الوحدة الثالثة عشرة: النسب المثلثية لزوايا قياسها أكبر من 90°

الوحدة الثالثة عشرة

النسب المثلثية لزوايا قياسها اكبر من $90°$

الصف العاشر

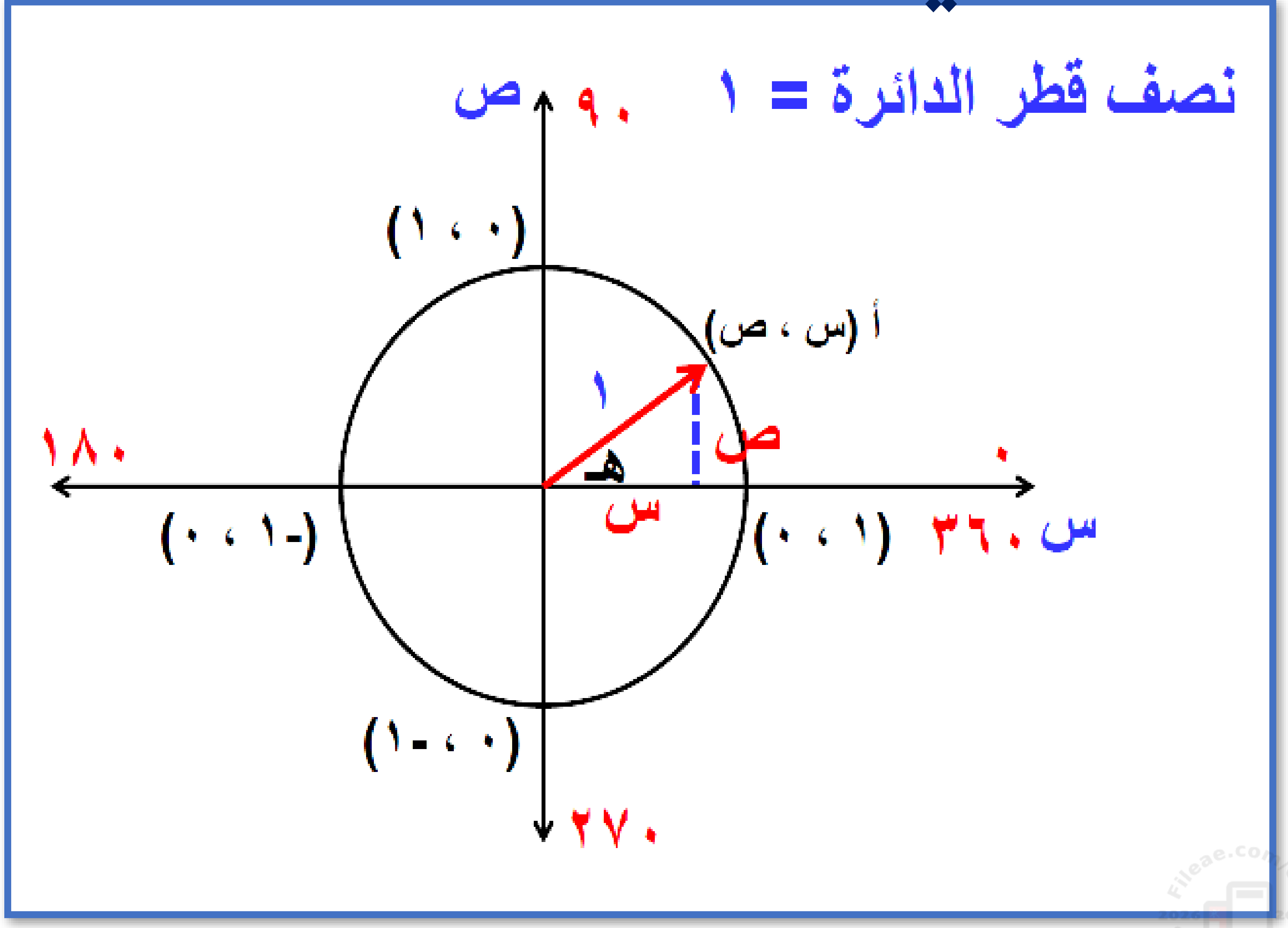
(1 - 13)

الجيب وجيب التمام والظل لزوايا أكبر من °90

التعلم القبلي

جا هـ = $\frac{\text{المقابل}}{\text{الوتر}}$ = $\frac{\text{ص}}{١}$ = ص

جتا هـ = $\frac{\text{المجاور}}{\text{الوتر}}$ = $\frac{\text{س}}{١}$ = س



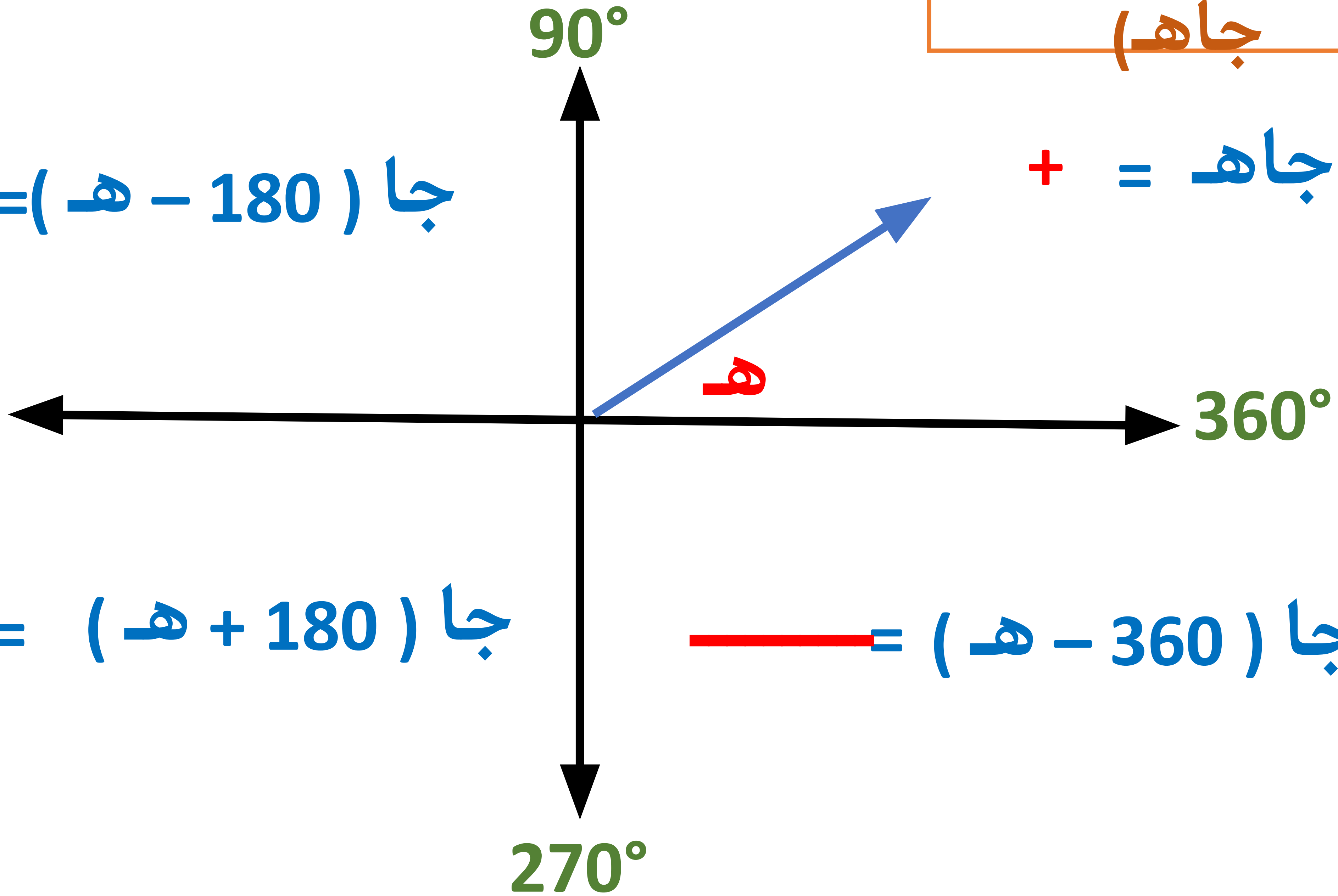
النقطة (س ، ص) =

(جتا هـ ، جا هـ)

جيب الزاوية (جاهـ)

جاهـ = +

جا (180 – هـ)= +



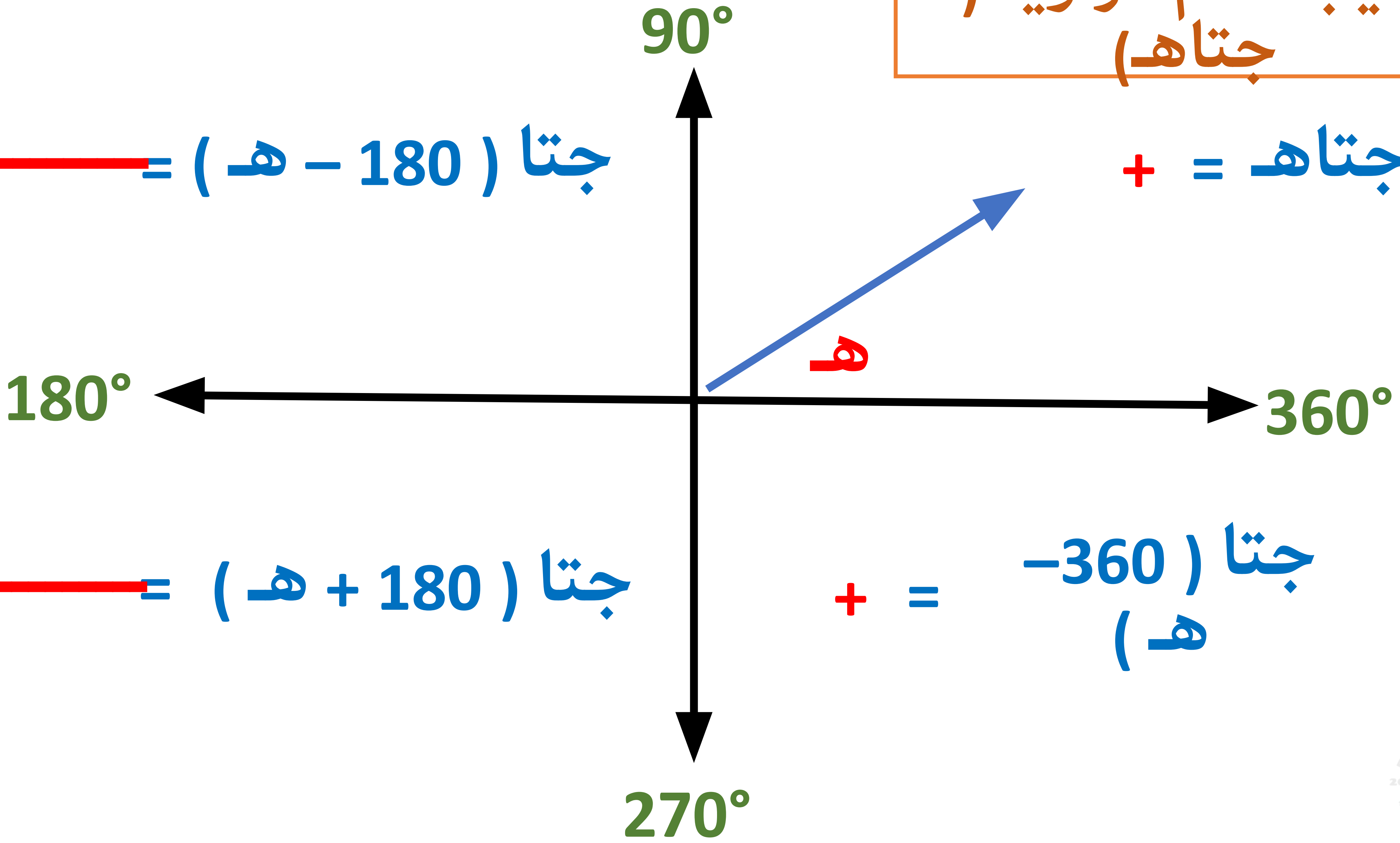
جا (180 + هـ) = ______

جا (360 – هـ)= ______

جيب تمام الزاوية (جتاهـ)

جتاهـ = +

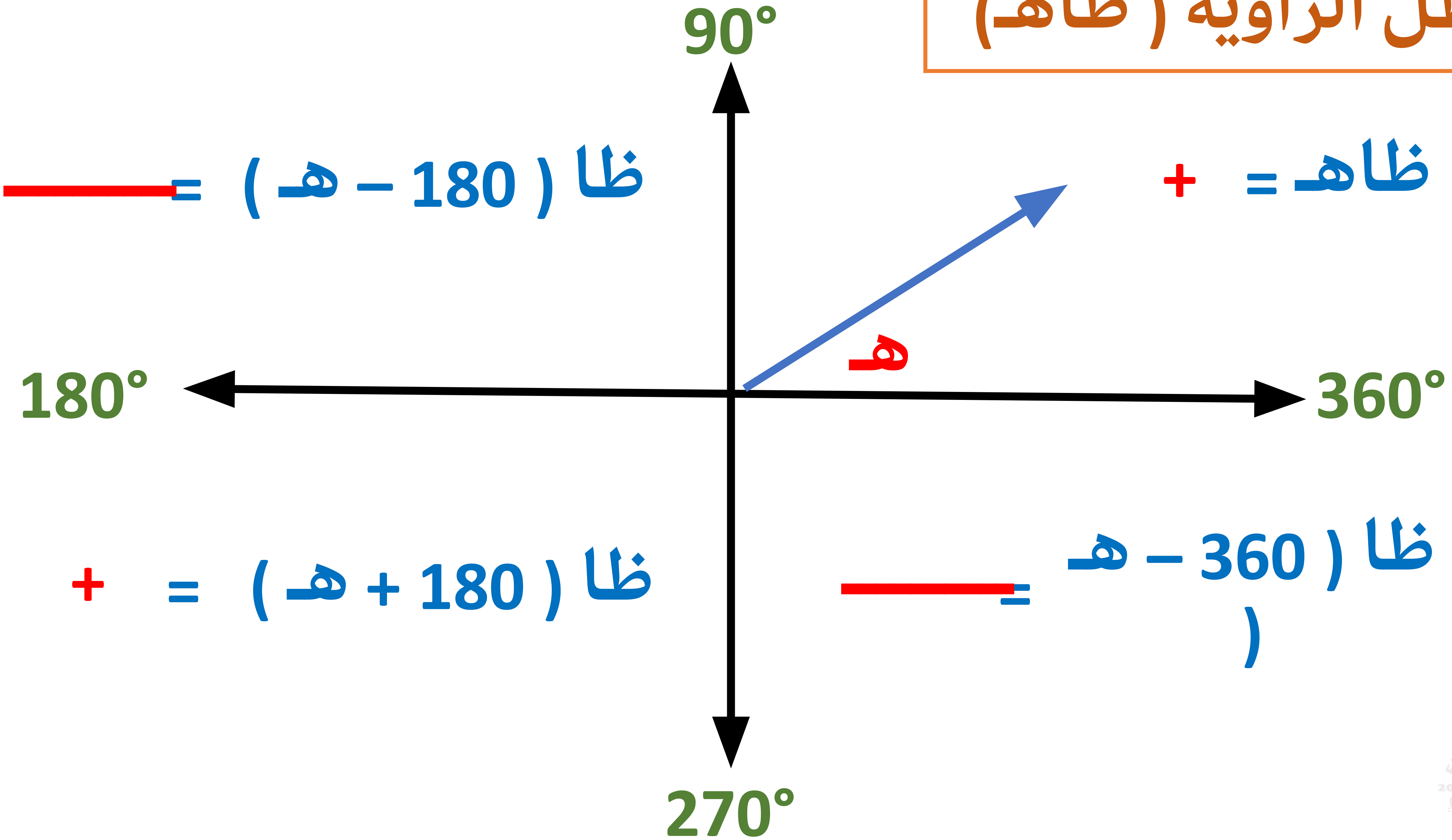
جتا (180 – هـ) = ______



جتا (360– هـ) = +

جتا (180 + هـ) = ______

ظل الزاوية (ظاهـ)



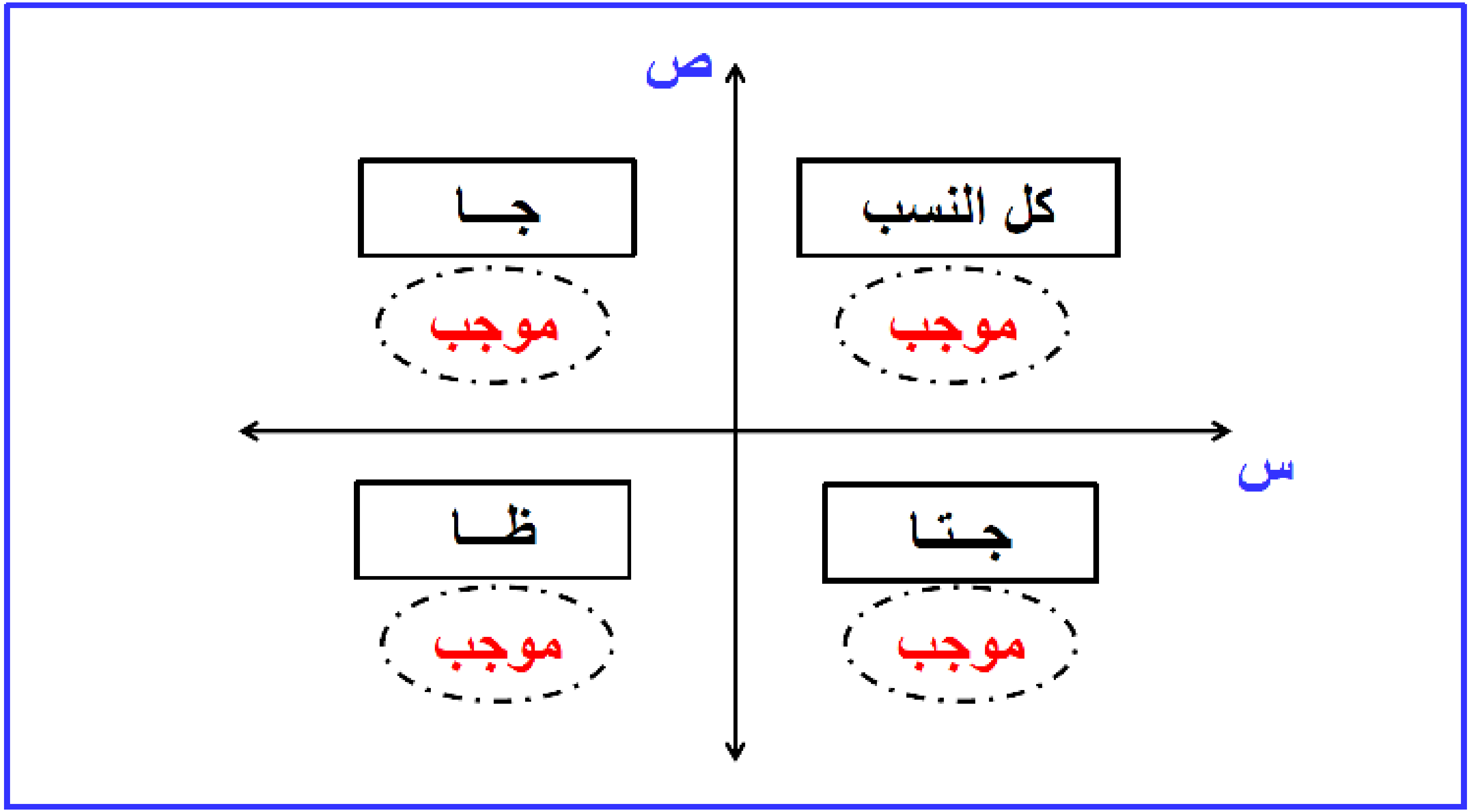
ظاهـ = +

ظا (180 – هـ) = –

ظا (180 + هـ) = +

ظا (360 – هـ) = –

إشارة النسب المثلثية



(١٣-١) الجيب وجيب التمام والظل لزوايا أكبر من ٩٠°

التعلم القبلي:

١) تذكر الزاويتين المتكاملتين هي زاويتين مجموع قياسهما ١٨٠°

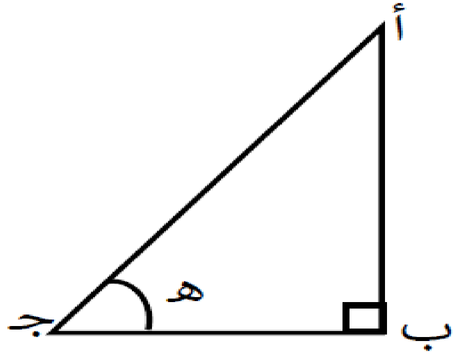
س° ⟵ ١٨٠ − س°

٢٠° ⟵ ١٨٠ − ٢٠=١٦٠°

٤٠° ⟵ ١٨٠ − ٤٠=١٤٠°

٢) تعلمنا سابقا كيفية إيجاد النسب المثلثية لأي زاوية حادة:

جاهـ = $\frac{\text{المقابل}}{\text{الوتر}}$	جتاهـ= $\frac{\text{المجاور}}{\text{الوتر}}$	ظاهـ = $\frac{\text{المقابل}}{\text{المجاور}}$
sin	cos	tan



استقصاء (١): استخدم الألة الحاسبة لإكمال الجداول الأتية:

جا ٣٠° = 0,5	جا ١٥٠° = 0,5
جا ١٠° = 0,173	جا ١٧٠° = 0,173
جا ٦٠° = 0,86	جا ١٢٠° = 0,86

جتا ٣٠° = 0,86	جتا ١٥٠° = -0,86
جتا ١٠° = 0,98	جتا ١٧٠° = -0,98
جتا ٦٠° = 0,5	جتا ١٢٠° = -0,5

ظا ٣٠° = 0,57	ظا (١٨٠-٣٠°) = -0,75
ظا ١٠° = 0,176	ظا (١٨٠-١٠°) = -0,176
ظا ٦٠° = 1,73	ظا (١٨٠-٦٠°) = -1,73

ما العلاقة بين النسب المثلثية للزاويتين المتكاملتين؟

متساويتان في القيمة

بنفس الطريقة السابقة يمكن استنتاج العلاقة بين

النسب المثلثية للزاويتين :هـ ، ١٨٠° + هـ

جا(١٨٠ + هـ) = — جا هـ

جا(١٨٠ + ١٠) = — جا١٠

جا ١٩٠ = — جا ١٠

جتا(١٨٠ + هـ) = — جتا هـ

جتا ٢٠٠ = — جتا٢٠

ظا(١٨٠ + هـ) = ظا هـ

ظا ٢٤٠ = ظا ٦٠

ظا ٢١٠ = ظا ٣٠

النسب المثلثية للزاويتين: هـ ، ٣٦٠ — هـ

جا(٣٦٠ - هـ) = — جا هـ

جا ٣٠٠ = — جا ٦٠

جتا(٣٦٠ - هـ) = جتا هـ

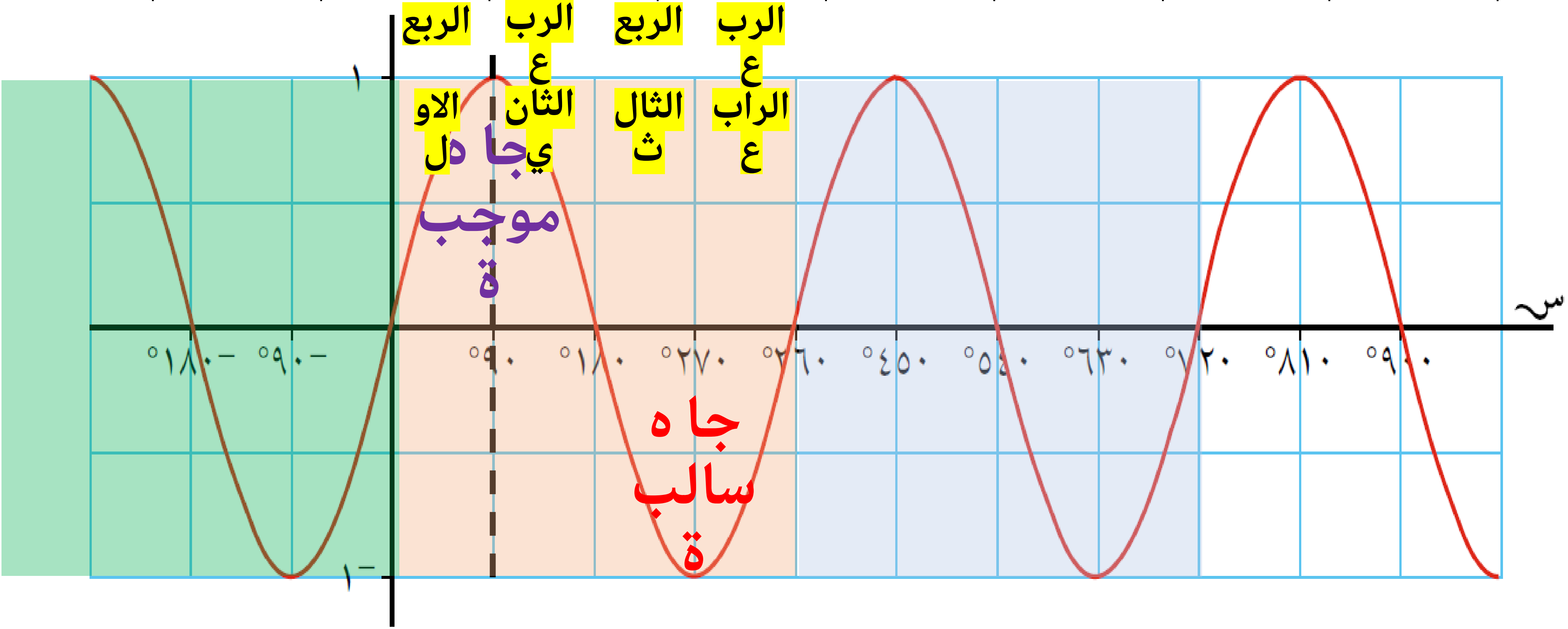
جتا ٣٥٠ = جتا١٠

ظا(٣٦٠ - هـ) = — ظا هـ

ظا ٣٣٠ = — ظا ٣٠

التمثيل البياني للدالة ص = جاهـ

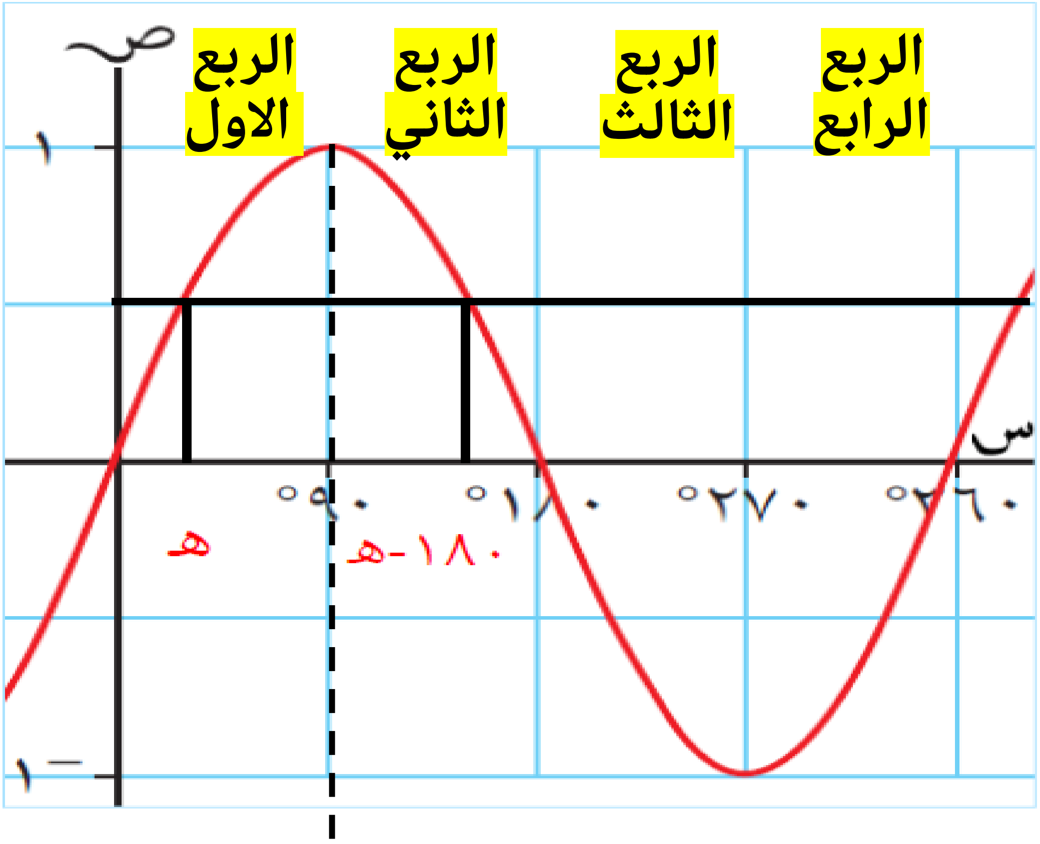
هـ	٠°	٩٠°	١٨٠°	٢٧٠°	٣٦٠°	٤٥٠°	٥٤٠°	٦٣٠°	٧٢٠°
جاهـ	0	1	0	1-	0	1	0	1-	0



خواص التمثيل البياني للدالة ص = جا(هـ)

١) الدالة دورية يتكرر منحناها كل ٣٦٠° في الاتجاهين الموجب والسالب.

٢) جزء المنحنى الواقع بين (٠° ، ١٨٠°)
متماثل بالانعكاس حول المستقيم هـ= ٩٠°
جا(١٨٠ – هـ)= جاهـ



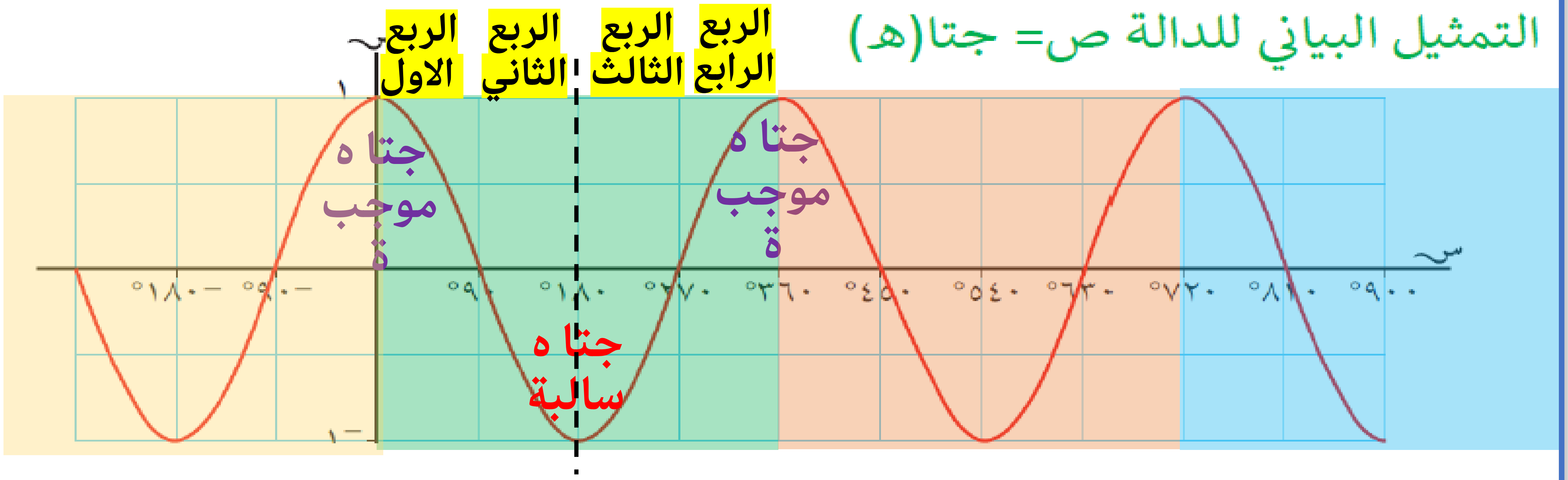
٣) قيمة جا(هـ)
لاتزيد على(١) ولا تقل عن(-١).

٤) الدالة جاهـ تكون:

موجبة إذا كانت ٠° < هـ < ١٨٠°

سالبة إذا كانت ١٨٠° < هـ < ٣٦٠°

التمثيل البياني للدالة ص= جتا(هـ)



خواص التمثيل البياني للدالة ص= جتا(هـ):

جتا (ه) = جتا (- ه)

١) الدالة دورية منحناها يتكرر كل ٣٦٠°

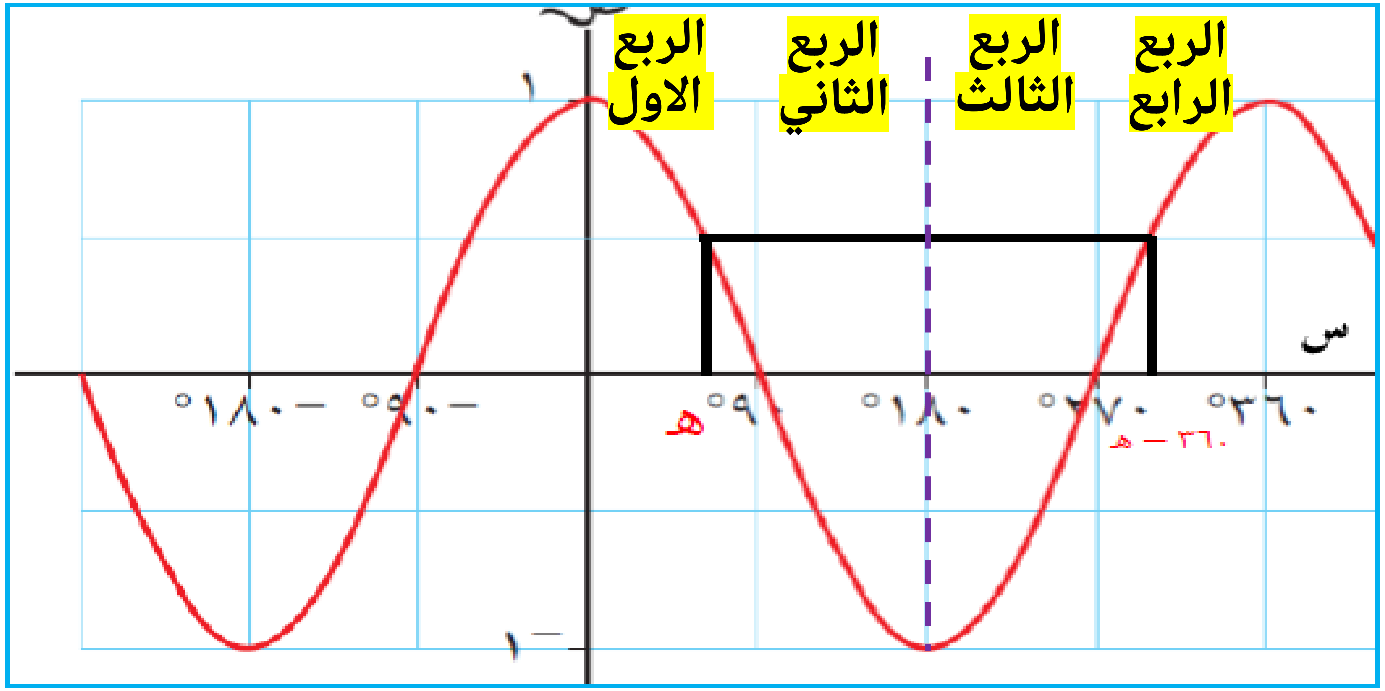
٢) الدالة جتا(هـ)تكون :

موجبة إذا كانت: ٠° < هـ < ٩٠° ، ٢٧٠° < هـ < ٣٦٠°.

وسالبة إذا كانت: ٩٠° <هـ< ٢٧٠°.

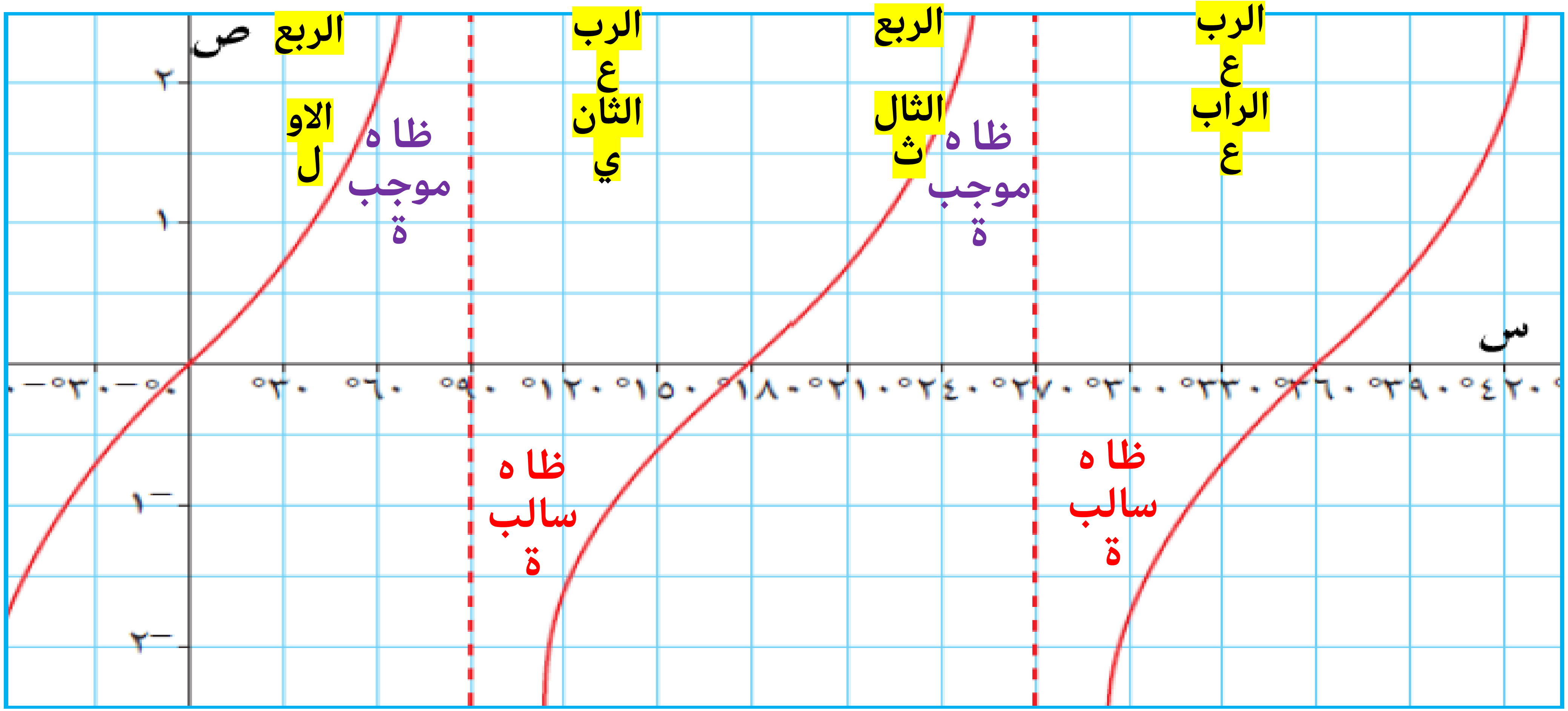
٣) جزء المنحنى الواقع بين ٠° ، ٣٦٠° متماثل بالانعكاس حول المستقيم

هـ= ١٨٠° ، أي جتا(١٨٠ – هـ)= – جتاهـ



٤) يمكن إيجاد جيب التمام لأي زاوية، جتاهـ لا تزيد عن(١)ولا تقل عن(-١)

التمثيل البياني للدالة ص= ظا(هـ)



خواص التمثيل البياني للدالة ص = ظا(هـ)

١) منحـــنى الـــــدالة دوري يتـــكرر كل ١٨٠° أي أن ظا(١٨٠ + هـ) = ظــاهـ

٢) يمكن إيجاد ظل أي زاوية الا الزوايا ذات القياس ٩٠° ومضاعفاتها الفــردية
(المضاعف الأول والثالث والخامس وهكذا......) لأن ظل تلك الزوايا غير موجود.

٣) منحنى ظا(هـ) غير متصل فهو مكون من عدة قطع .

٤) يسمى المستقيم هـ = ٩٠ ، هـ = ٢٧٠ ، هـ = أي مضـــــاعف فردي لـ ٩٠°
خط تقارب رأسي للمنحنى لأن المنحنى يقترب منه ولكن لا يمسه ولا يقطعه.

٥) الظل موجب بين الزاويتين ٠° ، ٩٠° وبين الزاويتـــين ١٨٠° ، ٢٧٠°
ويكون سالب بين الزاويتين ٩٠° ، ١٨٠° وبين الزاويتين ٢٧٠° ، ٣٦٠°.

مناقشة مثال (٣) كتاب الطالــب صفحــة ١٢٣

مثــال ٣

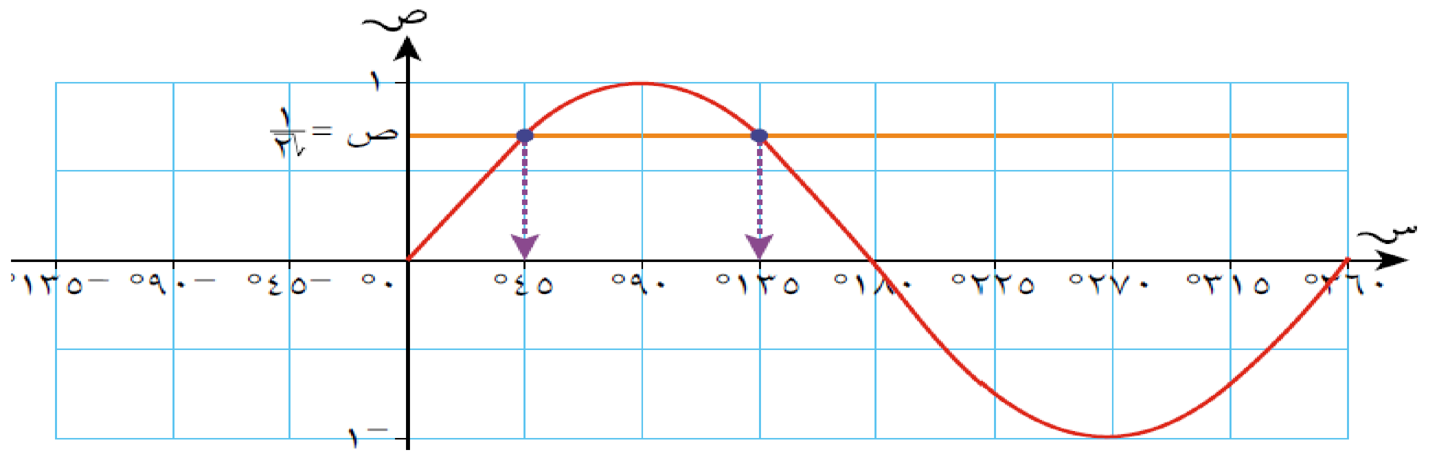
حلّ كل معادلة من المعادلات الآتية، وأوجد جميع الحلول ضمن المجال من ٠° إلى ٣٦٠°:

أ جا(هـ) = $\frac{١}{\sqrt{٢}}$ ب ظا(هـ) = ٣ ج جتا(ع) = $-\frac{١}{٢}$

الحــلّ:

أ استخدم الآلة الحاسبة لتجد أحد الحلول: جا$^{-١}$($\frac{١}{\sqrt{٢}}$) = ٤٥°

والآن، حدّد الزاوية هـ = ٤٥° على رسم التمثيل البياني للدالة ص = جا(هـ)، وارسم المستقيم ص = $\frac{١}{\sqrt{٢}}$ كالآتي:



باستخدام تماثُل التمثيل البياني، سوف تلاحظ وجود حلّ آخر، هو هـ = ١٣٥°

استخدم الآلة الحاسبة لتتحقَّق من أن جا(١٣٥°) = $\frac{١}{\sqrt{٢}}$

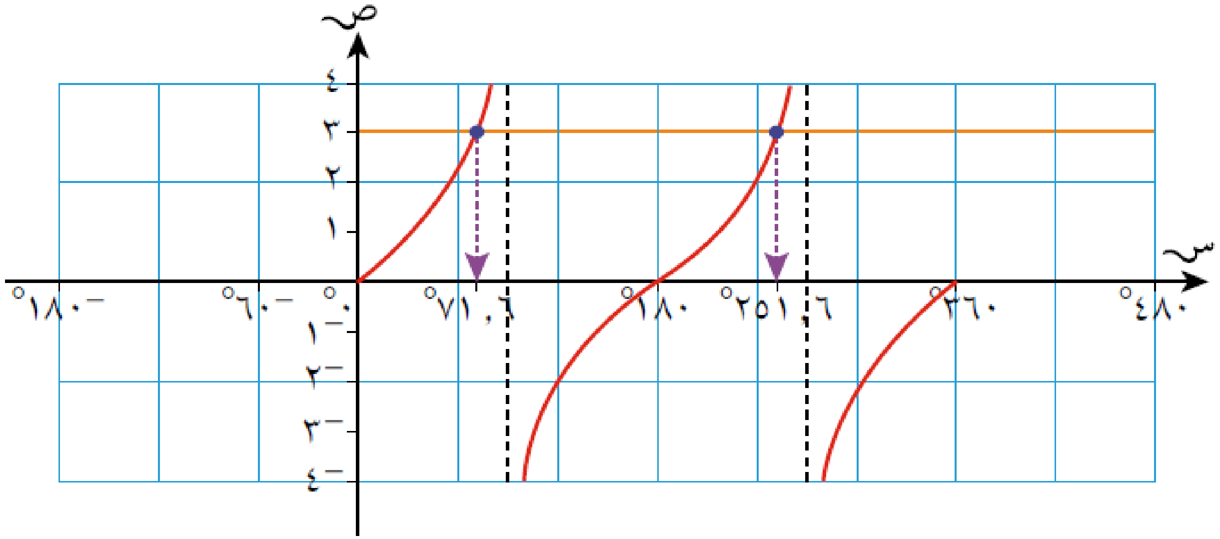
لاحظ أن ١٣٥° = ١٨٠° − ٤٥°، يمكنك أن تستخدم هذا القانون، لأن رسم التمثيل البياني يسهِّل عليك فهم سبب وجود حل آخر.

ب استخدم الآلة الحاسبة لتجد أحد الحلول:

$ظا^{-1}(٣) = ٧١,٦°$

والآن، ارسم التمثيل البياني للدالة ص = ظا(هـ)

وارسم المستقيم ص= ٣



سوف تجد أن الحل الثاني هو:

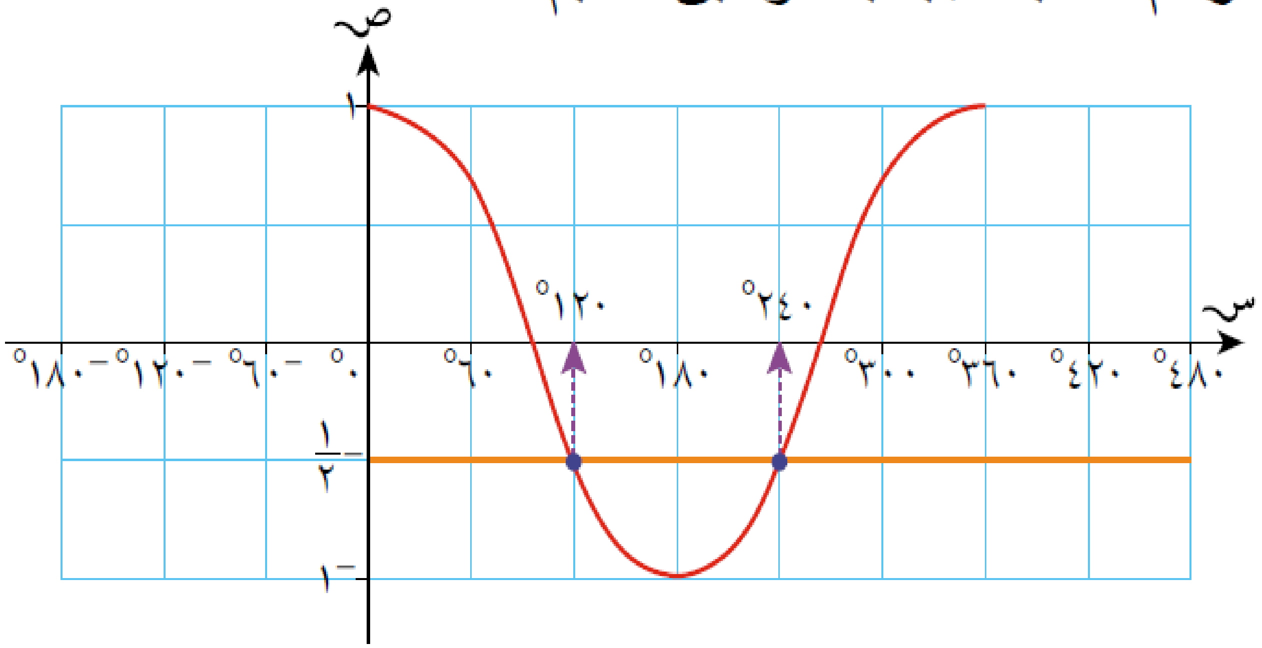
$١٨٠° + ٧١,٦° = ٢٥١,٦°$

يمكنك إيجاد مزيد من الحلول بإضافة ١٨٠° في كل مرَّة، ولكن ذلك سوف يعطي حلولًا أكبر من ٣٦٠°، وتقع خارج المجال المطلوب.

ج استخدم الآلة الحاسبة لتجد أحد الحلول:

جتا$^{-1}$ $(-\frac{1}{2})$ = ١٢٠°.

ارسم تمثيلًا بيانيًّا، وعيّن القيَم.



يمكنك أن تلاحظ أن الحلّ الثاني هو: ٣٦٠° − ١٢٠° = ٢٤٠°

مثال: عبر عن كل نسبة من النسب المثلثية بدلالة نفس الزاوية المثلثية لزاوية أخرى تقع بين ٠° إلى ١٨٠°

جـــا ٣٥° = جا(180 – 35) = جا 145	جا ١٧٠° = جا(180 – 170) = جا 10
جتا ١٢٠° = ــــ جتا(180- 120) = ــــ جتا 60	جـــا ٩٩° = جا(180 – 99) = جا 81
ــجتـــا(٨٨°)= جتا(180 – 88) = جتا 92	جتا ١٣٦° = ــــ جتا(180– 136)= ــــ جتا 44
ــجتا(١٥٠°)= جتا(180 – 150) = جتا 30	جـــا ١٢١° = جا(180 – 121) = جا 59

نشاط فردي : رقم (١/ أ ، ب ، ج، ي) كتاب النشاط صفحة٧٥

الصف: العاشر الوحدة: النسب المثلثية لزوايا أكبر من ٩٠° الموضوع:(١٣-١) الفصل الدراسي الثاني

مثال-١: رقم (٣ / أ ، ب ، ج) كتاب الطالب صفحة ١٢٤

أوجد في كلّ حالة من الحالات التالية، أصغر قيمة موجبة ل س حيث

(أ) جـــا(س)= جا(١٣٥°) = جا(180 – 135) = جا 45 ← أصغر قيمة س = 45

(ب) جتا(س) = جتا(١٢٠°) = جتا(180+ 60) = جتا 240 ← أصغر قيمة س = 120

(ج) ظا(س) = ظا(٢٣٥ °) = ظا(235– 180) = ظا 55 ← أصغر قيمة س = 55

مثال-٢ : ضع (√) في المكان المناسب

	صح	خطأ	التبرير
ظا ٣٠٠° = − ظا ٦٠°	✓		ظا(360 − هـ) = − ظا ه ظا(360 − 300) = − ظا 60
جتا ٢٢٠° = جتا ٦٠°		✓	جتا(180 + ه) = − جتا ه جتا 220 = جتا (180 − 40) = − جتا 140
جا ١٦٠° = جا ٢٠°	✓		جا(180 − ه) = جا ه جا 160 = جا 20

نشاط تعزيزي:

١) ضع دائرة حول قيمة ظا ١٥٠°

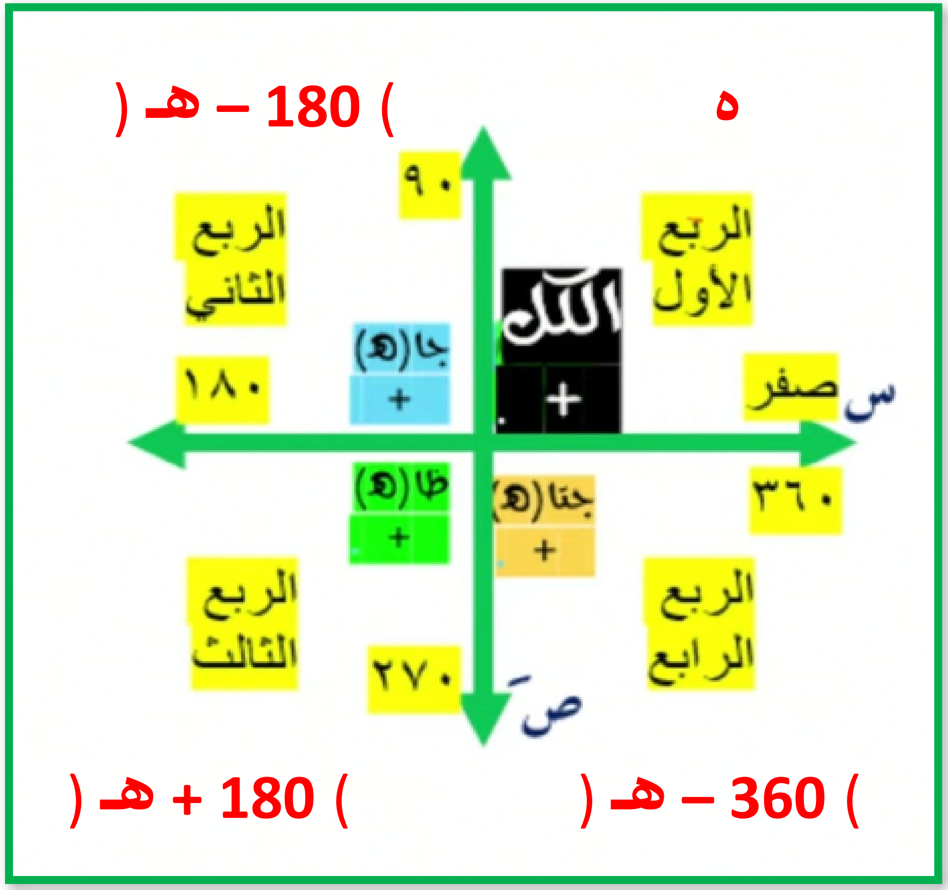
– ظا ٦٠°　　– ظا ٣٠°　　ظا ٣٠°　　ظا ٦٠°

٢) ضع دائرة حول قيمة المقدار جتا(٣٦٠ – هـ) + جتا(١٨٠ + هـ)

–٢جتاهـ　　٢جتاهـ　　جتاهـ　　صفر

٣) ضع دائرة حول قيمة ظا(٣٦٠ – س)

– ظاس　　ظاس　　– ظا(١٨٠ + س)　　ظا(١٨٠ + س)



المعادلة المثلثية :

التعلم القبلي:تذكر أن

١) الدوال هـ=جا$^{-1}$ ص ، هـ= جتا$^{-1}$ ص ، ظا$^{-1}$ ص تعرف بأنها الدوال العكسية لدوال الجيب والجيب التمام والظل نستخـدم المفتاح shift قـــبل استخدام tan أو sin أو cos لتحصل علــى الزاوية المطلوبة.

مثال : هـ= ظا$^{-1}$ ٥

shift	tan	٥

هـ ≈ ٧٩°

٢) جتا(٣٦٠ – هـ) = جتاهـ

جتا(١٨٠ + هـ) = جتا(١٨٠ – هـ) = –جتا(هـ)

جا(١٨٠ + هـ)= جا(٣٦٠ – هـ)= –جـا(هـ)

ظا(١٨٠ – هـ) = ظا(٣٦٠ – هـ) = –ظا(هـ)

- المعادلـــة المثلثيـــة: هي معادلة متغيراتها نسب مثلثية لزاويـــة مجـــهولة.

- حل المعادلة المثلثية: يعني إيجاد الزاوية أو الزاويا التي تحقق هذه المعادلة.

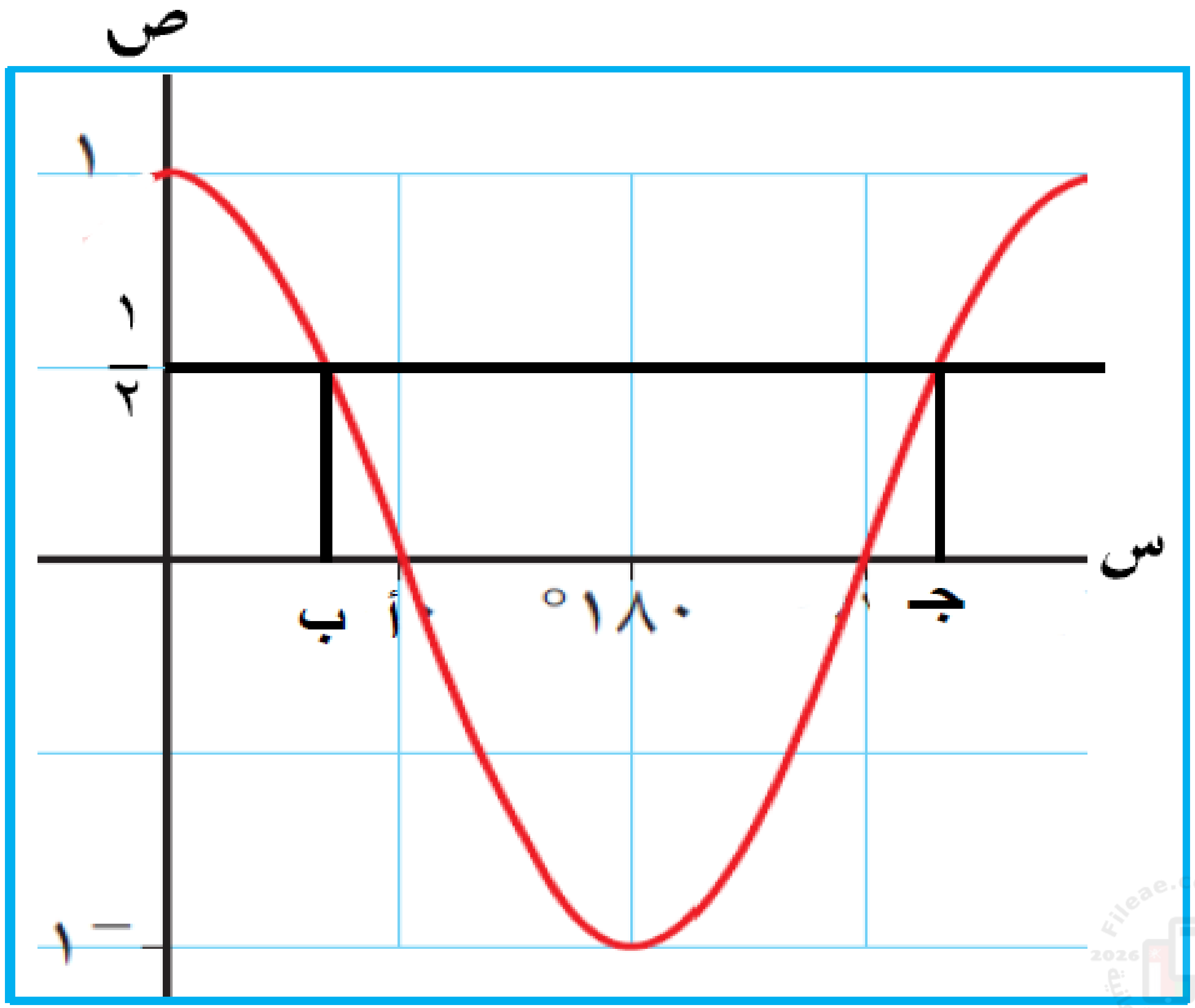
ملاحظة:

- التمثـــيلات البيانيـــة جـــا(هـ) ، جتـــــا(هـ) ، ظـــا(هـ) تبـــين أن للمعادلات المثلثية عدة حلول.

- يمكـــن إيجـــاد حـــل المعـــادلات المثلثـــية : بيانيـــا أو جبريا

نشاط جماعي:

يبين الشكل أدناه التمثيل البياني للدالة ص= جتا(س) حيث ٠° ≤ س ≤ ٣٦٠°



١) إحـــداثيـــات النقطـــة أ هـــي

)0 , 90°(

٢) قيمة ب = 60°

قيمة جـ = 300°

جتا (360 ـــ ه) = جتا ه

جتا 300 = جتا 60

أوجد جميع الحلول لـ س التي تقع بين ٠° ، ٣٦٠°

١) جا(س)= جا(١٥٠°)

س = 150 أو س = 30

٢) جا(س)= − جـا(٥٠°)

س = 230 أو س = 310

٣) جتا(س)= − جتا(٤٠°)

س = 140 أو س = 220

٤) جتا(س)= جتا(١٢٠°)

س = 120 أو س = 240

٥) ظا(س)= ظـا(٢٤٠°)

س = 60 أو س = 240

٦) ظا(س)= − ظا(٣٠°)

س = 150 أو س = 330

حلّ كلّ معادلة من المعادلات الآتية، وأوجد جميع الحلول التي تقع بين ٠° و ٣٦٠°:

أ جا(هـ) = $(\frac{١}{٢})$

جا$^{-1}(\frac{1}{2})$ = 30°

هـ$_1$ = 30°

هـ$_2$ = 180-30 = 150°

ب جا(هـ) = ١

جا$^{-1}$(1) = 90°

هـ$_1$ = 90° (زاوية ربعية)

ج جتا(هـ) = $(\frac{\sqrt{٢}}{٢})$

جتا$^{-1}(\frac{\sqrt{2}}{2})$ = 45°

هـ$_1$ = 45°

هـ$_2$ = 360 — 45 = 315°

د ظا(هـ) = ٥

ظا$^{-1}$(5) = 78,7°

هـ$_1$ = 78.7°

هـ$_2$ = 180 + 78.7 = 258,7

ط ظا(هـ) = $^-$٤

ظا$^{-1}$(-4) = – 76°

هـ$_1$ = 360° — 76 = 284°

هـ$_2$ = 180 — 76 = 104°

و جا(هـ) = ٠,٢-

جا$^{-1}$(-0,2) = – 11,5°

هـ$_1$ = 360 ° — 11,5 = 348.4°

هـ$_2$ = 180 + 11,5 = 191.5°

نشاط إثرائي:

١)

تقول منى أن جميع حلول المعادلة (جا(س))^{٢} = $\frac{١}{٤}$ الواقعة بين ٠°، ٣٦٠° هي ٣٠°، ١٥٠°

وضح أن إجابة منى خاطئة.

(جا س)^2 = $\frac{1}{4}$

باخذ الجذر التربيعي

جا س = $\pm\frac{1}{2}$

جا س = $\frac{1}{2}$

جا$^{-1}$ $(\frac{1}{2})$ = 30°

س$_1$ = 30°

س$_2$ = 180 - 30 = 150°

جا س = $-\frac{1}{2}$

جا$^{-1}$ $(-\frac{1}{2})$ = 30°

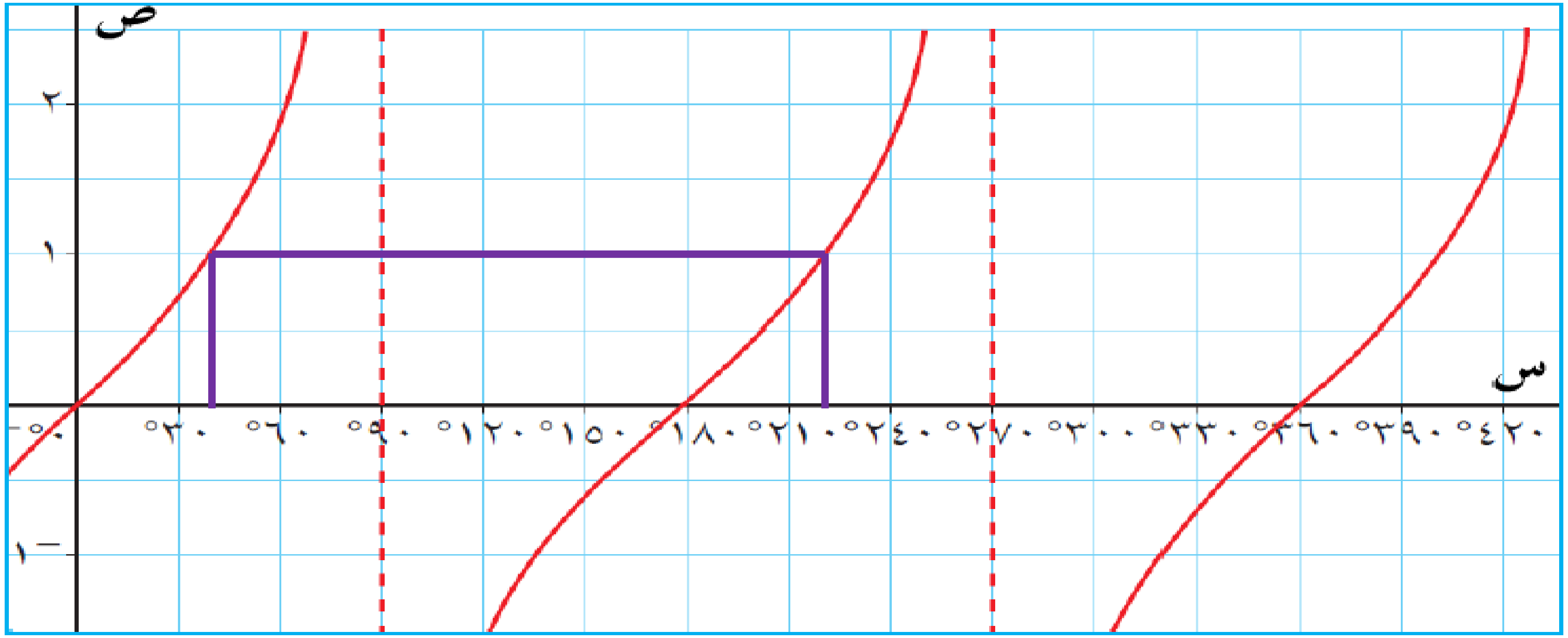
س$_3$ = 360 - 30 = 330°

س$_4$ = 180 + 30 = 210°

نشاط ختامي:

١) يبين الشكل المجاور التمثيل البياني للدالة ص= ظا(س)

حيث ٠° ≤ س ≤ ٣٦٠°



مستعينا بالرسم أعلاه

أوجـــد جميـــع حلول المعادلة ظا(س)= ١

$ظا^{-1}(1) = 45°$

جميع الحلول هي

225°, 45°

٢) حل المعادلة جتا(٢س-١٠)= -٠,٧ في الفترة ٠° ≤ س ≤ ٣٦٠°

Shift cos (- 0.7)

جتا$^{-1}$(2س -10) = - 0,7

2س - 10 = 134.4°

2س = 134.4 + 10

$\frac{2س}{2} = \frac{144,4}{2}$

س = 72,2°

الواجب المنزلي: رقم (٥) كتاب النشاط صفحة٩٢

(13-2)
قانون الجيب

(١٣-٢) قانون الجيب

التعلــــم القبـــــلي:

١) أوجد قيمة س في كل مما يأتي:

أ) $\frac{س}{٧} = \frac{٣,٥}{١٤}$

$س = \frac{3.5 \times 7}{14} = 1.75$

ب) $\frac{٢٣}{٩} = \frac{٥}{س}$

$س = \frac{5 \times 9}{23} = 1.95$

٢) حل المعادلات الآتية وأوجد جميع الحلول التي تقع بين ٠°، ١٨٠°

أ) جا هـ = $\frac{١}{٢}$

هـ = 30°   هـ = 150°

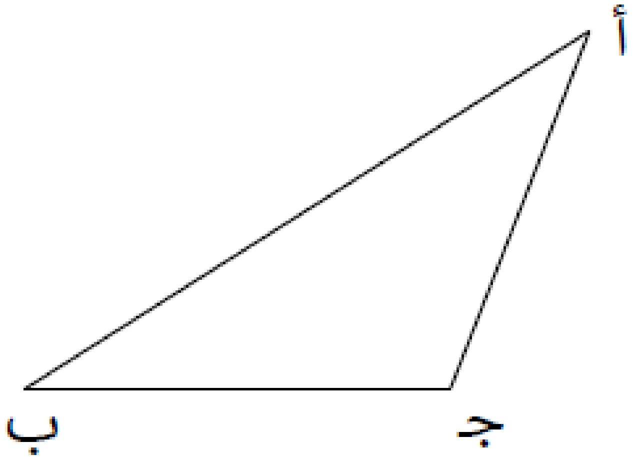
ب) جا هـ = ٠,٢

هـ = 11.5°   هـ = 168.5°

٣) تذكر أن:

- مجموع قياسات المثلث = ١٨٠°

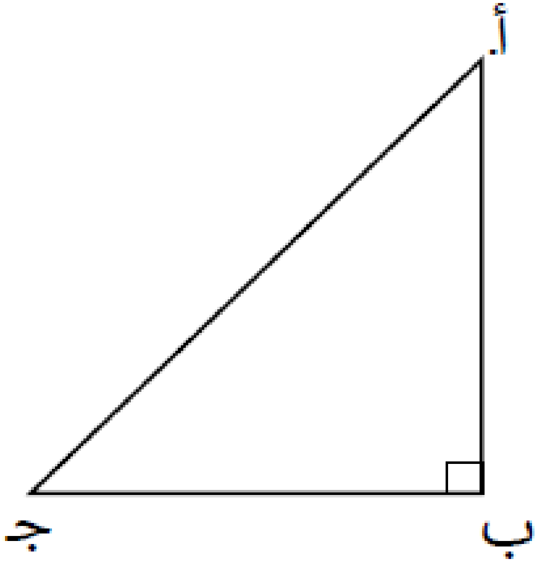
ق (أ) + ق (ب) + ق (جـ) = ١٨٠°



- أصغر أضلاع المثلث تقابل أصغر الزوايا قياسا

وأكبر أضلاع المثلث تقابل أكبر الزوايا قياسا

إذا كان أب > أ جـ > ب جـ فإن ق($\hat{\text{جـ}}$) > ق($\hat{\text{ب}}$) > ق($\hat{\text{أ}}$)



- تذكر النسب المثلثية في المثلث القائم الزاوية

جا جـ = $\frac{\text{المقابل}}{\text{الوتر}}$ ، جتا جـ = $\frac{\text{المجاور}}{\text{الوتر}}$ ، ظا جـ = $\frac{\text{المقابل}}{\text{المجاور}}$

(Sin) (cos) (tan)

الصف: العاشر   الوحدة: النسب المثلثية لزوايا قياسها أكبر من ٩٠°   الموضوع:(١٣-٢) قانون الجيب   الفصل الدراسي الثاني

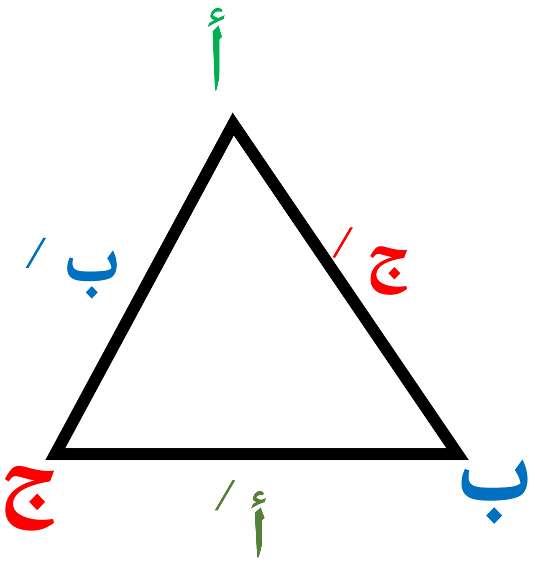
التمهيد:

الطريقة المعيارية لتسمية زوايا المثلث وأضلاعه

طريقة تسمية رؤوس المثلث

هي استخدام الحروف الأبجدية

أ ، ب ، ج



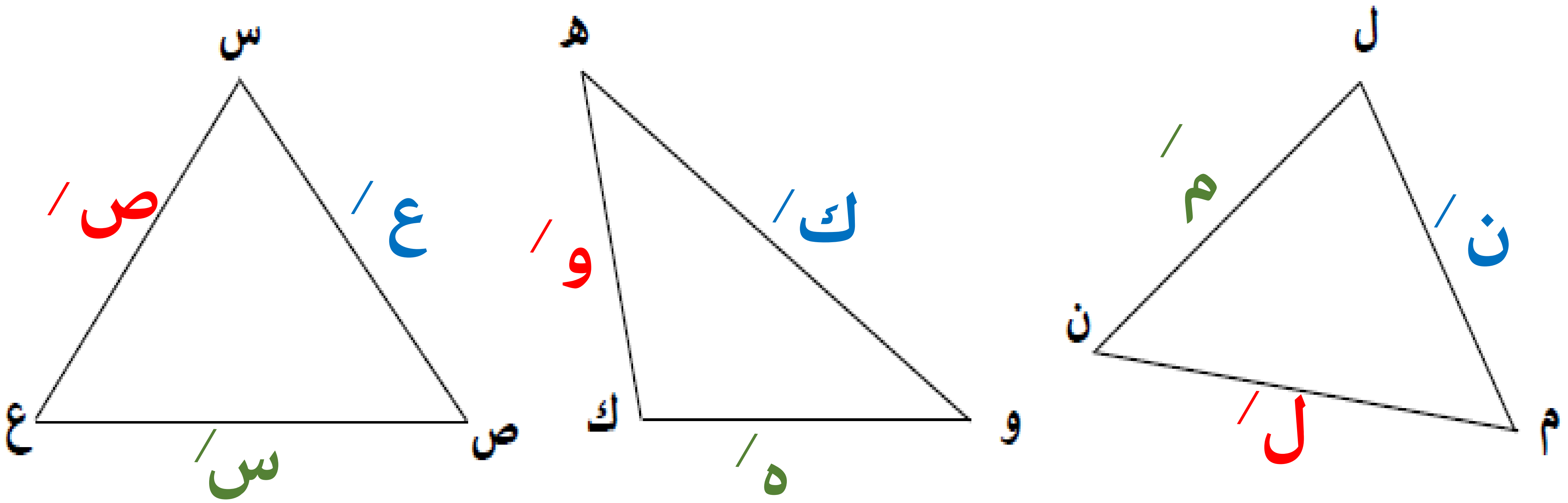
طريقة الأضلاع المقابلة للزوايا

هي استخدام نفس الحروف مع إضافة شرطة(/) مائلة لكل منها

مثال:

الضلـــع المقابل للزاوية أ هو أ/

تدريب: سمي أضلاع كل مثلث من المثلثات الآتية بالطريقة المعيارية:



قانون الجيب

$$\frac{\text{جا}(\text{أ})}{\text{أ}'} = \frac{\text{جا}(\text{ب})}{\text{ب}'} = \frac{\text{جا}(\text{ج})}{\text{ج}'}$$

تستخدم هذه الصورة
في حساب قياس الزوايا

$$\frac{\text{أ}'}{\text{جا}(\text{أ})} = \frac{\text{ب}'}{\text{جا}(\text{ب})} = \frac{\text{ج}'}{\text{جا}(\text{ج})}$$

تستخدم هذه الصورة
في حساب أطوال الأضلاع

ملاحظة: يمكن استخدام قانون الجيب لإيجاد مجهول فالمثلث إذا علم :

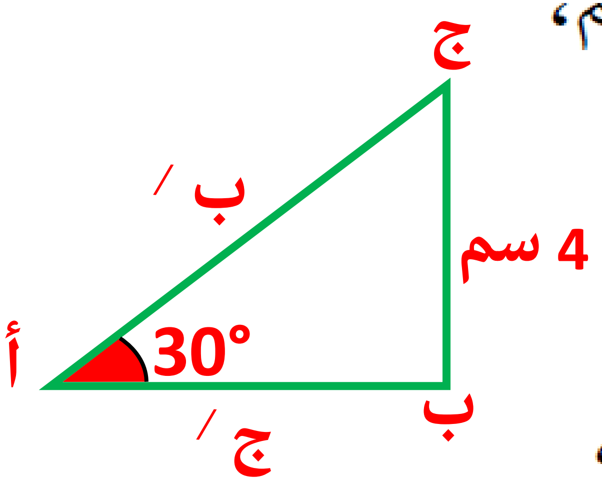
- ضلع واحد وزاويتان
- ضلعان وزاوية مقابلة

نشاط تعزيزي: أكمل :

١) في أي مثلث س ص ع يكون $\frac{س'}{جا(س)} = \frac{ص'}{جا(ص)} = \frac{ع'}{جا(ع)}$

٢) في Δ أ ب جـ إذا كان ق ($\hat{أ}$) = ٣٠°، طول $\overline{ب جـ}$ = ٤سم،

أحسب $\frac{ب'}{جا(ب)} = \frac{أ'}{جا(أ)} = \frac{4}{جا(30°)} = \frac{4}{0,5} = 8$



٣) في المثلث أ ب جـ إذا كان $\frac{أ'}{جا(أ)} = ٨$ ،

أحسب $\frac{جا (ب)}{ب'} = \frac{جا(أ)}{أ'} = \frac{1}{8}$ ....

مثال-١: رقم(١) كتاب الطالب صفحة ١٢٧

صل س فى العمـــود الأول بقيمتها المناسبة من العمود الثـــانى

$\frac{\text{س}}{\text{جا}(٥٠°)} = \frac{٩}{\text{جا}(٣٨°)}$	٢٥,٣
$\frac{٢٠,٦}{\text{جا}(٥٠°)} = \frac{\text{س}}{\text{جا}(٧٠°)}$	١١,٢
	١٦,٨

سجل ملاحظاتك:

$$\text{س} = \frac{9 \times \text{جا}(50°)}{\text{جا}(38°)} = 11,2$$

$$\text{س} = \frac{20.6 \times \text{جا}(70°)}{\text{جا}(50°)} = 25,3$$

مثال-٢: أوجد قيمة س في المعادلة الآتية:

$$\frac{\text{جا}(\text{س}^\circ)}{١١,٤} = \frac{\text{جا}(٦٣^\circ)}{١٦,٢}$$

الحل:

$$\text{جا}(\text{س}^\circ) = \frac{11,4 \times \text{جا}(63^\circ)}{16.2} = 0,62$$

$$\text{جا}^{-1}(\text{س}) = 0,62$$

Shift sin (0.62)

$\boxed{\text{س} = 38.3^\circ}$ او $\text{س} = 180 - 38.3 = \boxed{141.7^\circ}$

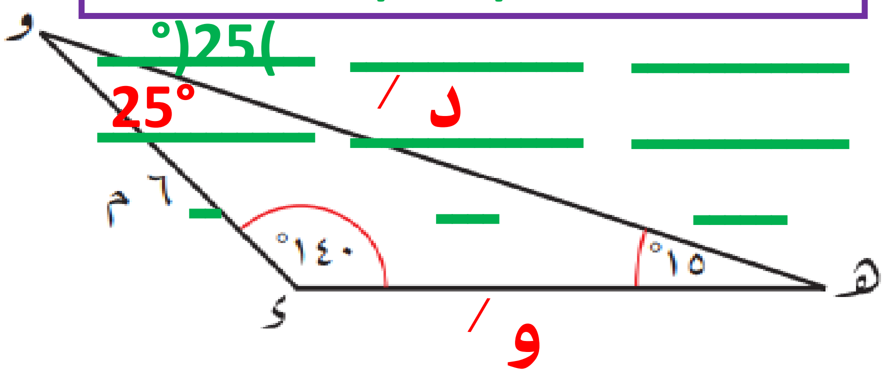
نشاط فردي: رقم (١ / (أ) + (ب)) كتاب النشاط صفحة ٧٨

مثال-٣: رقم (٥) كتاب الطالب صفحة ١٢٨

مريم

تقول مريم: في المثلث د هـ و ، طولي دهـ ، هـ و
على الترتيب لأقرب منزلة عشـــرية ٩,٨ م ، ١٤,٩ م

هل ما تقوله مريم ☑ صح ☐ خطأ ؟ ،وضح إجابتك.



$$\frac{6}{\text{جا}(15°)} = \frac{\text{د}/}{\text{جا}(140°)} = \frac{\text{و}/}{\text{جا}(25°)}$$

$$\frac{6}{\text{جا}(15°)} = \frac{\text{د}/}{\text{جا}(140°)}$$

$$\text{د}/ = \frac{6 \times \text{جا}(140°)}{\text{جا}(15°)}$$

$$\text{د}/ = 14,9 \text{ م}$$

$$\frac{6}{\text{جا}(15°)} = \frac{\text{و}/}{\text{جا}(25°)}$$

$$\text{و}/ = \frac{6 \times \text{جا}(25°)}{\text{جا}(15°)}$$

$$\text{و}/ = 9,8 \text{ م}$$

نشاط فردي: رقم (٢ / ج) صفحة ٧٩ + رقم (٣/ هـ) صفحة ٨١

نشاط ثنائي:

١) في المثلث أ ب ج إذا كان أ/ = ٥ سم ،
ضع دائرة حول ب/

$٥ \times \frac{\text{جا أ}}{\text{جا ب}}$ $٥ \times \boxed{\frac{\text{جا ب}}{\text{جا أ}}}$ $٥ \times \frac{\text{جا أ}}{\text{جا جـ}}$ $٥ \times \frac{\text{جا جـ}}{\text{جا ب}}$

٢) في أي مثلث س ص ع ،

ضع دائرة حول النسبة التى تساوي $\frac{س'}{جا\ س}$

$\frac{ص'}{جا\ ص}$ $\frac{ص'}{جتا\ ص}$ $\frac{جا\ ص}{ص'}$ $\frac{ع'}{جتا\ ع}$

٣) في المثلث د هـ و ، الذي فيه ق($\hat{د}$) = ٨٠° ، ق($\hat{هـ}$) = ٦٠° ، هـ' = ١٢ سم

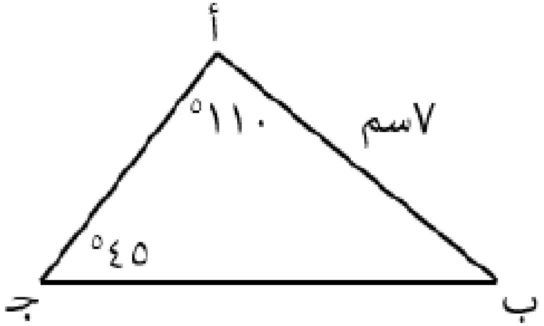
ضع دائرة حول د'

$\frac{١٢ جا ٨٠°}{جا ٤٠°}$ $\frac{١٢ جا ٨٠°}{جا ٦٠°}$ $\frac{١٢ جا ٤٠°}{جا ٨٠°}$ $\frac{١٢ جتا ٨٠°}{جتا ٤٠°}$

الصف: العاشر　الوحدة: النسب المثلثية لزوايا قياسها أكبر من ٩٠°　الموضوع:(١٣-٢) قانون الجيب　الفصل الدراسي الثاني

٤) من المثلث المقابل

<u>ضع دائرة</u> حول قيمة أ/ (مقربا الناتج لأقرب جزء من عشرة)



٥,٣　　٩,٣　　١١,٢　　٩,٩

$$\frac{7}{\text{جا}(45°)} = \frac{\text{أ}/}{\text{جا}(110°)}$$

$$\text{أ}/ = \frac{7 \times \text{جا}(110°)}{\text{جا}(45°)} = 9.3 \text{ سم}$$

الحالة الغامضة في قانون الجيب

تقود خصائص دالة الجيب إلى أكثر من إجابة واحدة ممكنة

مناقشة مثال (٥) كتاب الطالب صفحة ١٢٦ + ١٢٧

مثال ٥

في المُثلَّث ى هـ و، ى و = ١٠ سم، هـ و = ٧ سم، ق(هـ ىَ و)= ٣٤°. احسب قياس كل زاوية من الزاويتين الآتيتين مقرّبًا الناتج إلى أقرب درجة:

أ ى هـ و

ب ى و هـ

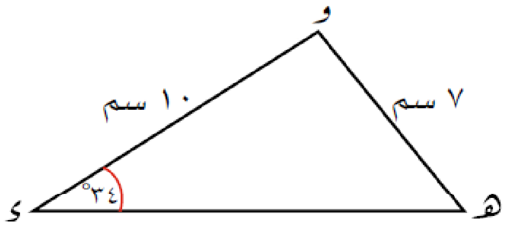
الحلّ:

أ تقابل الزاوية (ى هـَ و) الضلع الذي يبلغ طوله ١٠ سم. يشكّل ذلك أحد أزواج قانون الجيب. وتقابل الزاوية (هـ ىَ و) الضلع الذي يبلغ طوله ٧ سم. يشكل ذلك زوجًا ثانيًا من قانون الجيب.

أنت تحاول أن تجد زاوية. لذا، اختر صورة قانون الجيب حيث إنّ قيمة نسبة الجيب في البسط:

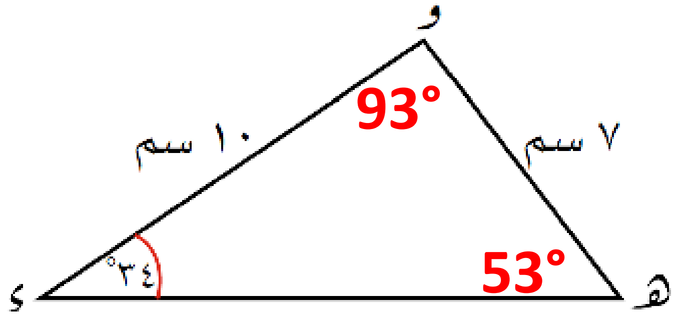
$$\frac{\text{جا}(٣٤°)}{٧} = \frac{\text{جا}(\text{هـ})}{١٠}$$

$$\Leftarrow \text{جا}(\text{هـ}) = ١٠ \times \frac{\text{جا}(٣٤°)}{٧} \quad =0,8$$



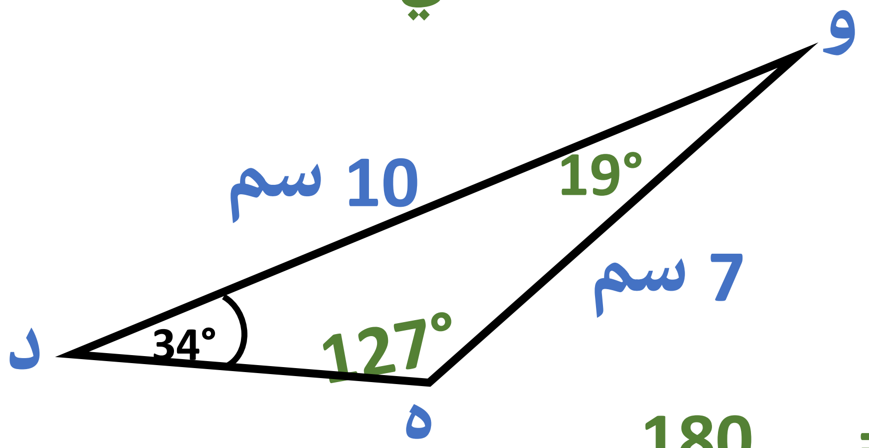
$\text{جا}^{-1}(\text{ه}) =0,8$

Shift sin (0.799)



$ه_1 = 53°$ ← $و_1 = 93°$

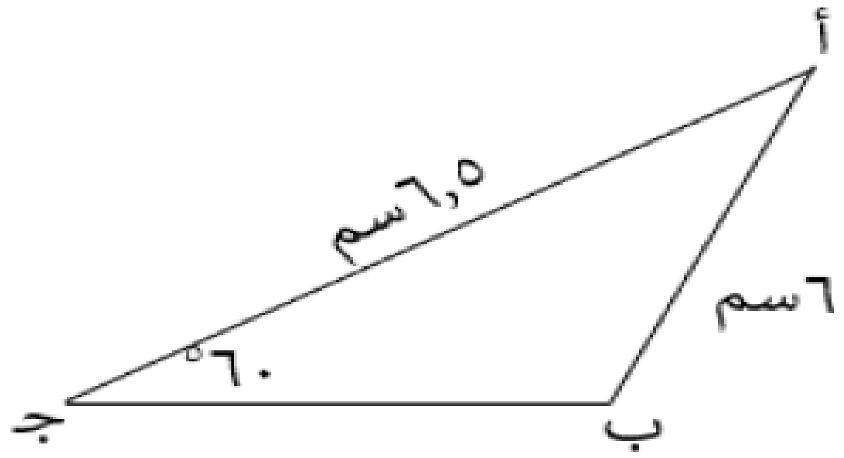
يوجد زاوية ثانية د ه و منفرجة في الربع الثاني



$ه_2 = 180 - 53$

$ه_2 = 127°$ ← $و_1 = 19°$

نشاط فردي: معتمدا على المثلث المقابل



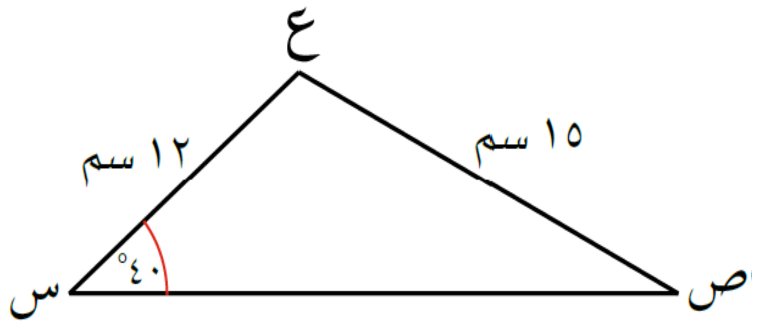
أكمل:

ق(ب) = ...110,3°....

ق(أ) = ...9,7°..........

سجل ملاحظاتك:		
جا (60) / 6 = جا (ب) / 6,5 جا (ب) = 6,5 × جا (60°) / 6 جا (ب) = 0.938 سم جا$^{-1}$ (ب) = 0,938	Shift sin (0.938) ق(ب) = 69,7° ق(ج) = 60° ق(أ) = 50,3°	يوجد قياس الاخر للزاويتين أ و ب في الربع الثاني ق(ب) = 110.3° ق(ج) = 60° ق(أ) = 9,7°

نشاط جماعي: رقم(٧)كتاب الطالب صفحة١٢٩



في المثلث س ص ع ، ق(س̂) = ٤٠°وطول الضلع

س ع = ١٢ سم، وطول الضلـــــع ص ع =١٥ سم

٢)أكمل : ق(ص̂) = ...30,9° ، ق(ع̂) = ...109,1°

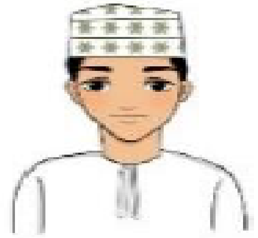
٣)ضع دائرة حول طول الضلع س ص لأقرب عدد صحيح

٢٢ ١٥ ١٢ ٢٧

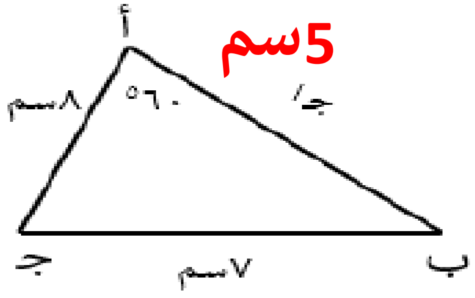
نشاط إثرائي:

١) رقم (٣) كتــاب النشــاط صفحــة ٩١

٢) أحمد



يقول أحمد إذا كان محيط المثلث الحاد الزوايا المقابل = ٢٠ سم ، فإن ق($\hat{ج}$)=٣٨,٢°



هل ما يقوله أحمد ☑ صح ☐ خطأ؟ برر اجابتك

$$\frac{جا(60)}{7} = \frac{جا(ج)}{5}$$

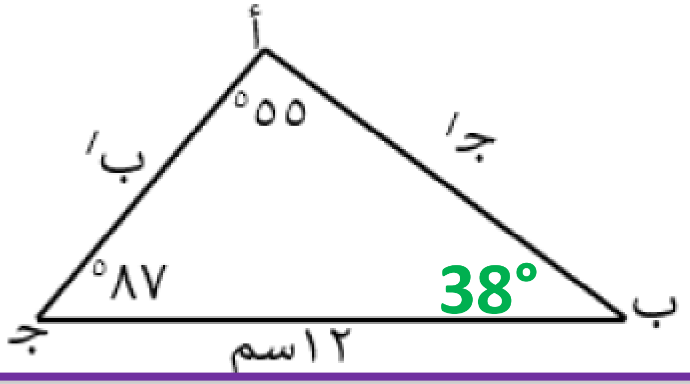
$$جا(ج) = \frac{5 \times جا(60°)}{7} = 0.618 \text{ سم}$$

$$جا^{-1}(ج) = 0.618$$

$\boxed{\text{Shift sin (0.618)}}$

$$ق(\hat{ج}) = 38,2°$$

تقويم ختامي:



أكمل: محيط المثلث المقابل = ... 35,6 سم

$$\frac{12}{\text{جا }(55°)} = \frac{\text{ب}/}{\text{جا }(38°)} = \frac{\text{جـ}/}{\text{جا }(87°)}$$

$$\frac{12}{\text{جا }(55°)} = \frac{\text{ب}/}{\text{جا }(38°)}$$

$$\text{ب}/ = \frac{12 \times \text{جا }(38°)}{\text{جا }(55°)} = 9 \text{ سم}$$

$$\frac{12}{\text{جا }(55°)} = \frac{\text{جـ}/}{\text{جا }(87°)}$$

$$\text{جـ}/ = \frac{12 \times \text{جا }(87°)}{\text{جا }(55°)} = 14,6 \text{ سم}$$

محيط المثلث = 12 + 9 + 14.6= 35.6 سم

النشاط البيتي: رقم (٦) كتاب الطالب صفحة ١٢٨

(13-3)
قانون جيب التمام

(١٣-٣) قانون جيب التمام

التعلـــــم القبـــلي:

١) أكمل: أصغر زاوية قياسات في المثلث تقابل اصغر ضلع في المثلث

٢) حل المعادلات الآتية ،وأوجد جميع الحلول التي تقع بين ٠° ، ٣٦٠°

ب)	أ)
جتا هـ = $\frac{-١}{٣}$	جتا هـ = $\frac{١}{٢}$
جتا$^{-1}$ ($\frac{-1}{3}$) = هـ	جتا$^{-1}$ ($\frac{1}{2}$) = هـ
Shift cos ($\frac{-1}{3}$)	Shift cos (0.5)
هـ = 109,4°	هـ = 60°

قانون جيب التمام: يعبر عن قانون جيب التمام بالصيغة :

$$(\text{أ}')^2 = (\text{ب}')^2 + (\text{ج}')^2 - 2\,(\text{ب}')\,(\text{ج}')\ \text{جتا}\,(\text{أ})$$

$$\text{جتا}\,(\text{أ}) = \frac{(\text{ب}')^2 + (\text{ج}')^2 - (\text{أ}')^2}{2\,(\text{ب}')\,(\text{ج}')}$$

$$(\text{ب}')^2 = (\text{أ}')^2 + (\text{ج}')^2 - 2\,(\text{أ}')\,(\text{ج}')\ \text{جتا}\,(\text{ب})$$

$$\text{جتا}\,(\text{ب}) = \frac{(\text{أ}')^2 + (\text{ج}')^2 - (\text{ب}')^2}{2\,(\text{أ}')\,(\text{ج}')}$$

$$(\text{ج}')^2 = (\text{أ}')^2 + (\text{ب}')^2 - 2\,(\text{أ}')\,(\text{ب}')\ \text{جتا}\,(\text{ج})$$

$$\text{جتا}\,(\text{ج}) = \frac{(\text{أ}')^2 + (\text{ب}')^2 - (\text{ج}')^2}{2\,(\text{أ}')\,(\text{ب}')}$$

تستخدم هذه الصيغة إذا علم طولا ضلعين وقياس الزاوية المحصورة بينهما

تستخدم هذه الصيغة إذا علمت أطوال أضلاع المثلث

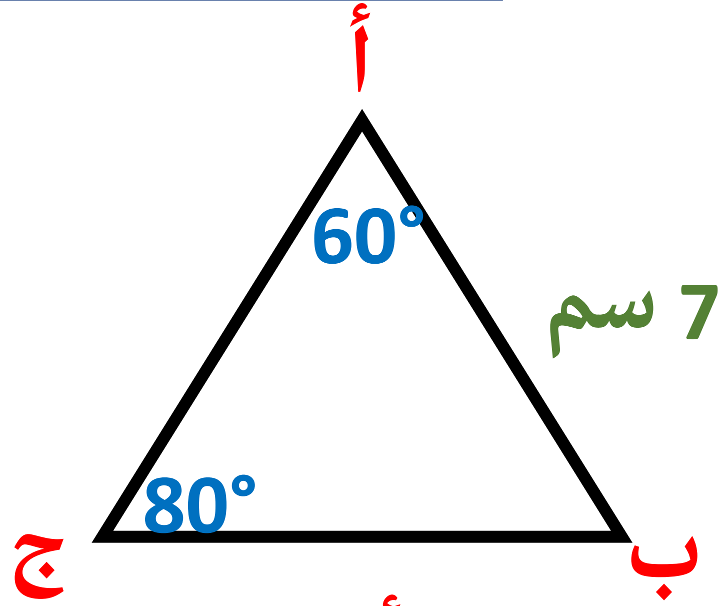
انتبه!! الضلع الذي يشكل مربعه موضوع الصيغة يقابل الزاوية (المشار إليها) بنفس الحرف

حالات المثلث التي نتسخدم فيها قانون الجيب

اذا علم :

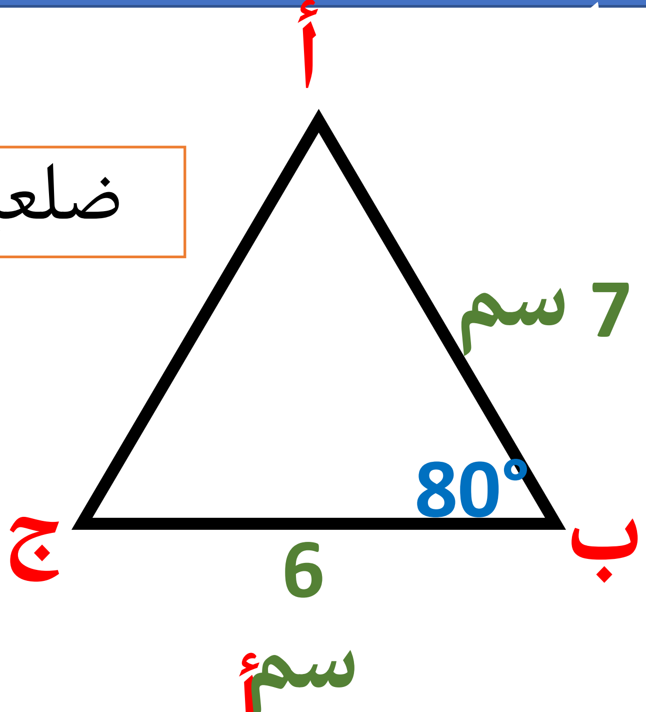
ضلع وزاويتين

جا



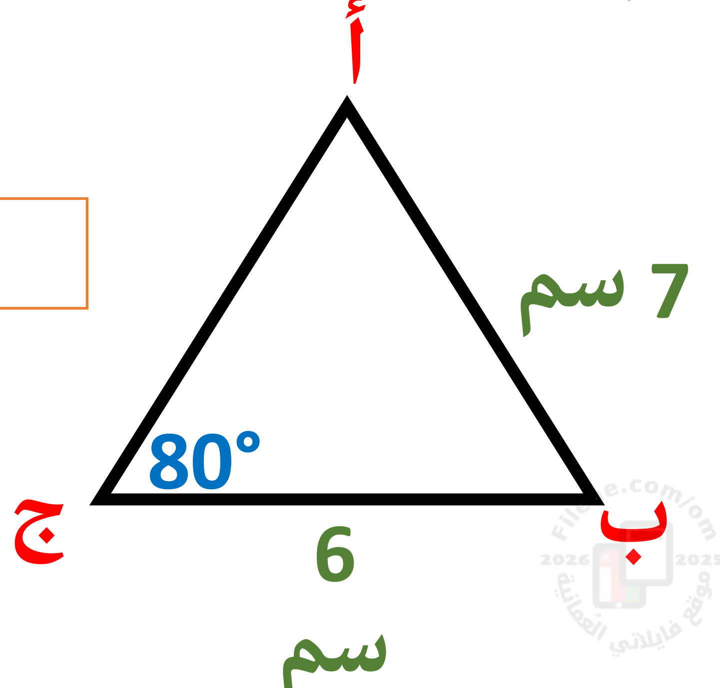
ضلعين وزاوية محصورة بينهم

جتا



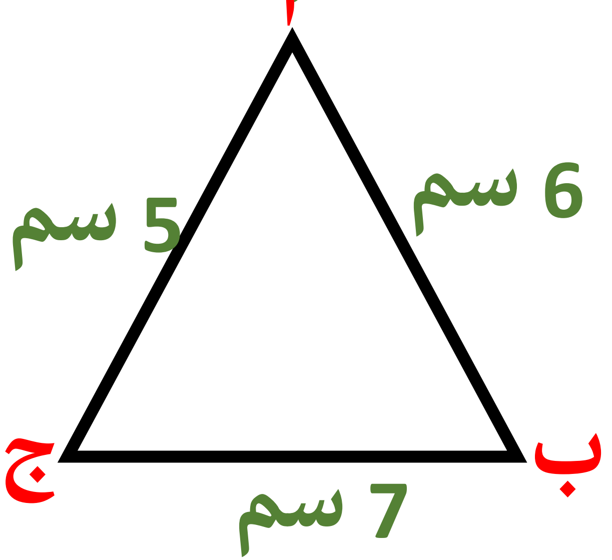
ضلعين وزاوية مقابلة

جا



ثلاث اضلاع

جتا



نشاط تعزيزي:

١) في المثلث أ ب جـ يكون (ب/)٢ + (جـ/)٢ – (أ/)٢ = ٢ (ب/) (جـ/) × ☐

ضع دائرة حول القيمة المناسبة للمربع

جتا (ب)   جتا (جـ)   جتا (أ)   جا (أ)

٢) في المثلث أ ب جـ ، (أ/)٢ + (ب/)٢ – (جـ/)٢ = ________________

ضع دائرة حـــول الإجابـــة الصحيحة

٢ (أ/) (ب/) جا (جـ)   ٢ (أ/) (ب/) جتا (جـ)

(أ/) (ب/) جتا (جـ)   ٢ (ب/) (جـ/) جتا (أ)

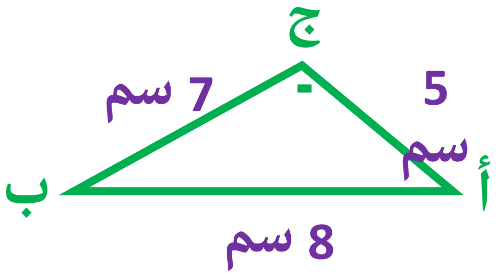
٣) في Δ س ص ع

ضع دائرة حـــول القيمة التي تساوي $\frac{(\text{س}')^{٢} + (\text{ص}')^{٢} - (\text{ع}')^{٢}}{٢\ \text{س}'\ \text{ص}'}$

جتا (س)   جتا (ص) $\boxed{\text{جتا (ع)}}$ جا (ع)

٤) أ ب ج مثلث فيه أ/ = ٧ سم ، ب/ = ٥سم ، جـ/ = ٨ سم

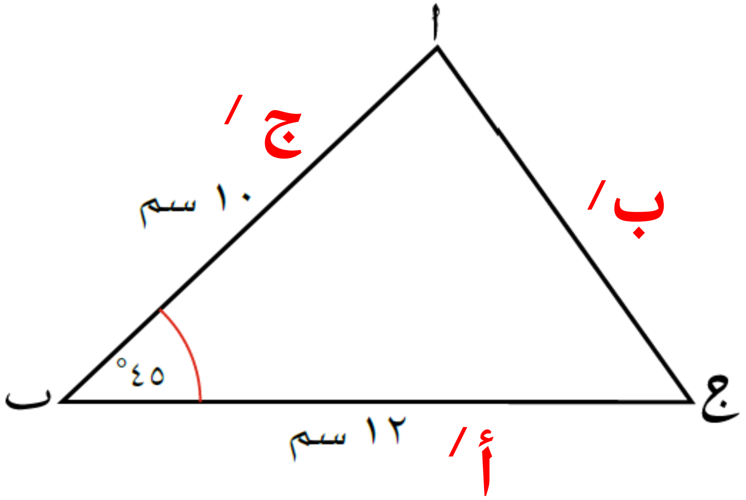
ضع دائرة حول جيب تمام أصغر زوايا المثلث



$\boxed{\frac{١١}{١٤}}$ $\frac{-٣}{٧}$ $\frac{١٤}{١١}$ ١

مثال - ١: رقم(١) كتاب الطالب صفحة ١٣٣

في المثلث أ ب ج ، ق (ب̂) = ٤٥°
طـــول الضلـــــــع ب ج = ١٢ سم
تقول منى أن طوال الضلع أ ج = ٨,٦٢سم



وضح أن إجابة منى صحيحة.

(ب/)^2 = (أ/)^2 + (ج/)^2 − 2 أ/ ج/ جتا(ب)

(ب/)^2 = 144 + 100 − 2 × 12 × 10 جتا(45)

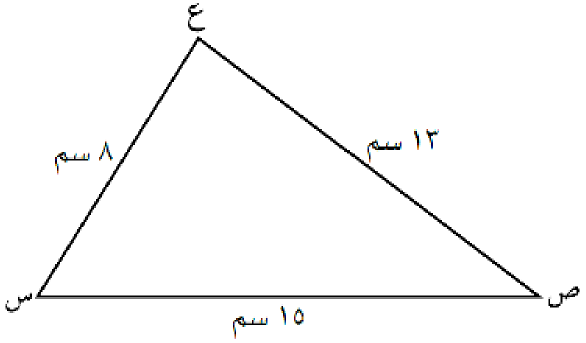
(ب/)^2 = 244 − 240 جتا(45) =74.3

ب/ = $\sqrt{74,3}$ =8.62

أج = 8.62 سم

نشاط فردي: رقم (٣ / (أ) + (ب)) كتاب النشاط صفحة ٨٣

مثال -٢: رقم(٥) كتاب الطالب صفحة ١٣٣



في المثلث س ص ع ،طول الضلع س ص = ١٥ سم
وطول الضلع ص ع = ١٣ سم ، وطول الضلع ع س= ٨سم
قام كل من محمد وعلي بإيجاد قياسات زوايا المثلث كالتالي:

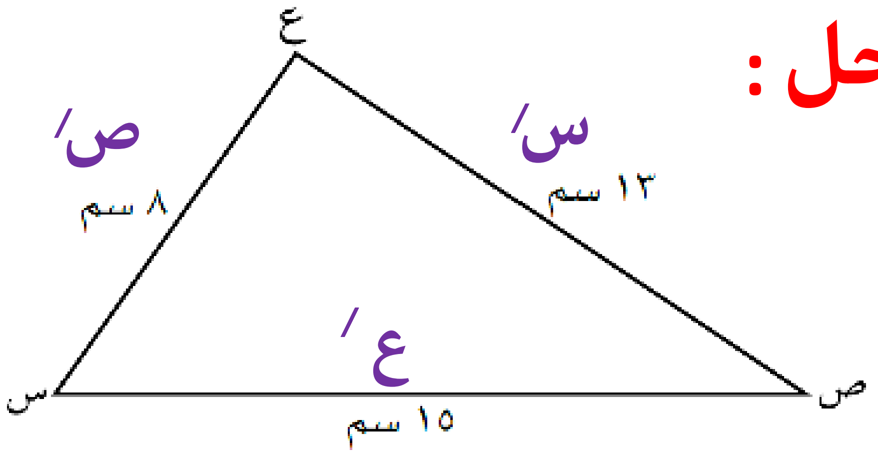
علي	محمد
ق (سً) = ٦٠°	ق (سً) = ٦٠°
ق (صً) = ٨٧,٨°	ق (صً) = ٣٢,٢°
ق (عً) = ٣٢,٢°	ق (عً) = ٨٧,٨°

أي منهما اجابته صحيحة ☐ محمد ☐ علي ؟ فسر اجابتك.

تابع

الحل :

الحل :



$\boxed{\text{س} = 13 \qquad \text{ص} = 8 \qquad \text{ع} = 15}$

$$\text{جتاس} = \frac{\text{ص}^2 + \text{ع}^2 - \text{س}^2}{2\ \text{ص}\ \text{ع}}$$

$$\text{جتاس} = \frac{64 + 225 - 169}{2 \times 8 \times 15} = \frac{120}{240}$$

$$\text{جتاس} = \frac{1}{2} \longrightarrow \boxed{\text{س} = 60°}$$

$$\text{جتاص} = \frac{\text{س}^2 + \text{ع}^2 - \text{ص}^2}{2\ \text{س}\ \text{ع}}$$

$$\text{جتاص} = \frac{169 + 225 - 64}{2 \times 13 \times 15} = \frac{330}{390}$$

$$\text{جتاص} = 0{,}846 \longrightarrow \boxed{\text{س} = 32{,}2°}$$

$$\text{جتاع} = \frac{\text{س}^2 + \text{ص}^2 - \text{ع}^2}{2\ \text{س}\ \text{ص}}$$

$$\text{جتاع} = \frac{169 + 64 - 225}{2 \times 13 \times 8} = \frac{8}{208}$$

$$\text{جتاع} = 0{,}038 \longrightarrow \boxed{\text{س} = 87{,}7°}$$

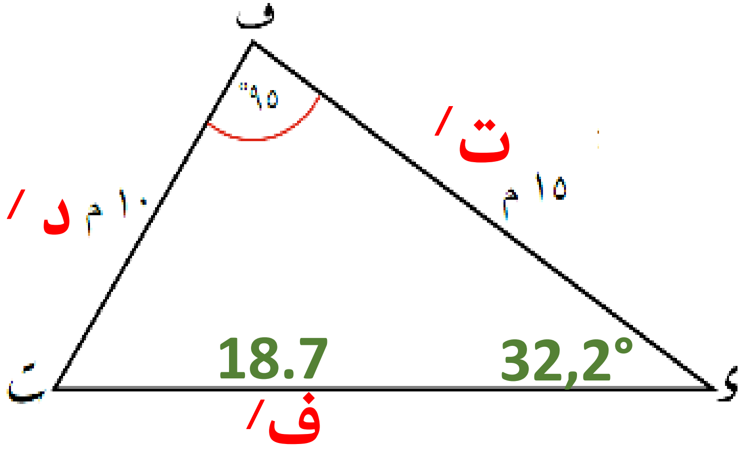
نشاط ثنائي: رقم(٤) كتاب الطالب صفحة ١٣٣

في المثلث ف ت د ، ق (ف) = ٩٥° ، وطول الضلع ف ت = ١٠ م ،
وطول الضلع ف د = ١٥ م احسب :

أ) طول الضلع ت د

ب) ق($\hat{د}$)

ج) ق ($\hat{ت}$)



أ) $(ف')^2 = (ت')^2 + (د')^2 - 2\ ت'\ د'\ جتا(ف)$

$(ف')^2 = (15)^2 + (10)^2 - 2 \times 15 \times 10\ جتا(95)$

$(ف')^2 = 351,14$

$ف' = \sqrt{351,14} = 18.7$

$\boxed{ت\ د = 18.7\ م}$

ب) $جتا\ (د) = \dfrac{(ف')^2 + (ت')^2 - (د')^2}{2\ ت'\ ف'}$

$جتا\ (د) = \dfrac{(15)^2 + (18.7)^2 - (10)^2}{2 \times 15 \times 18.7}$

$جتا\ (د) = \dfrac{474.69}{561} = 0,846$

Shift cos (0.846)

$\boxed{ق(\hat{د}) = 32,2°}$

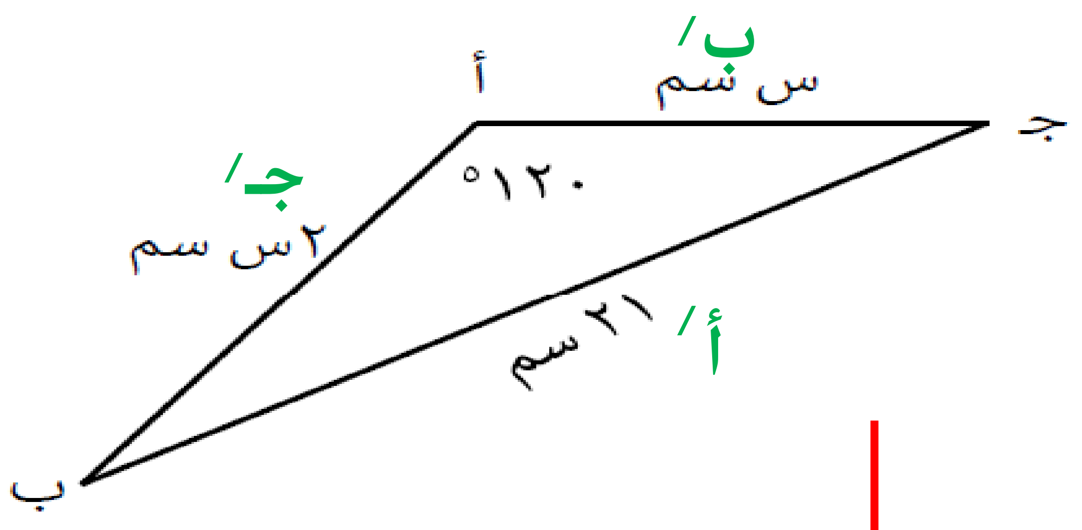
ج) $ق(\hat{ت}) = 180 - (95 + 32.2)$

$\boxed{ق(\hat{ت}) = 52.8°}$

نشاط اثرائي:

في المثلث أ ب جـ المقابل

احســـــب قيمــــــة س



$(أ/)^2 = (ب/)^2 + (جـ/)^2 - 2$ ب/ جـ/ جتا أ

$(21)^2 = س^2 + 4س^2 - 2 \times س \times 2س \times$ جتا(120)

$441 = 5س^2 - 4س^2 \times -\frac{1}{2}$

$441 = 5س^2 + 2س^2$

$441 = 7س^2$ بالقسمة على 7

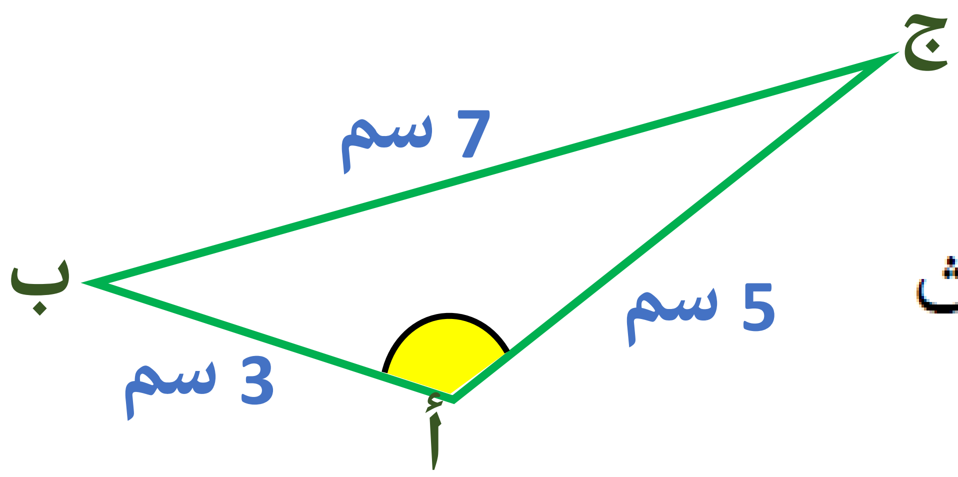
$\frac{441}{7} = \frac{7س^2}{7}$

$63 = س^2$ نأخذ الجذر التربيعي

$س = \sqrt{63}$

$\boxed{س = 7,9}$

نشاط جماعي:



١) مثلث أطوال أضلاعه ٣سم ، ٥سم ، ٧ سم

ضع دائرة حول قياس أكبر زاوية من زوايا المثلث

٣٠° ٦٠° ١٢٠° ١٥٠°

$$\text{جتا}(أ) = \frac{ب^2 + ج^2 - أ^2}{2\ ب\ ج}$$

$$\text{جتا}(أ) = \frac{(5)^2 + (3)^2 - (7)^2}{2 \times 5 \times 3}$$

$$\text{جتا}(أ) = \frac{-15}{30}$$

$$\text{جتا}(أ) = \frac{-1}{2}$$

Shift cos (- 0.5)

$$ق(\hat{أ}) = 120°$$

تابع نشاط جماعي :

٢) في Δ أ ب جـ إذا كان $\boxed{\text{أ}' = \text{ب}'}$ ، $\frac{(\text{جـ}')^{٢} - ٢(\text{أ}')^{٢}}{(\text{أ}')^{٢}} = ١$

ضع دائرة حول ق (جـ^)

٣٠° ٦٠° ١٢٠° ١٥٠°

$\frac{(\text{جـ}')^2 - (\text{أ}')^2}{(\text{أ}')^2} = 1$

$(\text{جـ}')^2 - (\text{أ}')^2 = (\text{أ}')^2$

$(\text{جـ}')^2 = (\text{أ}')^2 + 2(\text{أ}')^2$

$\boxed{(\text{جـ}')^2 = 3(\text{أ}')^2}$

جتا (جـ) $= \frac{(\text{أ}')^2 + (\text{ب}')^2 - (\text{جـ}')^2}{2\ \text{أ}'\ \text{ب}'}$

جتا (جـ) $= \frac{(\text{أ}')^2 + (\text{أ}')^2 - 3(\text{أ}')^2}{2 \times \text{أ}' \times \text{أ}'}$

جتا (جـ) $= \frac{2(\text{أ}')^2 - 3(\text{أ}')^2}{2(\text{أ}')^2}$

$= \frac{-(\text{أ}')^2}{2(\text{أ}')^2}$

جتا (جـ) $= \frac{-1}{2}$

ق (جـ^) = 120°

٣) في المثلث س ص ع إذا كان س/ = ص/

<u>ضع دائرة</u> حول جتا (س)

$\frac{\text{٢}(\text{ص}')^{\text{٢}}}{\text{ع}'}$ $\frac{\text{ع}'}{\text{٢ ص}'}$ $\frac{\text{ع}'}{\text{٤ س}'}$ $\frac{\text{ص}'}{\text{٢ }(\text{س}')^{\text{٢}}}$

نشاط ختامي:

١) أكمل

إذا كان طول ضلعين في مثلث هي ٤سم ، ٥سم وقياس الزاوية بينهما تساوي ٨٠° فإن طول الضلع الثالث لأقرب سم يساوي ≈ 6 سم

$$(\text{أ}')^2 = (\text{ب}')^2 + (\text{ج}')^2 - 2\ \text{ب}'\text{ج}'\ \text{جتا}(\text{أ})$$

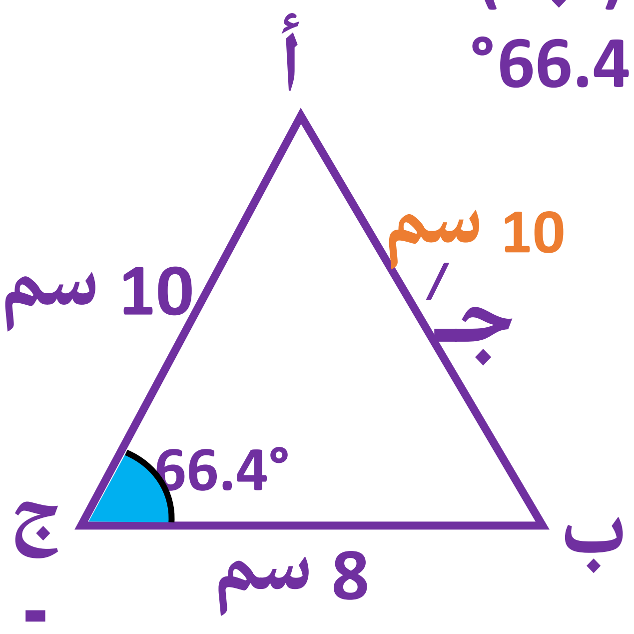
$$(\text{أ}')^2 = (4)^2 + (5)^2 - 2 \times 4 \times 5\ \text{جتا}(80)$$

$$(\text{أ}')^2 \approx 34\ \text{سم}$$

$$\text{أ}' = \sqrt{34} = 5.8\ \text{سم}$$

٢) أ ب جـ مثلث فيه ب جـ = ٨سم ، أ جـ = ١٠ سم ، جتا جـ = $\frac{٢}{٥}$ ، وضح أن المثلث أ ب جـ متطابق الضلعين .

جتا (جـ) = $\frac{2}{5}$ = 0,4 ← $\boxed{\text{Shift cos (0.4)}}$ ← ق̂ (جـ) = °66.4



$(جَ)^2 = (أَ)^2 + (بَ)^2 - 2\ أَ\ بَ$ جتا (جـ)

$(جَ)^2 = (8)^2 + (10)^2 - 2 \times 8 \times 10 \times$ جتا (66,4)

$(جَ)^2 \approx 100$ سم

جَ = $\sqrt{100}$ = 10 سم

∴ أب = أجـ = 10سم

∴ المثلث أ ب جـ متطابق الضلعين

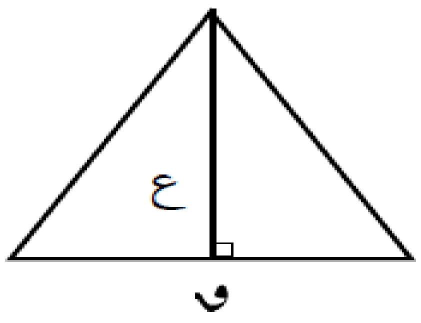
النشاط البيتي : رقم (١) كتاب النشاط صفحة ٨٢ + رقم (٢/د) كتاب النشاط صفحة ٨٣

(13-4)
مساحة المثلث

(١٣ - ٤) مساحة المثلث

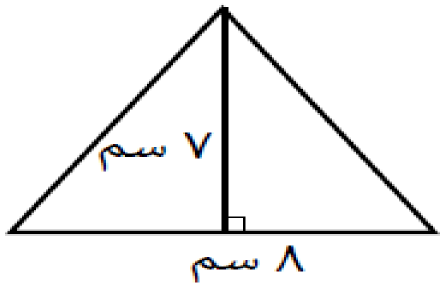
تذكر أن:

مساحة المثلث إذا علم طول القاعدة والارتفاع يمكن حسابها من القانون:



مساحة المثلث = $\frac{١}{٢}$ × ع × و

تدريب: أحسب مساحة الشكل المقابل

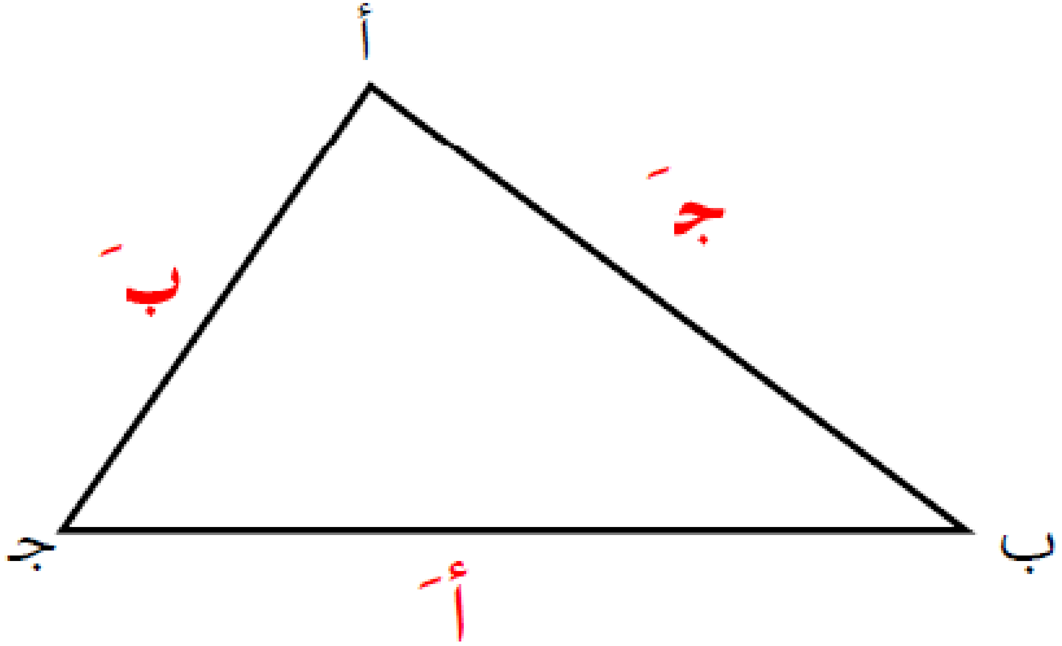


$\frac{1}{2} \times 8 \times 7 = 28$سم

سؤال: كيف نحسب مساحة المثلث إذا كان الارتفاع أو القاعدة مجهول؟

مساحة المثلث بمعلومية ضلعين وزاوية محصورة بينهما

مساحة المثلث= $\frac{١}{٢}$ حاصل ضرب أي ضلعين ×جيب الزاوية المحصورة بينهما

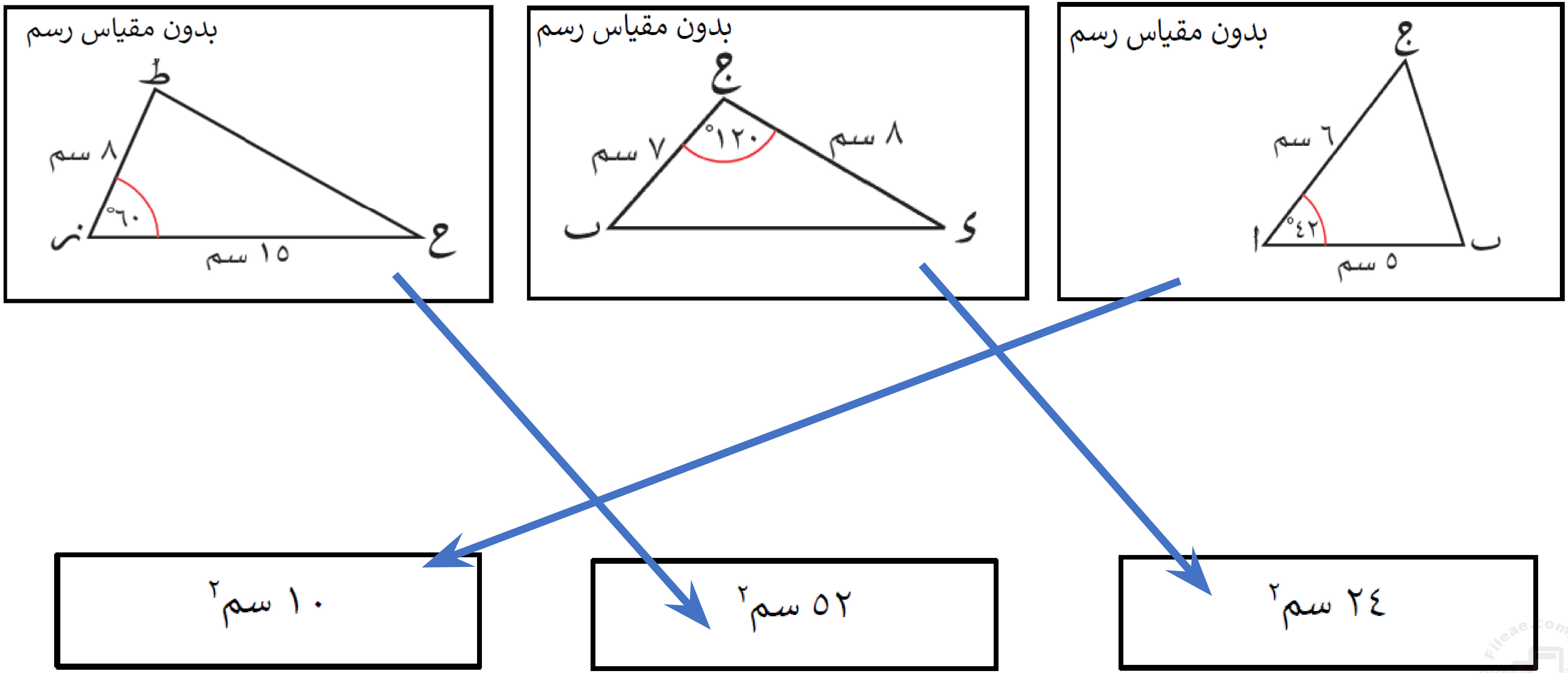


= $\frac{١}{٢}$ أَ بَ جا(ج)

= $\frac{١}{٢}$ بَ جَ جا(أ)

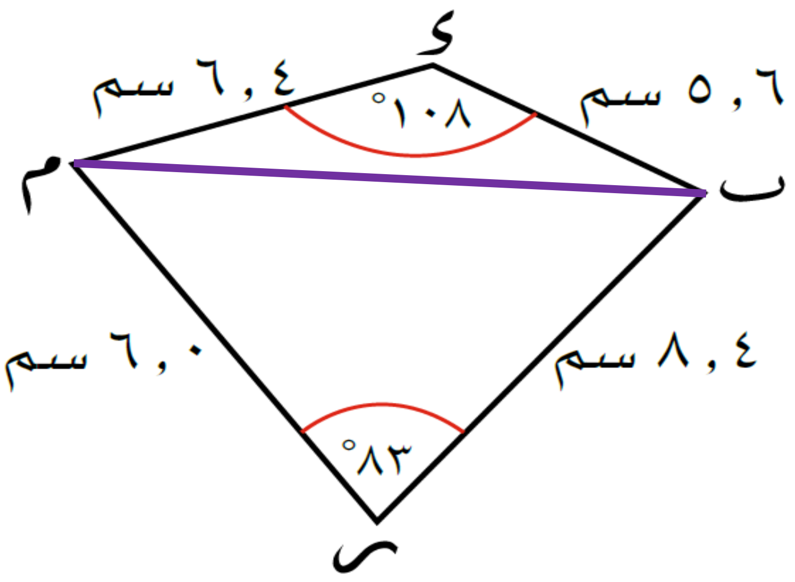
= $\frac{١}{٢}$ أَ جَ جا(ب)

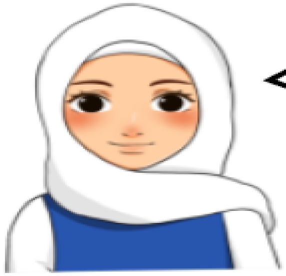
مثال: صل كل مثلث بمساحته لأقرب عدد صحيح



تنبيه: لإيجاد مساحة المضلعات المختلفة تقسم المضلع إلى مثلثات ونوجد مساحة كل منهما ثم نوجد مجموعهما.

مثال: رقم (٤) كتاب الطالب صفحة ١٣٧





تقول لمى أن مساحة الشكل المجاور ≈ ٤٢ سم٢

وضح أن إجابة لمى صحيحة.

مساحة المثلث ب د م $= \frac{1}{2} \times 5,6 \times 6,4 \times$ جا $(108) \approx 17$ سم

مساحة المثلث ب ر م $= \frac{1}{2} \times 8,4 \times 6,0 \times$ جا $(83) \approx 25$ سم

مساحة الشكل $= 17 + 25 = 42$ سم^2

ملاحظة : لإيجاد مساحة المثلث:

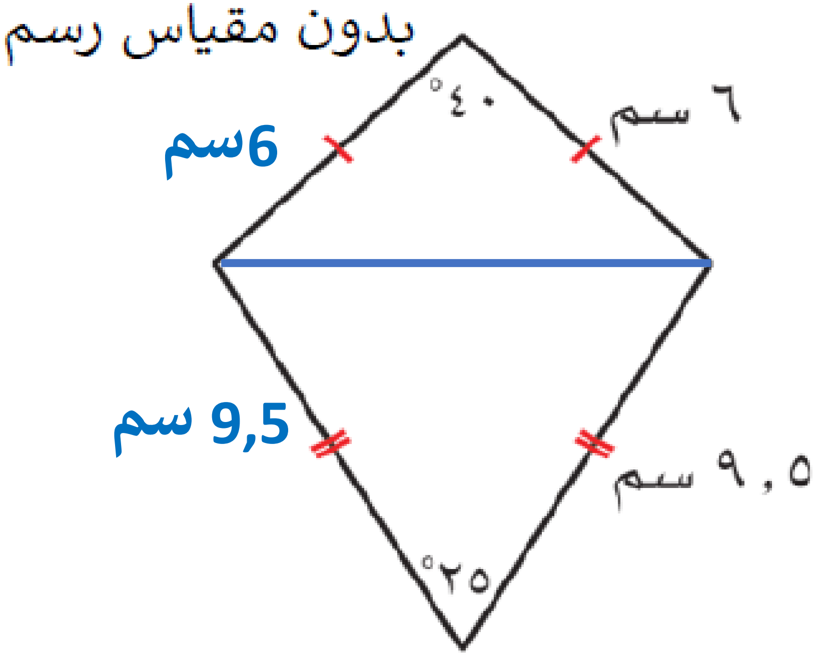
- إذا كان المعطى قياس زاويتين وطول ضلع واحد تستخدم قانـون الجيب لإيجاد طول الضلع الأخر.

- إذا كان المعطى أطوال الأضلاع الثلاثة نستخدم قانون جيب التمام لإيجاد طول الضلعين

الصف: العاشر الوحدة: النسب المثلثية لزوايا أكبر من ٩٠° الموضوع:(١٣-٤)مساحة المثلث الفصل الدراسي الثاني

نشاط فردي (٢): رقم ٥ ص ١٣٧

ضع √ في المكان المناسب مع التبرير



مساحة الدالتون ≈ ٣١ سم٢

صح	خطأ	التبرير
✓		$\frac{1}{2} \times 6 \times 6 \times$ جا $(40) \approx 11.6$ $\frac{1}{2} \times 9,5 \times 9.5 \times$ جا $(25) \approx 19$ مساحة الدالتون = 11,5+ 19 ≈ 31 سم

مساحة المثلث

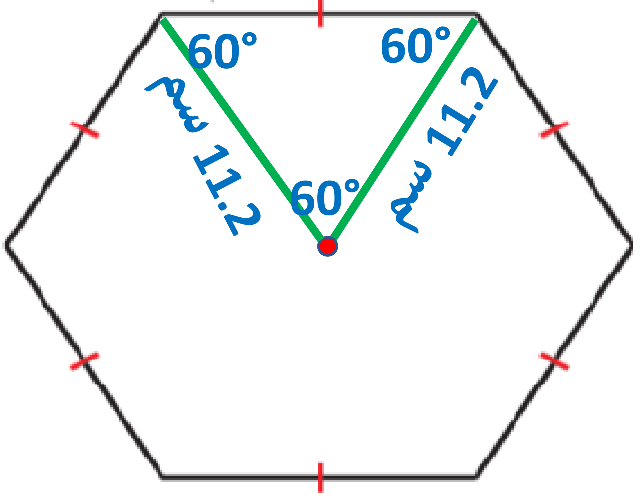
$= \frac{1}{2} \times 11.2 \times 11,2 \times$ جا (60)

$= 54.3$ سم

مساحة السداسي $= 6 \times 54,3$

$= 325,9$ سم

١١,٢ سم بدون مقياس رسم



مساحة السداسي المنتظم ≈ ٢٠٠ سم^2

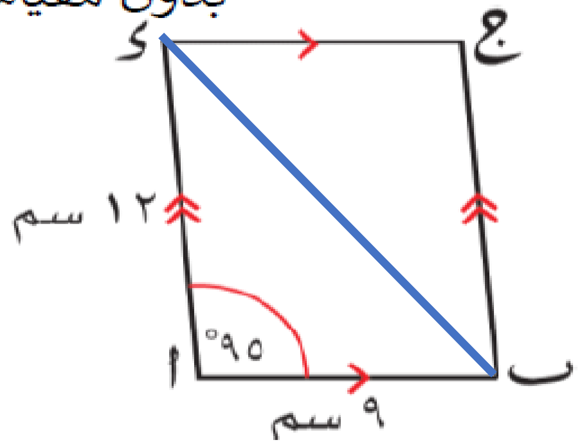
مساحة المثلث أ ب د =

$\frac{1}{2} \times 9 \times 12 \times$ جا $(95) \approx 54$ سم

مساحة متوازي الاضلاع $= 2 \times 54$

$= 108$ سم

بدون مقياس رسم

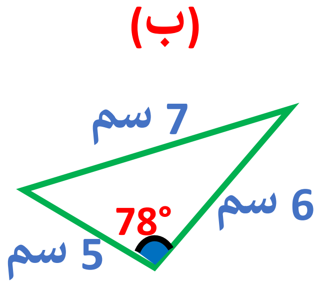


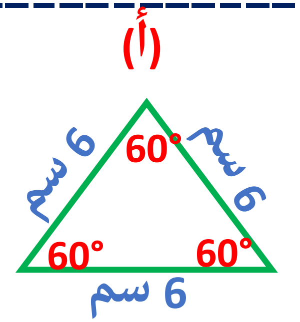
مساحة متوازي الأضلاع ≈ ٥٤سم^2

ملاحظة : من خواص متوازي الأضلاع:

- كـــل ضلعـــــين متقــابلـــين متســـاويـــين فـــي الطـــول

- كل زاويتين متقابلتين متساويتين - كل زاويتين متتاليتين متكاملتين





نشاط ثنائي:

المثلث (أ): أطوال أضلاعه ٦ سم ،٦ سم ، ٦ سم

المثلث(ب): أطوال أضلاعه ٥ سم ،٦ سم ، ٧ سم

أي من هذين المثلثين مساحته أكبر .

مساحة المثلث (ب)

مساحة المثلث (أ)

أي منهما إجابته صحيحة ☑ أحمد ☐ محمد؟ فسر إجابتك.

مساحة المثلث (أ) = $\frac{1}{2} \times 6 \times 6 \times$ جا (60) = 15.5 سم

مساحة المثلث (ب) = $\frac{1}{2} \times 5 \times 6 \times$ جا (78) = 14.6 سم

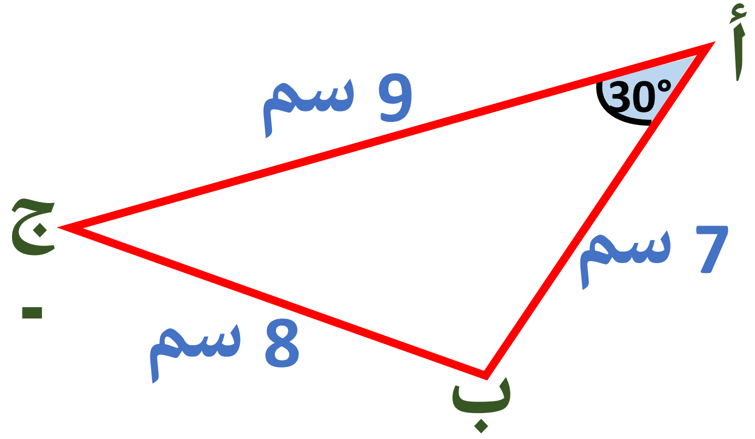
مساحة المثلث (أ) اكبر

نشاط ثنائي: مثلث ﻡ ب جـ فيه طول أب=٧ سم، طول ب جـ = ٨سم ، طول أ جـ =٩سم ، ق($\hat{أ}$)=٣٠° أرادت جنى إيجاد مساحة المثلث فكان حلها كالتالي:

مساحة المثلث = $\frac{١}{٢}$ × ٨×٩ × جا(٣٠)

=١٨ سم^{٢}

وضح أن حل جنى خاطئ.



مساحة المثلث = $\frac{1}{2}$ × 7 ×9× جا (30)

=15.75 سم

نشاط جماعي: مثلث ٢ ب ج فيه أَ = ١٣ سم ، ق($\hat{ج}$)= ٦٠°

ومساحة سطحه ٨٤ سم^٢

١) ضع دائرة حول طول بَ مقربا لأقرب سم

١٥ ١٣ ٧ ٤

مساحة المثلث = $\frac{1}{2}$ × أ/ × ب/ × جا (60)

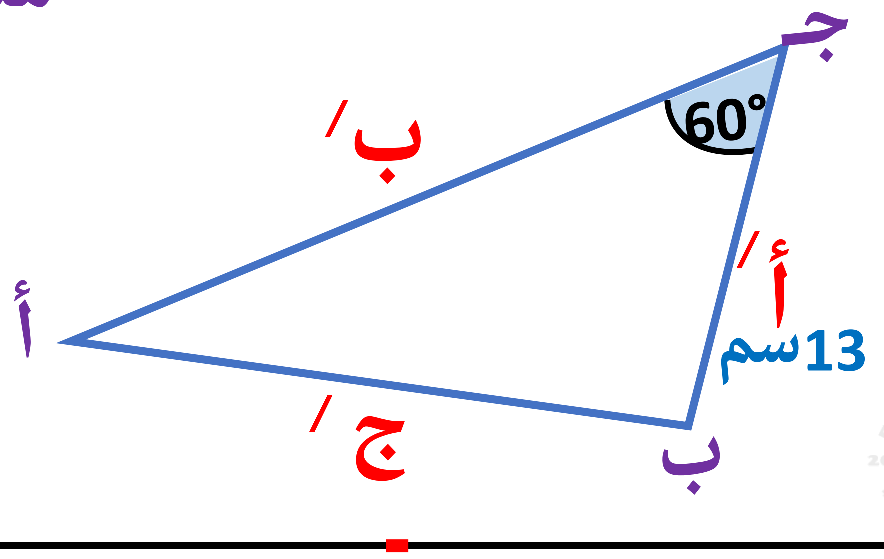
84= $\frac{1}{2}$ × 13 × ب/ × جا (60)

84= 5,6 ب/

(بالقسمة على 5,6)

$\frac{84}{5.6} = \frac{5.6\ ب/}{5.6}$

ب/ =15



٢) ضع دائرة حول طول جـَ مقربا لأقرب سم

١٥ ، ١٤ ، ١٣ ، ٧

$(\text{جَـ})^2 = (\text{أَ})^2 + (\text{بَ})^2 - 2\ \text{أَ}\ \text{بَ}\ \text{جتا}(\text{جـ})$

$(\text{جَـ})^2 = (13)^2 + (15)^2 - 2 \times 13 \times 15 \times \text{جتا}(60)$

$(\text{جَـ})^2 = 199 \longrightarrow \text{جَـ} = \sqrt{199} \approx 14$ سم

٣) ضع دائرة حول ق(أ̂)

٥٣° ، ٦٨° ، ١١٢° ، ١٢٧°

$\dfrac{\text{جا}(60)}{14} = \dfrac{\text{جا}(\text{أ})}{13}$

$\text{جا}(\text{أ}) = \dfrac{13 \times \text{جا}(60°)}{14}$

جا(أ) =0.8 سم

$\boxed{\text{Shift cos (0.8)}}$

ق(أ̂) = 53°

نشاط تعزيزي:

١) مساحة مثلث س ص ع = $\frac{١}{٢}$ س َ ع َ × $\boxed{}$

ضع دائرة حول قيمة المربع المناسبة

جا(ص) جتا(س) جا(س) جتا(ص)

٢) في المثلث أ ب جـ ، أ َ = ٨ سم ، ب َ = ٧ سم ، جتا(جـ)= − $\frac{١}{٢}$

ق (جـ^) = 120°

ضع دائرة حول مساحة المثلث لأقرب سم٢

٤٨ ٢٤ ٢٨ ١٤

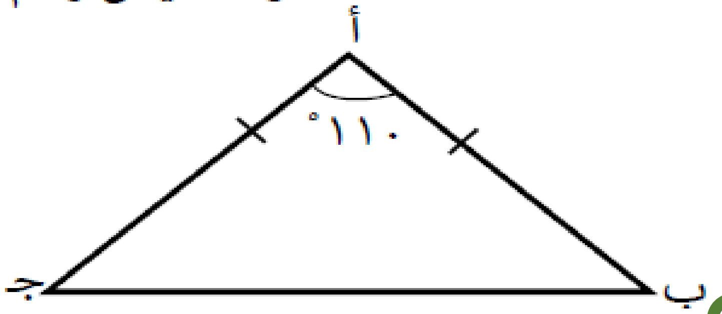
٣) ضع دائرة حول الصيغة التي تستخدم لإيجاد مساحة المثلث أ ب جـ

$\frac{١}{٢}$أ َ جـ َ جا(جـ) $\frac{١}{٢}$أ َ ب َ جا(جـ) $\frac{١}{٢}$أ َ ب َ جا(أ) $\frac{١}{٢}$أ َ ب َ جا(ب)

٢) المثلث أ ب جـ متطابق الضلعين ، طول أب=طول أجـ

مساحتـــــه ٨٥ سـم ٢

دون مقياس رسم



ضع دائرة حول طول أجـ

١٨٠ ٩٠ ١٧ $\boxed{١٣}$

مساحة المثلث = $\frac{1}{2}$ × (أجـ)^2 × جا (أ)

85= $\frac{1}{2}$ × (أجـ)^2 × جا (110)

85= 0,469 (أجـ)^2

(أجـ)^2 = 181.2

بالقسمة على (0.469)

أجـ = $\sqrt{181,2}$ ≈ 13 سم

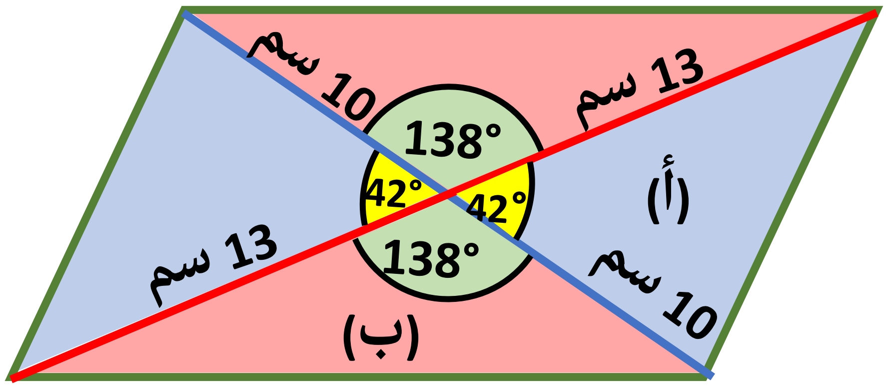
نشاط ختامي:

ينصف قطرا متوازي أضلاع أحدهما الآخر ، ويشكلان زاوية قياسها ٤٢°
إذا كان طولا القطرين ٢٦ سم ، و ٢٠ سم فأوجد ما يلي:

أ) مساحة متوازي الأضلاع

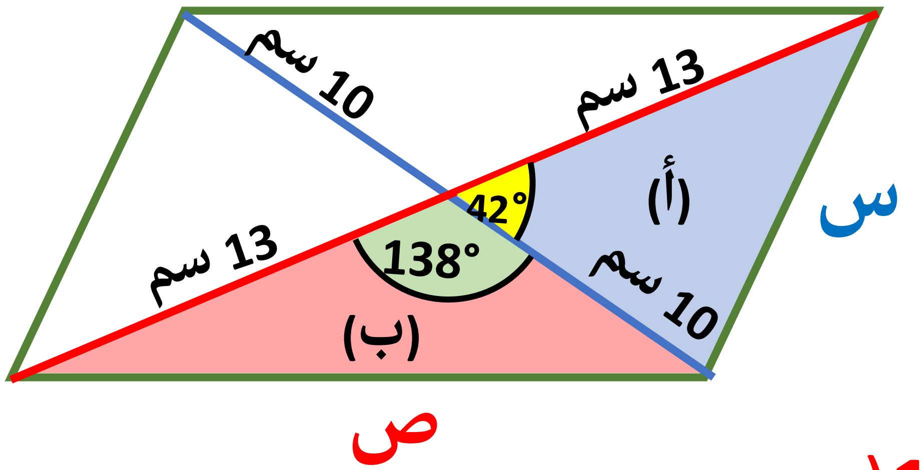
مساحة المثلث (أ) $= \frac{1}{2} \times 13 \times 10 \times$ جا (42)
$= 43.4$ سم

مساحة المثلث (ب) $= \frac{1}{2} \times 13 \times 10 \times$ جا (138)
$= 43.4$ سم



مساحة متوازي الاضلاع $= 4 \times 43.4 \approx 174$ سم

ب) أطـــوال الأضـــــلاع



$(\text{س})^2 = (13)^2 + (10)^2 - 2 \times 13 \times 10 \times \text{جتا}(42)$

$(\text{س})^2 = 75.7$

$\text{س} = \sqrt{57,7} = 5,8$ سم

$(\text{ص})^2 = (13)^2 + (10)^2 - 2 \times 13 \times 10 \times \text{جتا}(138)$

$(\text{ص})^2 = 462.2$

$\text{ص} = \sqrt{462.2} \approx 21,5$سم

اطوال متوازي الاضلاع

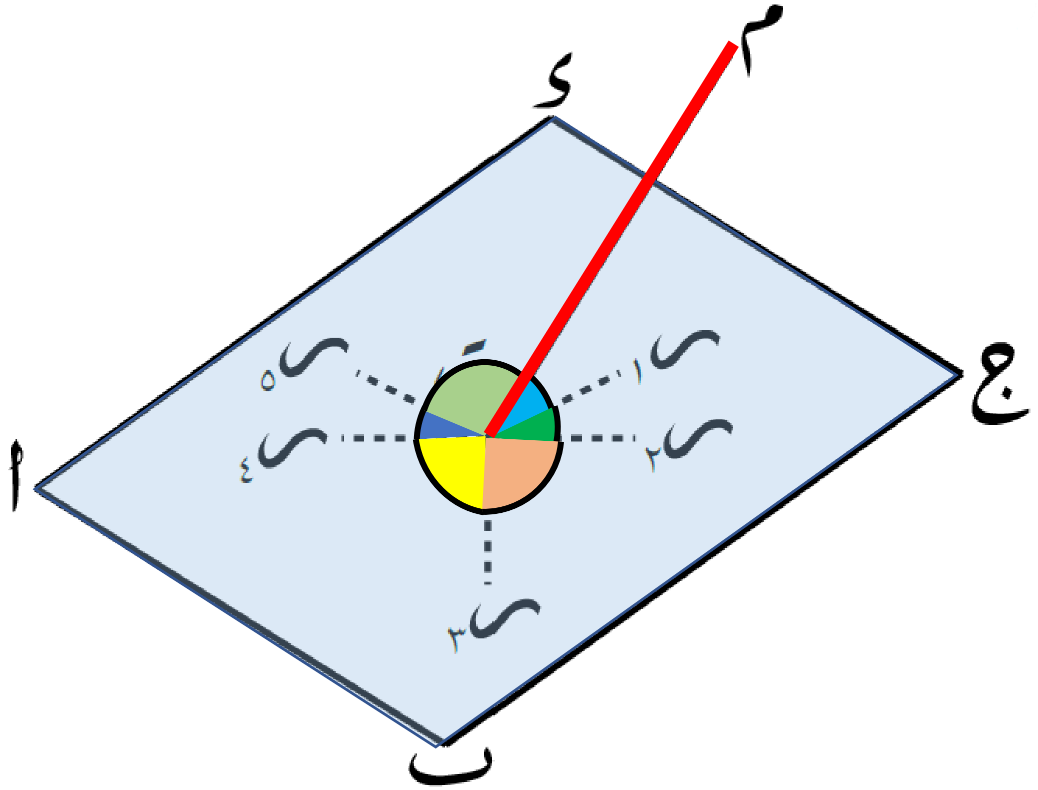
: 5,8 سم , 21,5سم

الواجب المنزلي :رقم (٣/ج) كتاب النشاط صفحة٨٦

(13 - 5)

النسب المثلية في المجسمات

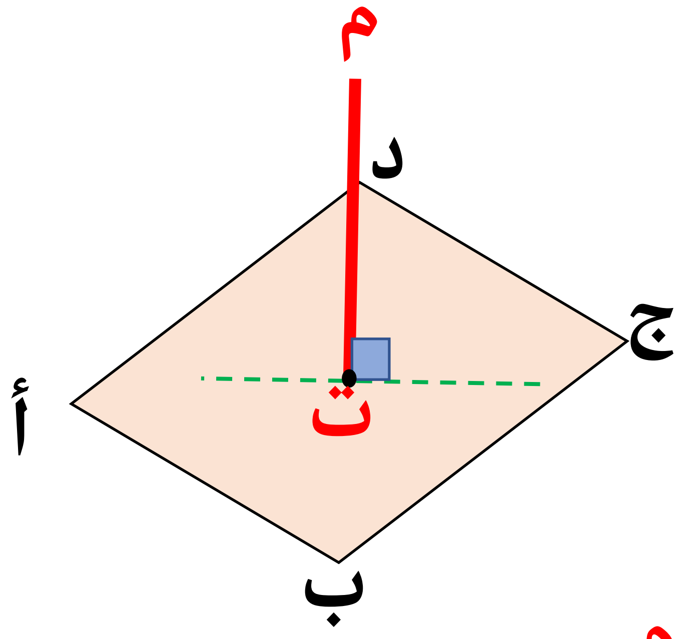
- عندما تتعامل مع المُجسَّمات، قد تحتاج إلى حساب الزاوية بين الضلع أو القطر وأحد الوجوه. تُسمّى تلك الزاوية **بالزاوية بين مستوٍ ومستقيم.**



يتقاطع المستقيم تَ م مع المستوى أ ب ج د في النقطة تَ. ارسم من النقطة تَ المستقيمات تَ ر١، تَ ر٢، تَ ر٣، .... في المستوى، واعتمد الزوايا م تَ ر١، م تَ ر٢، م تَ ر٣، ...

- إذا كان ت م عموديًّا على المستوى، فإن جميع هذه الزوايا قائمة.
- إذا كان ت م ليس عموديًّا على المستوى، فإن قياس هذه الزوايا سيختلف.

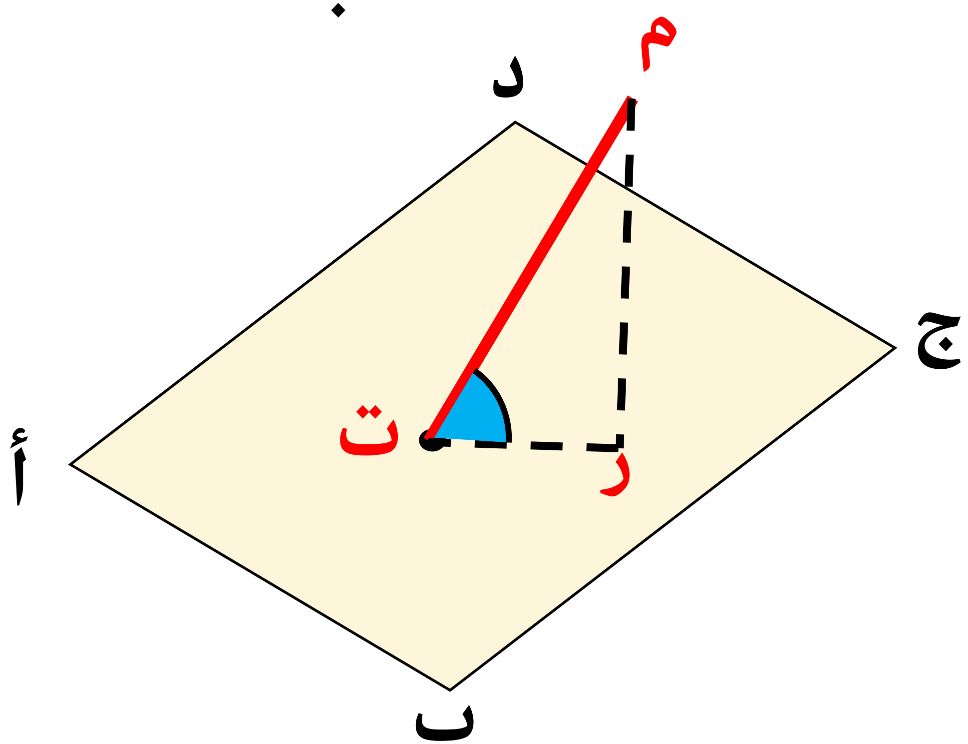
تكون أصغر الزوايا بين المُستقيم ت م والمستوى ا ب ج ى هي الزاوية بين المستقيم والمستوى.



ولتحدِّد هذه الزاوية، نفِّذ الخطوات الآتية:

- ارسم عمودًا من م على المستوى. سمّ قاعدته ر.
- الزاوية بين المُستقيم م ت والمستوى هي الزاوية م ت ر.

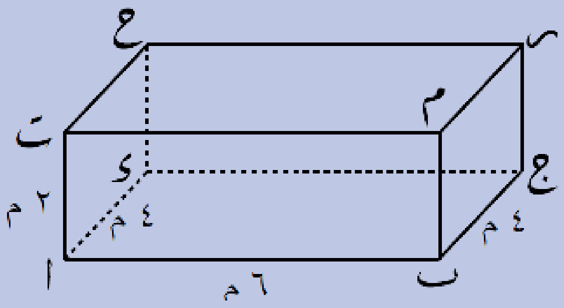
يُسمّى ت ر **مسقط** ت م على المستوى أ ب ج ى.

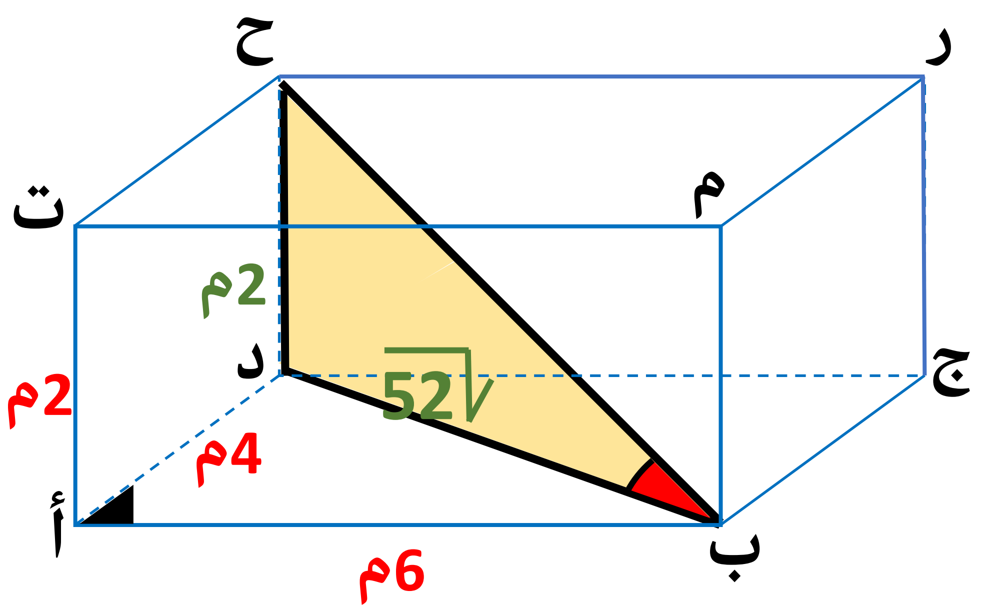


مثــال ١٢

كتاب الطالب ص 139

يمثّل الشكل المجاور غرفة على شكل متوازي مستطيلات.
طول ا ب = ٦ م، طول ا ى = ٤ م، طول ا ت = ٢ م.
احسب قياس الزاوية بين القطر ب ع وأرض الغرفة ا ب ج ى.

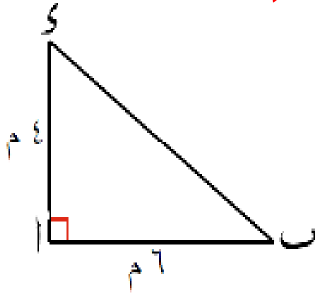




أوّلًا، حدّد الزاوية المطلوبة. ب هي النقطة التي يتقاطع فيها القطر ب ع مع المستوى ا ب ج ى.

يمثّل المستقيم ع ى عمودًا من ع على المستوى ا ب ج ى، فيكون ى ب مسقط ع ب على المستوى.

نجد اولا طول ب د باستخدام نظرية فيثاغورث



$$(ب ى)^٢ = ٦^٢ + ٤^٢ = ٥٢$$

$$ب ى = \sqrt{٥٢}$$

∴ باستخدام المُثلّث القائم ع ب ى:

$$ظا (ب) = \frac{ح د}{ب د} = \frac{2}{\sqrt{52}} = 0,277$$

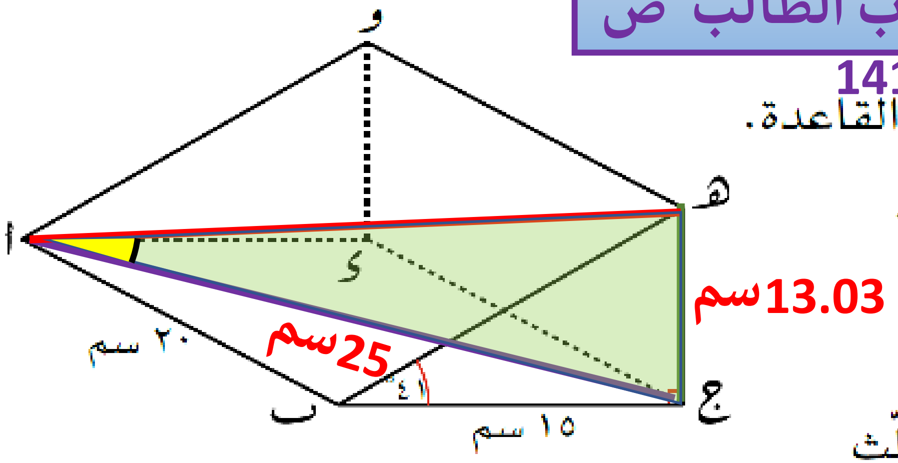
$$\boxed{\text{Shift tan (0.277) = 15.48}}$$

$$ق (\hat{ب}) = 15.5°$$

تمارين ١٣-٥

تمارين : كتاب الطالب ص 141

١) يمثّل الشكل المجاور منشورًا مثلَّث القاعدة.



القاعدة المستطيلة اب ج ى أفقية.
طول الضلع اب = ٢٠ سم،
وطول الضلع ب ج = ١٥ سم،
والمقطع العرضي للمنشور هو المُثلّث
ب ج هـ قائم الزاوية في ج. ق(هـ بَ ج) = ٤١°، احسب:

أ) طول الضلع ا ج.

قاعدة المنشور مستطيلة (زواياه قائمة)

∴ باستخدام نظرية فيثاغورث في المثلث أ ب ج

$(أج)^2 = (15)^2 + (20)^2 = 625$

$أج = \sqrt{625} = 25$ سم

ب) طول الضلع هـ ج.

$ظا(41) = \frac{هـ ج}{15}$

$هـ ج = ظا(41) \times 15$

$= 13.03$ سم

ج) قياس الزاوية المحصورة بين المستقيم اهـ والمستوى الأفقي.

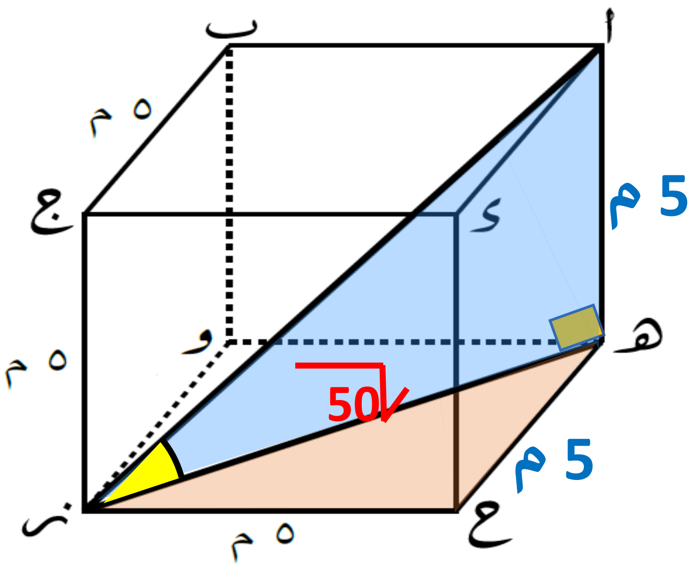
$ظا(أ) = \frac{13,03}{25} = 0,52$

$\boxed{\text{Shift tan (0.52) = 27.47}}$

$ق(\hat{أ}) = 27.5°$

تمارين : كتاب الطالب ص 141

٢) في الشكل المجاور، مكعَّب طول ضلعه ٥ م.



أ استخدم نظرية فيثاغورث لتحسب المسافة هـ ز.

ب استخدم نظرية فيثاغورث لتحسب المسافة أ ز.

ج احسب قياس الزاوية المحصورة بين الضلع أ ز والمستوى هـ و ز ع، مقرّبًا الناتج إلى أقرب منزلة عشريّة.

أ) $(\text{هـ ز})^2 = 25 + 25 = 50$

$\text{هـ ز} = \sqrt{50} = 7{,}07$ م

ب) $(\text{أ ز})^2 = 25 + 50 = 75$

$\text{أ ز} = \sqrt{75} = 8{,}66$ م

ج) $\text{ظا}(\text{ز}) = \dfrac{5}{\sqrt{50}} = 0{,}707$

Shift tan (0. 707) = 35.2

$\text{ق}(\hat{\text{ز}}) = 35°$

فريق العمل

أ. حســـن بن أحـــمد آل سنان

أ. فاطمة الزهراء السيد عبد الوهاب

محافظة شمال الباطنة-مدرسة وادي الحواسنة (١-١٢)

أ. مروة بنت راشد الغنبوصية

محافظة جـنوب الشرقية – مدرســـة السويـح (١-١٠)

اعداد العرض

أ- محمد سالم المقبالي

محافظة شمال الباطنة

مدرسة / سهيل بن عمرو

)12-9(