-2)}{3(-2)^2 - 2(4)} = -1$$