تم تحميل هذا الملف من موقع المناهج البحرينية

*للحصول على أوراق عمل لجميع الصفوف وجميع المواد اضغط هنا

https://almanahj.com/bh

* للحصول على أوراق عمل لجميع مواد الصف الثاني عشر اضغط هنا

https://almanahj.com/bh/12

* للحصول على جميع أوراق الصف الثاني عشر في مادة رياضيات ولجميع الفصول, اضغط هنا

https://almanahj.com/bh/12math

* للحصول على أوراق عمل لجميع مواد الصف الثاني عشر في مادة رياضيات الخاصة بـ الفصل الثاني اضغط هنا

https://almanahj.com/bh/12math2

* لتحميل كتب جميع المواد في جميع الفصول للـ الصف الثاني عشر اضغط هنا

https://almanahj.com/bh/grade12

للتحدث إلى بوت على تلغرام: اضغط هنا almanahjbhbot/me.t//:https

alManahj.com/bh

تمارين (٣-٦) عامة
ص١٨٧-١٩٦

(٢٥) إذا كان $x^2-2xy+y^2=k^2$, $x\neq y, k\in R$ فأثبت أن $\frac{d^2y}{dx^2}=0$

$$2x-2x\left(\frac{dy}{dx}\right)-2y+2y\left(\frac{dy}{dx}\right)=0$$

$$\left(\frac{dy}{dx}\right)(2y-2x)=2y-2x \Longrightarrow \frac{dy}{dx}=\frac{(2y-2x)}{(2y-2x)}=1$$

$$\frac{d^2y}{dx^2}=0$$ وهو المطلوب إثباته

(٢٦) إذا كان $x^2+y^2+xy-3=0$ فأوجد $\frac{d^2y}{dx^2}$ عند النقطة $(1,1)$

$$2x+2y\left(\frac{dy}{dx}\right)+y+x\left(\frac{dy}{dx}\right)=0$$

$$\left(\frac{dy}{dx}\right)(2y+x)=-y-2x \Longrightarrow \left(\frac{dy}{dx}\right)=\frac{-y-2x}{2y+x}$$

$$\frac{d^2y}{dx^2}=\frac{(2y+x)\left(-\frac{dy}{dx}-2\right)-\left(2\frac{dy}{dx}+1\right)(-y-2x)}{(2y+x)^2}$$

$$\left(\frac{dy}{dx}\right)_{\substack{x=1\\y=1}}=\frac{-(1)-2(1)}{2(1)+1}=\frac{-1-2}{3}=\frac{-3}{3}=-1$$

$$\left(\frac{d^2y}{dx^2}\right)_{\substack{x=1\\y=1}}=\frac{(2(1)+1)(1-2)-(2(-1)+1)(-1-2)}{(2(1)+1)^2}=\frac{3(-1)-(-1)(-3)}{9}$$

$$=\frac{-6}{9}=\frac{-2}{3}$$

(٢٧) إذا كان $x^2+y^2=4$ فأثبت أن $1+y\left(\frac{d^2y}{dx^2}\right)+\left(\frac{dy}{dx}\right)^2=0$

$$2x+2y\frac{dy}{dx}=0 \Longrightarrow \frac{dy}{dx}=\frac{-2x}{2y}=\frac{-x}{y}$$

$$\frac{d^2y}{dx^2}=\frac{-y+x\frac{dy}{dx}}{y^2}=\frac{-y+x\left(\frac{-x}{y}\right)}{y^2}=\frac{-y-\frac{x^2}{y}}{y^2}$$

$$=\frac{\frac{-y^2-x^2}{y}}{y^2}=\boxed{\frac{-y^2-x^2}{y^3}}$$

$$\left(\frac{dy}{dx}\right)^2=\boxed{\frac{x^2}{y^2}}$$

$$L.H.S=1+y\left(\frac{-y^2-x^2}{y^3}\right)+\frac{x^2}{y^2}$$

$$=1+\frac{-y^2-x^2}{y^2}+\frac{x^2}{y^2}=1-\frac{y^2}{y^2}-\frac{x^2}{y^2}+\frac{x^2}{y^2}$$

$$=1-1-\frac{x^2}{y^2}+\frac{x^2}{y^2}=0=R.H.S$$

(تابع ←)

alManahj.com/bh

(٢٨) إذا كان $y=\sec 2x$ فأثبت أن $y''+4y=8y^3$

$y'=(\sec 2x\tan 2x)(2)=2\sec 2x\tan 2x$

$y''=2(\sec 2x\tan 2x(2)\tan 2x+\sec 2x\sec^2 2x(2))$

$=2(2\sec 2x\tan^2 2x+2\sec^3 2x)$

$=2\cdot 2\sec 2x(\tan^2 2x+\sec^2 2x)$

$=4\sec 2x(\tan^2 2x+\sec^2 2x)$

$L.H.S=4\sec 2x(\tan^2 2x+\sec^2 2x)+4\sec 2x$

$=4\sec 2x(\tan^2 2x+\sec^2 2x+1)$

$=4\sec 2x(\sec^2 2x+\sec^2 2x)$

$=4\sec^3 2x+4\sec^3 2x=8\sec^3 2x=R.H.S$

(٢٩) إذا كان $y=z^2$ ، $z=x^3+3$ فأوجد $\frac{d^2y}{dx^2}$ when $x=1$

$\frac{dy}{dx}=\frac{dy}{dz}\cdot\frac{dz}{dx}$

$=2z\cdot 3x^2=2(x^3+3)(3x^2)=6x^2(x^3+3)=6x^5+18x^2$

$\frac{d^2y}{dx^2}=30x^4+36x$

$\frac{d^2y}{dx^2}_{x=1}=30(1)^4+36(1)=66$

(٣٠) إذا كان $y=x+\frac{12}{x}$ ، $z=\sqrt[3]{y}$ فأوجد $\frac{d^2z}{dx^2}$ when $x=2$

$z=\sqrt[3]{y}=y^{\frac{1}{3}}$

$\frac{dz}{dx}=\frac{dz}{dy}\cdot\frac{dy}{dx}$

$=\frac{1}{3}y^{\frac{-2}{3}}\cdot\left(1+\frac{-12}{x^2}\right)=\frac{1}{3}\left(x+\frac{12}{x}\right)^{\frac{-2}{3}}\left(1-12x^{-2}\right)$

$\frac{d^2z}{dx^2}=\frac{1}{3}\left(\frac{-2}{3}\left(x+\frac{12}{x}\right)^{\frac{-5}{3}}\left(1-12x^{-2}\right)\left(1-12x^{-2}\right)+\left(x+\frac{12}{x}\right)^{\frac{-2}{3}}\left(24x^{-3}\right)\right)$

$\frac{d^2z}{dx^2}_{x=2}=\frac{1}{3}\left(\frac{-2}{3}(2+6)^{\frac{-5}{3}}\right)\left(1-12(2)^{-2}\right)^2+(2+6)^{\frac{-2}{3}}\left(24(2)^{-3}\right)$

$=\frac{1}{3}\left(\frac{2}{3}\right)=\frac{2}{9}$

(تابع ←)

alManahj.com/bh

تمارين (٣-٦) عامة
ص١٨٧-١٩٦

(٣١) إذا كان $f(x)=\sin 4x$, $g(x)=x^3$ فجد قيمة $(g\circ f)''\left(\frac{\pi}{16}\right)$

$(g\circ f)'(x)=g'(f(x))\cdot f(x)$

$=3x^2\cdot\cos 4x(4)=3(\sin 4x)^2(\cos 4x(4))$

$=12\sin^2 4x\cos 4x$

$(g\circ f)''(x)=12\left(2\sin 4x\cos 4x(4)\cos 4x+\sin^2 4x(-\sin 4x)(4)\right)$

$=12\left(8\sin 4x\cos^2 4x-4\sin^3 4x\right)$

$(g\circ f)''\left(\frac{\pi}{16}\right)=12\left(8\sin 4\left(\frac{\pi}{16}\right)\cos^2 4\left(\frac{\pi}{16}\right)-4\sin^3 4\left(\frac{\pi}{16}\right)\right)$

$=12\left(8\sin\frac{\pi}{4}\cos^2\frac{\pi}{4}-4\sin^3\frac{\pi}{4}\right)$

$=12\left(\sqrt{2}\right)=12\sqrt{2}$

(٣٢) إذا كان $f(x)=\sec x$, $g(x)=x^2$ فجد $(f\circ g)''(x)$

$(f\circ g)'(x)=f'(g(x))\cdot g(x)$

$=\sec x^2\cdot 2x=2x\sec x^2$

$(f\circ g)''(x)=2\left(\sec x^2+x\sec x^2\tan x^2(2x)\right)$

$=2\sec x^2+4x^2\sec x^2\tan x^2$

(٣٣) إذا كان $f(x)=\sin^2 x$, $g(x)=\sqrt{x}$ فجد $(f\circ g)''(x)$, $x=\frac{\pi^2}{4}$

$(f\circ g)'(x)=f'(g(x))\cdot g'(x)$

$=2\sin x\cos x\cdot\frac{1}{2\sqrt{x}}=\sin 2x\cdot\frac{1}{2\sqrt{x}}$

$=\sin 2\sqrt{x}\cdot\frac{1}{2\sqrt{x}}$

$(f\circ g)''(x)=(\cos 2\sqrt{x})\left(\frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}}\right)\left(\frac{1}{2\sqrt{x}}\right)+(\sin 2\sqrt{x})\left(\frac{-1}{3\sqrt{x^2}}\right)$

$(f\circ g)''\left(\frac{\pi^2}{4}\right)=(\cos 2\frac{\pi}{2})\left(\frac{1}{\frac{\pi}{2}}\right)\left(\frac{1}{2\frac{\pi}{2}}\right)+(\sin 2\frac{\pi}{2})\left(\frac{-1}{\sqrt[3]{\frac{\pi^4}{16}}}\right)$

$=(-1)\left(\frac{1}{\frac{\pi^2}{2}}\right)+0$

$=(-1)\left(\frac{2}{\pi^2}\right)=\frac{-2}{\pi^2}$