تم تحميل هذا الملف من موقع المناهج البحرينية

*للحصول على أوراق عمل لجميع الصفوف وجميع المواد اضغط هنا

https://almanahj.com/bh

* للحصول على أوراق عمل لجميع مواد الصف الثاني عشر اضغط هنا

https://almanahj.com/bh/12

* للحصول على جميع أوراق الصف الثاني عشر في مادة رياضيات ولجميع الفصول, اضغط هنا

https://almanahj.com/bh/12math

* للحصول على أوراق عمل لجميع مواد الصف الثاني عشر في مادة رياضيات الخاصة بـ الفصل الثاني اضغط هنا

https://almanahj.com/bh/12math2

* لتحميل كتب جميع المواد في جميع الفصول للـ الصف الثاني عشر اضغط هنا

https://almanahj.com/bh/grade12

للتحدث إلى بوت على تلغرام: اضغط هنا almanahjbhbot/me.t//:https

alManahj.com/bh

محمد حبش

تمارين عامة (٤-٧)
ص٢٦٧-٢٧٣

(١) أوجد ميل المماس للمنحنيات التالية عند النقط المبينة أمام كل منها.

(1) $f(x)= x^3-3x^2+7$ ، $(2,3)$

$f'(x) = 3x^2-6x \Rightarrow f'(2)= 3(2)^2-6(2) = 12-12 = 0$

(2) $f(x) = |x|$ ، $x=1$ ، $x=0$

$$f(x)= \begin{cases} x & x\geq 0 \\ -x & x<0 \end{cases}$$

$\Rightarrow x=1 \Rightarrow f(x)=x \Rightarrow f'(x)=1 \Rightarrow f'(1)=1$

$\Rightarrow x=0 \Rightarrow f'(x^+)=1$ ، $f'(x^-)=-1$ ، $f'(x^+) \neq f'(x^-)$

$\therefore f'(x)$ غير معرفة

(3) $f(x)= \sqrt{3x-2}$ ، $(2,2)$

$f'(x)= \frac{3}{2\sqrt{3x-2}} \Rightarrow f'(2)= \frac{3}{2\sqrt{6-2}} = \frac{3}{4}$

(4) $f(x)= \frac{1+x}{1-x}$ ، $(-1,0)$

$f'(x)= \frac{(1-x)(1)-(-1)(1+x)}{(1-x)^2} \Rightarrow f'(x)= \frac{1-x+1+x}{(1-x)^2} = \frac{2}{(1-x)^2}$

$f'(-1)= \frac{2}{(1-(-1))^2} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$

(5) $y^2+2xy-3x^2=0$ ، $(1,-3)$

$2y\frac{dy}{dx} + 2\left(y+x\frac{dy}{dx}\right) - 6x = 0 \Rightarrow 2y\frac{dy}{dx} + 2y + 2x\frac{dy}{dx} - 6x = 0$

$2y\frac{dy}{dx} + 2x\frac{dy}{dx} = 6x-2y \Rightarrow \frac{dy}{dx} = \frac{6x-2y}{2y+2x}$

$\left(\frac{dy}{dx}\right)_{(1,-3)} = \frac{6(1)-2(-3)}{2(-3)+2(1)} = \frac{6+6}{-6+2} = \frac{12}{-4} = -3$

(6) $x^2+y^2+2x-8y+12=0$ ، $(1,5)$

$2x+2y\frac{dy}{dx} + 2 - 8\frac{dy}{dx} = 0 \Rightarrow 2y\frac{dy}{dx} - 8\frac{dy}{dx} = -2x-2$

$\frac{dy}{dx} = \frac{-2x-2}{2y-8} \Rightarrow \left(\frac{dy}{dx}\right)_{(1,5)} = \frac{-2(1)-2}{2(5)-8} = \frac{-4}{2} = -2$

(٢) أوجد النقط الواقعة على المنحنى $y=\sqrt{x^2-4}$ ، التي يكون عندها المماس أفقيًا.

$\frac{dy}{dx} = \frac{2x}{2\sqrt{x^2-4}} = \frac{x}{\sqrt{x^2-4}}$

$\sqrt{x^2-4} = 0$ ∴ المماس غير معرف ⟸

$x^2=4 \Rightarrow x= \pm\sqrt{4} \Rightarrow x=2$ or $x=-2$ ∴ ما تحت الجذر = 0

$y(2)= \sqrt{4-4} = 0$ // $y(-2)= \sqrt{4-4} = 0$

∴ النقط هي $(2,0)$ و $(-2,0)$

(تابع ⟵)

alManahj.com/bh

تمارين عامة (٤-٧)
ص٢٦٧-٢٧٣

(٣) أوجد النقط الواقعة على المنحنى $y=x^3-7x$ والتي يصنع المماس عندها زاوية قياسها $\frac{3\pi}{4}$ مع الاتجاه الموجب لمحور السينات.

$\tan\frac{3\pi}{4}=-1=\frac{dy}{dx}$

$\frac{dy}{dx}=3x^2-7=-1 \Rightarrow \frac{dy}{dx}=3x^2-6=0 \Rightarrow \frac{dy}{dx}=x^2-2=0$

$x^2=2 \Rightarrow x=\pm\sqrt{2}$

$f(\sqrt{2})=(\sqrt{2})^3-7(\sqrt{2})=-5\sqrt{2}$

$f(-\sqrt{2})=(-\sqrt{2})^3-7(-\sqrt{2})=5\sqrt{2}$

∴ النقط هي $(\sqrt{2},-5\sqrt{2})$ و $(-\sqrt{2},5\sqrt{2})$

(٤) أوجد معادلة المماس للمنحنى $y=\frac{9x}{1-x^2}$, $x\neq\pm1$ عند النقطة $(2,-6)$.

$y'=\frac{(1-x^2)(9)-(9x)(-2x)}{(1-x^2)^2} \Rightarrow y'(2)=\frac{(1-2^2)(9)-(9(2))(-2(2))}{(1-2^2)^2}=5$

$y-y_1=y'(x-x_1) \Rightarrow y+6=5(x-2) \Rightarrow y+6=5x-10$

$-5x+y+16=0$

(٥) أوجد معادلة المماس للمنحنى $y=x^3-x$ عند نقط تقاطعه مع المستقيم $y=3x$

$x^3-x=3x \Rightarrow x^3-4x=0$

$x(x^2-4)=0 \Rightarrow x=0$ or $x=2$ or $x=-2$

$y(0)=0-0=0$ // $y(2)=(2)^3-2=6$ // $y(-2)=(-2)^3-(-2)=-6$

∴ نقط التقاطع هي $(0,0)$, $(2,6)$, $(-2,-6)$

$y'=3x^2-1$

$\Rightarrow (0,0) \Rightarrow y'=3(0)^2-1=-1$

$\therefore y-y_1=y'(x-x_1) \Rightarrow y-0=-1(x-0) \Rightarrow x+y=0$

$\Rightarrow (2,6) \Rightarrow y'=3(2)^2-1=11$

$\therefore y-y_1=y'(x-x_1) \Rightarrow y-6=11(x-2) \Rightarrow -11x+y+16=0$

$\Rightarrow (-2,-6) \Rightarrow y'=3(-2)^2-1=11$

$\therefore y-y_1=y'(x-x_1) \Rightarrow y+6=11(x+2) \Rightarrow -11x+y-16=0$

(تابع)

alManahj.com/bh

(٦) أثبت أن النقطة $(-1,3)$ تقع على المنحنى $x^2+y^2-4x+2y=20$
ثم أوجد معادلة المماس والعمودي للمنحنى عليها.

$L.H.S = (-1)^2+(3)^2-4(-1)+2(3) = 1+9+4+6 = 20 = R.H.S$

$$2x+2y\frac{dy}{dx}-4+2\frac{dy}{dx}=0 \Rightarrow 2y\frac{dy}{dx}+2\frac{dy}{dx}=4-2x$$

$$\frac{dy}{dx}=\frac{4-2x}{2y+2} \Rightarrow \left(\frac{dy}{dx}\right)_{(-1,3)}=\frac{4-2(-1)}{2(3)+2}=\frac{6}{8}=\frac{3}{4}$$

معادلة المماس $\Rightarrow y-y_1=\frac{dy}{dx}(x-x_1) \Rightarrow y-3=\frac{3}{4}(x+1)$

$4y-12=3x+3 \Rightarrow -3x+4y-15=0$

معادلة العمودي $\Rightarrow y-y_1=\frac{-1}{\frac{dy}{dx}}(x-x_1) \Rightarrow y-3=\frac{-4}{3}(x+1)$

$3y-9=-4x-4 \Rightarrow 4x+3y-5=0$

(٧) أوجد معادلة العمودي للمنحنى $y+\sqrt{x}=12$ عند نقط تقاطعه مع المستقيم $y=x$.

$12-\sqrt{x}=x \Rightarrow x+\sqrt{x}-12=0$

$(\sqrt{x}+4)(\sqrt{x}-3)=0$

$\sqrt{x}=-4$ مرفوض or $\sqrt{x}=3$

$\therefore x=9$ النقطة $(9,9)$

$$\frac{dy}{dx}=\frac{-1}{2\sqrt{x}} \Rightarrow \left(\frac{dy}{dx}\right)_{(9,9)}=\frac{-1}{2\sqrt{9}}=\frac{-1}{6}$$

معادلة العمودي $\Rightarrow y-y_1=\frac{-1}{\frac{dy}{dx}}(x-x_1) \Rightarrow y-9=6(x-9)$

$-6x+y-45=0$

(٨) أوجد مساحة سطح المثلث المكون من محور السينات والمماس والعمودي للمنحنى $y=x^2+1$ عند النقطة $(-1,2)$.

$\frac{dy}{dx}=2x \Rightarrow \left(\frac{dy}{dx}\right)_{(-1,2)}=2(-1)=-2$

معادلة المماس $\Rightarrow y-y_1=\frac{dy}{dx}(x-x_1) \Rightarrow y-2=-2(x+1)$

$2x+y=0$

معادلة العمودي $\Rightarrow y-y_1=\frac{-1}{\frac{dy}{dx}}(x-x_1) \Rightarrow y-2=\frac{1}{2}(x+1)$

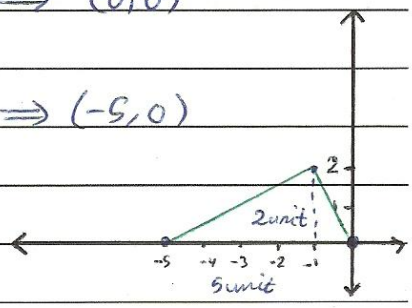
$2y-4=x+1 \Rightarrow -x+2y-5=0$

نقطة تقاطع المماس مع محور السينات $\Rightarrow y=0 \Rightarrow 2x=0 \Rightarrow x=0 \Rightarrow (0,0)$

نقطة تقاطع العمودي مع السينات $\Rightarrow y=0 \Rightarrow -x=5 \Rightarrow x=-5 \Rightarrow (-5,0)$

$A=\frac{1}{2}(5)(2)$

$=\frac{1}{2}(10)=5$ unit



(تابع ←)