

تم تحميل هذا الملف من موقع المناهج البحرينية



\*للحصول على أوراق عمل لجميع الصفوف وجميع المواد اضغط هنا

<https://almanahj.com/bh>

\* للحصول على أوراق عمل لجميع مواد الصف الثاني عشر اضغط هنا

<https://almanahj.com/bh/12>

\* للحصول على جميع أوراق الصف الثاني عشر في مادة رياضيات ولجميع الفصول, اضغط هنا

<https://almanahj.com/bh/12math>

\* للحصول على أوراق عمل لجميع مواد الصف الثاني عشر في مادة رياضيات الخاصة بـ الفصل الثاني اضغط هنا

<https://almanahj.com/bh/12math2>

\* لتحميل كتب جميع المواد في جميع الفصول للـ الصف الثاني عشر اضغط هنا

<https://almanahj.com/bh/grade12>

[almanahjbhbot/me.t//:https](https://t.me/almanahjbhbot)

للتحدث إلى بوت على تلغرام: اضغط هنا

## حل تمارين رقم ٨ ، ١١ ، ١٤ ، ١٥ ، ١٦ ، صفحة ١٥٠ ريض ٣٦٦

$$(8) \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{3}} \frac{27}{\tan^5 x \sin^2 x} dx$$

الحل:

نرفع  $\tan^5 x$  فوق تصبح  $\cot^5 x$  ونرفع  $\sin^2 x$  فوق تصبح  $\csc^2 x$

$$\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{3}} \frac{27}{\tan^5 x \sin^2 x} dx = \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{3}} 27 \cot^5 x \csc^2 x dx$$

نضع (-) أمام  $\csc^2 x$  و(-) خارج التكامل حتى نحصل على الدالة ومشتقتها ولا داعي لوجود 27 داخل التكامل

$$\therefore \text{التكامل} = -27 \int_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{4}} \cot^5 x (-\csc^2 x) dx$$

∴ الدالة  $\cot x$  والمشتقة  $-\csc^2 x$

$$\therefore \text{التكامل} = \frac{-27}{6} [\cot^6 x]_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{3}} = \frac{-27}{6} \left[ \left[ \cot^6 \left( \frac{\pi}{3} \right) \right] - \left[ \cot^6 \left( \frac{\pi}{4} \right) \right] \right]$$

$$= \frac{-27}{6} \left[ [\cot 60]^6 - [\cot 45]^6 \right] = \frac{-27}{6} \left[ \left[ \frac{1}{\sqrt{3}} \right]^6 - [1]^6 \right] = \frac{13}{3}$$

$$(11) \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin^3 x - \cos^3 x}{\sin x - \cos x} dx$$

الحل: نحلل البسط  $(\sin^3 x - \cos^3 x)$  إلى فرق بين مكعبين قوس صغير وقوس كبير

$$\therefore \text{التكامل} = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{(\sin x / \cancel{\cos x})(\sin^2 x + \sin x \cos x + \cos^2 x)}{(\sin x / \cancel{\cos x})} dx$$

$$\therefore \text{التكامل} = \int_0^{\frac{\pi}{2}} (\sin^2 x + \sin x \cos x + \cos^2 x) dx$$

وبما أن  $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$

$$\therefore \text{التكامل} = \int_0^{\frac{\pi}{2}} (\sin x \cos x + 1) dx = \left[ \frac{\sin^2 x}{2} + x \right]_0^{\frac{\pi}{2}}$$

$$= \left[ \left[ \frac{\sin^2 \left( \frac{\pi}{2} \right)}{2} + \frac{\pi}{2} \right] - \left[ \frac{\sin^2(0)}{2} + 0 \right] \right] = \frac{1}{2} + \frac{\pi}{2}$$

$$(14) \int_0^{\frac{\pi}{4}} (\cos^2 x - \sin^2 x) dx = \int_0^{\frac{\pi}{2}} 2 \sin x \cos x dx$$

أثبت أن :

$$L.H.S = \int_0^{\frac{\pi}{4}} (\cos^2 x - \sin^2 x) dx = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \cos 2x dx$$

الإثبات:

$$= \frac{1}{2} \int_0^{\frac{\pi}{4}} 2 \cos 2x dx$$

لأن  $\cos^2 x - \sin^2 x = \cos 2x$

$$= \frac{1}{2} [\sin 2x]_0^{\frac{\pi}{4}} = \frac{1}{2} \left[ \left[ \sin 2\left(\frac{\pi}{4}\right) \right] - [\sin 2(0)] \right]$$

$$= \frac{1}{2} \left[ [\sin (90)] - [\sin (0)] \right] = \frac{1}{2} [1] = \frac{1}{2}$$

$$R.H.S = \int_0^{\frac{\pi}{2}} 2 \sin x \cos x dx = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin 2x dx$$

$$= \frac{1}{2} \int_0^{\frac{\pi}{2}} 2 \sin 2x dx$$

لأن  $2 \sin x \cos x = \sin 2x$

$$= \frac{1}{2} [-\cos 2x]_0^{\frac{\pi}{2}} = \frac{1}{2} \left[ [-\cos 2\left(\frac{\pi}{2}\right)] - [-\cos 2(0)] \right]$$

$$= \frac{1}{2} \left[ [-\cos (90)] - [-\cos (0)] \right] = \frac{1}{2} [0 + 1] = \frac{1}{2}$$

$$\int_0^b \cos^2 u \sin u du = \frac{1}{3}, \quad b \in [0, \pi]$$

إذا كان:

فأوجد قيمة  $b$

الحل:

$$\int_0^b \cos^2 u \sin u du = \frac{1}{3}$$

$$- \int_0^b \cos^2 u (-\sin u) du = \frac{1}{3}$$

بإجراء التكامل (دالة في مشتقتها)

$$\text{التكامل} = - \left[ \frac{\cos^3 x}{3} \right]_0^b = - \left[ \left[ \frac{\cos^3 b}{3} \right] - \left[ \frac{\cos^3(0)}{3} \right] \right] = \frac{1}{3}$$

$$\therefore - \left[ \frac{\cos^3 b}{3} \right] + \frac{1}{3} = \frac{1}{3}$$

$$\therefore - \left[ \frac{\cos^3 b}{3} \right] = \frac{1}{3} - \frac{1}{3} \quad \therefore - \left[ \frac{\cos^3 b}{3} \right] = 0 \quad \therefore \cos^3 b = 0$$

$$\cos b = 0 \quad \therefore b = \frac{\pi}{2}$$

$$\int_{-2}^b f(x) dx = 5 \quad , \quad \int_b^{-2} (f(x) - 2) dx = 7$$

إذا كان:

فأوجد قيمة  $b$ 

الحل:

$$\int_b^{-2} (f(x) - 2) dx = 7$$

بتوزيع التكامل

$$\therefore \int_b^{-2} f(x) dx - \int_b^{-2} 2 dx = 7$$

$$- \int_{-2}^b f(x) dx - [2x]_b^{-2} = 7$$

$$-5 - [[2(-2)] - [2b]] = 7$$

$$\therefore -5 + (4 - 2b) = 7$$

$$\therefore 2b - 1 = 7$$

$$\therefore 2b = 8$$

$$\therefore b = 4$$

مع تمنياتي لكم بالنجاح والتوفيق