تم تحميل هذا الملف من موقع المناهج البحرينية

*للحصول على أوراق عمل لجميع الصفوف وجميع المواد اضغط هنا

https://almanahj.com/bh

* للحصول على أوراق عمل لجميع مواد الصف الثاني عشر اضغط هنا

https://almanahj.com/bh/12

* للحصول على جميع أوراق الصف الثاني عشر في مادة رياضيات ولجميع الفصول, اضغط هنا

https://almanahj.com/bh/12math

* للحصول على أوراق عمل لجميع مواد الصف الثاني عشر في مادة رياضيات الخاصة بـ الفصل الثاني اضغط هنا

https://almanahj.com/bh/12math2

* لتحميل كتب جميع المواد في جميع الفصول للـ الصف الثاني عشر اضغط هنا

https://almanahj.com/bh/grade12

للتحدث إلى بوت على تلغرام: اضغط هنا almanahjbhbot/me.t//:https

alManahj.com/bh

(٢١) ادرس تغيرات الدوال التالية مبيناً اتجاه البيان، النقط الحرجة والقيم المحلية ونقط الانقلاب المحتملة

(1) $f(x) = 2x^2(x-3)+5 \Longrightarrow f(x) = 2x^3 - 6x^2 + 5$

$f'(x) = 0 \Longrightarrow 6x^2 - 12x = 0 \longrightarrow 6x(x-2) = 0 \Longrightarrow x = 0$ or $x = 2$ ①

إشارة $f'(x)$ على $\mathbb{R}$:

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		+	0	−	0	+	
$f(x)$		↗	5 (قيمة عظمى محلية)	↘	−3 (قيمة صغرى محلية)	↗	

الدالة f تناقصية في $[0,2]$

الدالة f تزايدية في $(-\infty, 0] \cup [2, \infty)$

② الدالة f قيمة عظمى محلية عند $x = 0$ وهي $f(0) = 5$

الدالة f قيمة صغرى محلية عند $x = 2$ وهي $f(2) = -3$

$f''(x) = 0 \Longrightarrow 12x - 12 \Longrightarrow x = 1$ ③

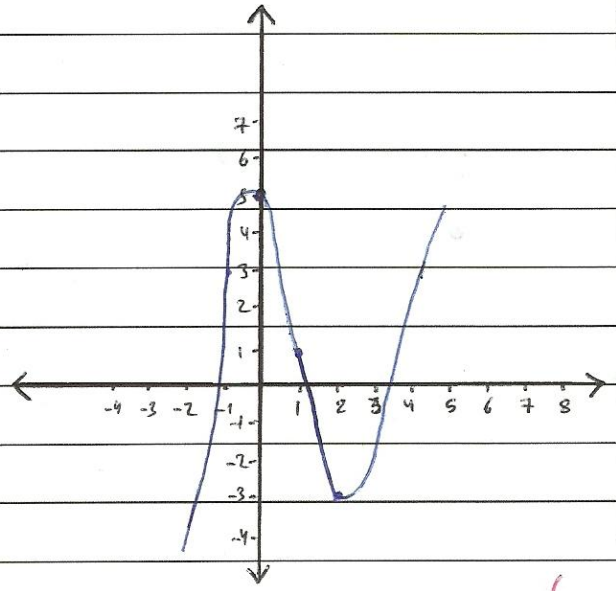
إشارة $f''(x)$ على $\mathbb{R}$:

x	$-\infty$		1		$+\infty$
$f''(x)$		−	0	+	
f		∩	1 (نقطة انقلاب)	∪	

∴ النقطة $(1,1)$ هي نقطة انقلاب

الدالة f مقعرة للأسفل في $(-\infty, 1)$ وللأعلى في $(1, \infty)$

x	−1	0	1	2	3
$f(x)$	−3	5	1	−3	5

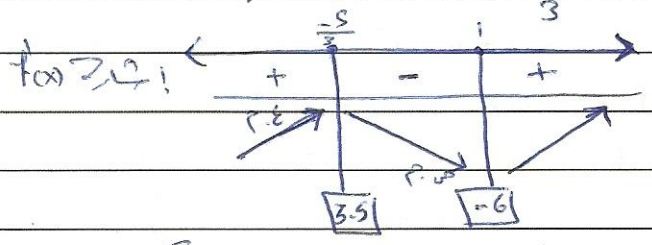


(تابع)

alManahj.com/bh

(2) $f(x) = x^3 + x^2 - 5x - 3$

$f'(x) = 0 \Longrightarrow 3x^2 + 2x - 5 = 0 \quad x = 1 \text{ or } x = \frac{-5}{3}$ ①



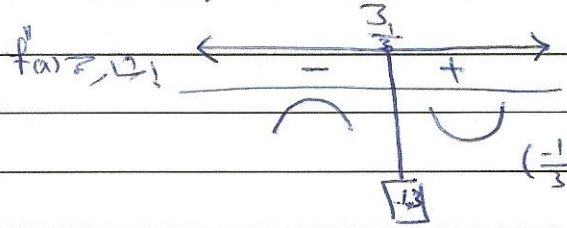
∴ الدالة متناقصة في $[\frac{-5}{3}, 1]$

الدالة تزايدية في $R \setminus (\frac{-5}{3}, 1)$

$f(\frac{-5}{3}) = 3.5$ الدالة قيمة عظمى محلية عند $x = \frac{-5}{3}$ وقيمتها ②

$f(1) = -6$ " $x = 1$ " " صغرى " "

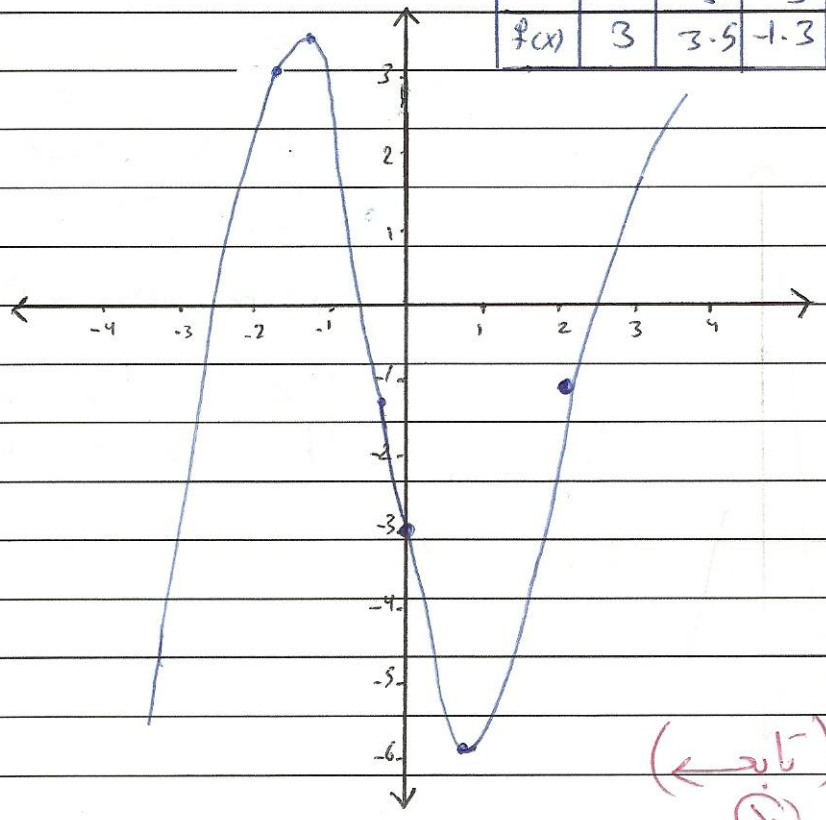
$f''(x) = 0 \Longrightarrow 6x + 2 = 0 \Longrightarrow x = \frac{-1}{3}$ ③



∴ النقطة $(\frac{-1}{3}, -1.3)$ نقطة انقلاب

الدالة مقعرة لأسفل في $(-\infty, \frac{-1}{3})$ ولأعلى في $(\frac{-1}{3}, \infty)$

x	-2	$\frac{-5}{3}$	$\frac{-1}{3}$	0	1	2
f(x)	3	3.5	-1.3	-3	-6	-1



(تابع)

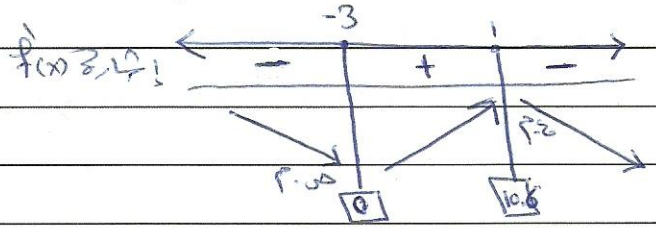
١٠

alManahj.com/bh

تمارين عامة (٤-٧)
ص٢٦٧-٢٧٣

(3) $f(x) = 9 + 3x - x^2 - \frac{1}{3}x^3$

$f'(x) = 0 \Rightarrow 3 - 2x - x^2 = 0 \Rightarrow x = -3$ or $x = 1$ ①



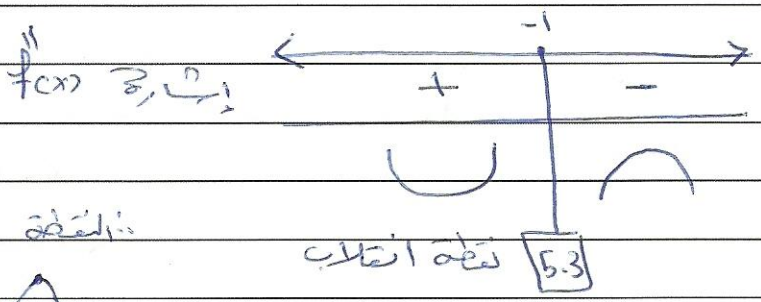
الدالة تزايدية في $[-3, 1]$

الدالة تناقصية في $\mathbb{R} \setminus (-3, 1)$

② الدالة لها قيمة حرجة عند $x = -3$ وهي $f(-3) = 0$ صغرى محلية

الدالة لها قيمة حرجة عند $x = 1$ وهي $f(1) = 10.6$ عظمى محلية

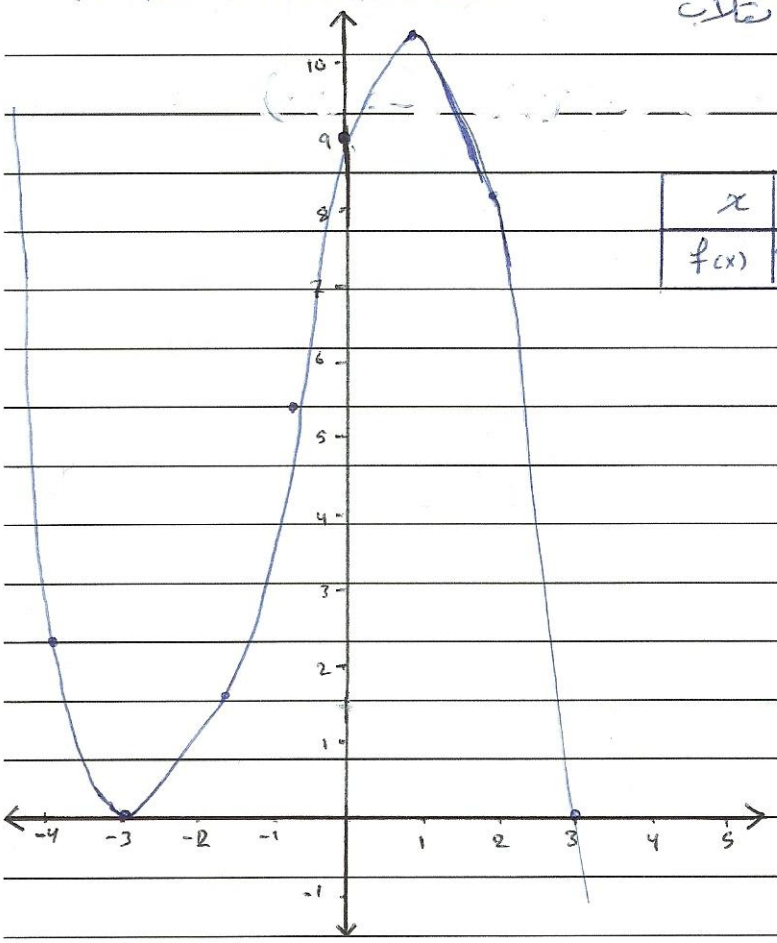
③ $f''(x) = 0 \Rightarrow -2 - 2x = 0 \Rightarrow x = -1$



∴ النقطة $(-1, 5.3)$ نقطة انقلاب

∴ الدالة مقعرة: (_____)

x	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3
$f(x)$	2.3	0	1.6	5.3	9	10.6	8.3	0



(تابع ←)

alManahj.com/bh

٤) $y = (x+1)(x-2)^2 + 1$

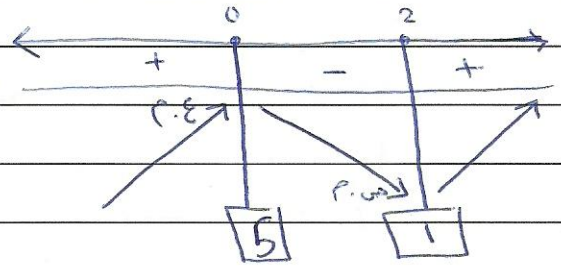
$y = (x+1)(x^2-4x+4)+1 \Longrightarrow y = x^3-4x^2+4x+x^2-4x+4+1$

$y = x^3-3x^2+5$

$y' = 0 \Longrightarrow 3x^2-6x=0 \Longrightarrow 3x(x-2)=0$ ①

$x=0$ or $x=2$

إشارة $f'(x)$:



الدالة متناقصة في $[0,2]$

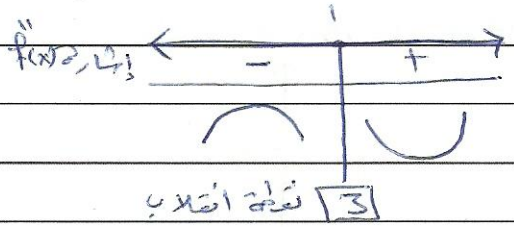
الدالة تزايدية في $\mathbb{R}\setminus(0,2)$

② الدالة تقبل قيمة عظمى محلية عند $x=0$ وقيمتها $f(0)=5$

الدالة تقبل قيمة صغرى محلية عند $x=2$ وقيمتها $f(2)=1$

$f''(x)=0 \Longrightarrow 6x-6=0 \Longrightarrow x=1$ ③

إشارة $f''(x)$:

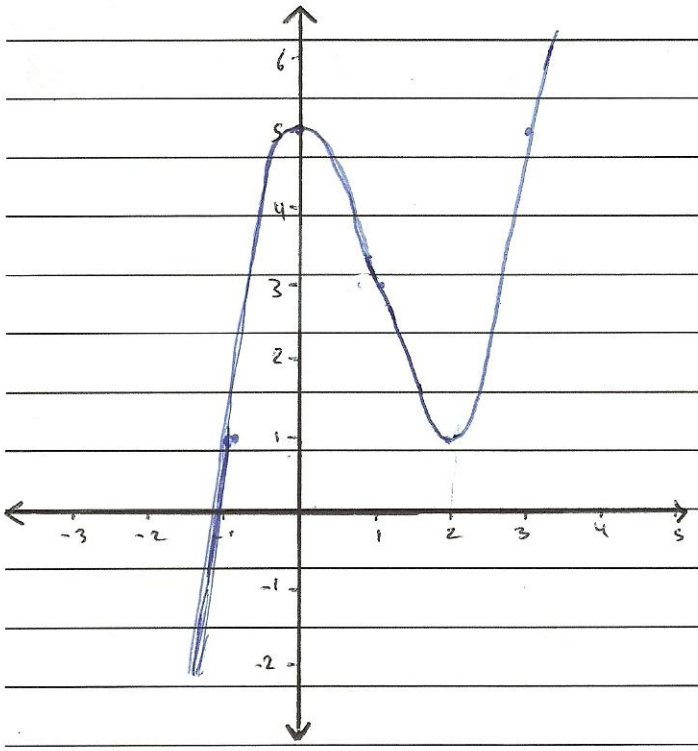


∴ نقطة الانقلاب هي $(1,3)$

الدالة مقعرة لأسفل في $(-\infty,1)$

ولأعلى في $(1,\infty)$

x	-1	0	1	2	3
f(x)	1	5	3	1	5



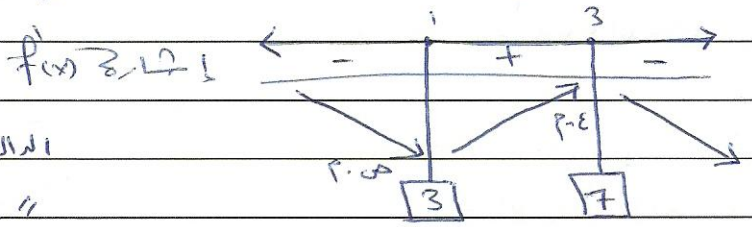
(تابع)

alManahj.com/bh

تمارين عامة (٤-٧)
ص٢٦٧-٢٧٣

(5) $y = 7 - 9x + 6x^2 - x^3$

$y' = -9 + 12x - 3x^2 = 0 \Longrightarrow x = 1$ or $x = 3$ ①



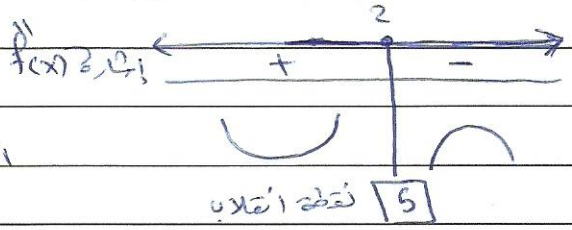
الدالة تزايدية في $[1, 3]$

" تناقصية في $R \setminus (1, 3)$

② الدالة قيمة صغرى محلية عند $x = 1$ وقيمتها $f(1) = 3$

" " عظمى " " $x = 3$ " " $f(3) = 7$

③ $y'' = 0 \Longrightarrow 12 - 6x = 0 \Longrightarrow x = 2$

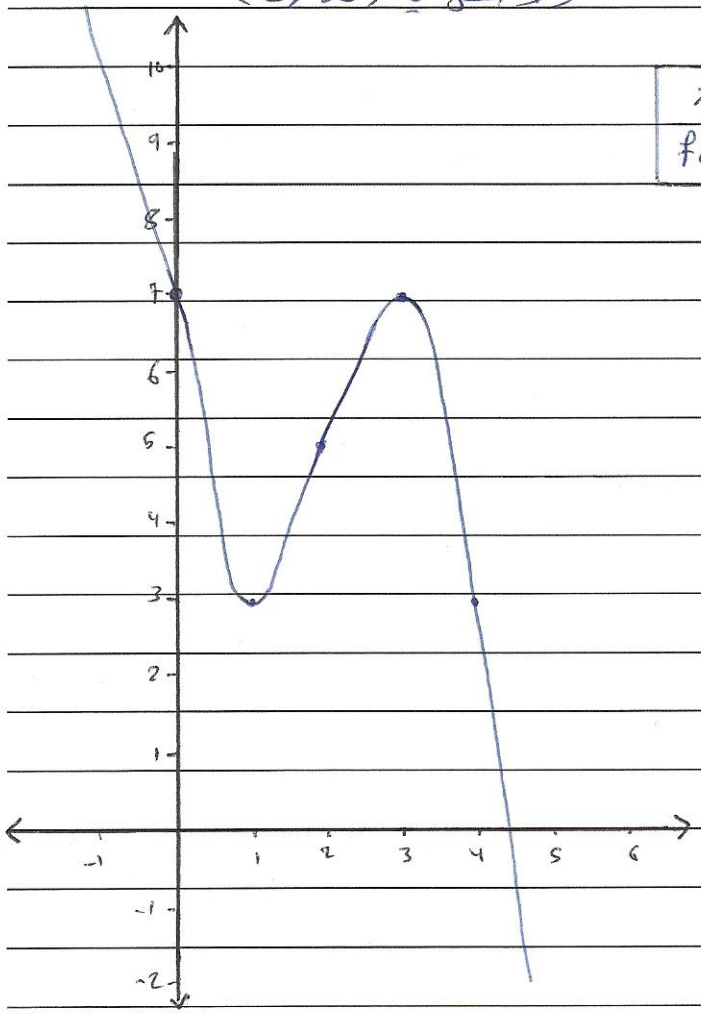


∴ النقطة $(2, 5)$ نقطة انقلاب

الدالة مقعرة لأعلى في $(-\infty, 2)$

" لأسفل في $(2, \infty)$

x	0	1	2	3	4
$f(x)$	7	3	5	7	3



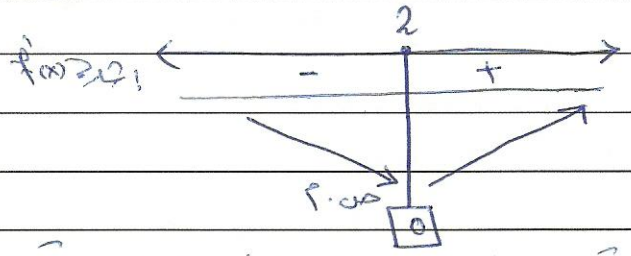
(تابع)

alManahj.com/bh

(6) $y = (x-2)^3$

$y' = 3(x-2)^2 \Longrightarrow y' = 3(x^2-4x+4) = 0 \longrightarrow y' = 3x^2 - 12x + 12 = 0$ ①

$y' = x^2 - 4x + 4 = 0 \Longrightarrow x = 2$

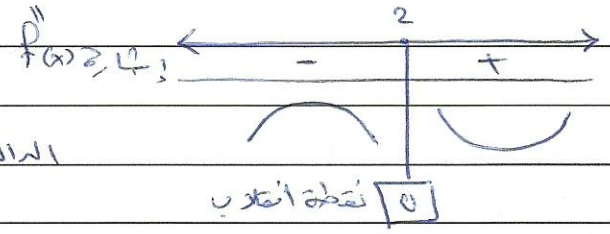


الدالة متناقصة في $(-\infty, 2]$

" متزايدة في $[2, \infty)$

② الدالة لها قيمة صغرى محلية $f(2) = 0$ حيث $x = 2$

$y'' = 6(x-2) = 0 \longrightarrow 6x - 12 = 0 \quad x = 2$ ③

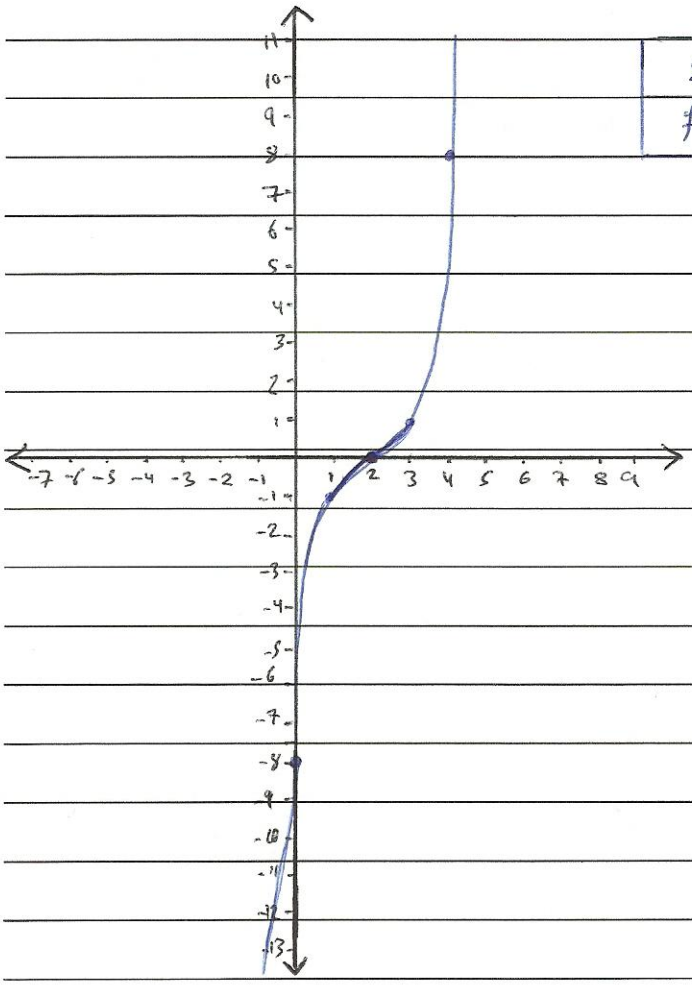


∴ النقطة $(2, 0)$ نقطة انقلاب

الدالة مقعرة لأسفل في $(-\infty, 2)$

ولأعلى في $(2, \infty)$

x	0	1	2	3	4
$f(x)$	-8	-1	0	1	8



(تابع ←)