

شكراً لتحميلك هذا الملف من موقع المناهج العمانية



ملخص شامل للمادة

[موقع المناهج](#) ← [المناهج العمانية](#) ← [الصف العاشر](#) ← [رياضيات](#) ← [الفصل الثاني](#) ← [الملف](#)

تاريخ نشر الملف على موقع المناهج: 2024-02-29 03:58:32 | اسم المدرس: حسن آل سنان وفاطمة الزهراء السيد

التواصل الاجتماعي بحسب الصف العاشر



روابط مواد الصف العاشر على تلغرام

[الرياضيات](#)

[اللغة الانجليزية](#)

[اللغة العربية](#)

[التربية الاسلامية](#)

المزيد من الملفات بحسب الصف العاشر والمادة رياضيات في الفصل الثاني

ملخص شرح درس النسب المثلثية	1
الاختبار النهائي الرسمي لجميع المحافظات	2
نموذج إجابة الامتحان النهائي الدور الأول لمحافظة مسقط	3
امتحان نهائي الدور الأول لمحافظة مسقط	4
امتحان تجريبي نهائي حديد لمحافظة شمال الباطنة	5

فريق عطاء
بلا حدود

ملخصات الفصل الدراسي الثاني
الصف العاشر
م ٢٠٢٤/٢٠٢٣

أ. حسن بن أحمد آل سنان
أ. فاطمة الزهراء السيد عبد الوهاب
محافظة شمال الباطنة-مدرسة وادي الحواسنة (١٢-١)

أ. مروة بنت راشد الغنبوصية
محافظة جنوب الشرقية - مدرسة السويح (١٠-١)

..... / دفتر الطالب

..... / الصف

فريق عطاء بلا حدود

أ. حسن بن أحمد آل سنان
أ. فاطمة الزهراء السيد عبد الوهاب
محافظة شمال الباطنة-مدرسة وادي الحواسنة (١-١٢)

أ. مروة بنت راشد الغنوصية
محافظة جنوب الشرقية - مدرسة السويح (١-١٠)

الصف العاشر

ملخص الوحدة التاسعة
المزيد من المعادلات
الفصل الدراسي الثاني

٤) أوجد حل المعادلات التربيعية الآتية بإخذ الجذر التربيعي



(٢) $٩س^٢ + ١٦ = ٠$

(١) $س^٢ - ٤ = ٠$

(٤) $٩ = (س-٢)^٢$

(٣) $٢٠ = ٥ - س^٢$

٥) أوجد ناتج الضرب في أبسط صورة



(٢) $(٣+س)(٣-س)$

(١) $س(١+س)$

(٣) $(٣-س)(١-س)$

(٣) $(٥-س)(١+س)$

١) المعادلة التربيعية هي معادلة من الدرجة الثانية على الصورة:

$أس^٢ + ب س + ج = ٠$ ، حيث $أ \neq ٠$

- ✓ حل المعادلة التربيعية هو إيجاد قيمة س التي تحقق طرفي المعادلة.
- ✓ المعادلة التربيعية يمكن أن يكون لها حلان (جذران) مختلفان أو متساويان ويمكن أن لا يكون لها حلول.

٢) تذكر أن: إذا كان $أ \times ب = ٠$ فإن $أ = ٠$ أو $ب = ٠$

إذا كان $س(س-٢) = ٠$

فإن $س = ٢$ أو $س = ٣$

$س = ٢$ أو $س = ٣$

مثال توضيحي



٣) أوجد حل المعادلات التربيعية

الآتية بالتحليل إلى عوامل:

تذكر: أن تعيد كتابة المعادلة لتكون معادلة صفرية إذا لم تكن كذلك

(٢) $س^٢ - ٤س - ٤ = ٠$

(١) $س^٢ + ٧س + ١٢ = ٠$

(٤) $س^٢ - ٩ = ٠$

(٣) $س^٢ - ٥س + ٢ = ٠$

اختبر فهمك:

(١) إذا كانت كل عبارة جبرية مما يلي تمثل مربع كامل ، فأكمل :

$$(أ) \quad ١٤س + ٤٩ = ٢(\quad + \quad)$$

$$(ب) \quad ٦س - ٩ = ٢(\quad - \quad)$$

$$(ج) \quad ١٠أب - ٢٥ب = ٢(\quad)$$

(٢) أوجد قيمة ك التي تجعل العبارة مربعا كاملا :

$$(أ) \quad ٨س + ك$$

$$(ب) \quad ٤س + ك + ٢٥$$



(٦) تذكر أن : $(أ + ب)٢ = ٢أ + ٢أب + ٢ب$

$$(أ - ب)٢ = ٢أ - ٢أب + ٢ب$$

فك وبسط :



$$(٢) \quad ٢(٢-س)$$

$$(١) \quad ٢(٦+س)$$

(٧) العبارة الجبرية $٢س + ٢ص + ص$ تسمى مربع كامل

إذا تحققت الشروط التالية :

✓ الحد الأول والثالث مكتوبين في صورة مربع كامل.

✓ الحد الأوسط $= \pm ٢ \times \sqrt{\text{الحد الأول}} \times \sqrt{\text{الحد الثالث}}$

✓ يمكن تحليل المربع الكامل بالصورة الآتية :

$$\left(\sqrt{\text{الحد الأول}} \pm \sqrt{\text{الحد الثالث}} \right)٢$$

$$٢س \pm ٢ص + ص = ٢(س \pm ص)$$



نفس إشارة الحد الأوسط

الإكمال إلى مربع (١-٩)

الإكمال إلى مربع هي طريقة لكتابة العبارة التربيعية أس^٢+ب س+ج على الصورة أ (س+ك)^٢+د

حالة خاصة: إذا كان أ=١، فإن أس^٢+ب س+ج=(س+ك)^٢+د

مثال توضيحي

أكتب العبارة الجبرية س^٢+٦س+٥ في صورة (س+أ)^٢+ب



الحل:

$$س^٢ + ٦س + ٥ = (س + ٣)^٢ - ٤$$

$$٤ = (س + ٣)^٢ - ٤$$

$$٣ = أ ، ب = -٤$$

(١) نوجد قيمة المقدم (معامل س)^٢ = $\frac{٦}{٢} = ٣$

(٢) نضيف ونطرح ٩ من العبارة الجبرية

ملاحظة: إذا كانت أس^٢+ك س+ج = (س+أ)^٢+ب

$$أ = \frac{معامل س بإشارته}{٢} = \frac{ك}{٢} = \frac{٦}{٢} = ٣$$

$$ب = ج - (\frac{معامل س}{٢})^٢ = ٥ - ٩ = -٤$$

نشاط فردي:

ضع دائرة حول الصورة (س+أ)^٢+ب ، المناسبة للعبارة الجبرية س^٢-٢س-١٧

١٦-^٢(١+س)

١٨-^٢(١-س)

١٦+^٢(١-س)

١٨-^٢(١+س)

نشاط جماعي: صل كل عبارة جبرية بالصورة (س+أ)^٢+ب المناسبة لها

$$٣٠٠ - (١٠ + س)^٢$$

$$س^٢ - ٣س - ٣$$

$$٥ + (٣ + س)^٢$$

$$س^٢ - ٢٠س + ٤٠٠$$

$$٣٠٠ + (١٠ - س)^٢$$

$$س^٢ + ٦س + ١٤$$

$$\frac{٢١}{٤} - \frac{(٣ - س)^٢}{٢}$$



حل المعادلات التربيعية بالإكمال إلى مربع :

تستخدم طريقة الإكمال إلى مربع لحل المعادلات التربيعية التي لا يمكن حلها باستخدام التحليل إلى عوامل

مثال: حل كل معادلة من المعادلات التربيعية التالية بالإكمال إلى مربع وأكتب الناتج مقربا إلى أقرب منزلتين عشريتين

$$(١) \text{ س } ١٢ - ٢ \text{ س } + ١ = ٠$$

حل توضيحي:

$$(١) \text{ ننقل الحد الثابت إلى الطرف الأيسر } \text{ س } ١٢ - ٢ \text{ س } = -١$$

$$(٢) \text{ نضيف } (١٢) = ٣٦ \text{ (لطرفين)}$$

$$\text{ س } ١٢ - ٢ \text{ س } + ٣٦ = -١ + ٣٦$$

$$(٣) \text{ الطرف الأيمن أصبح مربع كامل نحله (س-٦) } ٢$$

(٤) نأخذ الجذر التربيعي للطرفين ونحل

$$\sqrt{\text{ س } ١٢ - ٢ \text{ س } + ٣٦} = \sqrt{-١ + ٣٦}$$

$$\sqrt{\text{ س } ١٢ - ٢ \text{ س } + ٣٦} = \sqrt{٣٥}$$

$$\sqrt{\text{ س } ١٢ - ٢ \text{ س } + ٣٦} = \sqrt{٣٥} \quad \text{أو} \quad \sqrt{\text{ س } ١٢ - ٢ \text{ س } + ٣٦} = -\sqrt{٣٥}$$

$$\text{ س } = ٠,٨$$

$$\text{ س } = ١١,٩٢$$

ملاحظة:

يمكن كتابة العبارة الجبرية $\text{س}^٢ + ٦\text{س} + ٩$ في صورة $(\text{س} + \frac{٣}{٢})^٢ - \frac{٩}{٤}$

$$\text{مثال: (١) س } ٦ + ٢ \text{ س } = ٩ - ٢(٣ + \text{س})$$

$$\text{(٢) س } ٣ - ٢ \text{ س } = (٣ - \frac{٣}{٢} - \text{س})^٢ - \frac{٩}{٤}$$

نشاط فردي: إذا كان $\text{س}^٢ - ٩\text{س} + ١٢ = (\text{س} + ٢)(\text{أ} + \text{ب})$ ، أوجد قيمة كلا من أ ، ب

الحل:



نشاط إثرائي:

(١) إذا كان $\text{س}^٢ + ٦\text{س} + ٩ = (\text{س} + ٢)(\text{ب} + \text{ج})$ ، وكان $\text{أ} + \text{ج} = -٧$ حوط قيمة ج

$$٣ \quad \circ \quad ٨ - \quad \circ \quad ١ \quad \circ \quad ٢ - \quad \circ$$

(٢) ضع العبارة التربيعية $\text{س}^٢ - ١٦\text{س} + ٣٠$ على الصورة $(\text{ب} + \text{ج})^٢ + \text{ج}$

الحل:



- نضع المعادلة على الصورة
أس^٢ + ب س + ج = ٠
- نقسم المعادلة على ٣
نضيف ونطرح $(\frac{٢}{٣})^2 = ١$

$$(٣) \quad ٣س^٢ = ٢(٣س+٢)$$

الحل: $٣س^٢ = ٦س + ٤$

أكمل الحل ...



- * نضع المعادلة على الصورة
أس^٢ + ب س + ج = ٠
- * بضرب الطرفين $\times س$

$$(٢) \quad ٢س - ٥ = \frac{٢}{س}$$

الحل: $س \times (س - ٥) = ٢$

$$٢س - ٥س = ٢$$

أكمل الحل ...



نشاط ختامي :

قام كل من أحمد وهبة بحل المعادلة التربيعية
س^٢ + ٨س - ٢٠ = ٠ باستخدام الاكمال إلى مربع كما يأتي أيهما
قام بالحل بطريقة صحيحة؟ أحمد هبة

حل هبة

$$س^٢ + ٨س - ٢٠ = ٠$$

$$س^٢ + ٨س = ٢٠$$

$$س^٢ + ٨س + ١٦ = ٢٠ + ١٦$$

$$٢٠ = (س + ٤)^٢$$

$$\sqrt{٢٠} \pm = س + ٤$$

$$\sqrt{٢٠} \pm = س - ٤$$

$$س \approx ٤,٧٠ ، س \approx -٧,٤٨$$

حل أحمد

$$س^٢ + ٨س - ٢٠ = ٠$$

$$س^٢ + ٨س = ٢٠$$

$$س^٢ + ٨س + ١٦ = ٢٠ + ١٦$$

$$٣٦ = (س + ٤)^٢$$

$$٦ \pm = س + ٤$$

$$٦ \pm = س - ٤$$

$$س = ٢ ، س = -١٠$$

الواجب المنزلي

رقم (٣) { أ ، ب ، ج } كتاب النشاط صفحة ١٦



نشاط فردي: إذا كانت العبارة الجبرية س^٢ - ٤س + ٢ يمكن وضعها على
الصورة (س + أ)^٢ + ب

أ = ب =

٢) استخدم إجابتك في السؤال (١) لحل المعادلة س^٢ - ٤س + ٢ = ٠

وأكتب الناتج مقرباً إلى أقرب منزلتين عشريتين

الحل:



نشاط جماعي :

تقول فاطمة



حل المعادلة التربيعية (س - ٤)(س + ٢) = ٥ -
بالإكمال إلى مربع هو $\sqrt{١٢} \pm ١$

هل ما تقوله فاطمة صح خطأ ، فسر إجابتك

الحل:



مثال (١): حل كل معادلة من المعادلات التالية بالتحليل إلى عوامل والصيغة التربيعية

(ب) $s^2 - 9 = 36 - s = 0$

(أ) $s^2 + 7s + 12 = 0$

مثال (٢): حل كل معادلة من المعادلات التالية باستخدام الصيغة التربيعية قَرِّب إجابتك إلى عدد مكوّن من ٣ أرقام معنوية عند الضرورة.

(ب) $s^2 - 2s + 1 = 0$

(أ) $s^2 + 6s - 1 = 0$

(د) $\gamma = s + \frac{1}{s}$

(ج) $9 = (s+5)(s+7)$

الصيغة التربيعية (٢ - ٩)

تذكر أن: المعادلة التربيعية هي معادلة على الصورة $أس^٢ + ب س + ج = ٠$ ، $أ \neq ٠$

التعلم القبلي:

(١) عين المعاملات أ، ب، ج للمعادلات الآتية:

(أ) $s^2 + 3s + 2 = 0$ (ب) $(s+7)(s-5) = 9$

(٢) إذا كان $أس^٢ + ب س + ج = ٠$ ، $٨ - ٣(س+٤)$ حوط قيمة أ - ب - ج

$٧ \circ$ $١ \circ$ $٧ \circ$ $٢٣ - \circ$

تعريف: يمكن حل المعادلة التربيعية $أس^٢ + ب س + ج = ٠$ حيث $أ \neq ٠$.

بالصيغة التربيعية على النحو:

حيث $s = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ $b^2 - 4ac \leq 0$

ملاحظات مهمة

يجب وضع المعادلة التربيعية على صورة $أس^٢ + ب س + ج = ٠$

الرمز \pm في الصيغة يدل على ضرورة إيجاد قيمتين

يمكن استخدام الصيغة التربيعية لحل المعادلة التربيعية في كل الحالات

نشاط فردي:

بين خطأ مني أثناء حل المعادلة التربيعية $s^3 + 9s = 4$ بالصيغة التربيعية

اكتب خطواتك:

$$\begin{aligned} \text{أ} = 3 \quad \text{ب} = 9 \quad \text{ج} = 4 \\ \text{س} = \frac{-\text{ب} \pm \sqrt{\text{ب}^2 - 4\text{أج}}}{2\text{أ}} \\ \text{س} = \frac{-9 \pm \sqrt{9^2 - 4 \times 3 \times 4}}{2 \times 3} \\ \text{س} = \frac{-9 \pm \sqrt{81 - 48}}{6} \\ \text{س} = \frac{-9 \pm 5.6}{6} \end{aligned}$$

نشاط إثرائي:

(١) افترض أن للمعادلة التربيعية $s^2 + \text{ب}س + \text{ج} = 0$ حلين مختلفين بين أن الفرق بينهما هو $\frac{\sqrt{\text{ب}^2 - 4\text{أج}}}{2}$

اكتب خطواتك:



(٢) إذا كانت $s^2 - 4س + 0 = 0$ ، ضع دائرة حول حل المعادلة $s^2 + \text{ج}س + \text{أ} = 0$.

$\frac{-\text{ج}}{2\text{ب}}$
 $\frac{\text{ج}}{2\text{ب}}$
 صفر
 $\frac{-\text{ج}}{\text{ب}}$

تدريب: قامت زينب بحل المعادلة $s(6s - 3) - 2 = 0$ باستخدام الصيغة التربيعية وكتابة الناتج في صورة جذر تربيعي

ضع دائرة حول قيمة s الصحيحة التي توصلت إليها زينب

$\frac{\sqrt{39} \pm 3}{12}$
 $\frac{\sqrt{39} \pm 3}{12}$
 $\frac{5\sqrt{3} \pm 3}{12}$
 $\frac{5\sqrt{3} \pm 3}{12}$

اكتب خطواتك:



نشاط جماعي: للمعادلة التربيعية $s^2 - 5س - 3 = 0$ حلان هما أ ، ب

أوجد قيمة: (أ) $\text{أ} + \text{ب}$

(ب) $\text{أ} - \text{ب}$

اكتب خطواتك:



نشاط ختامي: رقم (١) كتاب الطالب صفحة ٤٠

حل المعادلة التربيعية $s^2 + 6s - 7 = 0$.

(أ) بالتحليل إلى عوامل مبيّنًا حلّك كاملاً.

(ب) بالإكمال إلى مُربّع مبيّنًا حلّك كاملاً.

(ج) باستخدام الصيغة التربيعية مبيّنًا حلّك كاملاً.

وضح خطوات الحل



الواجب المنزلي

رقم (٣) {ج، ط} كتاب النشاط صفحة ١٠

معلومات سريعة



- مساحة المربع = طول الضلع \times نفسه
- مساحة المستطيل = الطول \times العرض
- مساحة المثلث = $\frac{1}{2}$ طول القاعدة \times الارتفاع = $\frac{1}{2} \times ق \times ع$
- محيط المستطيل = $2(\text{الطول} + \text{العرض})$
- نصف محيط المستطيل = الطول + العرض
- إذا كان عدد ما يساوي s فإن:
 - (مثلي العدد) ضعفه = $2s$ ، مربعه = s^2 ، ثلاثة أمثاله = $3s$
 - نصف العدد = $\frac{1}{2}s$ ، ثلث العدد = $\frac{1}{3}s$ ، ثلثي العدد = $\frac{2}{3}s$
 - عدد يزيد عنه بمقدار ٣ $\leftarrow s+3$
 - عدد يقل عنه بمقدار ٢ $\leftarrow s-2$
 - عددين متتاليين فإن العددين هما s ، $s+1$
 - عددين زوجيين (أو فرديين) متتاليين فإن العددين s ، $s+2$

$$\text{تذكر أن: } s = \frac{4}{n} \Rightarrow s^2 = \frac{1}{n} \times 4$$

$$\text{امثلة: } s = \frac{2}{3} \Rightarrow s^2 = \frac{4}{9} \text{ ، } s = \frac{3}{4} \Rightarrow s^2 = \frac{9}{16}$$

مثال: مستطيل مساحته 21 سم^2 ، إذا كان عرضه $(s + 1) \text{ سم}$

وطوله $(s + 3) \text{ سم}$ ، فأوجد القيم الممكنة للمتغير s .

وضح خطوات الحل

تدريب: مثلث طول قاعدته (س-٢) سم وارتفاعه (س+٢) سم
إذا كانت مساحته تساوي ١٦ سم^٢ فحوظ قيمة س

$\sqrt{12} \sqrt{0}$ $4 \circ$ $6 \circ$ $\sqrt{20} \sqrt{0}$

وضح خطوات الحل



نشاط فردي: عرضت المعلمة السؤال الآتي على الطالبات عدنان
متتالين ناتج ضربيهما يساوي ٣٣٠٦ فما هما العددان؟

منى



العددان هما :

$58 \pm$

العددان هما :

$57 \pm$

زينب



أي منهما على صواب؟ زينب منى ، فسر إجابتك

وضح خطوات الحل



نشاط جماعي: رقم (٦) كتاب الطالب صفحة ٢١

كتب عالم بيولوجي نموذجًا يبين أن متوسط ارتفاع نوع من الأشجار (ع)
مترًا بعد مرور زمن مقداره (ن) شهرًا، يُعطى بالدالة $E = \frac{1}{5}n + \frac{1}{3}n^2$

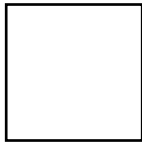
أوجد: أ) متوسط ارتفاع هذا النوع من الأشجار بعد ٦٤ شهرًا

ب) عدد الشهور التي يصبح عندها متوسط ارتفاع الأشجار ١٠
أمتار، مُقربًا الناتج إلى أقرب عدد مكوّن من ٣ أرقام معنوية.

وضح خطوات الحل



نشاط إثرائي: إذا كانت مساحة المربع تزيد عن مساحة المستطيل بمقدار ٢ أوجد قيمة س



(س+٥) سم



(س) سم

(٢س) سم

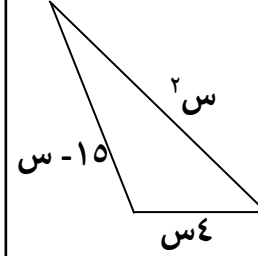
وضح خطوات الحل



نشاط ختامي:

(١) تقول ميثاء إذا كان محيط المثلث المقابل يساوي ٣٠ فإن قيمة س = ٤ هل ميثاء على صواب؟ نعم لا ، فسر اجابتك.

وضح خطوات الحل



(٢) طابع بريدي عرضه يساوي ثلثي طوله، وأردت تكبيره ليصبح لوحة فنية مساحتها ٢١٦ سم^٢، فكم سيكون بُعدها؟

وضح خطوات الحل



الواجب المنزلي

رقم (٦) كتاب النشاط صفحة ٢٠

حل المعادلات الآتية

التعلم القبلي: تذكر أن:

$$٢٠ = س + ص$$

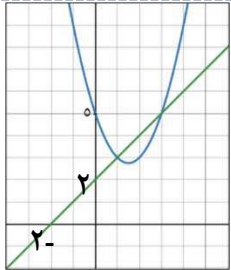
$$٥ + س = ص$$

$$ص = ٢س + ٢$$

تمثل معادلات خطية تمثل بيانيا بخط مستقيم

*أخذنا سابقا كيفية استخدام التمثيل البياني لحل معادلة خطية ومعادل غير خطية (تربيعية)

*حل المعادلتين آنيا بيانيا هو الإحداثي السيني لنقاط التقاطع بين التمثيلات البيانية



مثال: استخدم التمثيل البياني

المقابل لحل المعادلتين آنيا:

$ص = ٢س + ٢$ ، $ص = ٢س - ٣ + ٥$ ، فكر كيف يمكن

إيجاد حل المعادلتين آنيا بدون رسم بياني؟!

خطوات حل معادلتين آتيتين أحدهما تربيعية والأخرى خطية:



- يجب التأكد من أن المعادلتين تبدأ ب ص
- جمع المعادلتين لتحذف ص
- أعد كتابة المعادلة الناتجة بحيث تصبح مساوية للصفر ثم أوجد ناتج الحل باستخدام التحليل إلى عوامل أو استخدام الاكمال إلى المربع أو الصيغة التربيعية.

مثال: حل المعادلتين فيما يلي:

$$(٢) ص - ٢س = ٢ ، ٣س + ١ = ص ، ص = س + ٤$$

$$(١) ص = ٢س + ٢ ، ص = ٢س - ٣ + ٥$$

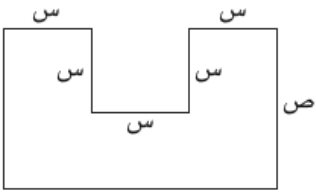
نشاط جماعي: قام مازن بحل زوج المعادلات الآتية آتياً:

$$ص = ٢س + ٣ ، ص = ٣س + ٢$$

أكتشف الخطأ الذي قع فيه مازن وصرحه.

تصحيح الخطأ	حل مازن
	$٢س + ٣ = ٣س + ٢$ $-س = ٢ - ٣$ $س = ١ \text{ (بأخذ الجذر التربيعي)}$ $س = ١ ، س = ١ -$ $ص = ٥ ، ص = ١ -$ $(١ ، ١) (٥ ، ١)$

مثال: إذا علمت أن مساحة الشكل المجاور ٢١ سم^٢ ومحيطه ٣٨ سم



أ) اكتب معادلة تمثل المساحة.
ب) اكتب معادلة تمثل المحيط.
ج) حل المعادلتين آتياً وفسر إجاباتك.

وضح خطوات حلك



نشاط فردي: عندما ترسم التمثيل البياني لـ $ص = ٢س + ٤$ و $ص = ٣س + ٢$ والتمثيل البياني لـ $ص = ٢س + ٤$ و $ص = ٣س + ٢$ على نفس المستوى الإحداثي، فإنهما يتقاطعان في نقطتين. دون أن ترسم التمثيلين، أوجد إحداثيات نقطتي التقاطع هاتين



وضح خطوات حلك

نشاط ثنائي:

اربط كل مجموعتين من المعادلات الآتية والتي لها نفس الحلول لـ س

$$ص = ٢س + ٤ - س$$

$$ص = س$$

$$ص = ٣س + ٢س - ٥$$

$$ص = ٢س - ٤$$

$$ص = ٢ - س$$

$$ص = ٣س - ٢س + ١$$

$$ص = ٤س + ٥ - س$$

$$ص = ٤س - ١$$

$$ص = ٥ - ٢س$$

$$ص = ٣س$$

$$ص = ٥$$

$$ص = ٣س - ٢س$$

نشاط ختامي:

(١) ضع دائرة حول الإجابة الصحيحة: أي من النقاط الآتية تمثل إحدى نقاط تقاطع المنحنى $ص = س^٢ + ٣س$ والمستقيم $ص = س$

(١-، ١-) ○ (٢، ٢) ○ (٢، -٢) ○ (-٢، -٢) ○

سجل ملاحظتك

(٢) أكمل: حل المعادلتين $ص = س^٢ + ٤س - ٢$ ، $ص = س - ١ = ٠$
(..... ،) ، (..... ،)

سجل ملاحظتك



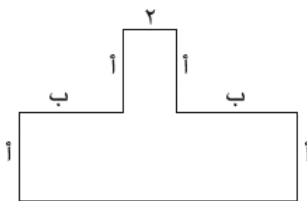
الواجب المنزلي
رقم (٢) كتاب النشاط صفحة ٢٣

نشاط فردي:

إذا علمت أن مساحة الشكل المقابل $٤٨ \text{ سم}^٢$

(أ) أكتب معادلة تمثل المساحة.
(ب) إذا كانت قيمة $ب$ تساوي مثلي قيمة $أ$ ، فكتب معادلة تمثل ذلك.

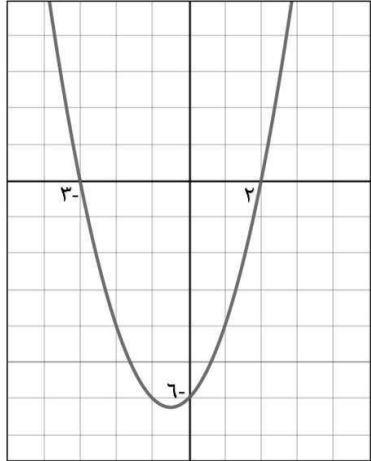
(ج) حل المعادلتين في الجزئيتين (أ)، (ب) آنياً.
(د) ما قيمة $ب$ المبيّنة على الشكل؟



وضح خطوات حلك



مثال: أنظر إلى التمثيل البياني التالي ثم حوّل المربعات التي تحوي المعلومات الصحيحة للتمثيل البياني للدالة:



معامل s^2 موجب وللمنحنى قيمة صغرى

معامل s^2 سالب وللمنحنى قيمة عظمى

نقطة رأس المنحنى $(٠, ٦)$

معادلة محور التماثل $s = ٦$

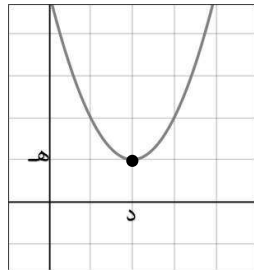
نقاط تقاطع المنحنى مع المحور السيني $(٢, ٠)$ ، $(٣, ٠)$

نقطة تقاطع المنحنى مع محور الصادات $(٠, ٦)$

ملاحظات هامة: هناك ثلاث حالات لتقاطع المنحنى مع المحور السيني:

المنحنى لا يتقاطع مع المحور السيني

فإنه لا يوجد له جذور

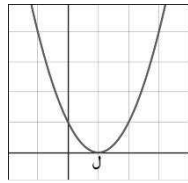


نقطة رأس المنحنى (د، هـ)

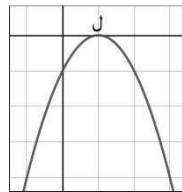
المنحنى يمس المحور السيني

يكون للمعادلة جذر واحد

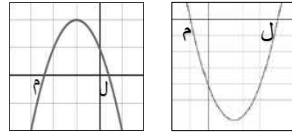
$$ص = أ(س-ل)$$



$$ص = أ- (س-ل)^2$$



المنحنى يقطع المحور السيني في نقطتين



فيكون للمعادلة جذرين هما ل، م ، إذا كان المنحنى مفتوح لأعلى.

فتكون معادلة الدالة هي:

$$ص = أ(س-ل)(س-م) \text{ أو } [أس^2 - (ل+م)س + ل \times م]$$

$$[أس^2 - (ل+م)س + ل \times م]$$

إذا كان المنحنى مفتوح لأسفل. فتكون معادلة الدالة:

$$ص = أ- (س-ل)(س-م) \text{ أو } [أ - (س^2 - (ل+م)س + ل \times م)]$$

معلومة سريعة الإحداثي السيني

نقطة رأس المنحنى $\frac{ل+م}{٢}$

رسم الدوال التربيعية

التعلم القبلي (١): تذكر أن :

نقطة رأس المنحنى هي النقطة التي يتغير عندها اتجاه المنحنى الإحداثي لنقطة رأس المنحنى
معامل $s^2 = \frac{ب-}{٢}$

محور التماثل: هو مستقيم يقسم منحنى الدالة التربيعية إلى نصفين متماثلين ، معادلة محور التماثل $s = \frac{ب-}{٢}$

عناصر هامة
تميز منحنى الدالة التربيعية على صورة
 $ص = أس^2 + ب س + ج$

إذا كانت أ سالبة فإن المنحنى مفتوح لأسفل (شكل الجبل) وتكون قيمة الإحداثي الصادي لنقطة رأس المنحنى هي القيمة العظمى للدالة

إذا كانت أ موجبة فإن المنحنى مفتوح لأعلى (شكل الوادي) وتكون قيمة الإحداثي الصادي لنقطة رأس المنحنى هي القيمة الصغرى للدالة

لإيجاد نقاط تقاطع المنحنى مع محور السينات نضع $ص = ٠$ ونوجد قيم $س$ (قيم $س$ تمثل جذور المعادلة التربيعية $أس^2 + ب س + ج = ٠$)

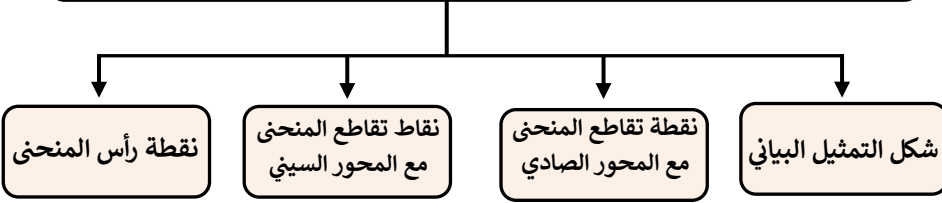
نقطة تقاطع المنحنى مع المحور الصادي هي $(٠, ج)$ لإيجادها نضع $س = ٠$ ونوجد قيمة $ص$

رسم الدوال التربيعية جبريا

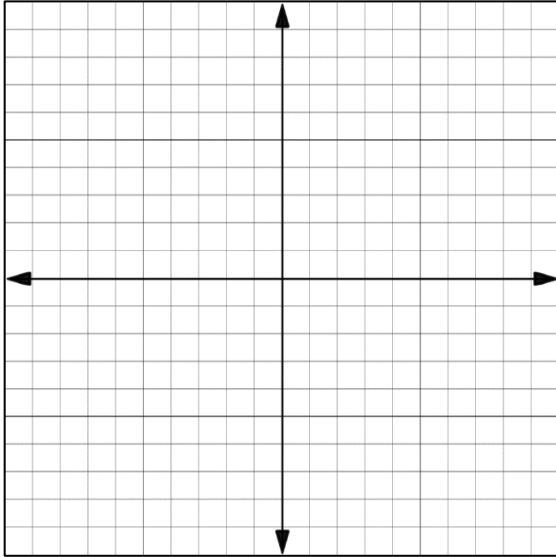
لاحظ أنه :

- لن يكون الرسم مثاليا ولكن يبين معلومات مهمة عند التمثيل البياني.
- لا يبين الرسم أعدادا على المحورين بل يعرض بعض النقاط المحددة.

لتمثيل الدالة التربيعية جبريا يجب معرفة أربعة عناصر مهمة

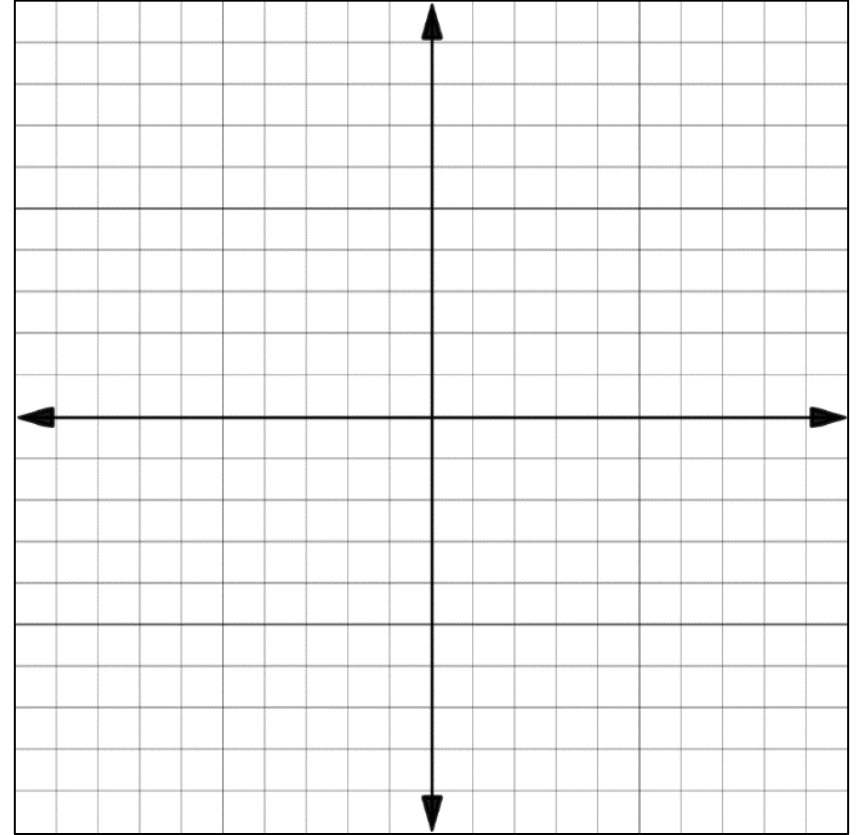


مثال: ارسم التمثيل البياني للدالة التربيعية التالية : $ص = س^2 - ٣س - ٤$



تعلم قبلي (٢) : أكمل الجدول الاتي لرسم الدالة التربيعية $ص = س^2 - ٢س - ٣$ بيانيا

س	٢-	١-	٠	١	٢	٣	٤
ص							



ثم أكمل ما يلي :

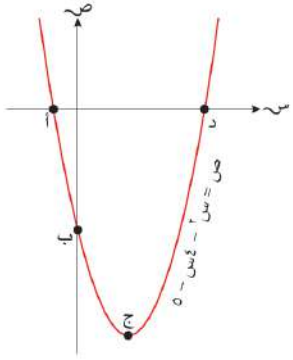
- (١) نقطة رأس المنحنى هي : (.....،.....)
- (٢) نقطة تقاطع المنحنى مع محور الصادات
- (٣) نقاط تقاطع المنحنى مع المحور السيني

نشاط إثرائي: أكمل ما يلي :

(١) إذا قطع منحنى الدالة التربيعية المحور السيني في النقطتين (٠، ١)، (٠، ٣)، فإن معادلة محور التماثل هي

(٢) إذا كانت النقطة (-٣، ٤) هي نقطة راس المنحنى للدالة التربيعية وكان المنحنى يقطع المحور السيني عند نقطتين (٠، ٥-)، (٠، ٥) فإن د =

نشاط ثنائي:



يمثل الرسم المجاور التمثيل البياني للدالة

$$ص = س^2 - ٤س + ٥$$

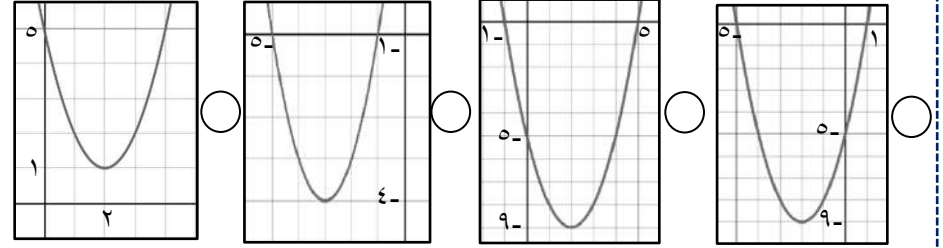
ظلل احداثيات النقاط المشار إليها في الأحرف

أ ، ب ، ج ، د

	(٩-،٢)	(٠، ١-)	(٥-،٠)	(٠، ٥)	
أ	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	
ب	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	
ج	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	
د	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	



تدريب: حوِّط التمثيل البياني الذي يمثل الدالة د(س) = س² + ٤س - ٥



نشاط فردي: صل كل تمثيل بياني من العمود الأول بمعادلته في العمود الثاني :

$$ص = س^2 + ٤س - ٥$$

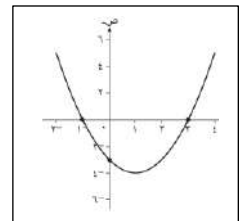
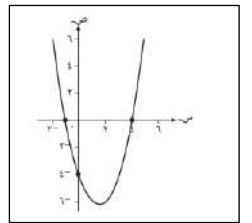
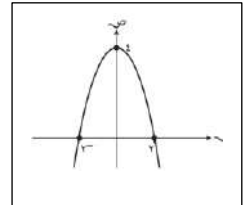
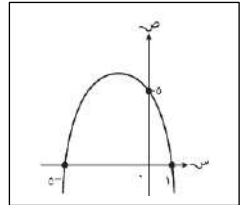
$$ص = -س^2 - ٤س + ٥$$

$$ص = س^2 - ٣س - ٤$$

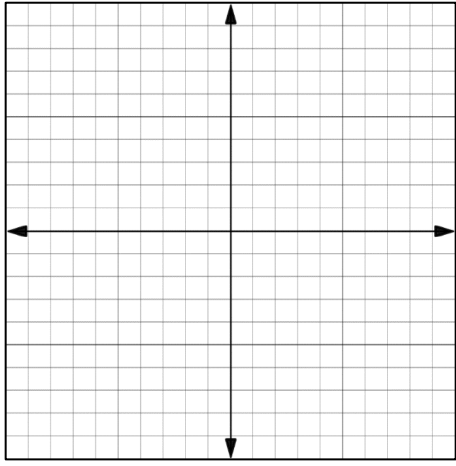
$$ص = -س^2 + ٤س - ٤$$

$$ص = س^2 - ٢س - ٣$$

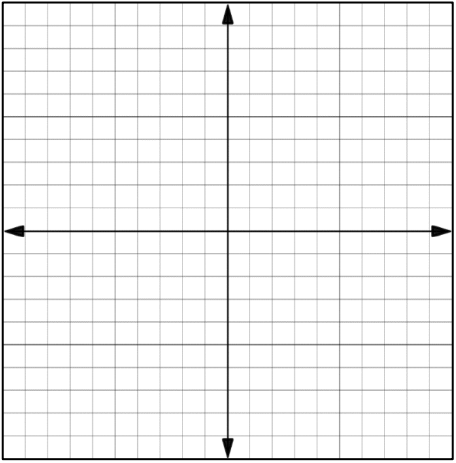
$$ص = س^2 + ٢س - ٦$$



$$(٢) \text{ ص} = -٢س + ١٠س - ٢٤$$



$$(٣) \text{ ص} = ٢س^٢ + ١٢س + ١٧$$



نشاط فردي: حدد نقطة رأس المنحنى للدوال الآتية:

(أ) $\text{ص} = (٣ - ٢س) + ١$ (ب) $\text{ص} = (٢ + ٢س)$

(ج) $\text{ص} = ٢س^٢ - ١$ (د) $\text{ص} = ٤ - (٤ + ٢س) + ٣$

تعلم قبلي (٣): ضع العبارة التربيعية $٢س^٢ - ٧س + ٧$ على صورة $(س + أ)^٢ + ب$ بالإكمال إلى المربع.



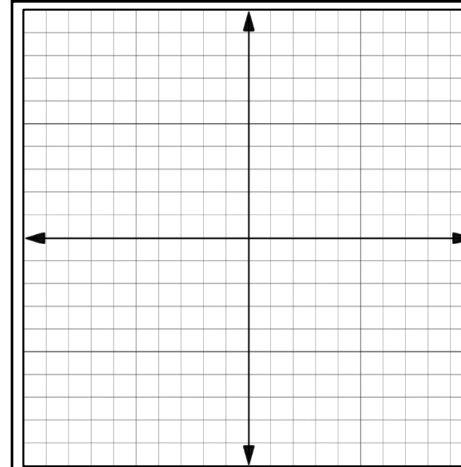
وضح خطوات حلك:

إيجاد نقطة رأس المنحنى بالإكمال إلى المربع:

لقد سبق لنا معرفة الصورة القياسية للدالة التربيعية وهي: $\text{ص} = أس^٢ + ب س + ج$ يمكن إعادة كتابة الصورة القياسية إلى صورة أخرى وهي: $(س + د)^٢ + ك$ (بالإكمال إلى مربع)

- إحداثيات نقطة رأس المنحنى = $(- د, ك)$
- معادلة محور التماثل هي: $س = - د$

مثال: حدد معادلة محور التماثل وإحداثيات نقطة رأس المنحنى للدالة $\text{ص} = ٢س^٢ + ٨س + ١٢$ بالإكمال إلى المربع ثم أرسم التمثيل البياني للدالة:



$$(١) \text{ ص} = ٢س^٢ + ٨س + ١٢$$

نشاط إثرائي:

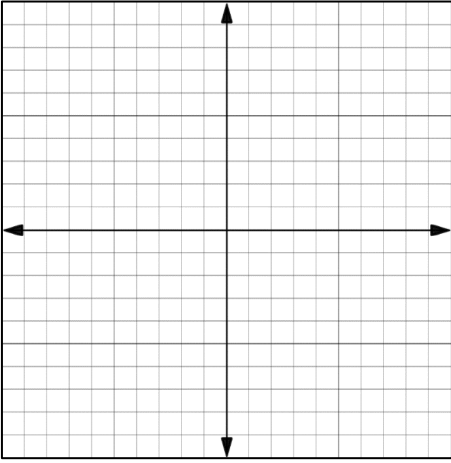
(١) إذا كانت نقطة رأس المنحنى $ص = س^٢ - ٢س - ٤$ هي $(٠, ٤)$ ضع دائرة حول قيمة أ

○ صفر ○ ٤- ○ ٤ ○ ٢

(٢) إذا كانت $(٠, ٢)$ هي نقطة تقاطع الدالة $ص = س^٢ - ٢س + ٤$ مع محور السينات، ضع دائرة حول قيمة أ

○ ٢ ○ ٢- ○ ٤ ○ ٤-

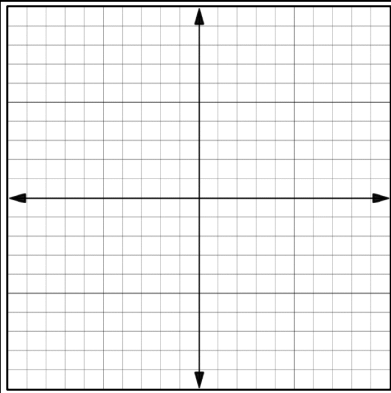
الحل:



التقويم الختامي: رقم (١) كتاب النشاط صفحة ٢٤

- (أ) أعد كتابة الدالة $ص = ٣س^٢ + ٦س + ٣$ في صورة $ص = أ(س + د) + هـ$
 (ب) أوجد إحداثيات نقطة تقاطع المنحنى مع المحور الصادي.
 (ت) أوجد معادلة محور التماثل وإحداثيات نقطة رأس المنحنى.
 (ث) أوجد إحداثيات نقطتي تقاطع مع المنحنى مع المحور السيني (إن وجدت)
 (ج) ارسم التمثيل البياني للدالة، واذكر ميزاته الأساسية.

وضح خطوات حلك

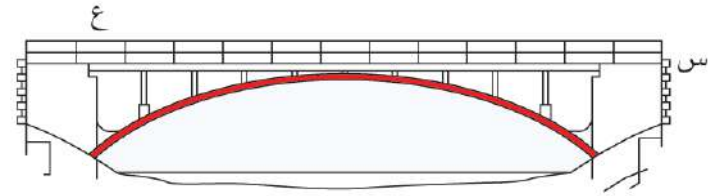


الواجب المنزلي: رقم (٣) كتاب النشاط صفحة ٢٩

طبق مهاراتك: رقم (٤) كتاب الطالب صفحة ٣٠

تتمثل معادلة منحنى القوس الداعم للجسر (المُلَوَّن باللون الأحمر في المخطط أدناه) في الدالة $ع = \frac{١-}{٤.} (س - ٢٠)^٢$ حيث $ع$ متر هي المسافة الرأسية، و $س$ متر هي الأفقية

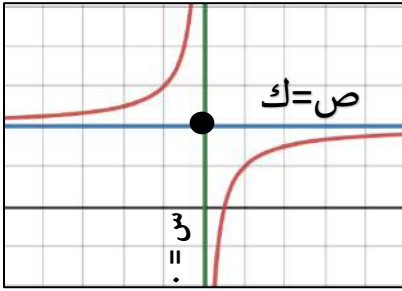
- (أ) حدّد نقطة رأس المنحنى للدالة
 (ب) ما هي قيم $س$ الممكنة؟
 (ج) حدّد مجال قيم $ع$
 (د) ارسم تمثيلًا بيانيًا للمعادلة ضمن القيم الممكنة
 (هـ) ما عرض القوس؟ (و) ما أعلى ارتفاع للقوس؟



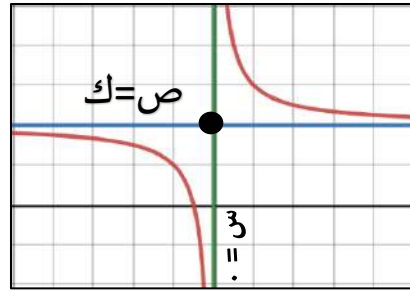
نستنتج أن: خصائص التمثيل البياني للدالة في الصورة $ص = \frac{أ}{س} + ك$

(١) يتكون التمثيل البياني من جزئين منفصلين للمنحنى لهما نفس الشكل والقياس وفي ربعين متقابلين .

قيمة $أ$ سالبة ($أ > صفر$)
يقع التمثيل البياني
في الربع الثاني والرابع



قيمة $أ$ موجبة ($أ < صفر$)
يقع التمثيل البياني
في الربع الأول والثالث



(٢) التمثيل البياني لا يتقاطع مع المحور الصادي.

(٣) خط التقارب هو مستقيم يقترب إليه التمثيل البياني ولا يتقاطع معه أبدا

(٤) خطي التقارب أحدهما أفقي ومعادلته $ص = ك$ والآخر رأسي ومعادلته $س =$

(٥) الجزء المقطوع من المحور السيني $= \frac{أ-}{ك}$ أي أن المنحنى يمر بالنقطة $(\frac{أ-}{ك}, ٠)$

انتبه!!

لرسم التمثيل البياني للدالة $ص = \frac{أ}{س} + ك$ نحدد موقع المنحنى ونوجد خطي التقارب والجزء المقطوع من المحور السيني.

(٥-٩) التمثيلات البيانية لدوال أخرى

التمثيل البياني لدوال في صورة $ص = \frac{أ}{س} + ك$ ، حيث $س \neq صفر$

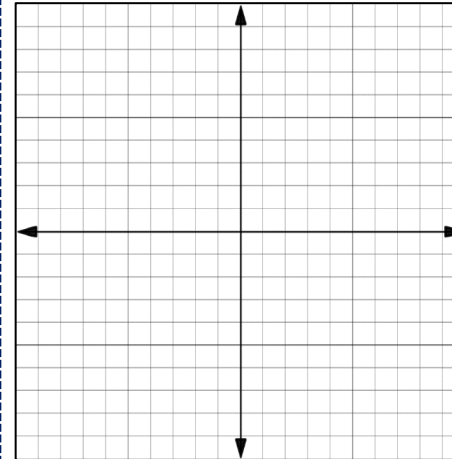
التمهيد:

(١) أكمل الجدول الآتي ثم ارسم التمثيل البياني للدالة $ص = \frac{١}{س} + ٣$

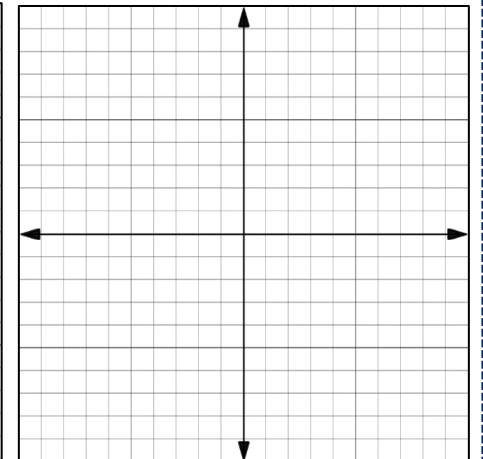
س	٣-	٢-	١-	١	٢	٣	٤
$ص = \frac{١}{س} + ٣$							

(٢) أكمل الجدول الآتي ثم ارسم التمثيل البياني للدالة $ص = \frac{١}{س} + ٣$

س	٣-	٢-	١-	١	٢	٣	٤
$ص = \frac{١}{س} + ٣$							

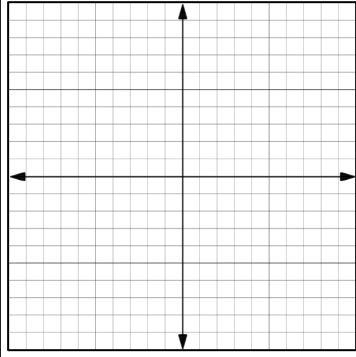


بيان الدالة $ص = \frac{١}{س} + ٣$

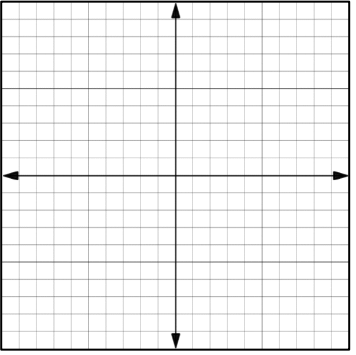


بيان الدالة $ص = \frac{١}{س} + ٣$

$$(ج) \quad ٧ + \frac{٤}{س} = ٢ص$$



تدريب: ارسم التمثيل البياني للدالة $س = ٤ - ٤$



نشاط فردي:

(١) أكمل: خطي التقارب للدالة $س = \frac{٣}{٥} - ٥$ هما:

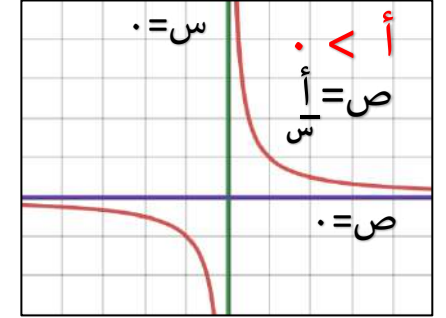
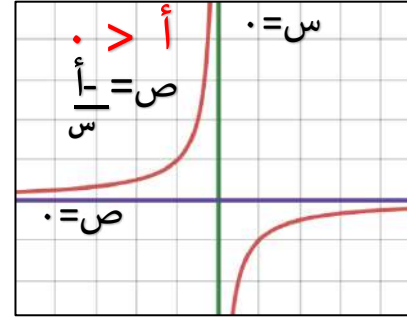
(٢) إذا كان خطي التقارب للدالة $س = \frac{١}{س} + ب$ هما $ص = ٦$ و $س = ٣$ والجزء المقطوع من المحور السيني $= -٣$

أكمل: أ =

ب =



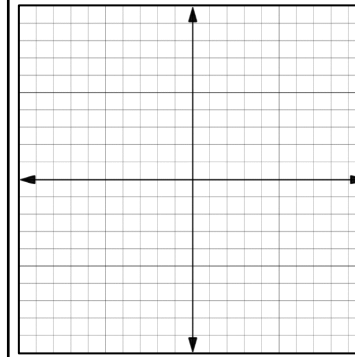
حالة خاصة: عندك $٠ = ص = \frac{١}{س} = ص$ ← $ص = س = أ$
خطي التقارب هما المحورين (أي أن المنحنى لا يقطعهما أبدا)



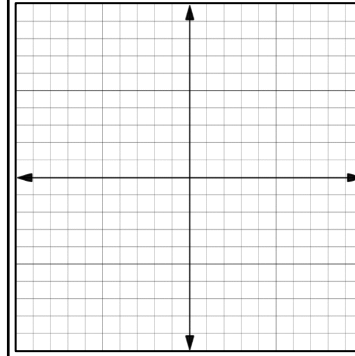
ملاحظة: لا توجد قيمة ل $ص$ عند $س = ٠$ ، ولا توجد قيمة ل $س$ عند $ص = ٠$.

مثال: ارسم التمثيل البياني لكل دالة فيما يلي:

$$(أ) \quad ٣ = ص = \frac{٣}{س}$$



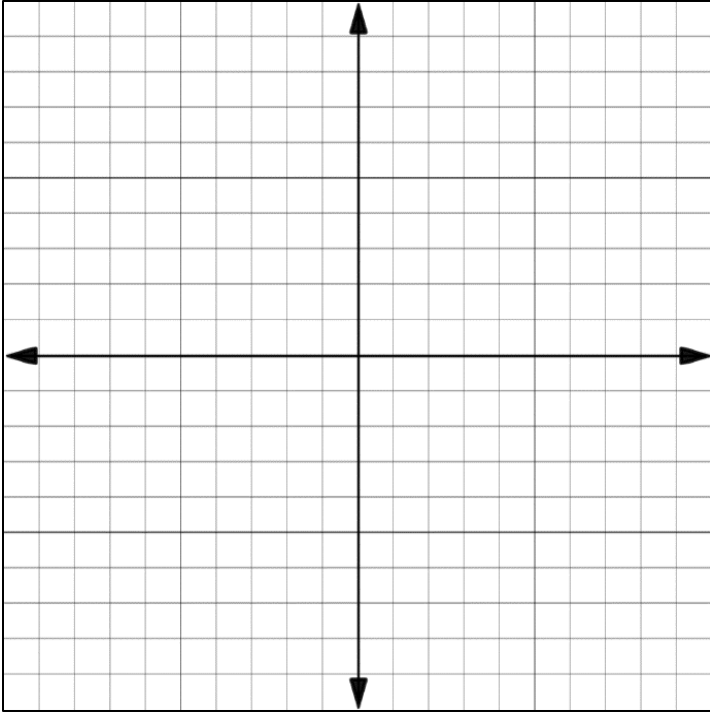
$$(ب) \quad ٣ = ص = \frac{٩}{س} - ٣$$



نشاط فردي :

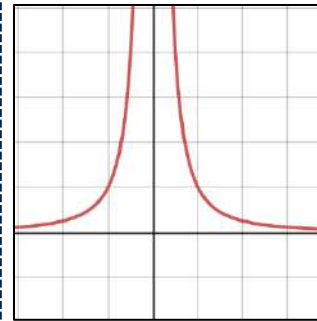
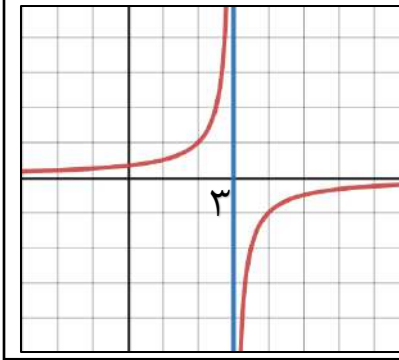
ارسم الدوال الآتية على نفس المستوى :

$$ص = \frac{1}{س} ، ص = ٣ + \frac{1}{س} ، ص = \frac{٣}{س}$$



نشاط جماعي:

مثل أحمد الدالة $ص = \frac{1}{س} + ٣$ كما هو مبين بالتمثيل المقابل هل تمثيله صحيح ؟ نعم لا ، برر إجابتك.



خصائص التمثيل البياني للدالة $ص = \frac{1}{س}$

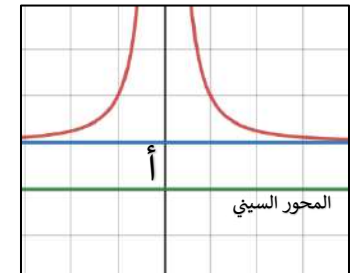
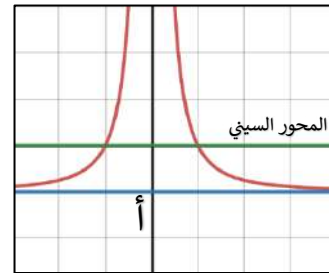
- (١) التمثيل البياني بأكمله يقع فوق المحور السيني.
- (٢) التمثيل البياني يشبه جزئياً التمثيل البياني للدالة $ص = \frac{1}{س}$ يتكون من جزئين منفصلين.
- (٣) عند $س = ٠$ ← ص (غير معرف).

*ملاحظات:

(١) التمثيل البياني للدالة $ص = \frac{1}{س} + أ$ هو نفسه التمثيل البياني للدالة $ص = \frac{1}{س}$ مع سحبه إلى:

أسفل إذا كانت أ سالبة

أعلى إذا كانت أ موجبة

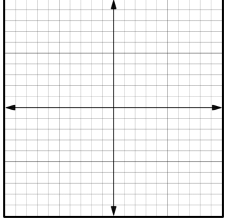


(٢) التمثيل البياني للدالة $ص = \frac{ب}{س}$ هو نفسه التمثيل البياني للدالة $ص = \frac{1}{س}$ مع تمدد للأعلى

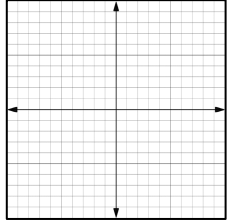
ملاحظة:

لإيجاد نقطة تقاطع المستقيم الممثل للدالة $ص = م س + ج$ مع المحور السيني نضع $ص = ٠$ ونوجد قيمة $س$.

مثال: ارسم التمثيل البياني للدالة $ص = - س + ٢$



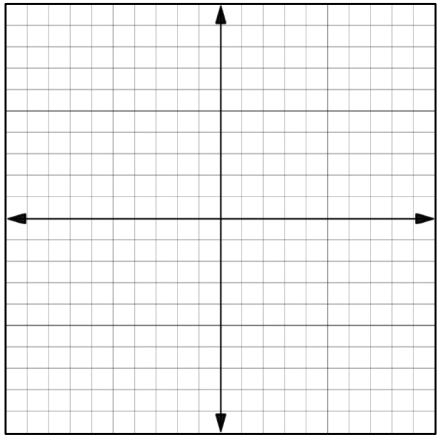
أ) بإيجاد نقاط التقاطع



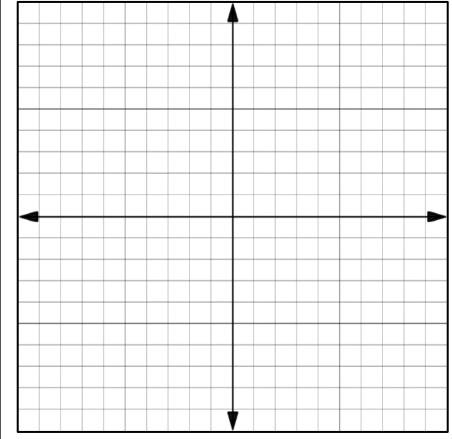
ب) باستخدام الميل والجزء المقطوع من المحور الصادي

تمرين: مثل كل من الدوال بيانيا:

ب) $ص = س - ٤$



أ) $ص = ٦ + ٣ س$



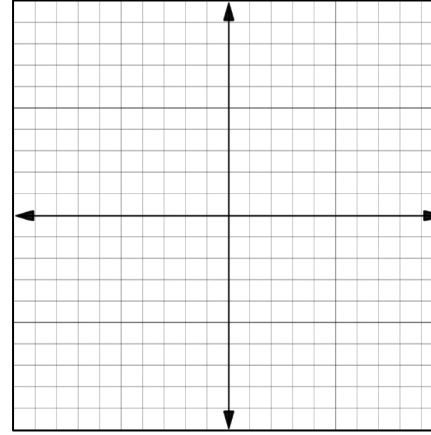
الدوال الخطية

التعلم القبلي:

ارسم الدوال الآتية:

ص = ٤ ، ص = -٢

ص = ١- ، ص = ٣



الدالة الخطية: الصورة العامة للدالة الخطية هي:

$$ص = م س + ج$$

تمثل الجزء المقطوع
محور الصادات
نقطة تقاطع المستقيم مع
المحور الصادي (٠، ج)

تمثل ميل المستقيم
الميل = $\frac{\text{التغير الرأسي}}{\text{التغير لأفقي}}$

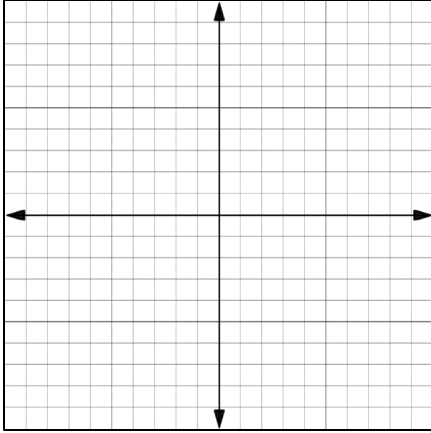
اختبر فهمك:

١) أكمل: ميل الخط المستقيم $ص = ٢ س - ٣$ هو:

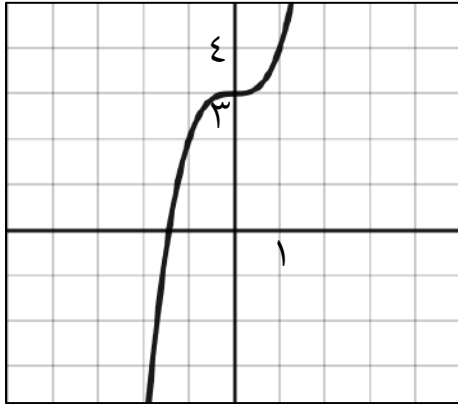
٢) ضع دائرة حول نقطة تقاطع المستقيم $ص = ٢$ مع المحور الصادي

(١، ٠) ○ (٠، ١) ○ (٠، ٢) ○ (٢، ٠) ○

تمرين: ارسم التمثيل البياني للدالة
ص = ٢س + ٣



نشاط اثرائي:
ضع دائرة حول قيمة أ + ب إذا كان الشكل المقابل هو التمثيل البياني للدالة ص = أس - ٣



- ٣ ٣ -
 ٢ - ٤



الدوال التكعيبية

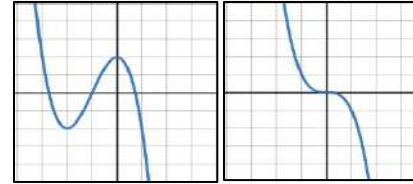
الدالة التكعيبية: تتضمن حدا مرفوعا إلى الأس ثلاثة
(الحد ذو القوى الأكبر للدالة هو ثلاثة)

أمثلة لدوال تكعيبية: ص = ٣س ، ص = ٢س - ٣ ، ص = ٤س - ٣س + ٢
ص = ٢س - ٣ ، ص = ٣س - ٢س + ٢

ملاحظات هامة:

١) يسمى التمثيل البياني للدالة التكعيبية بالمنحنى التكعبي ويتخذ شكلين أساسيين:

إذا كان معامل س^٣ سالبا (-)

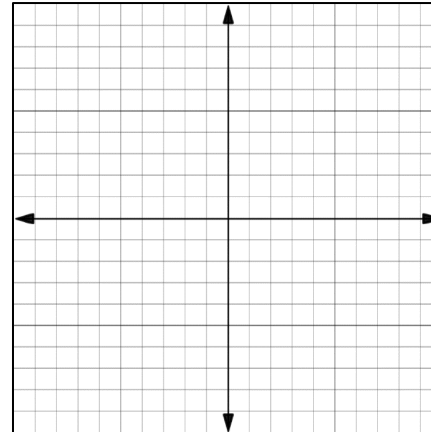


إذا كان معامل س^٣ موجبا (+)

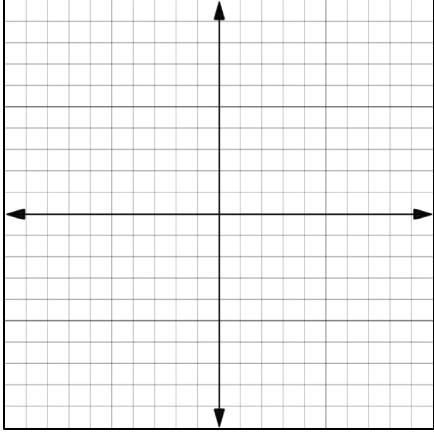


٢) نوجد الجزء المقطوع من المحور الصادي بوضع س = ٠ في الدالة .

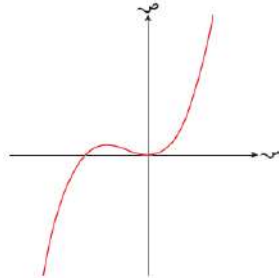
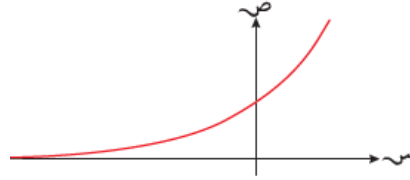
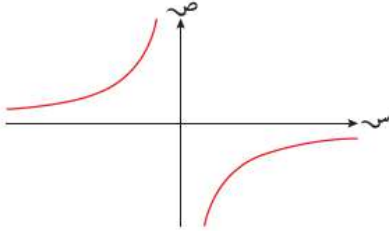
مثال: ارسم التمثيل البياني للدالة
ص = ٣س



تمرين: ارسم التمثيل البياني للدالة ص = ٢^س



نشاط فردي: أكتب الدالة الممكنة لكل تمثيل من التمثيلات البيانية



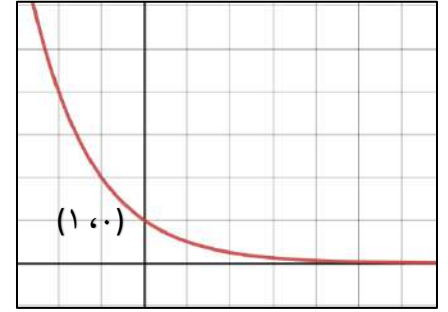
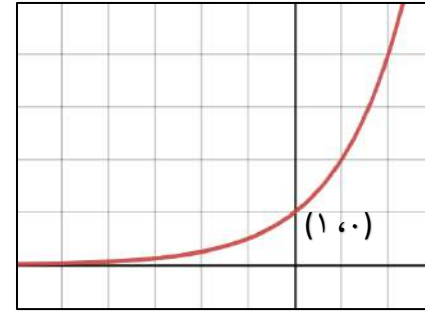
الدوال الأسية

الصورة العامة للدالة الأسية هي: $ص = أس$ حيث $أ < ٠$.

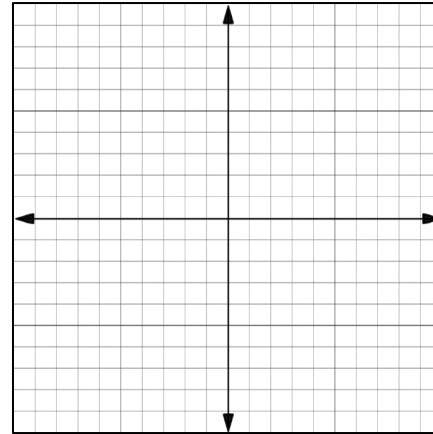
ملاحظات:

(١) التمثيل البياني للدالة الأسية يقطع المحور الصادي عند النقطة (١, ٠)

(٢) المحور السيني يمثل خط تقارب للتمثيل البياني (لأن الدالة لا يمكن أن تكون سالبة)

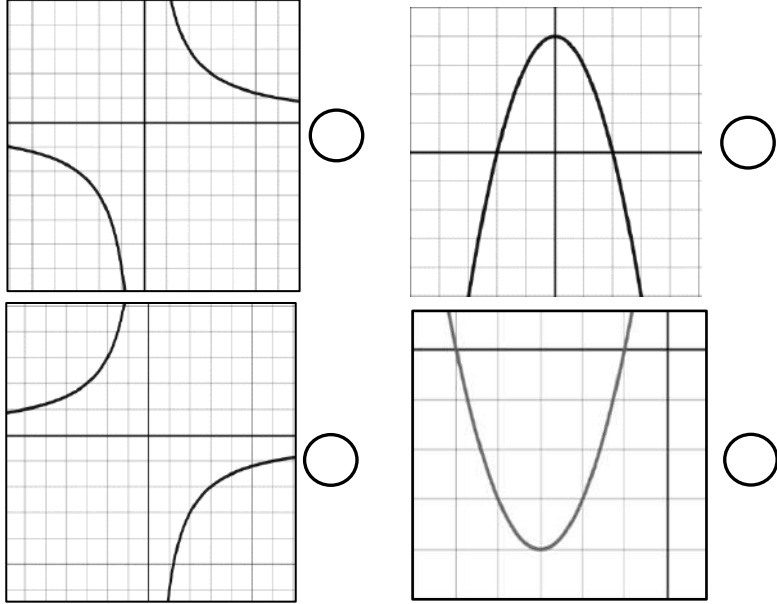


مثال: ارسم التمثيل البياني للدالة ص = ٣^س

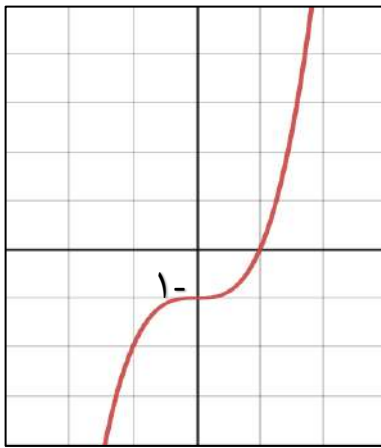


تقويم ختامي:

(١) حو ط التمثيل البياني المناسب للدالة $v = \frac{7}{s}$



(٢) من التمثيل البياني المقابل أكمل :



(أ) نقطة تقاطع الدالة مع محور الصادات هي (.....،)

(ب) يمثل التمثيل البياني الدالة

(ج) إشارة معامل الحد ذو القوى الأكبر في الدالة هو

نشاط جماعي: ظلل الدالة الممكنة لكل تمثيل بياني

$v = s^3 + s^2 + 1$	$v = s^2$	$v = 1 - s - s^2$	$v = \frac{16}{s}$	$v = \frac{16}{s^2}$	
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	

انتهى ملخص الوحدة

فريق العمل

أ. حسن بن أحمد آل سنان
أ. فاطمة الزهراء السيد عبد الوهاب
محافظة شمال الباطنة-مدرسة وادي الحواسنة (١-١٢)

أ. مروة بنت راشد الغنوصية
محافظة جنوب الشرقية - مدرسة السويح (١-١٠)

تابع التقويم الختامي:

٣) إذا كانت الدالة $v = 5 - 3s$ ، أجب عن الأسئلة التالية:

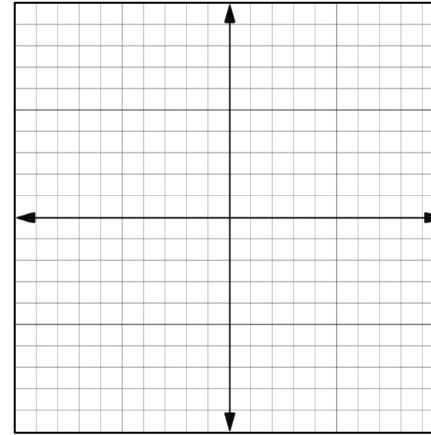
أ) أسم الدالة

ب) الميل =

ج) نقطة تقاطع الدالة مع المحور السيني (،)

د) ضع دائرة حول نقطة تقاطع الدالة مع المحور الصادي
 $(3, 0) \circ (3, -4) \circ (5, 0) \circ (5, -4)$

هـ) ارسم التمثيل البياني للدالة



الواجب المنزلي: رقم (٢) كتاب النشاط صفحة ٢٨

ملحق (١) ملخص التمثيلات البيانية للدوال

شكل التمثيل البياني	الصورة العامة للدالة / الوصف	نوع التمثيل البياني
	<p>ص = م س + ج أكبر قوى ل س هو ١ المستقيم يقطع محوري الإحداثيات.</p>	المستقيم
	<p>س = أ يكون المستقيم موازيا لمحور الصادات. س = ٠ تمثل معادلة محور الصادات. ص = ب يكون المستقيم موازيا لمحور السينات. ص = ٠ تمثل معادلة محور السينات.</p>	
	<p>ص = س^٢ أو ص = أس^٢ + ب س + ج أو ص = أ(س + د)^٢ + ك أعلى قوى ل س = ٢</p>	الدالة التربيعية
	<p>ص = $\frac{أ}{س}$ أو س ص = أ أو ص = $\frac{أ}{س} + ك$ يتكون من جزئين منفصلين وفي ربعين متقابلين</p>	الدالة في صورة $\frac{أ}{س}$
	<p>ص = $\frac{أ}{س}$ أو ص = $\frac{أ}{س} + ك$ ، أ < ٠ يتكون من جزئين منفصلين كلاهما يقع فوق المحور السيني وفي ربعين متجاورين</p>	الدالة في صورة $\frac{أ}{س}$
	<p>ص = س^٣ أو ص = أس^٣ + ب س^٢ + ج س + د ، أ ≠ ٠ أعلى قوى ل س = ٣</p>	الدوال التكعيبية
	<p>ص = أ^س حيث أ < ٠ تقطع المحور الصادي في النقطة (٠ ، ١) والمحور السيني يمثل خط تقارب لها</p>	الدالة الأسية

فريق عطاء بلا حدود

أ. حسن بن أحمد آل سنان
أ. فاطمة الزهراء السيد عبد الوهاب
محافظة شمال الباطنة-مدرسة وادي الحواسنة (١-١٢)

أ. مروة بنت راشد الغنوصية
محافظة جنوب الشرقية - مدرسة السويح (١-١٠)

الصف العاشر



ملخص الوحدة العاشرة

الاحتمال البسيط

الفصل الدراسي الثاني



النسخة الأولى: ٢٠٢١/٢٠٢٢م

مقدمة في الاحتمال (١-١٠)

تذكر أن :

العدد	التعريف	المثال
العدد الزوجي	عدد كامل يمكن قسمته على ٢ بدون باق.	٠، ٢، ٤، ٦، ٨، ١٠، ...
العدد الفردي	عدد كامل لا يمكن قسمته على ٢ بدون باق.	١، ٣، ٥، ٧، ٩، ١١، ...
العدد الأولي	عدد أكبر من ١ وله عاملان فقط العدد نفسه و ١.	٢، ٣، ٥، ٧، ١١، ...
مضاعفات العدد	نتج من ضرب العدد في عدد صحيح موجب، أول مضاعف لأي عدد هو العدد نفسه.	مضاعفات ٢ هي: ٢، ٤، ٦، ٨، ... مضاعفات ٣ هي: ٣، ٦، ٩، ١٢، ...
عوامل العدد	عدد يقسم عدداً آخر بدون باق، العدد ١ هو عامل لكل عدد. أكبر عامل لأي عدد هو العدد نفسه.	عوامل العدد ٦ هي: ١، ٢، ٣، ٦ عوامل العدد ٨ هي: ١، ٢، ٤، ٨
العدد المربع	نتج من ضرب العدد في نفسه.	١، ٤، ٩، ١٦، ٢٥، ٣٦، ...

أساسيات الاحتمال

درسنا سابقاً:

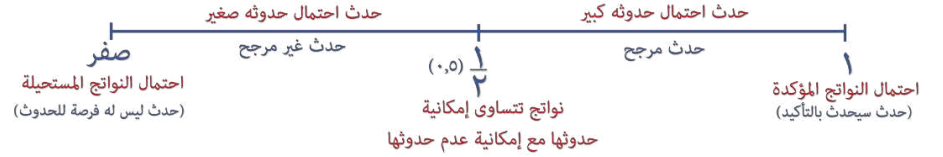
- الأحداث البسيطة مثل رمي قطعة نقود أو رمي حجر النرد أو سحب بطاقة من حزمة.
- النواتج الممكنة عند رمي قطعة نقود: صورة أو كتابة.
- النواتج الممكنة عند رمي حجر نرد ذو ستة أوجه: ١، ٢، ٣، ٤، ٥، ٦.
- الحدث هو مجموعة من النواتج المفضلة (أي النواتج التي تدل على وقوع الحدث) **فمثلاً:** حدث ظهور عدد زوجي عند رمي حجر نرد ذو ستة أوجه هو { ٢، ٤، ٦ } أي أن النواتج المفضلة هي { ٢، ٤، ٦ }
- الاحتمال هو قياس إمكانية وقوع حدث ما .
يمكن كتابة الاحتمالات في صورة كسور أو أعدادا عشرية أو نسب مئوية :
 $\frac{٤}{١١}$ ، $\frac{١}{٦}$ ، ٢٥٪ ، ٠,٣٦ ، ٠,١٧
- يتم قياس الاحتمال بمقياس من صفر إلى ١ (لا يمكن أن يكون الاحتمال عدداً سالباً أو عدداً أكبر من ١).

مثال :

حوط على الإجابة الصحيحة : أي من الآتي يمكن أن يكون احتمال وقوع حدث ما :

○ ١,٢ ○ -٠,٤ ○ ٣١٥٪ ○ $\frac{٣}{٤}$

مقياس الاحتمال



أنتبه:

- كلما ازداد الاحتمال ازدادت إمكانية وقوع الحدث والعكس صحيح.
- كلما أقرب الاحتمال من ١ يكون مرجح جدا، وكلما أقرب من الصفر يكون غير مرجح جدا

طرق حساب الاحتمال

الاحتمال النظري

يستخدم إذا كان إمكانية حدوث النواتج الممكنة متساوية

$$P(A) = \frac{\text{عدد النواتج المفضلة}}{\text{عدد النواتج الممكنة}}$$

مثال: رمي حجر نرد منتظم له ٢٠ وجها وظل الاحتمال المناسب للعدد الظاهر على وجه الحجر

الاحتمال	العدد
$\frac{1}{4}$	عدد فرديا
$\frac{1}{2}$	عدد أوليا
$\frac{3}{20}$	عدد من مضاعفات العدد ٦
$\frac{2}{5}$	عدد أكبر من ١٥

الاحتمال التجريبي (التكرار النسبي)

يتم عن طريق تنفيذ تجربة عدة مرات ورصد وتدوين النتائج وحساب الاحتمال يرمز للاحتمال ووقوع حدث ح بالرمز ل(ح)

$$P(A) = \frac{\text{عدد مرات وقوع الحدث}}{\text{عدد مرات إجراء التجربة}} = \frac{N}{F}$$

يستخدم عادة إذا كان فرصة وقوع الأحداث غير متساوية

مثال: حوط الكسر الذي يدل على الاحتمال التجريبي لظهور العدد ٥ عند رمي حجر نرد ذو ستة أوجه ١٠٠ مرة حيث ظهر العدد خمسة ١٤ مرة:

$\frac{14}{100}$	$\frac{7}{100}$	$\frac{1}{100}$	$\frac{5}{100}$
------------------	-----------------	-----------------	-----------------

نشاط فردي: رقم (٣) كتاب الطالب صفحة ٤٦

اعتمد أحمد سلسلة اختبارات لمعرفة متوسط عمر نوع جديد من المصابيح يعمل بالطاقة الشمسية. يبين الجدول التالي نواتج الاختبارات:

عمر المصباح (ل ساعة)	$0 < l < 1000$	$1000 < l < 2000$	$2000 < l < 3000$	$l \geq 3000$
التكرار	٣٠	٧٥	١٦٠	٣٥

(١) حوط التكرار النسبي لمصباح عمره أقل من ٣٠٠٠ ساعة وأكثر من أو يساوي ١٠٠٠ ساعة:

$$\frac{195}{300} \quad \frac{235}{300} \quad \frac{160}{300} \quad \frac{75}{300}$$

(٢) حوط عدد المصابيح التي تتوقع أن تعمر أكثر من ٣٠٠٠ ساعة إذا طلب صاحب المتجر ٢٠٠٠ مصباح من هذه المصابيح:

$$1566 \quad 1066 \quad 233 \quad 35$$

نشاط ثنائي: رقم (٢) كتاب الطالب صفحة ٤٥

يبين المخطط المجاور قرصًا دوارًا مقسمًا إلى ثمانية أقسام متساوية تمامًا. أدار سالم القرص ٢٦٠ مرة وسجل النواتج في الجدول التالي

العدد	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨
التكرار	٣٣	٢٨	٢٦	٣٥	٣٩	٢١	٣٣	٢٥

أكمل: (١) الاحتمال التجريبي لظهور العدد ٣ =

(٢) الاحتمال التجريبي لظهور العدد =

(٣) الاحتمال التجريبي لظهور عدد فردي =

(٤) الاحتمال التجريبي لظهور عامل من عوامل العدد ٨ =

(٥) الاحتمال التجريبي لظهور عدد أقل من =

نشاط فردي: رقم (٧) كتاب النشاط صفحة ٣٣

نشاط ثنائي: حقيبة بها ٣٦ كرة وكان احتمال سحب كرة زرقاء بصورة عشوائية هو $\frac{1}{٤}$

تقول زينب: عدد الكرات الزرقاء الموجودة في الحقيبة تساوي ٩ كرات



هل ما تقوله زينب صح أو خطأ ، فسر إجابتك

وضح خطوات حلك

احتمال الحدث المتمم

إذا كان أ حدثاً ما فإن (أ) هو الحدث المتمم (أي حدث عدم وقوع أ)
 $P(\bar{A}) = 1 - P(A) \leftarrow$ (مجموع احتمال وقوع حدث ما واحتمال عدم وقوعه = ١ دائماً)

مثال: حوط الإجابة الصحيحة:

(١) إذا كان احتمال أن يقود السائق سيارته بسرعة على طول الطريق = ٠,٢٧ ، فإن احتمال الا يقود السائق سيارته بسرعة:
 ٠,٢٧ ٠,٧٣ ١,٢٧ ٠,٢٨

(٢) جمع شخص ٣٨٥ نوعاً من الأزهار وكانت خمسة أنواع منها فقط زرقاء اللون فإن احتمال الا تكون زرقاء اللون:
 $\frac{٣٨٥}{٥}$ $\frac{٥}{٣٨٥}$ $\frac{٣٩٠}{٣٨٥}$ $\frac{٧٦}{٧٧}$

نشاط فردي: رقم (٤) كتاب الطالب صفحة ٤٦

بيئت دراسة ما أن احتمال أن يستخدم الشخص يده اليمنى هو ٠,٧٧ ، كم تتوقع عدد الأشخاص الذين يستخدمون اليد اليسرى في مجتمع تعداداه ٢٥٠٠٠ شخص؟

وضح خطوات حلك

نشاط جماعي:



لدى منى علبة أقلام ملونة إذا سحبت قلماً عشوائياً من العلبة إذا كان احتمال سحب قلماً لونه أحمر = ٠,٤ ، أكمل:
 (١) احتمال أن تسحب منى قلماً ليس أحمر = _____

(٢) إذا كان يوجد ١٥ قلم أزرق و ١٥ قلم أخضر أكمل الجدول:

لون القلم	أزرق	أحمر	أخضر
عدد الأقلام	١٥	_____	١٥
الاحتمال	_____	٠,٤	_____

نشاط جماعي: يتضمن أحد المنتجات خمسة أندية للتسلية يبين الجدول التالي احتمال اختيار الطلاب لكل نادٍ ضع صح أو خطأ فيما يلي:

النادي	الحاسوب	الحدادة	النجارة	الموسيقى	الشطرنج
ل(النادي)	٠,٥٧	٠,٢	٠,٢	٠,٠٢	٠,٠١

التمرير	خطأ	صح
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

(١) ل(غير الحدادة وغير النجارة) = ٠,٤

(٢) ل(غير الشطرنج وغير الموسيقى) = ٠,٩٧

(٣) إذا أراد ٥٥ طالبا الانتساب إلى النوادي فإن العدد المتوقع للطلاب الذين يختاروا الحدادة = ١١ طالب.

(٤) إذا اختار ٤ طلاب نادي الموسيقى فإن عدد الطلاب الذين اختاروا نادي الحاسوب = ٢

نشاط ختامي: رقم (١١) كتاب النشاط صفحة ٣٣

الواجب المنزلي: رقم (٥) كتاب النشاط صفحة ٣٢

نشاط إثرائي: حوط على الإجابة الصحيحة:



(١) كيس به ٣٦ كرة مختلفة الألوان (حمراء-صفراء-بيضاء) فإذا كان احتمال الكرات الحمراء $\frac{1}{4}$ واحتمال ظهور كرة اللون الأصفر يساوي $\frac{2}{9}$ فإن عدد الكرات البيضاء يساوي:

١٤ ○ ٢٢ ○ ١٦ ○ ٦ ○

سجل ملاحظاتك

(٢) إذا كان ل(أ) = ٢ ل(أ) فإن ل(أ) =

١ ○ $\frac{1}{2}$ ○ $\frac{1}{3}$ ○ $\frac{2}{3}$ ○

سجل ملاحظاتك

(٣) إذا كان احتمال سحب مصباح معيب من صندوق به ٢٥ مصباح يساوي ٠,٢ أوجد عدد المصابيح المعيبة في الصندوق

سجل ملاحظاتك

(١٠ - ٢) مخطط الفضاء الاحتمالي (الفضاء العيني)

تذكر أن: حجر النرد المنتظم يدل على تساوي فرصة ظهور كل وجه من أوجهه

تعريف:

- الفضاء الاحتمالي يتكون من مجموعة النواتج الممكنة كلها في التجربة
- يمكن استخدام مخططات الفضاء الاحتمالي لعرض كل النواتج بوضوح وسهولة حل المسائل.
- يمكن حساب عدد النواتج الممكنة من مخطط الفضاء الاحتمالي وبضرب عدد الصفوف في عدد الأعمدة.

مثال توضيحي:

أ) ارسم مخطط فضاء احتمالي يعرض كل النواتج الممكنة عند رمي قطعتي نقود معدنيتين بنفس الوقت.

الرمية الأولى

ك	ص		الرمية الثانية
ص ك	ص ص	ص	
ك ك	ك ص	ك	

ص: تدل على الصورة

ك: تدل على الكتابة

ب) استخدم المخطط الاحتمالي للإجابة عن الأسئلة:

١) ل(الحصول على نفس الناتج للقطعتين)

٢) ل(عدم الحصول على أية كتابة)

٣) ل(عدم الحصول على أية صورة)

٤) ل(الحصول على صورة على كل من القطعتين)

٥) ل(الحصول على كتابة واحدة على الأقل)

(تعني النواتج التي تحتوي على كتابة أو أكثر)

نشاط فردي: عند رمي حجري نرد منتظمين لكل منهما ستة أوجه تم تسجيل ناتج ضرب العددين الظاهرين ، أجب عن الأسئلة التالية:

١) أكمل مخطط الفضاء الاحتمالي الذي يعرض جميع النواتج الممكنة

حجر النرد الثاني							حجر النرد الثاني
٦	٥	٤	٣	٢	١	×	
						١	
						٢	
						٣	
						٤	
						٥	
						٦	

أ) احتمال أن يكون ناتج الضرب يساوي ١

$$\frac{1}{36} \bigcirc \quad \frac{2}{9} \bigcirc \quad \frac{7}{9} \bigcirc \quad \frac{37}{9} \bigcirc$$

ب) احتمال أن يكون ناتج الضرب أكبر من ٤

$$\frac{7}{9} \bigcirc \quad \frac{29}{36} \bigcirc \quad \frac{5}{6} \bigcirc \quad \frac{1}{18} \bigcirc$$

٢) عرضت المعلمة واجبات ثلاث طالبات على السبورة حدد أي منهن قامت بحل واجبها بصورة صحيحة:

واجب زينب

واجب لماء

واجب منى

احتمال أن يكون ناتج الضرب يساوي ٧
صفر = $\frac{\text{صفر}}{36}$

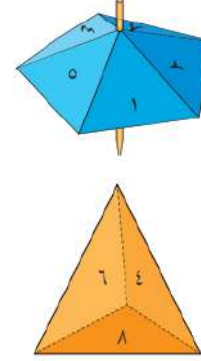
احتمال أن يكون ناتج الضرب عددا أوليا
يساوي $\frac{1}{6}$

احتمال أن يكون ناتج الضرب أقل من أو يساوي ٤ = $\frac{1}{4}$

أيامنه على صواب؟ منى لماء زينب

نشاط ثنائي: رقم (٣) كتاب الطالب صفحة ٤٩

يبين الشكلان المجاوران قرصا دوارا له خمسة قطاعات متساوية مرقمة ١، ٢، ٣، ٤، ٥ وحجر نرد منتظما على شكل مجسم رباعي مرقما ٢، ٤، ٦، ٨. أدير القرص ورمي حجر النرد وتم تسجيل العدد الأكبر بين العددين الظاهرين. عند ظهور العدد نفسه على كل من القرص والنرد يتم تسجيل العدد.



أ) ارسم مخطط الفضاء الاحتمالي الذي يبين النواتج الممكنة.

القرص الدوار						حجر النرد
٥	٤	٣	٢	١	٢	
					٤	
					٦	
					٨	

ب) أكمل الجدول التالي :

احتماله	العدد الأكبر
	زوجيا
	فرديا
	من مضاعفات العدد ٣
	أوليا
	أكبر من ضعف العدد الأول

نشاط ختامي رقم (٤) كتاب الطالب صفحة ٤٩

حجر نرد منتظم مكعب الشكل رقمت أوجهه الستة بالأرقام ٤، ١٠، ٦، ١٢، ١٥، ٢٠. رمي حجر النرد مرتين وتم تسجيل العامل المشترك الأكبر (ع م ك) لكلا الناتجين أ) أكمل مخطط الفضاء الاحتمالي الذي يبين النواتج الممكنة.

الرمية الأولى						الرمية الثانية

ب) صل بطاقة كل احتمال بقيمتها المناسبة:

$$\frac{2}{9}$$

احتمال أن يكون (ع م ك) يساوي ٢

$$\frac{4}{9}$$

احتمال أن يكون (ع م ك) أكبر من ٢

$$\frac{2}{3}$$

احتمال أن يكون (ع م ك) غير العدد ٧

$$1$$

احتمال أن يكون (ع م ك) يساوي ٣ أو ٥

$$\frac{17}{18}$$

احتمال أن يكون (ع م ك) مساويا لأحد العددين الظاهرين

$$\frac{5}{18}$$

الواجب المنزلي رقم (٢) كتاب النشاط صفحة ٣٥

(٣ - ١٠) تجميع الأحداث المستقلة والأحداث المتنافية

التعلم القبلي:

- عندما يتكون الحدث من مرحلة واحدة يسمى حدثاً بسيطاً مثل إلقاء قطعة نقود مرة واحدة - رمي حجر نرد مرة واحدة.
- أما إذا كان للحدث مرحلتان أو أكثر يسمى حدثاً مركباً مثل إلقاء قطعة نقود مرتين.

تعريف: الحدثان المستقلان هما حدثان لا يؤثر أحدهما على الآخر.

أمثلة على الأحداث المستقلة:

- عند رمي حجر نرد وقطعة نقود فإن حدث ظهور العدد ٦ على حجر النرد وظهور صورة هما حدثان مستقلان.
- سحب كرتين على التوالي من كيس فيه كرات متماثلة علماً بأن سحب الكرة الثانية كان بعد إرجاع الكرة الأولى إلى الكيس.

احتمال الحوادث المستقلة

التعبير اللفظي: إذا كان الحدثان أ ، ب مستقلين فإن احتمال وقوعهما معاً يساوي حاصل ضرب احتمال الحدث (أ) في احتمال الحدث (ب).

التعبير بالرموز: ل (أ و ب) = ل (وقوع أ ثم وقوع ب) = ل (أ) × ل (ب)

مثال: حوط الإجابة الصحيحة:

(١) إذا كان أ ، ب حدثين مستقلين ، ل (أ) = ٠,٢ ، ل (ب) = ٠,٦ ، فإن ل (أ و ب) =

٠,١٢ ○ ٠,٤ ○ ٠,٦٨ ○ ٠,٨ ○

(٢) إذا كان م ، ن حدثين مستقلين وكان ل (م ∩ ن) = ٠,٢ ، ل (م) = ٠,٨ ، فإن ل (ن) =

٠,١٦ ○ ٠,٢٥ ○ ٠,٤ ○ ٠,٦ ○

(٣) إذا كان احتمال إصابة نبات بمرض (أ) هو $\frac{1}{3}$ بينما احتمال إصابة نفس النبات بمرض (ب) هو $\frac{1}{4}$ وكان احتمال إصابة بأي من المرضين لا يؤثر على احتمال الإصابة بالآخر فإن احتمال (أ و ب) يساوي:

$\frac{1}{6}$ ○ $\frac{1}{3}$ ○ $\frac{1}{4}$ ○ $\frac{5}{6}$ ○

تعريف:

الحدثان المتنافيان (المنفصلان): هما حدثان لا يمكن أن يقعا في نفس الوقت.

مثال على الأحداث المتنافية:

□ عند إلقاء حجر نرد منتظم له ستة أوجه فإن حدث ظهور عدد زوجي وظهور العدد ٥ هما حدثان متنافيان.

□ النجاح وعدم النجاح حدثان متنافيان.

احتمال الحوادث المتنافية: $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$ = صفر

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

مثال: حوط الإجابة الصحيحة:

إذا كان أ ، ب حدثين منفصلين وكان $P(A) = 0,6$ ، $P(B) = 0,3$ ، فإن $P(A \cup B) =$

○ ٠,١٨

○ ٠,٩

○ ٠,٣

○ ٠

سجل ملاحظاتك

ملاحظات هامة:

إذا كان أ ، ب حدثين مستقلين فإن :

(١) احتمال عدم وقوع أ = $P(\bar{A}) = 1 - P(A)$

(٢) احتمال عدم وقوع ب = $P(\bar{B}) = 1 - P(B)$

(٣) احتمال وقوع الحدثين معا = احتمال وقوع كلاهما

$P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$

$P(\bar{A} \cap \bar{B}) = P(\bar{A}) \times P(\bar{B})$

(٤) احتمال وقوع أ وعدم وقوع ب = $P(A \cap \bar{B}) = P(A) \times P(\bar{B})$

$P(\bar{A} \cap B) = P(\bar{A}) \times P(B)$

(٥) احتمال وقوع ب وعدم وقوع أ = $P(\bar{A} \cap B) = P(\bar{A}) \times P(B)$

$P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$

(٦) احتمال عدم وقوع أي منهما = $P(\bar{A} \cap \bar{B}) = P(\bar{A}) \times P(\bar{B})$

$P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$

(٧) احتمال وقوع أحدهما فقط (ليس معا)

$P(A \cap \bar{B}) + P(\bar{A} \cap B) = P(A) \times P(\bar{B}) + P(\bar{A}) \times P(B)$

$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

$P(\bar{A} \cup \bar{B}) = P(\bar{A}) + P(\bar{B}) - P(\bar{A} \cap \bar{B})$

(٨) احتمال وقوع أحدهما على الأقل

$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

$P(\bar{A} \cup \bar{B}) = P(\bar{A}) + P(\bar{B}) - P(\bar{A} \cap \bar{B})$

يمكن التعبير عنها بطريقة أخرى :

احتمال وقوع أحدهما على الأقل = $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

$P(\bar{A} \cap \bar{B}) = 1 - P(A \cup B)$

$P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$

مثال: رقم (١) كتاب الطالب صفحة ٥٣

رُبي حجر نرد منتظم له ستّة أوجه مرّتين.

احسب احتمال أن يظهر:

(أ) العدد ستّة مرتين

(ب) عدنان زوجيان

(ج) نفس العددين

(د) عدنان مختلفان

تذكر:

أ أو ب تعني ضرب الاحتمالات
أ أو ب تعني جمع الاحتمالات

تابع نشاط فردي:

(ج) أكمل احتمال أن تكون :

(١) الكرة الأولى زرقاء والكرة الثانية حمراء =

(٢) الكرتان لهما نفس اللون =

(٣) الكرتان مختلفتا اللون =

(٤) كلّ من الكرتين ليست حمراء =

(٥) إحدى الكرتين على الأقل حمراء =

مجموع احتمالات النواتج الممكنة لأي تجربة = ١

نشاط ثنائي:

يستعد كلّ من كريم وسعيد لاختبار قيادة السيّارة. تعلّم كل منهما القيادة منفرداً، لذا ستكون نتائج الاختبار مستقلة. إذا كان احتمال نجاح كريم في الاختبار ٠,٦ وكان احتمال نجاح سعيد ٠,٤ فاحسب احتمال أن:

(أ) ينجح الاثنان في الاختبار
(ب) لا ينجح أحد منهما في الاختبار
(ج) ينجح كريم ولا ينجح سعيد
(د) ينجح أحدهما على الأقل
(هـ) ينجح واحد منهما فقط

خطوات الحل:

نشاط فردي: تحتوي حقيبة على ١٢ كرة ملوّنة، خمس كرات منها حمراء والباقية زرقاء. سُحبت كرة واحدة عشوائياً من الحقيبة، ثم أعيدت إلى الحقيبة وسُحبت كرة ثانية. تم تسجيل لون كلّ من الكرتين.
(أ) اكتب قائمة النواتج الممكنة للتجربة.
(ب) فيما يلي جزء من الواجب المنزلي الخاص بأحمد وزينب

ح ← ترمز لـ حمراء
ز ← ترمز لـ زرقاء

حل زينب

احتمال أن تكون الكرة الأولى حمراء

الحل:

ل(ز و ح) أو (ح و ح)

$$\left(\frac{5}{12} + \frac{5}{12}\right) + \left(\frac{5}{12} \times \frac{5}{12}\right) =$$

$$\frac{5}{12} = \frac{60}{144} = \frac{20}{48} + \frac{30}{144} =$$

حل أحمد

احتمال أن تكون الكرة الأولى زرقاء

الحل:

ل(ز و ز) أو (ز و ح)

$$\left(\frac{5}{12} + \frac{5}{12}\right) \times \left(\frac{5}{12} + \frac{5}{12}\right) =$$

$$\frac{5}{6} = \frac{12}{12} \times \frac{14}{12} =$$

أي منهما قام بحل واجبه بصورة صحيحة؟ أحمد زينب ، مع تصحيح الخطأ

التصحيح:

نشاط إثرائي: حوط الإجابة الصحيحة:

(١) إذا كان أ ، ب حدثين متنافيين وكان ل(أ) = $\frac{2}{3}$ ، ل(ب) = $\frac{1}{4}$
فإن ل(أ أو ب) =

$\frac{11}{12}$ ○ $\frac{7}{12}$ ○ $\frac{5}{12}$ ○ $\frac{1}{12}$ ○

(٢) إذا كان ح١ و ح٢ حدثين متنافيين وكان ل(ح١ أو ح٢) = ٠,٧ ،
ل(ح١) = ٠,٤ فإن ل(ح٢) =

٠,٤ ○ ١,٤ ○ ٠,٧ ○ ٠,٣ ○

نشاط ختامي: رقم (٢) كتاب النشاط صفحة ٣٨

الواجب المنزلي: رقم (١) كتاب النشاط صفحة ٣٧

انتهى ملخص الوحدة

فريق العمل

أ. حسن بن أحمد آل سنان

أ. فاطمة الزهراء السيد عبد الوهاب

محافظة شمال الباطنة-مدرسة وادي الحواسنة (١-١٢)

أ. مروة بنت راشد الغنبوصية

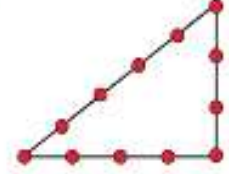
محافظة جنوب الشرقية - مدرسة السويح (١-١٠)

فريق عطاء بلا حدود

أ. حسن بن أحمد آل سنان
أ. فاطمة الزهراء السيد عبد الوهاب
محافظة شمال الباطنة-مدرسة وادي الحواسنة (١-١٢)

أ. مروة بنت راشد الغنوصية
محافظة جنوب الشرقية - مدرسة السويح (١-١٠)

الصف العاشر



ملخص الوحدة الحادية عشر

المثلث القائم الزاوية

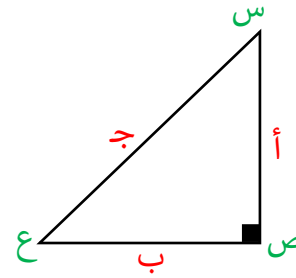
الفصل الدراسي الثاني

نظرية فيثاغورس (١ - ١١)

التعلم القبلي: تذكر أن في المثلث القائم الزاوية:

- ✓ **الوتر** هو أطول ضلع في المثلث القائم وهو الضلع الذي يقابل الزاوية القائمة ولا يجاورها.
- ✓ **الضلعين الآخرين** في المثلث القائم هما ضلعي الزاوية القائمة.

في الشكل المقابل المثلث س ص ع قائم الزاوية في ص



أ، ب هما ضلعي الزاوية القائمة.
ج يسمى الوتر.

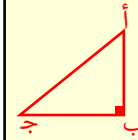
التعبير الرمزي

$$ج^2 = أ^2 + ب^2$$

ومنها:

$$أ^2 = ج^2 - ب^2$$

$$ب^2 = ج^2 - أ^2$$

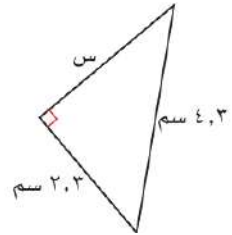
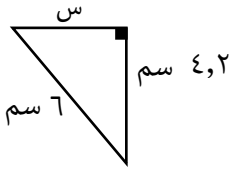
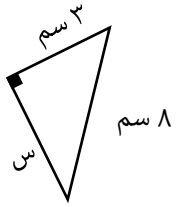


نظرية فيثاغورس

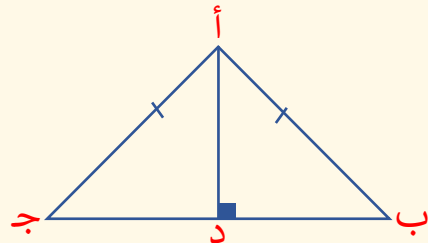
التعبير اللفظي

في المثلث القائم الزاوية
مربع طول الوتر يساوي
مجموع مربعي طول ضلعي
الزاوية القائمة

مثال: أوجد طول الضلع المشار إليه بالحرف س



لاحظ: المستقيم المرسوم من رأس المثلث أ ب ج المتطابق
الضلعين عموديا على القاعدة ينصف القاعدة في د



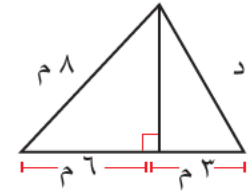
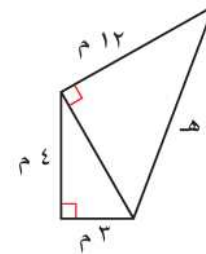
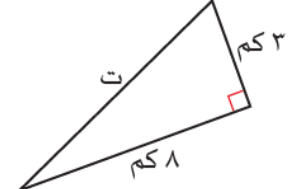
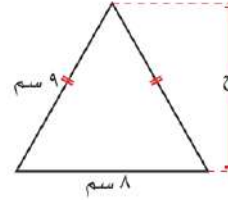
$$\overline{أب} = \overline{أج}$$

$$\overline{أد} \perp \overline{بج}$$

$$د منتصف \overline{بج}$$

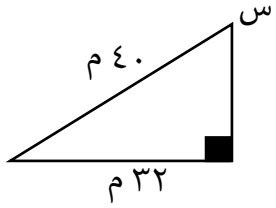
$$\overline{بد} = \overline{دج} = \frac{1}{2} \overline{بج}$$

تدريب: أوجد طول الضلع المجهول في كلٍّ مثلث من المثلثات التالية:



نشاط فردي - ١:

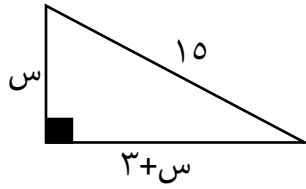
(١ أ) ضع دائرة حول الإجابة الصحيحة:



محيط المثلث القائم في الشكل المقابل:

- ٥٦ م ٧٢ م
 ٦٤ م ٩٦ م

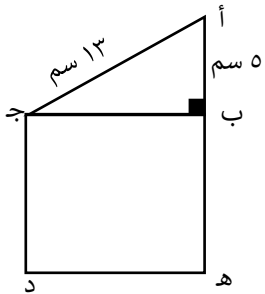
(ب) حوط العلاقة الرياضية الصحيحة:



- $١٥ = ٣ + ٣ + س$ $١٠٨ = س^٢ + ٣ + س$
 $٢٢٥ = ٩ + س + ٦ + س^٢$ $٢ - ١٥ = ٢(٣ + س)$

(٢) أكمل:

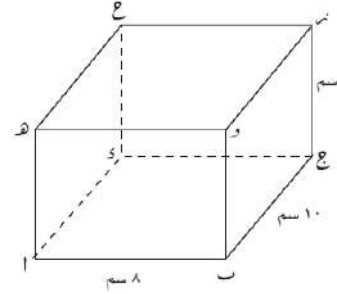
في الشكل المقابل مساحة المربع ب ه د ج = _____ سم^٢



أنتبه:

- ✓ لا يمكن تطبيق نظرية فيثاغورث إلا في المثلثات القائمة
- ✓ يجب تربيع الأضلاع قبل الجمع عند تطبيق نظرية فيثاغورث

نشاط فردي - ٢: صندوق قاعدته أب جد مستطيلة الشكل طولها ١٠ سم وعرضها ٨ سم، إذا كان ارتفاع الصندوق ٥ سم



أكمل:

أج = _____

أز = _____ (حيث ز الرأس الموجود مباشرة أعلى الرأس ج)

نشاط إثرائي - ١: ضع دائرة حول الإجابة الصحيحة:

(١+ل)، (١-ل)، تمثل طول ضلعي في مثلث قائم الزاوية (ل < ١) بحيث (ل+١) أطول أضلاع المثلث هذا المثلث فإن طول الضلع الثالث بدلالة ل هو:

$\sqrt{2}$
 $\sqrt{2}$
 ٢
 ٤

سجل ملاحظاتك

نشاط إثرائي - ٢:

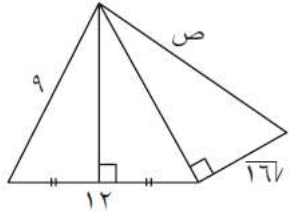
زينب



تقول زينب قيمة ص في الشكل المقابل = ٥ سم

هل ما تقوله زينب صح أو خطأ ، فسـر إجابـتـك

خطوات الحل

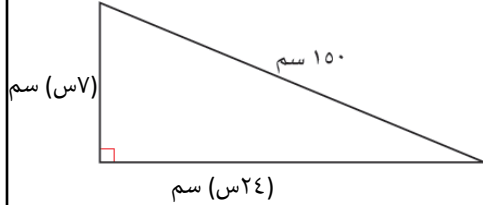


تقويم ختامي:

تبلغ أطوال أضلاع المثلث قائم الزاوية (٧ سم)، (٢٤ سم)، (١٥٠ سم)

(أ) بيّن أن $36 = 2$ سم (ب) احسب محيط المثلث.

خطوات الحل



الواجب المنزلي: رقم (٦) كتاب النشاط صفحة ٤٥

اختبار المثلث القائم الزاوية

إذا كانت أ، ب، ج أطوال أضلاع مثلث (ج أكبر الأضلاع طولاً)

إذا كان: $ج^2 = أ^2 + ب^2$
المثلث يكون **قائم** الزاوية

إذا كان: $ج^2 \neq أ^2 + ب^2$
المثلث يكون **غير قائم** الزاوية

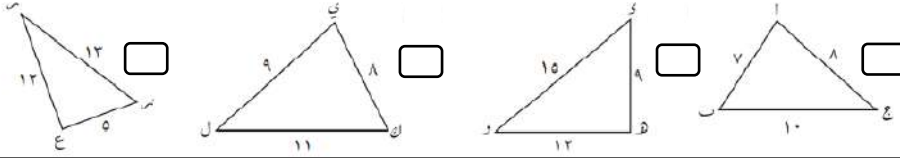
إذا كانت أ، ب، ج أعداد صحيحة
فإنها تسمى ثلاثيات فيثاغورث.

مثال: أكمل الجدول الآتي:

أطوال أضلاع المثلث	هل المثلث قائم الزاوية		السبب
	لا	نعم	
٦سم، ٨سم، ١٠سم	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	
٦سم، ١٢سم، ١٤سم	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	
٨، ٤سم، ٦سم، ٣سم	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	

نشاط فردي: ظلل الإجابة الصحيحة:

(١) أي من المثلثات التالية قائمة الزاوية



سجل ملاحظتك

(٢) أي من الأضلاع الآتية لا تمثل أضلاع مثلث قائم الزاوية

٤ ، ٣، ٥ ، ٧

٥ ، ٤ ، ٣

١، ٣، ٠، ٥، ١، ٢

٢٥ ، ٧ ، ٢٤

سجل ملاحظتك

نشاط جماعي:

يحاول حسام وأحمد تحديد إن كانت الأعداد ٣٦ ، ٧٧ ، ٨٥ تشكل أضلاع مثلث قائم الزاوية .

فأيهما إجابته صحيحة ؟ حسام أحمد ، فسر إجابتك.

حل أحمد

$$٧٧٢٥ + ١٢٩٦ = ٢(٨٥) + ٢(٣٦)$$

$$٩٠٢١ =$$

$$٥٩٢٩ = ٢(٧٧)$$

$$٢(٧٧) = ٢(٨٥) + ٢(٣٦)$$

لا يمثل مثلث قائم الزاوية

حل حسام

$$٥٩٢٩ + ١٢٩٦ = ٢(٧٧) + ٢(٣٦)$$

$$٧٢٢٥ =$$

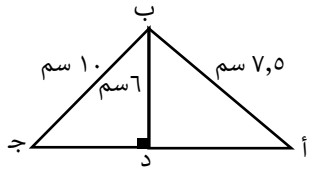
$$٧٢٢٥ = ٢(٨٥)$$

$$٢(٨٥) = ٢(٧٧) + ٢(٣٦)$$

المثلث قائم الزاوية

سجل ملاحظاتك

نشاط إثرائي:



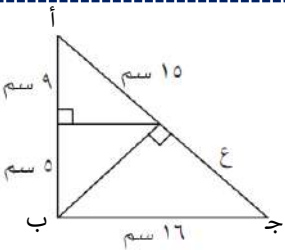
يقول فيصل: أن الزاوية أ ب ج في الشكل المقابل قائمة.



هل ما يقوله فيصل صح أو خطأ ، فسر إجابتك

الحل

نشاط ختامي: من الشكل المقابل:



(١) أوجد قيمة ع = _____

(٢) هل \triangle أ ب ج قائم الزاوية نعم لا ؟

الحل

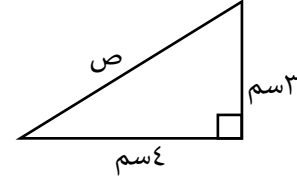
الواجب المنزلي: رقم (٢) كتاب النشاط صفحة ٥٩

تطبيقات على نظرية فيثاغورث:

التعلم القبلي:

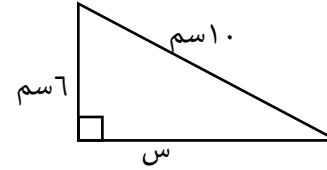
(١) ضع دائرة حول الإجابة الصحيحة:

(أ) قيمة ص في المثلث المرسوم هي:



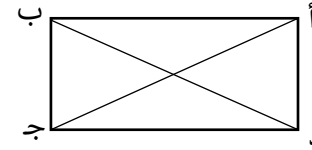
٣ ٤ ٨ ٥

(ب) قيمة س في المثلث المرسوم هي:



٦ ١٠ ٨ ٤

(٢) تذكر أن قطري المستطيل متساويان في الطول



$$أج = ب د$$

✓ أن نظرية فيثاغورث من النظريات المهمة التي يمكن استخدامها في

حل مسائل كثيرة من الحياة اليومية

✓ ملاحظات تساعدك على استخدام نظرية فيثاغورث في

حل بعض المسائل الحياتية:

(١) ابحث دائما عن مثلث قائم الزاوية في سياق المسألة

لتتمكن من استخدام نظرية فيثاغورث.

(٢) ارسم تمثيلا للموقف الموجود في المسائل اللفظية.

(٣) ارسم المخططات عندما تعطي الاحداثيات.

مثال -١: ضع دائرة حول الإجابة الصحيحة:

طول قطر المستطيل الذي طوله ١٦ مم وعرضه ١٢ مم يساوي:

٢٨ ٢٠ ١٦ ١٢

سجل ملاحظتك

تدريب: رقم (٢) كتاب النشاط صفحة ٤٣

نشاط فردي-١:

تقول لبنى إذا كنت أقف عند زاوية مزرعة مستطيلة الشكل أبعادها ١٨٠ م ، ٢١٠ م فسوف أسير في خط مستقيم ٤٠٠ م لكي أصل إلى الزاوية المقابلة.

لبنى



هل ما تقوله لبنى صحيح؟ نعم أو لا ، فسر إجابتك.

سجل ملاحظتك

نشاط فردي-٢ :

مثلث متطابق الأضلاع طول ضلعه ١٠٠ مم

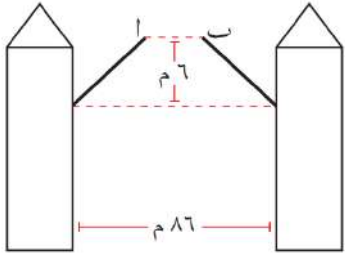
أكمل :

(١) ارتفاع المثلث _____ مم

(٢) مساحة المثلث _____ مم^٢

سجل ملاحظتك

نشاط إثرائي:



يبين الشكل المجاور جسراً يمكن رفعه ليسمح للسفن بالعبور. ما المسافة أب عندما يرتفع الجسر إلى الموقع المبين في الشكل؟ (لاحظ أن الجسر يقسم إلى نصفين عندما يرتفع ليبقى مفتوحاً)

الحل

مثال-٢: أوجد المسافة بين النقطتين (٢-، ٣-)، (٧-، ٦)

الحل

نشاط فردي-٣: حوط المسافة بين النقطتين (٢، ٣)، (١-، ٢)

٨ -

٤ -

٤

٨

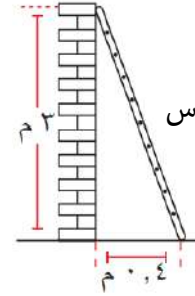
نشاط ثنائي:

ضع علامة (٧) أمام كل عبارة مع التبرير

التبرير	خطأ	صح	العبارة
	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	مربع طول قطره ١٥ سم فإن محيطه = ٦٠ سم
	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	مربع مساحته ٦٤ سم ^٢ فإن طول قطره = ١٦ سم

التقويم الختامي-١:

(١) بين الشكل المجاور سلماً يرتكز على حائط
اكتشف الخطأ الذي وقع فيه حسن عند إيجاد
طول السلم .



تصحيح الخطأ الذي وقع فيه حسن

حل حسن

باستخدام نظرية فيثاغورث:

$$س^2 = (٠,٤)^2 + ٣^2$$

$$س^2 = ٣^2 + (٠,٤)^2$$

$$س^2 = ٨,٨٤$$

$$س = \sqrt{٨,٨٤} \approx ٢,٩٧$$

نهاية ملخص الدرس

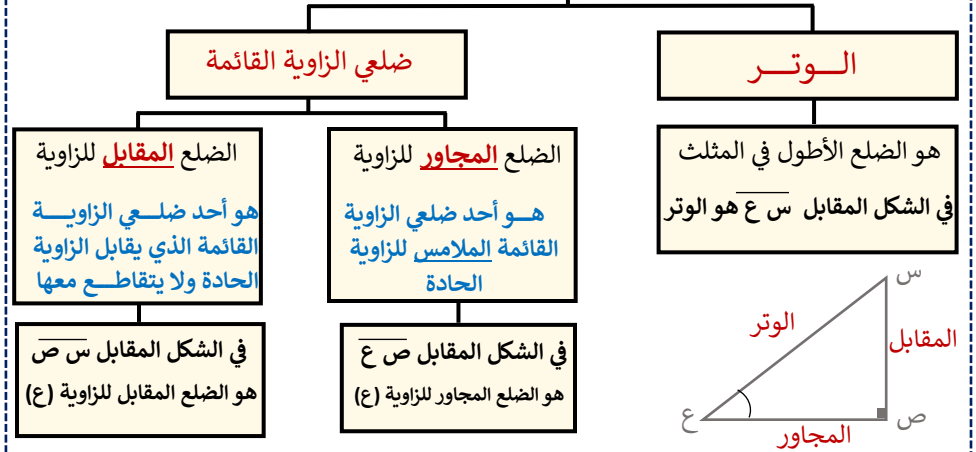
التقويم الختامي-٢: رقم (٢) كتاب النشاط صفحة ٤٣

الواجب المنزلي: رقم (٤) كتاب النشاط صفحة ٤٤

النسب المثلثية (٣-١١)

(١١-٣-أ) تسمية أضلاع المثلث القائم الزاوية

أي مثلث يحتوي على ثلاث أضلاع في المثلث القائم تنقسم الأضلاع فيه إلى



(٣-١١ ب + د٣) النسب المثلثية

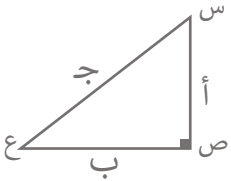
مفاهيم عامة

- حساب المثلثات: هو دراسة العلاقة بين زوايا المثلث وأضلاعه وهو أحد أهم فروع الرياضيات وأقدمها.
- النسبة المثلثية: هي النسبة التي تقارن بين طولي ضلعين من أضلاع المثلث القائم.

سنقوم بدراسة ثلاثة نسب مثلثية وهي:

ظل الزاوية - جيب تمام الزاوية - جيب تمام الزاوية

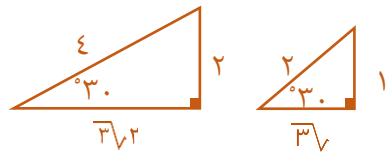
إذا كان المثلث س ص ع قائم الزاوية في ص فإن:



التعبير اللفظي	نسبة ظل الزاوية	نسبة جيب الزاوية	نسبة جيب تمام الزاوية
القاعدة	طول الضلع المجاور للزاوية	طول الضلع المقابل للزاوية	طول الضلع المجاور للزاوية
الرمز المستخدم للنسبة	ظل الزاوية س = ظا(س) ظا(س) = $\frac{ب}{ا}$	جيب الزاوية س = جا(س) جا(س) = $\frac{ب}{ج}$	جيب تمام الزاوية س = جتا(س) جتا(س) = $\frac{ا}{ج}$
المفتاح المستخدم للنسبة	tan	sin	cos

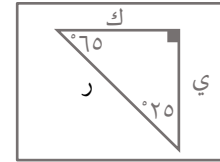
ملاحظة:

النسبة المثلثية تساوي مقدار ثابت لأي زاوية (س) أي تعتمد على قياس الزاوية فقط وليس على أطوال أضلاع المثلث.



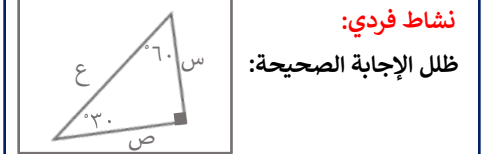
نشاط جماعي:

أكمل بوضع كلمة مجاور أو مقابل أو وتر



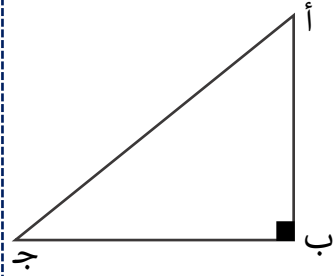
- ك = (°٦٥).....
- ي = (°٢٥).....
- ي = (°٦٥).....
- ك = (°٢٥).....
- ر =

مثال (١): رقم (١) ص ٤٧ كتاب النشاط



نشاط فردي:
ظلل الإجابة الصحيحة:

ع	ص	س	
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	مقابل (°٦٠)
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	مجاور (°٣٠)
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	الوتر
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	مقابل (°٣٠)
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	مجاور (°٦٠)



تدريب: ضع دائرة حول الإجابة الصحيحة

في المثلث المرسوم أمامك ظا (أ) تساوي

$$\frac{\text{أج}}{\text{بج}}$$

$$\frac{\text{بج}}{\text{أب}}$$

سؤال سريع: هل يمكن أن قيمة جا (أ)، جتا (أ) أكبر من ١؟ فسر إجابتك

نشاط فردي: رقم (٢) كتاب النشاط صفحة ٥٢

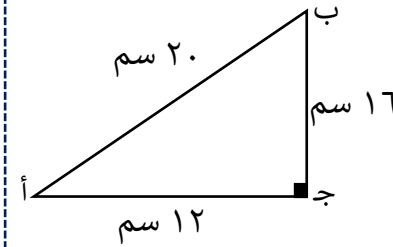
مثال (٢): استخدم الآلة الحاسبة لإيجاد قيمة كل ما يلي وأكتب إجابتك مقرباً إلى أقرب عدد مكون من ٣ أرقام معنوية

(١) ظا (٣٥)° = = جتا (٦٠)° =

(٣) ظا (٦, ١٥)° = = جتا (٨٥)° =

(٥) جا (٣٠)° = = جا (٥)° =

مثال (١):



أكمل الجدول التالي بما يناسبه من المثلث

	جا (أ)
	جتا (أ)
	ظا (أ)
	جتا (ب)
	جا (ب)
	ظا (ب)
	جتا (أ) + جا (ب)
	جتا (أ) + جتا (أ)²
	ظا (أ) + ظا (ب)
	جا (ب) - ظا (أ)
	جا (أ) - ١



نشاط فردي (١): ضع علامة \checkmark في المكان المناسب مع تصحيح العبارة الخطأ:

العبارة	صح	خطأ	التصحيح
جا(٨٥) $\approx ٠,٩٩٦$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	
جتا(٣٠) = ٠,٥	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	
ظا(٥) $\approx ٠,٠٨٧$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	
ظا(٦٠) $\approx ١,٧٣٢$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	

نشاط فردي (٢): ضع دائرة حول الإجابة الصحيحة:

(١) أكبر قيمه من القيم هي:

- جا(٣٠) جتا(٤٥) ظا(٦٠) جتا(٧٠)

(٢) قيمة ٢ ظا(٣٠) \times جتا(٦٠) تساوي:

- $\frac{١}{٢}$ ٠,٣ ١ ١,٥

(١١-٣-ج) حساب قياس الزوايا

إذا علم جيب الزاوية أو جيب التمام أو الظل لزاوية حادة فيمكن إيجادها باستخدام معكوس النسبة المثلثية (الدالة العكسية) كالتالي:

النسبة المعلومة	مفتاح الدالة العكسية	مثال لطريقة الإدخال على الألة الحاسبة
ظا(س)	Shift tan Tan ⁻¹	ظا(س) = ٥ س $\approx ٧٩^\circ$ Shift tan ٥ \approx
جا(س)	Shift sin Sin ⁻¹	جا(س) = ٠,٥ س $\approx ٣٠^\circ$ Shift sin ٠,٥ \approx
جتا(س)	Shift cos Cos ⁻¹	جتا(س) = ٠,٥٤٣٢ س $\approx ٥٧^\circ$ Shift cos ٠,٥٤٣٢ \approx

مثال (١): أستخدم الآلة الحاسبة لتجد قيمة س إلى أقرب منزلة عشرية

جتا(س) = $\frac{\sqrt{3}}{2}$
س =

جا(س) = ٠,٩٩
س =

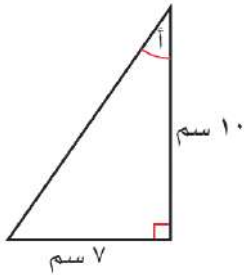
جتا(س) = ٠,٨٥
س =

ظا(س) = $\frac{٢}{٥}$
س =

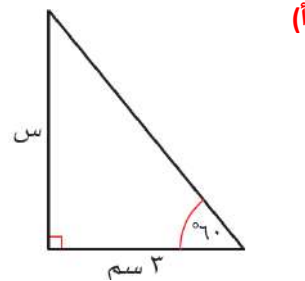
استخدام النسب المثلثية في مثلث قائم الزاوية

ايجاد الزوايا المجهولة	ايجاد الأضلاع المجهولة
من المثلث المرسوم نحدد علاقة الأضلاع المعطاة بالزاوية المطلوبة	من المثلث المرسوم نحدد علاقة للزاوية المعطاة بالضلع المعطى والضلع المطلوب
نستخدم النسبة المثلثية المناسبة ثم نعوض بالمعطيات	نستخدم النسبة المثلثية المناسبة ثم نعوض بالمعطيات
نستخدم معكوس النسبة المثلثية لإيجاد الزاوية المطلوبة	نحل التناسب لإيجاد الضلع المطلوب

مثال-٢: أوجد قياس كل زاوية من الزوايا المشار إليها بحرف في كل حالة من الحالات التالية مقربا الناتج إلى أقرب منزلة عشرية واحدة



مثال-١: أوجد طول الضلع المشار إليه بحرف في كل حالة من الحالات التالية أكتب إجابتك مقربا إلى أقرب عدد مكون من ثلاث أرقام معنوية



نشاط فردي: ضع دائرة حول الإجابة الصحيحة:

(١) قيمة \sin لأقرب منزلة عشرية إذا كان $\cos = 0,5$

$0,5$ $0,27$ $0,6$ $0,3$

(٢) قيمة \tan (أ) إذا كانت \cot (أ) = $0,4$

$4,083$ $2,291$ $0,436$ $2,5$

(٣) قياس الزاوية الحادة التي جيبها $\frac{1}{3}$

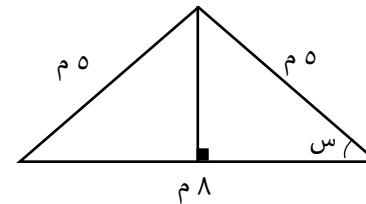
9 6 45 3

نشاط ثنائي: رقم (٣) كتاب النشاط صفحة ٥٢

نشاط جماعي:

ضع دائرة حول الإجابة الصحيحة:

في الشكل المقابل: قيمة \cos (س) =

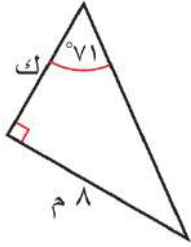


$\frac{3}{5}$ $\frac{3}{8}$
 $\frac{4}{3}$ $\frac{3}{4}$

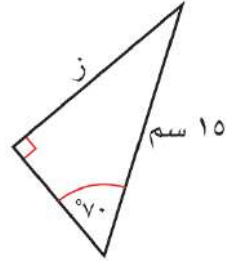
نشاط فردي (١):

لكلّ مثلث من المثلثات التالية أوجد طول الضلع المجهول المشار إليه بحرف (بعض التمارين يتطلب حلها استخدام ظل الزاوية)

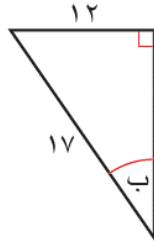
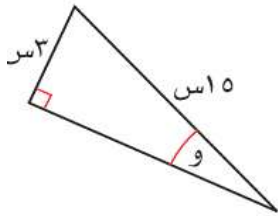
رقم (٤/ك) كتاب الطالب صفحة ٧٩



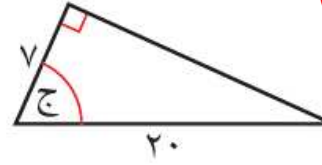
رقم (٤/ز) كتاب الطالب صفحة ٧٩



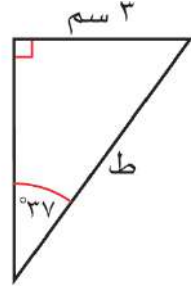
نشاط فردي (٢) أوجد قياس الزاوية المشار إليها بحرف في كلّ مثلث من المثلثات التالية مقربًا الناتج إلى أقرب منزلة عشرية



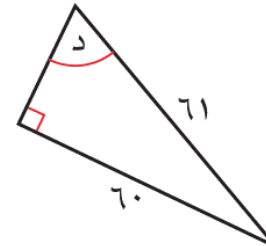
(ب)



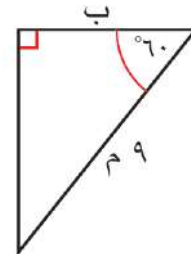
(ب)



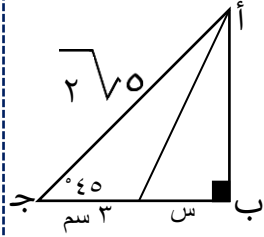
(ج)



(ج)



نشاط إثرائي: ضع دائرة حول الإجابة الصحيحة :



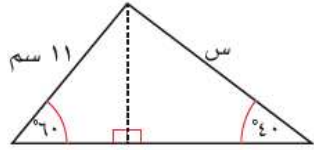
قيمة س إذا كان المثلث أ ب ج قائم الزاوية

$2\sqrt{2}$ ٢

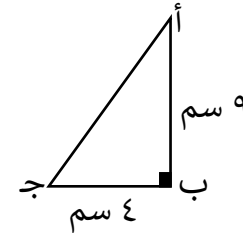
$2\sqrt{5}$ ٥

نشاط إثرائي: رقم (٩) كتاب الطالب صفحة ٨٠

احسب طول الضلع المجهول في كل شكل من الأشكال التالية ، مقربًا الناتج إلى أقرب منزلتين عشريتين:

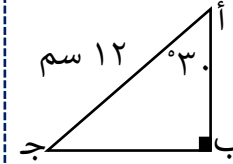


نشاط ثنائي: ضع دائرة حول الإجابة الصحيحة :



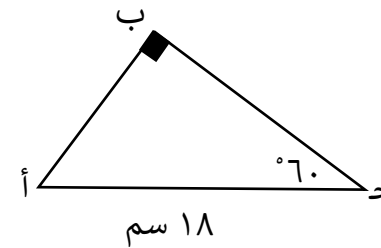
(١) قياس الزاوية (ج) لأقرب عدد صحيح

9.8° 28° 66° 97°



(٢) طول \overline{B} ج يساوي

٤ ٦ ١٢ ٢٤

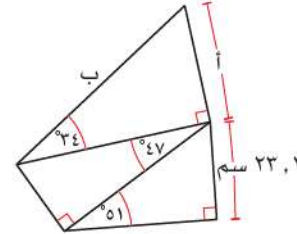
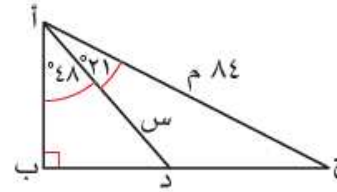


(٣) طول \overline{B} ج يساوي

٩ سم ١٠ سم ١٨ سم ٣٦ سم

تابع نشاط إثرائي: رقم (٩) كتاب الطالب صفحة ٨٠

احسب طول الضلع المجهول في كل شكل من الأشكال التالية ، مقربًا الناتج إلى أقرب منزلتين عشريتين:



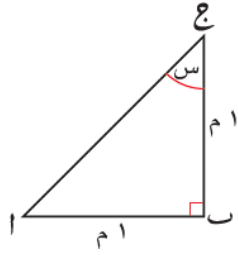
نتائج هامة:

لأي زاوية (س): (١) $\sin(\theta) = \frac{\text{جا}(س)}{\text{ظا}(س)}$
 $\cos(\theta) = \frac{\text{جا}(س)}{\text{جتا}(س)}$

(٢) $\sin^2(\theta) + \cos^2(\theta) = 1$

أكمل الجدول التالي :

الزاوية	جا(س)	جتا(س)	جتا ^٢ (س) + جا ^٢ (س)	$\frac{\text{جا}(س)}{\text{جتا}(س)}$	ظا(س)
٣٠°					
٤٨°					
١٢٠°					

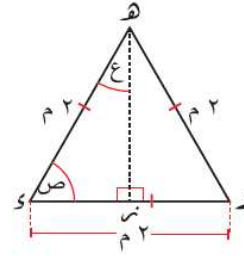


(٢) يبين الشكل أدناه مُثلث قائم الزاوية متطابق الضلعين، أكمل الجدول التالي:

خطوات الحل	المطلوب
	ق(س)
	أج
	جا(س) = جتا.....°
	جتا(س) = جتا.....°
	ظا(س) = ظا.....°

أكمل الجدول التالي من الجداول السابقة:

الزاوية	جا(س)	جتا(س)	ظا(س)
٣٠°			
٦٠°			
٤٥°			



استقصاء-٢: رقم (١٢) كتاب الطالب صفحة ٨١
(١) يبين الشكل أدناه مُثلث قائم الزاوية متطابق الأضلاع، أكمل الجدول التالي:

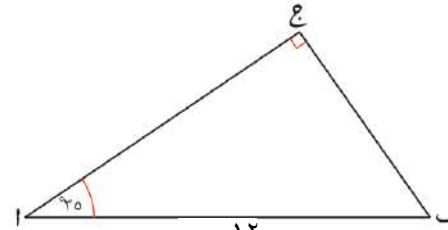
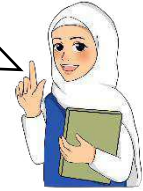
خطوات الحل	المطلوب
	ق(ص)
	ق(ع)
	هـ ز
	جا(ع) = جا.....°
	جتا(ع) = جتا.....°
	ظا(ع) = ظا.....°
	جا(ص) = جا.....°
	جتا(ص) = جتا.....°
	ظا(ص) = ظا.....°
	جا(ص) = ظا.....°

نشاط ختامي:

(١)

تقول زينب في الشكل المقابل:

طول $\overline{أج} = ٦,٩$ م، طول $\overline{بج} = ٤,٨$ م



هل زينب على صواب؟ نعم لا ، فسر إجابتك.

خطوات الحل

(٢) باستخدام الآلة الحاسبة اوجد قيمة

$$\text{جا}(٣٠^\circ) + \text{جتا}(٦٠^\circ) - \sqrt[3]{\text{ظا}(٣٠^\circ)} \approx$$

الواجب المنزلي: كتاب النشاط رقم (٢/د) صفحة ٤٨ + رقم (٣/د) صفحة ٤٩

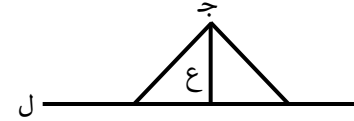
نهاية ملخص الدرس

(٤-١١) حل مسائل باستخدام حساب المثلثات

التعلم القبلي:

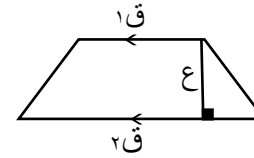
تذكر أن:

(١) أقصر مسافة بين نقطة ومستقيم هي



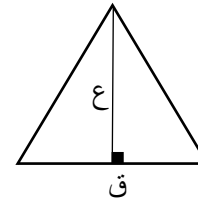
طول الخط العمودي من النقطة إلى المستقيم

ع هو أقصر مسافة بين النقطة ج والمستقيم ل



(٢) مساحة شبه المنحرف = $\frac{(ق١ + ق٢) \times ع}{٢}$

(٣) مساحة المثلث = $\frac{١}{٢} \times ق \times ع$



(٤) في المثلث المتطابق الضلعين العمود المرسوم

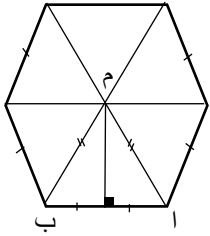
من الرأس على القاعدة ينصف القاعدة وينصف الزاوية الرأس

$\overline{أد} \perp \overline{بج}$

$ب د = د ج = \frac{١}{٢} ب ج$

$ق(ب \hat{=} أ د) = ق(د \hat{=} أ ج) = \frac{١}{٢} ق(ب \hat{=} أ ج)$

(٥) المضلع المنتظم هو مضلع زواياه متساوية في القياس وجميع أضلاعه متطابقة في الطول.

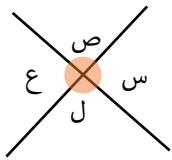


(أ) يمكن حساب مساحة المضلع المنتظم عن طريق تقسيمه إلى مثلثات متطابقة.

مساحة المضلع المنتظم = مساحة \times عدد الأضلاع

(ب) قياس كل زاوية داخلية من زوايا المضلع المنتظم = $\frac{(٢-ن) \times ١٨٠}{ن}^\circ$

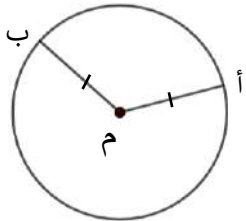
(٦) مجموع قياس الزوايا المتجمعة حول نقطة

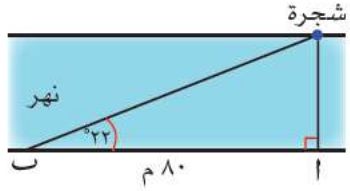


$٣٦٠ = ل + ع + ص + س$

(٧) أنصاف اقطار الدائرة الواحدة متساوية في الطول

$م أ = م ب$





نشاط فردي : رقم (٦) كتاب الطالب صفحة ٦٩

يريد مالك أن يقدر عرض نهر ضفتيه متوازيتين. بدأ من النقطة (أ) المقابلة للشجرة مباشرة على الضفة الأخرى. مشى ٨٠ مترًا على الضفة فوصل إلى النقطة (ب) ثم نظر إلى الشجرة، فوجد أن المستقيم من النقطة (ب) إلى الشجرة يشكل مع الضفة زاوية قياسها 22°

ضع دائرة حول عرض النهر

٢٩,٩٦ م ٨٦,٣ م ٧٤,١٧ م ١٩٨,١ م

لحل مسائل باستخدام حساب المثلثات يجب اتباع الإرشادات الآتية:

إذا كان السؤال لا يتضمن مخططاً فأرسم الشكل بدقة ووضوح

أرسم المثلثات التي تستخدمها وسم الزوايا والأضلاع

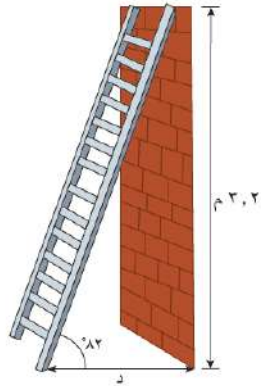
حدد المثلثات قائمة الزاوية التي يمكن أن تفيدك في الحل

حدد الأضلاع أو الزوايا التي تعرفها

أكتب النسبة وأوجد طول الضلع أو قياس الزاوية المطلوبة

نشاط ثنائي : رقم (٨) كتاب الطالب صفحة ٧٠

يبين الشكل المجاور سلمًا يرتكز على حائط. وجد كل من علي ومحمد على المسافة التي تصل بين قاعدة السلم وقاعدة الحائط بالأمتار مقرباً الناتج إلى أقرب سم



محمد

$$\frac{3,2}{د} = \tan(82^\circ)$$

$$د = \frac{3,2}{\tan(82^\circ)}$$

$$د = ٠,٤٥ م = ٤٥ سم$$

علي

$$\frac{3,2}{د} = \tan(82^\circ)$$

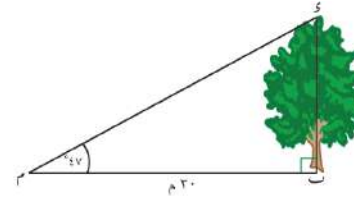
$$د = \frac{3,2}{\tan(82^\circ)}$$

$$د = ٣٢ م = ٣٢٠٠ سم$$

أيهما إجابته صحيحة؟ علي محمد، برر إجابتك

وضح خطوات حلك:

مثال (١) : رقم (٥) كتاب الطالب صفحة ٦٩

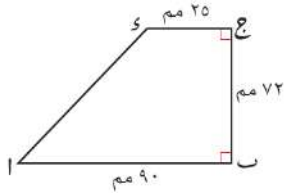


يوضح الشكل المجاور شجرة ارتفاعها ب د تبعد قاعدتها (ب) مقدار ٣٠ م أفقيًا عن النقطة (م) قياس الزاوية (ب م د) يساوي 47° .

ضع علامة (✓) في المكان المناسب مع التبرير

التبرير	صح	خطأ
ظا (م) $\approx ١,٠٧$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
د م $= \sqrt{3٥}$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
ارتفاع الشجرة = $١٧,٣$ م	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

نشاط فردي: رقم (٢/أ، ب) كتاب النشاط صفحة ٥٤

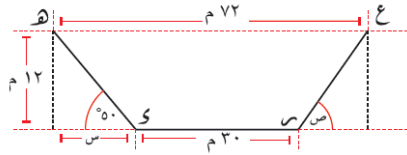


نشاط ثنائي: رقم (٦) كتاب الطالب صفحة ٩٥
يبين الشكل المجاور شبه منحرف أ ب ج د حيث إن ق (أ ب ج) = ق (ب ج د) = 90° فإذا علمت أن طول أ ب = ٩٠ مم، وطول ب ج = ٧٢ مم، وطول ج د = ٢٥ مم

ضع دائرة حول قيمة (د أ ب)

$9^\circ, 7^\circ$ $5^\circ, 1^\circ$ $1^\circ, 42^\circ$ $9^\circ, 47^\circ$

نشاط جماعي-١: رقم (٨) كتاب الطالب صفحة ٩٥

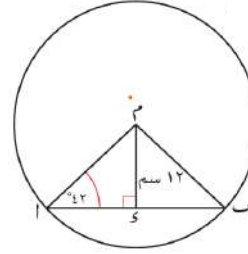


في الشكل المجاور ه ع، ر د مستقيمان متوازيان ويشكل الضلع ه د زاوية قياسها 50° مع الخط الأفقي.

أكمل: س = ، ص =

وضح خطوات حلك:

نشاط جماعي: رقم (٥) كتاب الطالب صفحة ٧٤



يقول أحمد أن طول أ د ، أم على الترتيب $13,33$ سم ، $17,91$ سم



هل ما يقوله أحمد صحيح؟ نعم لا ، فسر إجابتك

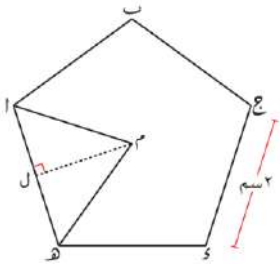
وضح خطوات حلك:

نشاط فردي: رقم (٨) كتاب الطالب صفحة ٨٠

ترتكز قطعة خشبية طولها ١٨ م على جدار. وهي تشكّل مع الأرض زاوية قياسها 70°

- ١) احسب ارتفاع قمة القطعة عند نقطة تماسها مع الحائط عن الأرض.
- ٢) احسب بعد قاعدة القطعة عن الجدار.

وضح خطوات حلك:



نشاط إثرائي: رقم (٧) كتاب الطالب صفحة ٨٦

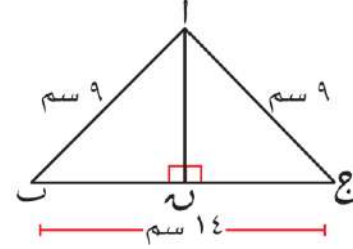
في الشكل المجاور خماسي منتظم طول ضلعه ٢ سم، ومركزه م

أكمل الجدول التالي مبينا خطوات حلك

خطوات الحل	المطلوب
	ق (أ م هـ) =
	ق (أ م ل) =
	طول م ل =
	مساحة المثلث أ م ل =
	مساحة الشكل الخماسي =

التقويم الختامي: رقم (١) كتاب النشاط صفحة ٥٣

الواجب المنزلي: رقم (٢/ج، د) كتاب النشاط صفحة ٥٥



نشاط جماعي-٢: رقم (٤) كتاب الطالب صفحة ٨٥
مثلث متطابق الضلعين أطوال أضلعه ٩ سم، ٩ سم، ١٤ سم كما في الشكل المجاور.

صل كل عبارة من العمود الأول بما يناسبها من العمود الثاني:

٥,٧ سم

٧ سم

٣٨,٩°

٥١,١°

١٠٢,٢°

طول أن

ق (ب أن)

ق (ج أ ب)

ق (ج)

انتهى ملخص الوحدة

ملاحظة: مواضيع (٥-١١)، (٦-١١) غير مقررة في العام الدراسي ٢٠٢١ / ٢٠٢٢ م

فريق العمل

أ. حسن بن أحمد آل سنان

أ. فاطمة الزهراء السيد عبد الوهاب

محافظة شمال الباطنة-مدرسة وادي الحواسنة (١-١٢)

أ. مروة بنت راشد الغنبوصية

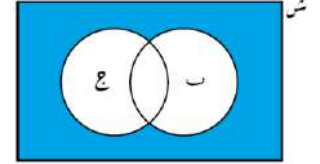
محافظة جنوب الشرقية - مدرسة السويح (١-١٠)

فريق عطاء بلا حدود

أ. حسن بن أحمد آل سنان
أ. فاطمة الزهراء السيد عبد الوهاب
محافظة شمال الباطنة-مدرسة وادي الحواسنة (١-١٢)

أ. مروة بنت راشد الغنوصية
محافظة جنوب الشرقية - مدرسة السويح (١-١٠)

الصف العاشر



ملخص الوحدة الثانية عشر

الاحتمالات ومخطط الشجرة ومخطط فن

الفصل الدراسي الثاني

النسخة الأولى: ٢٠٢١/٢٠٢٢م

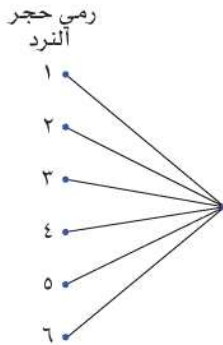
يمكن عرض النواتج الممكنة لأحداث مركبة بطرق مختلفة منها:



- تعريف:**
- مخطط الشجرة هو مخطط يتضمن فروعاً تمثل جميع النواتج الممكنة (فضاء العينة) لحدث ما أو أكثر.
 - كل قطعة أو فرع في الشجرة تمثل ناتجاً من نواتج الحدث تسمى كل فرع باسم الناتج.

خطوات رسم مخطط الشجرة:

- عين نقطة لتمثل الحدث الأول.
- ارسم فروعاً من النقطة لتبين جميع النواتج الممكنة للحدث الأول فقط.
- اكتب النواتج عند نهاية كل فرع.
- ارسم نقطة ثانية عند نهاية كل فرع لتمثل الحدث التالي.
- ارسم فروعاً عند كل نقطة لتبين جميع النواتج الممكنة للحدث الجديد.
- اكتب النواتج عند نهاية الفروع.



مناقشة مثال (١) كتاب الطالب صفحة ٩٨

(١-١٢) استخدام مخطط الشجرة لتمثيل النواتج الممكنة للحدث

التعلم القبلي:

(١) تذكر أن:

إذا كان أ ، ب حدثين متنافيين فإن:
ل (أ أو ب) = ل(أ) + ل(ب)

إذا كان أ ، ب حدثين مستقلين فإن:
ل (أ و ب) = ل(أ) × ل(ب)

- الفضاء العيني لحدث ما: هو جميع النواتج الممكنة للحدث
- عندما يكون للحدث مرحلتان أو أكثر يسمى حدثاً مركباً.

(٢) عند رمي قطعة نقد معدنية وحجر نرد منتظم ذو ستة أوجه تم تسجيل النواتج باستخدام الحرف (ص) للدالة على الصورة والحرف (ك) للدالة على الكتابة:

(أ) أكمل مخطط الفضاء الاحتمالي التالي:

حجر نرد							قطعة نقد
٦	٥	٤	٣	٢	١	ص	
							ك

(ب) مستعينا بالمخطط السابق: أكمل الجدول التالي:

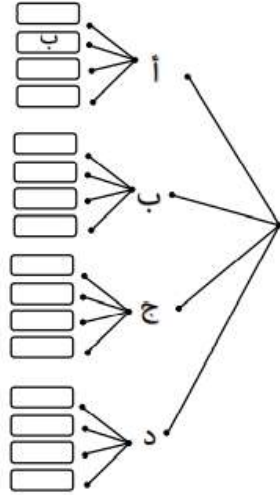
عدد النواتج الممكنة في التجربة	
عدد النواتج الممكنة التي يكون فيها عدد زوجي وصورة	
عدد النواتج الممكنة التي يكون فيها عدد أولي وصورة	
احتمال الحصول على عدد أولي وكتابة	
احتمال الحصول على عدد أقل من أربعة وصورة	
احتمال ظهور الرقم (١ أو ٢) و صورة	

نشاط فردي: رقم (١) كتاب النشاط صفحة ٦٢

نشاط جماعي:

وُضعت أربع بطاقات كُتبت عليها الأحرف: أ، ب، ج، د في وعاء، سُحبت بطاقة واحدة، وتم تسجيل الحرف، ثم أُعيدت البطاقة إلى الوعاء. وسُحبت بطاقة أخرى وتم تسجيل الحرف أيضًا للحصول على نواتج من حرفين

أ) أكمل مخطط الشجرة الذي يعرض الفضاء العيني لهذه التجربة.



ب) ضع علامة ٧ في المكان المناسب:

صح خطأ

عدد النواتج في التجربة = ١٦

عدد النواتج التي تتضمن حرف ب في السحب الثاني = ٣

عدد النواتج التي تتضمن حرفين في متشابهين = ٨

مثال: رقم (١) كتاب الطالب صفحة ٩٩

وضعت سميرة في حقيبتها ثلاث بطاقات ملوونة: حمراء، وزرقاء، وخضراء.

أ) ارسم مخطط شجرة لتعرض جميع النواتج الممكنة لتجربة سحب بطاقة واحدة من الحقيبة عشوائيًا، ثم إعادتها إلى الحقيبة، ومن ثم سحب بطاقة أخرى من الحقيبة عشوائيًا.

ب) ضع دائرة حول عدد النواتج الممكنة في التجربة

٢ ٣ ٦ ٩

ج) أكمل:

- عدد النواتج الممكنة التي يكون فيها للبطاقتين نفس اللون = _____
- عدد النواتج التي تتضمن بطاقة زرقاء واحدة = _____
- عدد النواتج التي لا تتضمن بطاقة زرقاء = _____

تقول رؤى: أن عدد النواتج التي

تتضمن بطاقة زرقاء واحدة على الأقل = ٤

وضح أن إجابة رؤى خاطئة.



د)

(٢-١٢) حساب الاحتمال في مخطط الشجرة

التعلم القبلي:

(١) تذكر:

○ قيمة الاحتمال تقع بين صفر، ١ أو تساويهما ($0 \leq P \leq 1$)

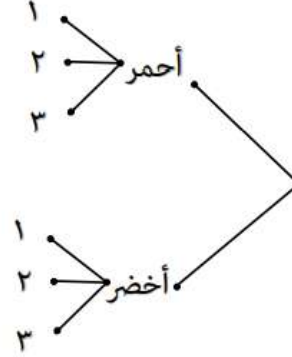
(٢) سؤال:

○ رميت قطعة نقد معدنية منتظمة ثلاث مرات أرسم مخطط الشجرة لتعرض كل النواتج الممكنة.

حساب الاحتمال في مخطط الشجرة:

- تمثل كل قطعة مستقيمة أو فرع في الشجرة ناتجا من نواتج الحدث
- تسمى نهاية كل فرع باسم الناتج
- يكتب احتمال كل ناتج على الفرع على صورة كسر أو عدد عشري
- من المفيد إضافة عمود الترتيب (النواتج) الممكنة عند نهاية كل الفروع

نشاط فردي: رسمت منى مخطط الشجرة لتجربتها لسحب كرة ملونة ثم سحب بطاقة مرقمة كالتالي:



أكمل:

(١) نواتج التجربة الأولى هي _____

(٢) نواتج التجربة الثانية هي _____

نشاط إثرائي: رقم (١/أ) كتاب النشاط صفحة ٧٢

نشاط ختامي: رقم (٢) كتاب النشاط صفحة ٦٢

الواجب المنزلي: أرسم مخطط الشجرة لتعرض جميع النواتج الممكنة عند لرمي حجري نرد منتظمين لكل منهما ٦ أوجه

(٢) كم عدد النواتج الممكنة؟ _____

(٣) ضع علامة ٧ في المكان المناسب مع التبرير:

صح خطأ

احتمال الحصول على كرتين باللون الأحمر = $\frac{1}{25}$

احتمال الحصول على كرة واحدة حمراء وكرة زرقاء = $\frac{4}{25}$

احتمال الحصول على كرة حمراء على الأقل = $\frac{9}{25}$

(٤) ضع دائرة حول احتمال الحصول على كرتين باللون الأزرق

$\frac{8}{25}$

$\frac{1}{5}$

$\frac{4}{25}$

$\frac{16}{25}$

حساب الأحداث المركبة في مخطط الشجرة

أنتبه: و تعني اضرب الاحتمالات
أو تعني أجمع الاحتمالات

لتجد احتمال أحد الأحداث المفضلة:

(١) أضرب عندما تنتقل عبر فروع الشجرة (فروع متتالية).
(٢) أجمع عندما تنتقل إلى أسفل الفروع.

ملاحظة مهمة:

مجموع كل الاحتمالات في كل مجموعة من الفروع يساوي واحد.

مثال: رقم (١) كتاب الطالب صفحة ١٠٣

تحتوي حقيبة على ثماني كرات بلون أزرق، وكرتين بلون أحمر. تم سحب كرتين عشوائيًا. أُعيدت الكرة الأولى قبل سحب الكرة الثانية.

(١) أرسم مخطط الشجرة لتعرض كل النواتج الممكنة مع كتابة احتمال كل حدث.

نشاط فردي (٢) : رقم (٤) كتاب الطالب صفحة ١١٨

احتمال ظهور صورة عند رمي قطعة نقود معدنية $\frac{2}{5}$ ، تم رمي القطعة مرتين

(١) أرسم مخطط الشجرة لتعرض كل النواتج الممكنة مع كتابة احتمال كل حدث.

(٣) إذا كان احتمال أن يكون ناتج الرميّتين مختلفاً = س - ٢
ضع دائرة حول قيمة س

$$\frac{38}{25} \quad \frac{72}{25} \quad \frac{14}{25} \quad \frac{12}{25}$$

(٤) أكمل: احتمال الحصول على:

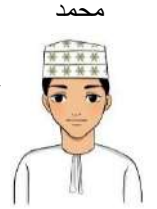
- صورتين = _____
- كتابتين = _____
- كتابة واحدة على الأقل = _____
- كتابة واحدة فقط = _____
- كتابة في الرمية الأولى وصورة في الرمية الثانية = _____

نشاط فردي (١): رقم (١) كتاب الطالب صفحة ١٠٣

رُميت قطعة نقود معدنية منتظمة مرتين

(١) أرسم مخطط الشجرة لتعرض كل النواتج الممكنة مع كتابة احتمال كل حدث.

يقول محمد: أن احتمال الوجهان الظاهران
متشابهان = $\frac{1}{2}$



وضح أن إجابة محمد صحيحة.

نشاط جماعي:

مع سعاد قلم أحمر وقلم أزرق، ومع سميرة قلم أحمر وقلم أزرق، ومع مريم قلم أحمر وقلم أسود. اختارت المعلمة قلمًا واحدًا من كل طالبة عشوائيًا.

(١) أرسم مخطط الشجرة لتعرض كل النواتج الممكنة مع كتابة احتمال كل حدث.

(٢) ضع علامة (٧) في المكان المناسب مع التبرير احتمال أن تكون الأقلام الثلاثة المختارة:

التبرير	صح	خطأ
كلها حمراء = $\frac{1}{8}$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
تتضمن قلمًا واحدًا أحمر فقط = $\frac{3}{8}$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
كلها زرقاء = $\frac{3}{8}$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
تتضمن قلمًا واحدًا أزرق فقط = $\frac{1}{4}$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

نشاط ثنائي:

تفضل عائلة محمد القيام برحلات ترفيهية أيام الجمعة لكنها تعتمد على حالة الطقس إذا كان الطقس مشمسًا فإن احتمال القيام بالرحلة هو $\frac{3}{4}$ وإن لم يكن مشمسًا فإن احتمال القيام بالرحلة هو $\frac{1}{3}$. إذا علمت أن احتمال أن يكون الطقس مشمسًا هو $\frac{3}{5}$ تم رسم مخطط الشجرة لعرض جميع النواتج



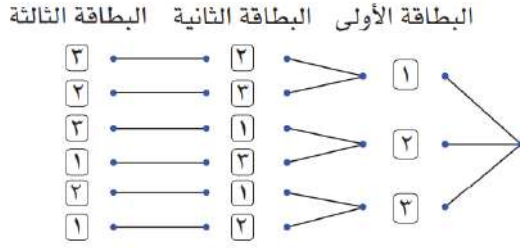
(١) ظلل الرمز المناسب لكل حرف

$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{2}{5}$	$\frac{3}{5}$	س
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	ص
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	ع

(٢) وضح أن احتمال القيام برحلة = $\frac{7}{12}$

نشاط ختامي: رقم (٢) كتاب الطالب صفحة ١١٧

يعرض مخطط الشجرة أدناه النواتج الممكنة عند وضع ثلاث بطاقات مرقمة: ١، ٢، ٣ في كيس، سُحبت بطاقة واحدة عشوائيًا ثلاث مرّات. كل مرّة يتم فيها سحب البطاقة، توضع على طاولة إلى يمين البطاقة التي سُحبت سابقًا.



(١) أكمل مخطط الشجرة

(٢) كم عددا من ثلاثة أرقام يمكن تكوينه من هذه التجربة

(٣) صل كل عبارة بما يناسبها: احتمال أن يكون العدد المكون من ثلاثة أرقام

١	يساوي ١٢٣
$\frac{1}{6}$	أكبر من ٢٠٠
$\frac{2}{3}$	زوجيا
$\frac{1}{3}$	قابلا للقسمة على ٣

(٤) حوط احتمال أن يكون العدد المكون من ثلاثة أرقام فرديا

$$\frac{1}{2} \quad \frac{1}{6} \quad \frac{2}{3} \quad \frac{1}{3}$$

الواجب المنزلي: رقم (٢) كتاب النشاط صفحة ٦٥


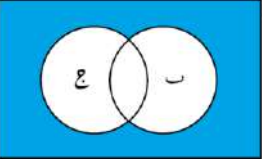
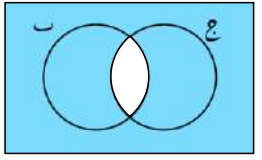
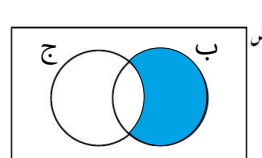
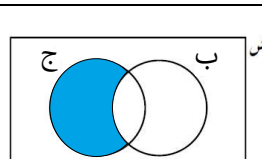
نشاط إثرائي:

في حقيبة ١٠ بطاقات زرقاء، ون بطاقات حمراء. سُحبت بطاقة واحدة من الحقيقية، ورُكنت جانبا (دون إعادتها إلى الحقيقية)، ثم سُحبت بطاقة ثانية من الحقيقية، إذا علمت أن احتمال أن يكون لون البطاقتين أحمر هو $\frac{12}{182}$

فأجب عن كل مما يأتي:

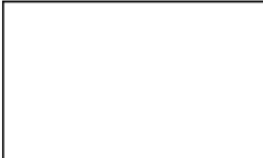
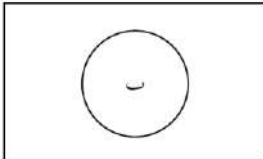
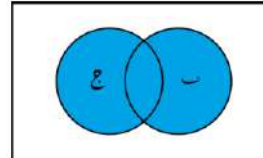
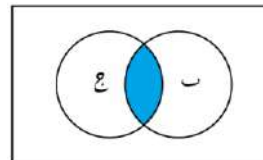
- (١) ارسم مخطط شجرة لتعرض الاحتمالات المتعلقة بكل سحب، عارضًا كل إجابة بدلالة ن.
- (٢) استخدم مخطط الشجرة لتجد قيمة ن.

خطوات الحل

الشكل	التعريف
	المجموعة المتممة للمجموعة ب هي المجموعة التي تحتوي على كل العناصر التي تقع في ش ولا تقع في ب.
	كلمات تدل على المتممة (لا يوجد / ليس)
	العناصر التي لا تقع في أي من المجموعتين
	متمة التقاطع
	يفضل ب ولا يفضل ج
	يفضل ج ولا يفضل ب

(٣-١٢) حساب الاحتمال من مخطط فن

التعلم القبلي: تذكر أن مخطط فن هو أسلوب تصويري لعرض المجموعات

الشكل	التعريف
	المجموعة الشاملة تمثل بمستطيل ويرمز لها بالرمز ش
	أي مجموعة هي مجموعة جزئية من المجموعة الشاملة ش ع(ب) يرمز لعدد عناصر المجموعة ب الأعداد في مخطط فن يمكن أن تمثل عناصر المجموعة أو عدد العناصر
	اتحاد المجموعتين ب، ج هي مجموعة كل العناصر الموجودة في المجموعتين بدون تكرار ويرمز لها بالرمز (ب U ج) (العناصر التي تقع في ب أو ج)
	تقاطع المجموعتين أ، ب هي مجموعة العناصر المشتركة بين المجموعتين ويرمز لها بالرمز (ب ∩ ج) (العناصر التي تقع في ب و ج معا)

حساب الاحتمال من مخطط فن :

يفيد مخطط فن عند التعامل مع مسائل الاحتمال وبخاصة عندما تتضمن المعلومات تقاطع الأحداث وتقاطعها.

ملاحظات هامة:

(١) في الاحتمال تسمى المجموعة الشاملة بالفضاء العيني

(٢) ل(أ) تعني احتمال أن يكون العنصر في المجموعة أ

$$ل(أ) = \frac{ع(أ)}{ع(ش)}$$

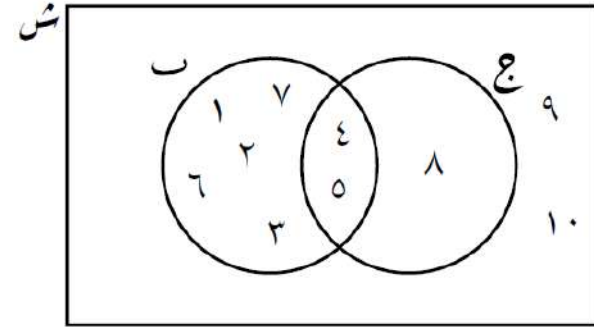
(٤) احتمال وقوع الحدثين أ و ب (ترمز لاحتمال وقوع العنصر في تقاطع المجموعتين) ويرمز له بالرمز:

$$ل(أ \cap ب) = ل(أ \cap ب) = \frac{ع(أ \cap ب)}{ع(ش)}$$

(٥) احتمال وقوع الحدثين أ أو ب (ترمز لاحتمال وقوع العنصر في اتحاد المجموعتين) ويرمز له بالرمز:

$$ل(أ \cup ب) = ل(أ \cup ب) = \frac{ع(أ \cup ب)}{ع(ش)}$$

مثال: مستعينا بالشكل المقابل أكمل الجدول التالي:



عناصر ش	عناصر المجموعة ج
	ع(ج)
	عناصر المجموعة ب
	ع(ب)
	ب ∩ ج
	ع(ب ∪ ج)
	ب ∩ ج
	ع(ب ∩ ج)
	ج'

تدريب: رقم (٣) كتاب النشاط صفحة ٦٧

تابع مثال ١-١: رقم (١) كتاب الطالب صفحة ١٠٧

٢) صل بين الاحتمال من العمود الأول وقيمه من العمود الثاني:

$$\frac{1}{6}$$

$$P(B)$$

$$\frac{1}{2}$$

$$P(A \cup B)$$

$$\frac{2}{3}$$

$$P(\text{ليس } A)$$

$$\frac{5}{6}$$

$$P(A \text{ أو } B)$$

$$\text{صفر}$$

$$P(\text{ليس } A \text{ أو } B)$$

$$1$$

$$P(\text{ليس } A \text{ و } B)$$

مثال ٢-٢: رقم (٢) كتاب الطالب صفحة ١٠٧
يبيع تاجر ٢٠ قميصا ، ستة قمصان منها بأكمام طويلة ، وأربعة قمصان منها سوداء اللون، واحد فقط من القمصان ذات الأكمام الطويلة أسود اللون .

١) ارسم مخطط فن لعرض المعلومات

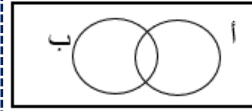
قوانين هامة:

$$(1) P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$(2) P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$$

٣) إذا كان أ ، ب أحداث ليست منفصلة (متباعدة) فإن:

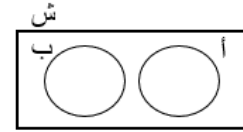
$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$



٤) إذا كان أ ، ب أحداث منفصلة (متباعدة) فإن:

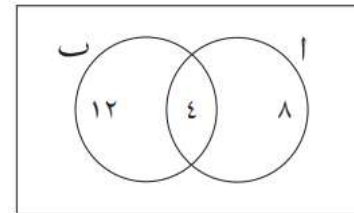
$$P(A \cap B) = 0$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$



مثال ١-١: رقم (١) كتاب الطالب صفحة ١٠٧

استخدم مخطط فن المقابل للإجابة عن الأسئلة التالية علما بأن الأعداد المذكورة داخل المخطط تمثل عدد العناصر.



١) ضع دائرة حول قيمة $P(A)$

$$\frac{1}{6} \quad \frac{2}{3} \quad \frac{1}{2} \quad \frac{1}{3}$$

تابع مثال-٣: رقم (٤) كتاب الطالب صفحة ١٠٧

٢) أكمل ، احتمال اختيار طالب عشوائياً من الصف

أ) يفضل مادة الفيزياء فقط

ب) يفضل مادة الكيمياء فقط

ج) لا يفضل مادة الفيزياء ولا يفضل مادة الكيمياء

د) يفضل مادة الفيزياء أو يفضل مادة الكيمياء

أميرة



تقول أميرة أن احتمال اختيار طالب عشوائياً من الصف يفضل مادتي الفيزياء والكيمياء = $\frac{1}{4}$

وضح أن إجابة أميرة صحيحة.

٢) ضع علامة (٧) في المكان المناسب

صح خطأ

أ) ل) القميص أسود اللون = $\frac{3}{2}$

ب) ل) القميص بأكمام طويلة = $\frac{5}{2}$

ج) ل) القميص ليس أسود اللون = $\frac{4}{5}$

د) ل) القميص ليس أسود اللون وليس له كم طويل = $\frac{11}{2}$

هـ) ل) القميص أسود اللون وله كم طويل = $\frac{1}{2}$

و) ل) القميص أسود اللون أو له كم طويل = $\frac{1}{2}$

نشاط فردي: رقم (١) كتاب النشاط صفحة ٦٦

مثال-٣: رقم (٤) كتاب الطالب صفحة ١٠٧

يبلغ عدد طلاب أحد الصفوف ٢٨ طالبا، ١٢ طالبا منهم يفضلون مادة الفيزياء، ١٥ منهم يفضلون مادة الكيمياء ، ٨ منهم لا يفضلون الفيزياء ولا الكيمياء.

١) حدد عدد الطلاب الذين يفضلون مادة الفيزياء والكيمياء

٢) ارسم مخطط فن لعرض المعلومات

٤) ضع دائرة حول اختيار طالب عشوائياً من الصف لا يفضل مادة الفيزياء

$\frac{1}{4}$

$\frac{2}{7}$

$\frac{5}{28}$

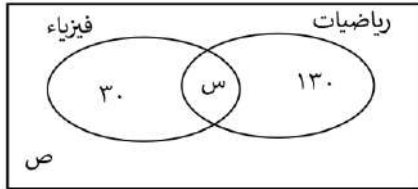
$\frac{4}{7}$

نشاط جماعي :

إذا كان أ، ب حدثين غير منفصلين وكان ل (أ) = ٨ ، ل (ب) = ٧ ،
 ل (أ و ب) = ٦ ، وضح أن:
 (١) احتمال عدم وقوع أ و ب معا = ٤ ،

(٢) احتمال وقوع (أ أو ب) = ٩ ،

نشاط اثرائي: يبين مخطط فن المجاور بيانات عن المواد التي درسها
 ٢٥٠ طالبا في مدرسة دولية إذا كان اختيار طالب ممن يدرسون الرياضيات = ٨٤ ،



أكمل :

أ) قيمة س =

ب) قيمة ص =

ج) كم طالب لم يدرس الرياضيات أو الفيزياء

د) ما احتمال اختيار طالب عشوائيا

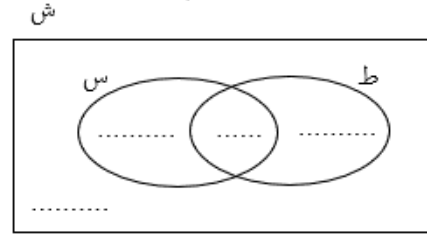
هـ) يكون ممن يدرسون الرياضيات أو الفيزياء

و) يكون ممن يدرسون الرياضيات و الفيزياء

نشاط ثنائي: رقم (٥) كتاب الطالب صفحة ٢٠٧

تبين دراسة مسحية أجريت على ١٣٠ طالبا أن هواية ٥٦ منهم
 الكرة الطائرة ، و ٦٤ منهم كرة السلة ، و ٢٧ منهم اللعبتان.

(١) اكمل مخطط فن



(٢) ظلل الاحتمال المناسب لكل عبارة
 احتمال اختيار طالب عشوائيا

$\frac{٩٣}{١٣٠}$	$\frac{٢٧}{١٣٠}$	$\frac{٣٢}{٦٥}$	$\frac{٣٧}{١٣٠}$
------------------	------------------	-----------------	------------------

<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
--------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------

هوايته كرة السلة

<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
--------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------

هوايته كرة القدم أو كرة السلة

<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
--------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------

هوايته اللعبتان

<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
--------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------

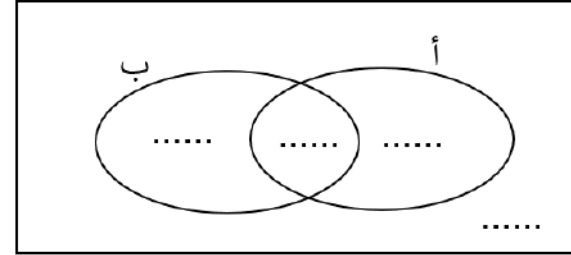
ليست هوايته أيًا من اللعبتان

نشاط تعزيزي:

تقع المجموعتان أ، ب في المجموعة الشاملة ش
ع(ش) = ٧٥ ، ع(أ) = ٣٠ ، ع(ب) = ٣٥ ، ع(أ ∩ ب) = ١٨

(١) ضع البيانات السابقة في المخطط المقابل

ش



(٢) أوجد:

أ) $n(B) =$

ب) $n(A \cup B) =$

ج) $n(A \cap B) =$

د) $n(A) + n(B) - n(A \cap B) =$

(٣) وضح أن الحدثان أ و ب غير متنافيان

تقويم ختامي: رقم (٦) كتاب الطالب صفحة ١٠٨

النشاط البيتي: رقم (٢) كتاب النشاط صفحة ٦٧

نهاية ملخص الدرس الثالث

الاحتمال الشرطي:

- الاحتمال الشرطي هو احتمال حدث يعتمد على احتمال حدث سابق له (أي احتمال وقوع حدث بشرط وقوع حدث آخر من قبل).
- يرمز لاحتمال وقوع الحدث ب بشرط أن الحدث أ قد وقع بالرمز $P(B|A)$ (ب بشرط أن أ قد وقع) = $P(B|A)$.

طريقة حساب $P(B|A)$

إذا كان الحدثين مستقلين

$$P(B|A) = P(B)$$

إذا كان الحدثين غير مستقلين

$$P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$$

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

$$P(A \cap B) = P(A|B) \cdot P(B)$$

ملاحظة:

- يمكن استخدام مخطط الشجرة أو مخطط فن لحل مسائل الاحتمال الشرطي.
- غالبا ما تتضمن أسئلة الاحتمال الشرطي تعليمات مثل دون إعادة أو الواحد تلو الآخر.
- يمكن تمييز الاحتمال الشرطي $P(A|B)$ في المسائل اللفظية من خلال بعض الدلالات.

(١) إذا وقع أ بشرط وقوع ب (٢) إذا كان أ فإن ب

(٣) إذا علمت أن (أ) إذا كان (ب) (٤) وقوع (أ) علما بأن (ب) وقع

(١٢-٤) الاحتمال الشرطي

التعلم القبلي:

(١) تذكر أن:

- الأحداث المستقلة هي أحداث لا يؤثر وقوع أحدهما على وقوع الأخر.

$$P(A \cup B) = P(A \cap B) + P(A) \times P(B)$$

تدريب:

تحتوي حقيبة على ثمان كرات بلون أزرق وكرتين بلون الأحمر إذا تم سحب كرتين من الحقيبة عشوائيا كرة تلو الأخرى دون إعادة الكرة الأولى إلى الحقيبة

(١) أرسم مخطط الشجرة لعرض كل النواتج الممكنة مع كتابة احتمال كل حدث.

(٢) ماذا يحدث لمجموعة النواتج عند السحب الثاني؟

(٣) أوجد احتمال سحب كرتين باللون الأحمر.

تابع نشاط ثنائي:

٢) ضع علامة (٧) في المكان المناسب مع التبرير:

صح خطأ التبرير

	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
--	--------------------------	--------------------------

احتمال أن تكون كلتا القطعتين
غير محشوتين = $\frac{3}{8}$

	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
--	--------------------------	--------------------------

احتمال أن تكون الأولى محشوة
والأخرى غير محشوة = $\frac{1}{8}$

	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
--	--------------------------	--------------------------

احتمال أن تكون الأولى محشوة بشرط أن
الثانية غير محشوة = $\frac{7}{16}$

	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
--	--------------------------	--------------------------

احتمال أن تكون الثانية محشوة بشرط
الأولى غير محشوة = $\frac{10}{15}$

مثال: رقم (١) كتاب النشاط صفحة ٦٩

نشاط فردي: رقم (٢) كتاب النشاط صفحة ٦٩

نشاط ثنائي: رقم (١) كتاب الطالب صفحة ١١٣

وضع أحمد في حقيبته ١٦ قطعة شوكولاتة؛ ١٠ قطع منها غير محشوة،
و ٦ قطع محشوة. سحب أحمد قطعة شوكولاتة من الحقيبة، ثم سحب قطعة أخرى.

(١) ارسم مخطط الشجرة لتمثل الموقف.

--

نشاط فردي: رقم (٨) كتاب الطالب صفحة ١١٥

مجموعة مكونة من ١٢٠ طالبًا، ٢٥ طالبًا منهم في الصف العاشر، و ١٥ منهم يتابعون دروس تقوية في الرياضيات. إذا علمت أن أربعة طلاب من طلاب الصف العاشر يتابعون دروس تقوية في الرياضيات.

منى



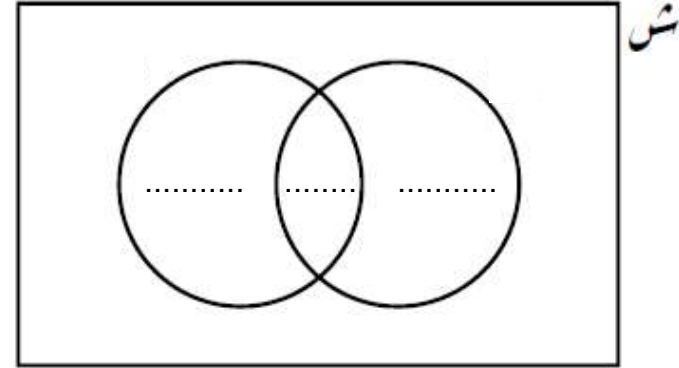
تقول منى أن احتمال اختيار طالب عشوائياً ممن يتابعون دروس تقوية في مادة الرياضيات علماً بأنه في الصف العاشر = $\frac{4}{15}$

وضح أن إجابتها خاطئة.

نشاط جماعي: رقم (٤) كتاب الطالب صفحة ١١٤

شارك ١٠٠ متدرب في دورة تدريبية على الحاسوب. تدرّب ٨٠ منهم على الترميز في حين تدرّب ٤٢ منهم على تقنية الرسوم المتحركة. تدرّب كل واحد من المئة متدرب على نشاط من هذين النشاطين على الأقل.

(١) أكمل مخطط فن لعرض المعلومات



(٢) ضع دائرة حول احتمال أن يكون قد تدرّب على تقنية الرسوم المتحركة بشرط أنه تدرّب على الترميز

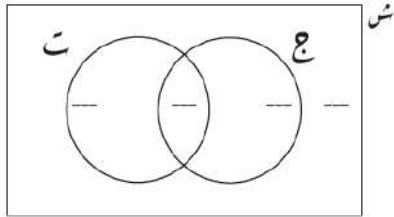
$$\frac{58}{100} \quad \frac{1}{5} \quad \frac{11}{50} \quad \frac{11}{40}$$

(٣) ضع دائرة حول احتمال أن يكون قد تدرّب على الترميز ولم يتدرب على تقنية الرسوم المتحركة

$$0,44 \quad 0,20 \quad 0,22 \quad 0,58$$

نشاط ختامي رقم (٨) كتاب الطالب صفحة ١١٨

في صف من ٤٠ طالبًا، يفضل ٢٠ منهم مادة الجغرافيا، و ٢٥ منهم مادة التاريخ، في حين أنّ ٨ منهم لا يفضّلون أيًّا من المادتين.



ش = {طلاب الصف العاشر في مدرسة ما}
ج = {الطلاب الذين يحبّون مادة الجغرافيا}
ت = {لطلاب الذين يحبّون مادة التاريخ}

- (١) أكمل مخطّط فن لتبيّن عدد الطلاب في كلّ مجموعة.
(٢) أكمل:
ع(ج) = ، ع(ج ∪ ب) =

(٣) صل بين كل عبارة وما يناسبها من العمود الثاني إذا تم اختيار طالب عشوائياً فإن احتمال أن يكون الطالب

$\frac{13}{20}$	يفضل مادة التاريخ ولا يفضل مادة الجغرافيا
$\frac{13}{25}$	يفضل الجغرافيا ويفضل مادة التاريخ أيضا
$\frac{13}{40}$	يفضل الجغرافيا بشرط أن يفضل مادة التاريخ
$\frac{3}{10}$	يفضل التاريخ بشرط أن يفضل مادة الجغرافيا

الواجب المنزلي: رقم ٤ ص ٧٤ كتاب النشاط

نشاط إثرائي:

(١) إذا كان أ، ب حدثين غير مستقلين، ل(أ) = ٠,٣، ل(ب) = ٠,٤، ل(أ ∪ ب) = ٠,٥، ضع دائرة حول ل(أ | ب)

$$\frac{1}{4} \quad \frac{1}{2} \quad \frac{3}{4} \quad \frac{4}{5}$$

(٢) إذا كان أ، ب حدثين غير مستقلين وكان ل(أ ∩ ب) = ٠,٢٤، ل(أ | ب) = ٠,٣، ضع دائرة حول ل(ب)

$$٠,٨ \quad ٠,٧٢ \quad ٠,٣ \quad ٠,٠٧٢$$

(٣) إذا كان أ، ب حدثين مستقلين حيث ل(أ) = ٠,٣، ل(ب) = ٠,٥، ضع دائرة حول ل(أ | ب)

$$٠,١٥ \quad ٠,٢ \quad ٠,٣ \quad ٠,٥$$

نشاط تعريزي: رقم (٢) كتاب النشاط صفحة ٦٩

ملخص الحوادث

نوع الحوادث	الوصف	القانون
المتنافيان	لا يوجد بينهما عناصر مشتركة	$P(A \cap B) = 0$ $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$
غير متنافيان غير المنفصلين	يوجد بينهما عناصر مشتركة	$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$
المتتامان	لا يوجد بينهما عناصر مشتركة واتحادهما معا يمثل الفضاء العيني	$P(A) + P(\bar{A}) = 1$ $P(\bar{A}) = 1 - P(A)$
المستقلان	وقوع أحدهما لا يؤثر على احتمال وقوع الآخر	$P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$ $P(A B) = P(A)$ $P(B A) = P(B)$
غير المستقلين	وقوع أحدهما يؤثر على احتمال وقوع الآخر	$P(A \cap B) \neq P(A) \times P(B)$
المشروطة	احتمال حدث يعتمد على احتمال حدث سابق له	$P(A B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$

انتهى ملخص الوحدة

فريق العمل

أ. حسن بن أحمد آل سنان

أ. فاطمة الزهراء السيد عبد الوهاب

محافظة شمال الباطنة-مدرسة وادي الحواسنة (١-١٢)

أ. مروة بنت راشد الغنوصية

محافظة جنوب الشرقية - مدرسة السويح (١-١٠)

فريق عطاء بلا حدود

أ. حسن بن أحمد آل سنان
أ. فاطمة الزهراء السيد عبد الوهاب
محافظة شمال الباطنة-مدرسة وادي الحواسنة (١-١٢)

أ. مروة بنت راشد الغبوصية
محافظة جنوب الشرقية - مدرسة السويح (١-١٠)

الصف العاشر

ملخص الوحدة الثالثة عشر

النسب المثلثية لزوايا قياسها أكبر من ٩٠°

الفصل الدراسي الثاني

النسخة الأولى: ٢٠٢١/٢٠٢٢م

مثال: عبر عن كل نسبة من النسب المثلثية بدلالة نفس الزاوية المثلثية لزاوية أخرى تقع بين ٠° إلى ١٨٠°

$\sin 35^\circ =$	$\sin 170^\circ =$
$\cos 120^\circ =$	$\cos 99^\circ =$
$\tan 88^\circ =$	$\tan 136^\circ =$
$\cot 150^\circ =$	$\cot 121^\circ =$

نشاط فردي: رقم (١/أ، ب، ج، ي) كتاب النشاط صفحة ٧٥

بنفس الطريقة السابقة يمكن استنتاج العلاقة بين

النسب المثلثية للزاويتين: هـ ، ٣٦٠ - هـ

$$\sin(360^\circ - \theta) = -\sin \theta$$

$$\cos(360^\circ - \theta) = \cos \theta$$

$$\tan(360^\circ - \theta) = -\tan \theta$$

$$\cot(360^\circ - \theta) = \cot \theta$$

$$\sec(360^\circ - \theta) = \sec \theta$$

$$\csc(360^\circ - \theta) = -\csc \theta$$

النسب المثلثية للزاويتين: هـ ، ١٨٠ + هـ

$$\sin(180^\circ + \theta) = -\sin \theta$$

$$\cos(180^\circ + \theta) = -\cos \theta$$

$$\tan(180^\circ + \theta) = \tan \theta$$

$$\cot(180^\circ + \theta) = \cot \theta$$

$$\sec(180^\circ + \theta) = -\sec \theta$$

$$\csc(180^\circ + \theta) = -\csc \theta$$

$$\sec(180^\circ + \theta) = -\sec \theta$$

$$\csc(180^\circ + \theta) = -\csc \theta$$

(١-١٣) الجيب وجيب التمام والظل لزوايا أكبر من ٩٠°

التعلم القبلي:

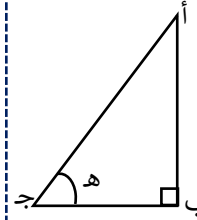
(١) تذكر الزاويتين المتكاملتين هي زاويتين مجموع قياسهما ١٨٠°

$$180^\circ - \theta = \theta'$$

$$20^\circ - 180^\circ = -160^\circ$$

$$40^\circ - 180^\circ = -140^\circ$$

(٢) تعلمنا سابقا كيفية إيجاد النسب المثلثية لأي زاوية حادة:



$$\tan \theta = \frac{\text{المقابل}}{\text{المجاور}}$$

tan

$$\cos \theta = \frac{\text{المجاور}}{\text{الوتر}}$$

cos

$$\sin \theta = \frac{\text{المقابل}}{\text{الوتر}}$$

sin

استقصاء (١): استخدم الألة الحاسبة لإكمال الجداول الآتية:

$\sin 30^\circ =$	$\sin 150^\circ =$	$\cos 30^\circ =$	$\cos 150^\circ =$
$\tan 10^\circ =$	$\tan 170^\circ =$	$\cot 10^\circ =$	$\cot 170^\circ =$
$\sec 60^\circ =$	$\sec 120^\circ =$	$\csc 60^\circ =$	$\csc 120^\circ =$

ما العلاقة بين النسب المثلثية للزاويتين المتكاملتين؟

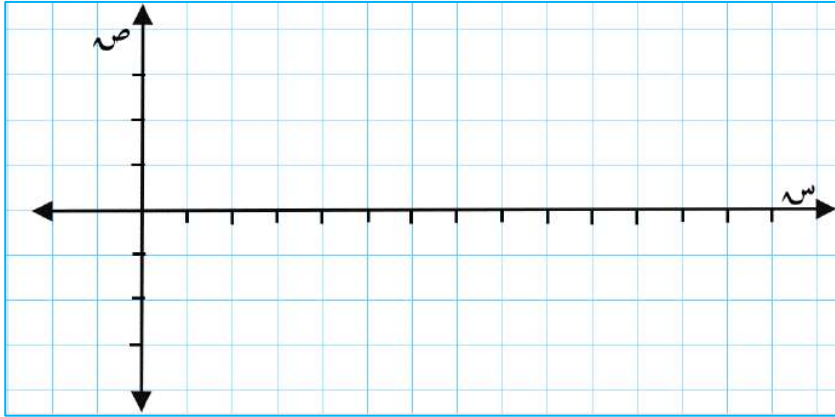
$$\sin(180^\circ - \theta) = \sin \theta$$

$$\cos(180^\circ - \theta) = -\cos \theta$$

$$\tan(180^\circ - \theta) = -\tan \theta$$

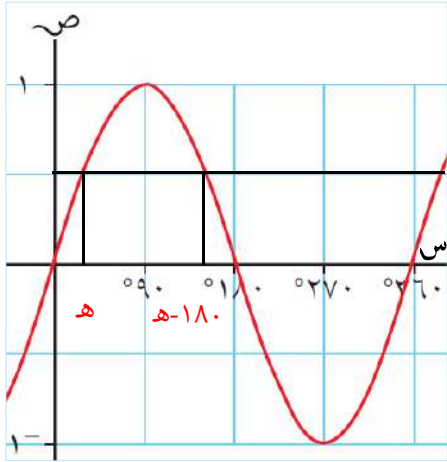
التمثيل البياني للدالة $v = \text{جاه}$

هـ	٠°	٩٠°	١٨٠°	٢٧٠°	٣٦٠°	٤٥٠°	٥٤٠°	٦٣٠°	٧٢٠°
جاه									



خواص التمثيل البياني للدالة $v = \text{جاه}$ (هـ)

- الدالة دورية يتكرر منحناها كل ٣٦٠° في الاتجاهين الموجب والسالب.
- جزء المنحنى الواقع بين (٠°، ١٨٠°) متماثل بالانعكاس حول المستقيم $هـ = ٩٠°$



٣) قيمة جاه (هـ)

لاتزيد على (١) ولا تقل عن (-١).

٤) الدالة جاه تكون:

موجبة إذا كانت $٠ < هـ < ١٨٠°$

سالبة إذا كانت $١٨٠ < هـ < ٣٦٠°$

مثال-١: رقم (٣ / أ، ب، ج) كتاب الطالب صفحة ١٢٤

أوجد في كل حالة من الحالات التالية، أصغر قيمة موجبة ل س حيث

(أ) $\text{جا}(س) = \text{جا}(١٣٥°)$

(ب) $\text{جتا}(س) = \text{جتا}(١٢٠°)$

(ج) $\text{ظا}(س) = \text{ظا}(٢٣٥°)$

مثال-٢: ضع (✓) في المكان المناسب

التبرير	خطأ	صح
	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

ظا ٣٠° = - ظا ٦٠°

جتا ٢٢٠° = جتا ٦٠°

جا ١٦٠° = جا ٢٠°

نشاط تعزيزي:

١) ضع دائرة حول قيمة ظا ١٥٠°

ظا ٦٠° - ظا ٣٠° - ظا ٣٠° - ظا ٦٠°

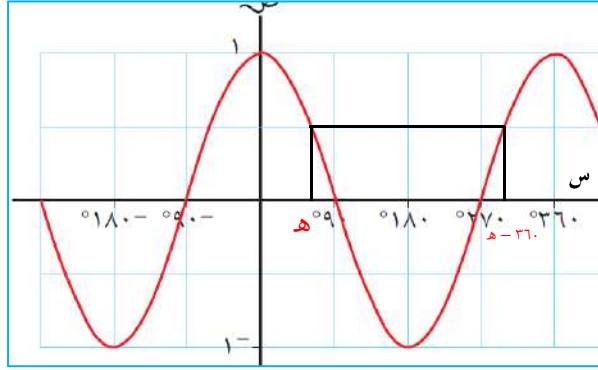
٢) ضع دائرة حول قيمة المقدار $\text{جتا}(٣٦٠ - هـ) + \text{جتا}(١٨٠ + هـ)$

٢-جتاه ٢جتاه جتاه صفر

٣) ضع دائرة حول قيمة $\text{ظا}(٣٦٠ - س)$

- ظاس - ظاس - ظا(١٨٠ + س) ظا(١٨٠ + س)

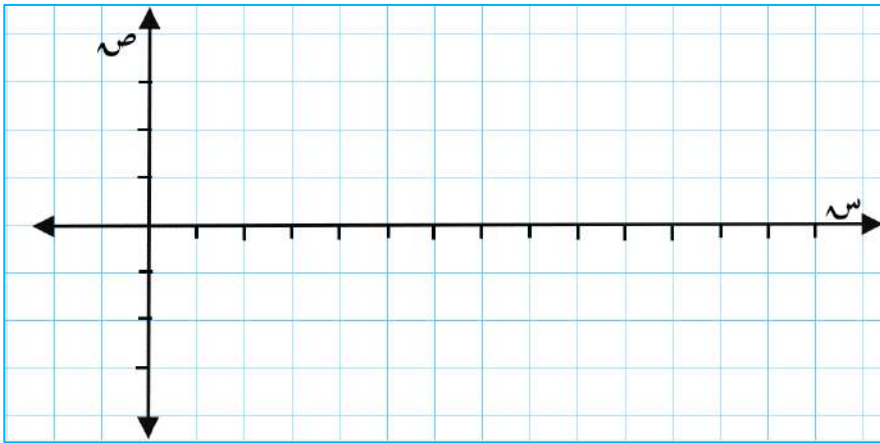
٣) جزء المنحنى الواقع بين ٠° ، ٣٦٠° متماثل بالانعكاس حول المستقيم $ه = ١٨٠$ ، أي جتا(١٨٠ - ه) = - جتا ه



٤) يمكن إيجاد جيب التمام لأي زاوية، جتاها لا تزيد عن (١) ولا تقل عن (-١)

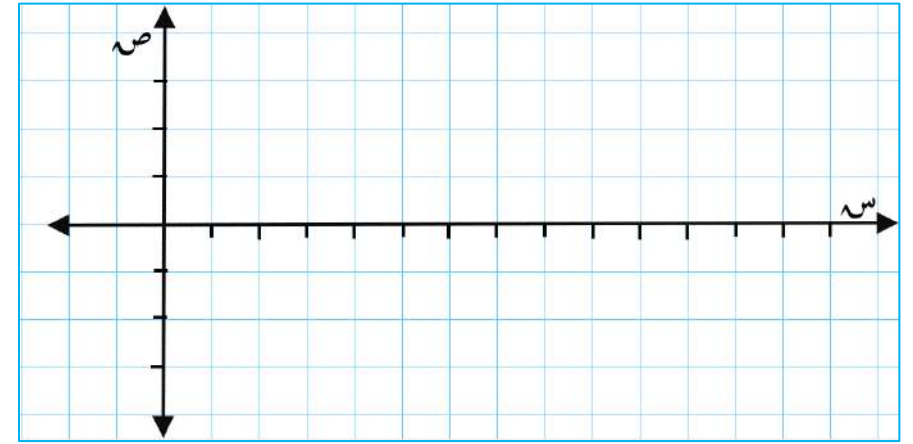
نشاط فردي: أكمل الجدول التالي، ثم أرسم منحنى الدالة $ص = ٣ جتا ه$

٣٦٠	٣٠٠	٢٧٠	١٨٠	١٢٠	٩٠	٦٠	٠	ه
								ص = ٣ جتا ه

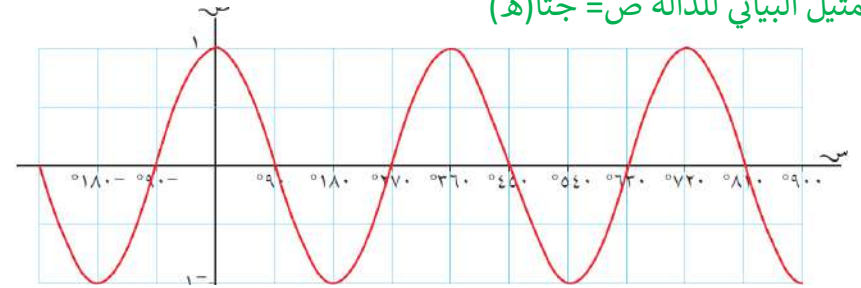


نشاط فردي: أكمل الجدول التالي
ثم أرسم منحنى الدالة $ص = ٢ جتا ه$

٣٦٠	٣٣٠	٢٧٠	١٨٠	١٥٠	٩٠	٣٠	٠	ه
								ص = ٢ جتا ه



التمثيل البياني للدالة $ص = جتا ه$

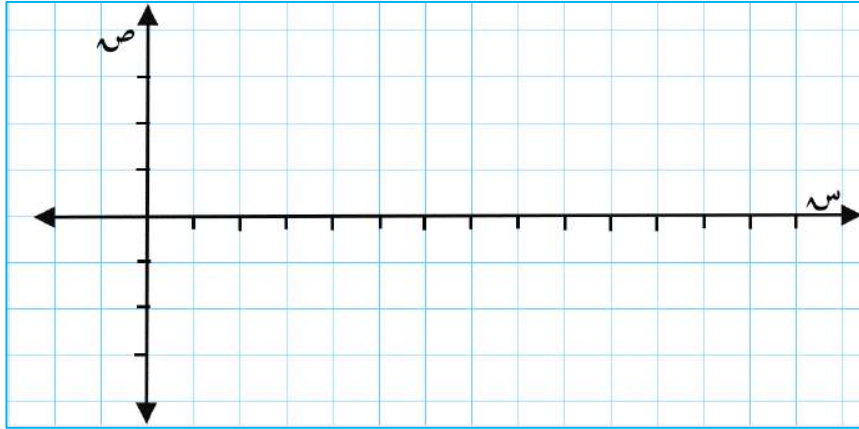


خواص التمثيل البياني للدالة $ص = جتا ه$:

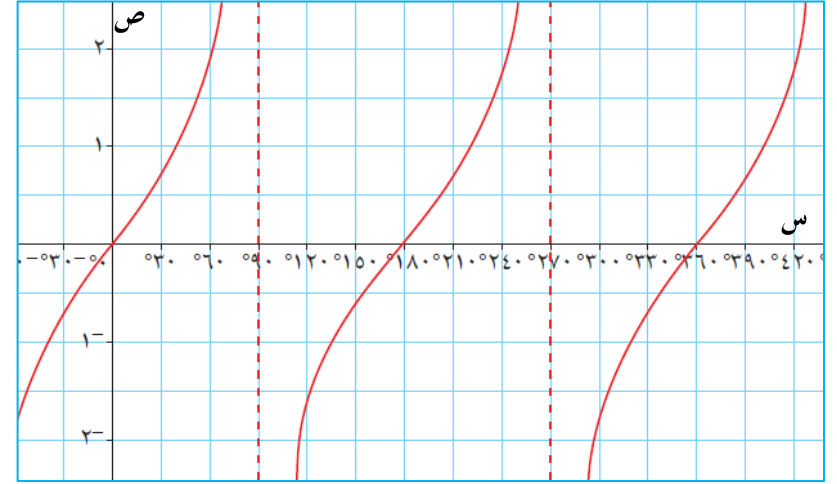
- ١) الدالة دورية منحناها يتكرر كل ٣٦٠°
- ٢) الدالة جتا(ه) تكون:
 - موجبة إذا كانت: $٠ < ه < ٩٠$ ، $٢٧٠ < ه < ٣٦٠$.
 - وسالبة إذا كانت: $٩٠ < ه < ٢٧٠$.

نشاط فردي: أكمل الجدول التالي ثم ارسم منحنى الدالة $v = 2\text{ظاه}$

٣٦٠°	٣١٥°	٢٧٠°	٢٢٥°	١٨٠°	١٣٥°	٩٠°	٤٥°	٠°	هـ
									$v = 2\text{ظاه}$



التمثيل البياني للدالة $v = 2\text{ظاه}$ (هـ)



خواص التمثيل البياني للدالة $v = 2\text{ظاه}$ (هـ)

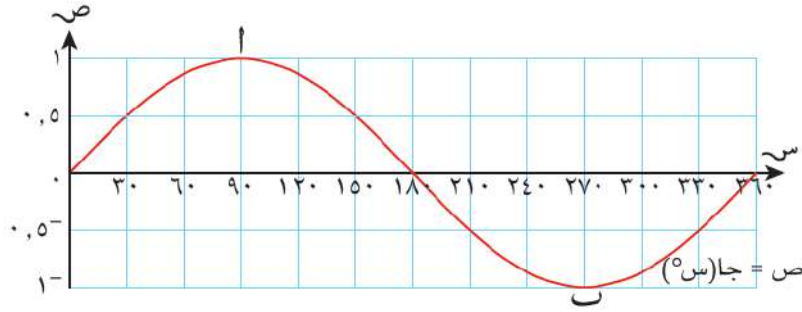
- (١) منحنى الدالة دوري يتكرر كل ١٨٠° أي أن $\text{ظاه}(180 + \text{هـ}) = \text{ظاه}$
- (٢) يمكن إيجاد ظل أي زاوية الا الزوايا ذات القياس ٩٠° ومضاعفاتها الفردية (المضاعف الأول والثالث والخامس وهكذا.....) لأن ظل تلك الزوايا غير موجود.
- (٣) منحنى ظاه (هـ) غير متصل فهو مكون من عدة قطع .
- (٤) يسمى المستقيم $\text{هـ} = 90$ ، $\text{هـ} = 270$ ، $\text{هـ} = 450$ أي مضاعف فردي لـ ٩٠° خط تقارب رأسي للمنحنى لأن المنحنى يقترب منه ولكن لا يمسه ولا يقطعه.
- (٥) الظل موجب بين الزاويتين ٠° ، ٩٠° وبين الزاويتين ١٨٠° ، ٢٧٠° ويكون سالب بين الزاويتين ٩٠° ، ١٨٠° وبين الزاويتين ٢٧٠° ، ٣٦٠°.

أولاً: الطريقة البيانية :

مناقشة مثال (٣) كتاب الطالب صفحة ١٢٣

نشاط فردي: رقم (٣) كتاب الطالب صفحة ١٤٤

يبين الشكل أدناه التمثيل البياني للدالة $v = \sin(\theta)$ ، حيث $0^\circ \leq \theta \leq 360^\circ$.



(١) اكتب إحداثيات النقطة ، وهي نقطة على التمثيل البياني حيث $\theta = 90^\circ$

(٢) أوجد قيمة جا (٢٧٠°)

(٣) ارسم المستقيم $v = \frac{1}{3}$ حيث $0^\circ \leq \theta \leq 360^\circ$

(٤) كم حلّ يوجد للمعادلة جا(س) = $\frac{1}{3}$ حيث $0^\circ \leq \theta \leq 360^\circ$

نشاط ثنائي : رقم (٤) كتاب النشاط صفحة ٧٧

المعادلة المثلثية :

التعلم القبلي: تذكر أن

(١) الدوال $v = \sin^{-1}(\theta)$ ، $v = \cos^{-1}(\theta)$ ، $v = \tan^{-1}(\theta)$ تعرف بأنها الدوال العكسية لدوال الجيب والجيب التمام والظل نستخدم المفتاح **shift** قبل استخدام **tan** أو **sin** أو **cos** لتحصل على الزاوية المطلوبة.

مثال : $\theta = 5^\circ$

shift

tan

5

$\theta \approx 79^\circ$

(٢) $\theta = 360 - \theta$ جتا

جتا $(\theta + 180) =$ جتا $(\theta - 180) = -$ جتا (θ)

جا $(\theta + 180) =$ جا $(\theta - 360) = -$ جا (θ)

ظا $(\theta - 180) =$ ظا $(\theta - 360) = -$ ظا (θ)

- المعادلة المثلثية: هي معادلة متغيراتها نسب مثلثية لزاوية مجهولة.
- حل المعادلة المثلثية: يعني إيجاد الزاوية أو الزوايا التي تحقق هذه المعادلة.

ملاحظة:

□ التمثيلات البيانية جا(ه) ، جتا(ه) ، ظا(ه) تبين أن للمعادلات المثلثية عدة حلول.

□ يمكن إيجاد حل المعادلات المثلثية : بيانياً أو جبرياً

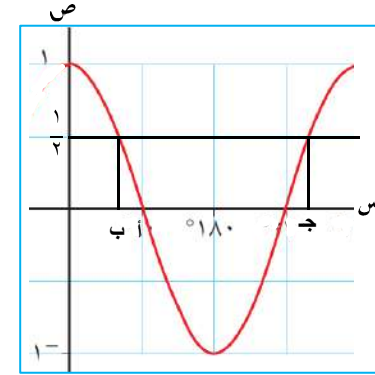
الحل الجبري:

يعتمد الحل الجبري على استخدام العلاقات بين الزوايا التي سبق استنتاجها. ولتسهيل ذلك يمكن استخدام القواعد الآتية:

ظا(هـ)=ص	جا(هـ)=ص	جتا(هـ)=ص
ص موجبة <u>الحل الأول</u> مباشرة من الألة Shift tan (ص)=هـ	ص موجبة <u>الحل الأول</u> مباشرة من الألة Shift sin(ص)=هـ	<u>الحل الأول</u> مباشرة من الألة Shift cos(ص)=هـ
<u>الحل الثاني</u> هـ + ١٨٠°	<u>الحل الثاني</u> هـ - ١٨٠°	<u>الحل الثاني</u> هـ - ٣٦٠°
ص سالبة نوجد قيمة Shift tan(ص-)=	ص سالبة نوجد قيمة Shift sin(ص-)=	
<u>الحل الأول</u> الناتج = ١٨٠° -	<u>الحل الأول</u> الناتج = ١٨٠° +	
<u>الحل الثاني</u> الناتج = ٣٦٠° -	<u>الحل الثاني</u> الناتج = ٣٦٠° -	

نشاط جماعي:

يبين الشكل أدناه التمثيل البياني للدالة ص = جتا(س) حيث $0 \leq س \leq 360^\circ$



أكمل:

- (١) إحداثيات النقطة أ هي
- (٢) قيمة ب = قيمة ج =

ثانياً: الحل الجبري:

تعلم قبلي:

أوجد جميع الحلول لـ س التي تقع بين 0° ، 360°

- (١) جا(س) = جا(١٥٠°)
- (٢) جا(س) = - جا(٥٠°)
- (٣) جتا(س) = - جتا(٤٠°)
- (٤) جتا(س) = جتا(١٢٠°)
- (٥) ظا(س) = ظا(٢٤٠°)
- (٦) ظا(س) = - ظا(٣٠°)

نشاط إثرائي:
(١)

تقول مني أن جميع حلول المعادلة $\frac{1}{x} = 2$ (جا(س)) هي ٣٠°، ١٥٠° الواقعة بين ٠°، ٣٦٠°



وضح أن إجابة مني خاطئة.

(٢) حل المعادلة جتا(٢س-١٠) = -٧,٠ في الفترة ٠° ≤ س ≤ ٣٦٠°

مثال:

حل كل معادلة من المعادلات الآتية وأوجد جميع الحلول التي تقع بين ٠°، ٣٦٠°

جا(ه) = -٢,٠

جا(ه) = $\frac{1}{2}$

جتا(ه) = $\frac{1}{3}$

جتا(ه) = $\frac{\sqrt{2}}{2}$

ظا(ه) = -٤

ظا(ه) = ٥

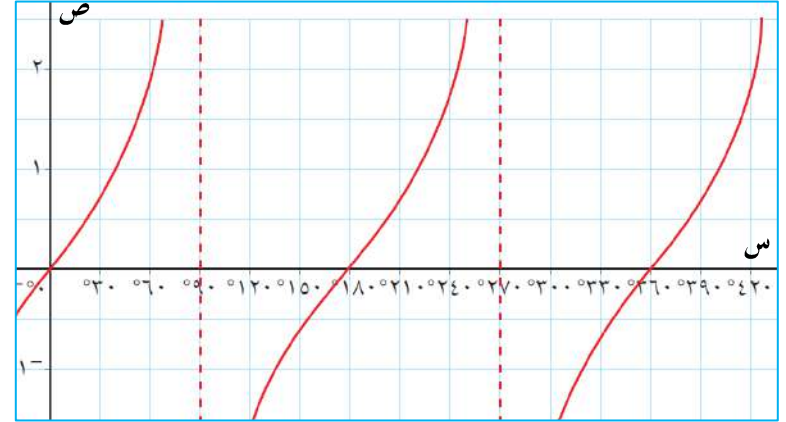
نشاط ثنائي: رقم (٣/أ، ب، ج) كتاب النشاط صفحة ٧٦

نشاط جماعي: رقم (٢/أ، ب، د) كتاب النشاط صفحة ٧٦

نشاط ختامي:

(١) يبين الشكل المجاور التمثيل البياني للدالة $v = \tan(s)$

حيث $0^\circ \leq s \leq 360^\circ$



مستعينا بالرسم أعلاه

أوجد جميع حلول المعادلة $\tan(s) = 1$

(٢) رقم (٢ / ط، ز، ح) كتاب النشاط ص ٧٦

الواجب المنزلي: رقم (٥) كتاب النشاط صفحة ٩٢

انتهى ملخص الدرس

قانون الجيب (٢-١٣)

التعلم القبلي:

(١) أوجد قيمة س في كل مما يأتي:

$$\frac{3,5}{14} = \frac{س}{7} \quad (أ)$$

$$\frac{5}{س} = \frac{23}{9} \quad (ب)$$

(٢) حل المعادلات الآتية وأوجد جميع الحلول التي تقع بين ٠° ، ١٨٠°

$$\frac{1}{2} = جا ه \quad (أ)$$

$$٠,٢ = جا ه \quad (ب)$$

(٣) تذكر أن:

مجموع قياسات المثلث = ١٨٠°

$$ق(أ) + ق(ب) + ق(ج) = ١٨٠°$$

أصغر أضلاع المثلث تقابل أصغر الزوايا قياسا

وأكبر أضلاع المثلث تقابل أكبر الزوايا قياسا

إذا كان $أب < أج < ب ج$ فإن $ق(ج) < ق(ب) < ق(أ)$

تذكر النسب المثلثية في المثلث القائم الزاوية

$$\begin{array}{ccc} \frac{\text{المقابل}}{\text{المجاور}} = \text{ظا ج} & , & \frac{\text{المجاور}}{\text{الوتر}} = \text{جتا ج} & , & \frac{\text{المقابل}}{\text{الوتر}} = \text{جا ج} \\ \downarrow & & \downarrow & & \downarrow \\ (\tan) & & (\cos) & & (\sin) \end{array}$$

التمهيد:

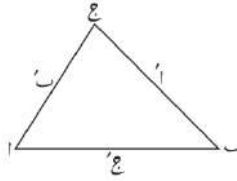
الطريقة المعيارية لتسمية زوايا المثلث وأضلاعه

طريقة الأضلاع المقابلة للزوايا

هي استخدام نفس الحروف مع إضافة شرطة (/) مائلة لكل منها

مثال:

الضلع المقابل للزاوية أ هو أ'

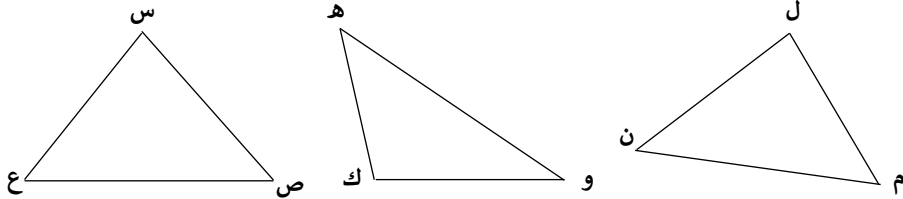


طريقة تسمية رؤوس المثلث

هي استخدام الحروف الأبجدية

أ، ب، ج

تدريب: سمي أضلاع كل مثلث من المثلثات الآتية بالطريقة المعيارية:



قانون الجيب

$$\frac{أ'}{جا(أ)} = \frac{ب'}{جا(ب)} = \frac{ج'}{جا(ج)}$$

تستخدم هذه الصورة في حساب أطوال الأضلاع

$$\frac{جا(أ)}{أ'} = \frac{جا(ب)}{ب'} = \frac{جا(ج)}{ج'}$$

تستخدم هذه الصورة في حساب قياس الزوايا

ملاحظة: يمكن استخدام قانون الجيب لإيجاد مجهول فالمثلث إذا علم:

ضلع واحد وزاويتان □ ضلعان وزاوية مقابلة □

نشاط تعريزي: أكمل :

(١) في أي مثلث س ص ع يكون $\frac{\sin \text{س}}{\text{جأ (ص)}} = \frac{\sin \text{ص}}{\text{جأ (س)}} = \frac{\sin \text{ع}}{\text{جأ (ع)}}$

(٢) في Δ أ ب ج إذا كان ق (أ) = 30° ، طول ب ج = ٤ سم،
أحسب $\frac{\text{جأ (ب)}}{\text{ب}}$

(٣) في المثلث أ ب ج إذا كان $\frac{\text{جأ (أ)}}{\text{أ}} = ٨$ ،
أحسب $\frac{\text{جأ (ب)}}{\text{ب}}$

مثال-١: رقم (١) كتاب الطالب صفحة ١٢٧

صل س في العمود الأول بقيمتها المناسبة من العمود الثاني

٢٥,٣

١١,٢

١٦,٨

$$\frac{9}{\text{جأ (٣٨)}} = \frac{\text{س}}{\text{جأ (٥٠)}}$$

$$\frac{\text{س}}{\text{جأ (٧٠)}} = \frac{20,6}{\text{جأ (٥٠)}}$$

سجل ملاحظتك:

مثال-٢: أوجد قيمة س في المعادلة الآتية:

$$\frac{\text{جأ (٦٣)}}{16,2} = \frac{\text{جأ (س)}}{11,4}$$

الحل:

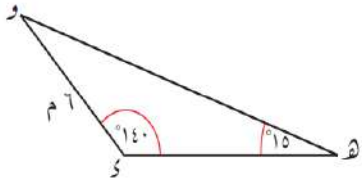
نشاط فردي: رقم (١ / أ) + (ب) كتاب النشاط صفحة ٧٨

مثال-٣: رقم (٥) كتاب الطالب صفحة ١٢٨

تقول مريم: في المثلث د ه و، طولي د ه، ه و على الترتيب لأقرب منزلة عشرية ٩,٨ م، ١٤,٩ م



هل ما تقوله مريم صح خطأ ؟، وضح إجابتك.



نشاط فردي: رقم (٢ / ج) صفحة ٧٩ + رقم (٣ / هـ) صفحة ٨١

نشاط ثنائي:

(١) في المثلث أ ب ج إذا كان $\hat{A} = 50^\circ$ سم ،
ضع دائرة حول \hat{B}

$$\frac{ج أ}{ج ب} \times 5 \quad \frac{ج أ}{ج ج} \times 5 \quad \frac{ج ب}{ج أ} \times 5 \quad \frac{ج أ}{ج ب} \times 5$$

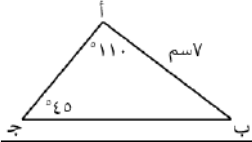
(٢) في أي مثلث س ص ع ،
ضع دائرة حول النسبة التي تساوي $\frac{س}{ج س}$

$$\frac{ع}{ج ت ا ع} \quad \frac{ج ا ص}{ص} \quad \frac{ص}{ج ت ا ص} \quad \frac{ص}{ج ا ص}$$

(٣) في المثلث د ه و ، الذي فيه $\hat{C} = 80^\circ$ ، $\hat{Q} = 60^\circ$ ، $\hat{H} = 12^\circ$ سم
ضع دائرة حول \hat{D}

$$\frac{١٢ ج ت ا ٨٠}{ج ت ا ٤٠} \quad \frac{١٢ ج ا ٤٠}{٨٠ ج ا ٨٠} \quad \frac{١٢ ج ا ٨٠}{٦٠ ج ا ٨٠} \quad \frac{١٢ ج ا ٨٠}{٤٠ ج ا ٨٠}$$

(٤) من المثلث المقابل
ضع دائرة حول قيمة \hat{A} (مقربا الناتج لأقرب جزء من عشرة)



٥,٣ ٩,٣ ١١,٢ ٩,٩

الحالة الغامضة في قانون الجيب

تقود خصائص دالة الجيب إلى أكثر من إجابة واحدة ممكنة

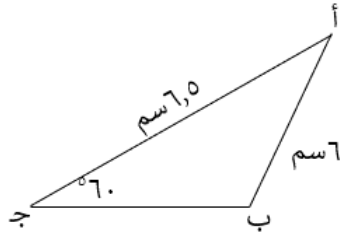
مناقشة مثال (٥) كتاب الطالب صفحة ١٢٦ + ١٢٧

نشاط فردي: معتمدا على المثلث المقابل

أكمل:

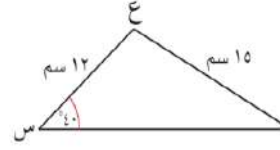
ق (\hat{B}) =

ق (\hat{A}) =



سجل ملاحظاتك:

نشاط جماعي: رقم (٧) كتاب الطالب صفحة ١٢٩



في المثلث س ص ع ، ق (س) = ٤٠° وطول الضلع

س ع = ١٢ سم، وطول الضلع ص ع = ١٥ سم

(٢) أكمل: ق (ص) = ، ق (ع) =

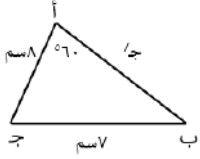
سجل ملاحظاتك:

(٣) ضع دائرة حول طول الضلع س ص لأقرب عدد صحيح

٢٧ ١٢ ١٥ ٢٢

نشاط إثرائي:

(١) رقم (٣) كتاب النشاط صفحة ٩١



يقول أحمد إذا كان محيط المثلث الحاد الزوايا المقابل = ٢٠ سم ، فإن ق(ج) = ٣٨,٢°

أحمد

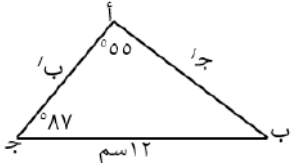
(٢)

هل ما يقوله أحمد صح خطأ؟ برر اجابتك

سجل ملاحظاتك:

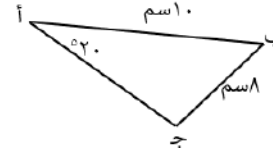
تقويم ختامي:

(١) أكمل: محيط المثلث المقابل =



سجل ملاحظاتك:

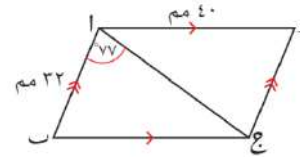
(٢) من المثلث المقابل أكمل:
ق (ب̂) = (.....)



ق (ج̂) = (.....)

سجل ملاحظتك:

ملاحظة: في متوازي الأضلاع كل ضلعين متقابلين متوازيين متساويين في الطول



(٣) أ ب ج د متوازي أضلاع طول أ ب = ٣٢ مم
طول أ د = ٤٠ مم ، ق (ب̂ أ ج) = ٧٧°

خطأ	صح
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

ضع علامة (✓) في المكان المناسب

ق (ب̂ ج̂ أ) = مقربا إلى أقرب درجة = ٥٢°

ق (أ ب̂ ج) = مقربا إلى أقرب درجة = ٥١°

طول القطر أ ج مقربا إلى أقرب منزلتين عشريتين = ٣٥ مم

سجل ملاحظتك:

النشاط البيتي: رقم (٦) كتاب الطالب صفحة ١٢٨

انتهى ملخص الدرس

قانون جيب التمام

التعلم القبلي:

(١) أكمل: أصغر زاوية قياسات في المثلث _____

(٢) حل المعادلات الآتية، وأوجد جميع الحلول التي تقع بين ٠° ، ٣٦٠°

$$(أ) \text{ جتا ه} = \frac{1}{2}$$

$$(ب) \text{ جتا ه} = \frac{1-}{3}$$

قانون جيب التمام: يعبر عن قانون جيب التمام بالصيغة:

$$٢(أ) = ٢(ب) + ٢(ج) - ٢(أ) \text{ جتا (أ)} \leftarrow \text{جتا (أ)} = \frac{٢(أ) - ٢(ج) + ٢(ب)}{٢(ب)(ج)}$$

$$٢(ب) = ٢(أ) + ٢(ج) - ٢(أ) \text{ جتا (ب)} \leftarrow \text{جتا (ب)} = \frac{٢(ب) - ٢(ج) + ٢(أ)}{٢(أ)(ج)}$$

$$٢(ج) = ٢(أ) + ٢(ب) - ٢(أ) \text{ جتا (ج)} \leftarrow \text{جتا (ج)} = \frac{٢(ج) - ٢(ب) + ٢(أ)}{٢(أ)(ب)}$$

تستخدم هذه الصيغة إذا علمت أطوال أضلاع المثلث

تستخدم هذه الصيغة إذا علم طولاً ضلعين وقياس الزاوية المحصورة بينهما

انتبه!! الضلع الذي يشكل مربعه موضوع الصيغة يقابل الزاوية (المشار إليها بنفس الحرف)

نشاط تعزيزي:

(١) في المثلث أ ب ج يكون $٢(أ) - ٢(ج) + ٢(ب) = ٢(أ) \text{ جتا (أ)}$ × $٢(ب) \text{ جتا (ب)}$

ضع دائرة حول القيمة المناسبة للمربع

جتا (ب) جتا (ج) جتا (أ) جتا (أ)

(٢) في المثلث أ ب ج ، $٢(أ) + ٢(ب) - ٢(ج) = ٢(أ) \text{ جتا (أ)}$

ضع دائرة حول الإجابة الصحيحة

$٢(أ) \text{ جتا (ب)}$ جتا (ج) $٢(أ) \text{ جتا (ب)}$ جتا (ج)

$٢(أ) \text{ جتا (ب)}$ جتا (ج) $٢(ب) \text{ جتا (ج)}$ جتا (أ)

(٣) في Δ س ص ع

ضع دائرة حول القيمة التي تساوي $\frac{٢(س) + ٢(ص) - ٢(ع)}{٢(س)(ص)}$

جتا (س) جتا (ص) جتا (ع) جتا (ع)

(٤) أ ب ج مثلث فيه $أ = ٧$ سم ، $ب = ٥$ سم ، $ج = ٨$ سم

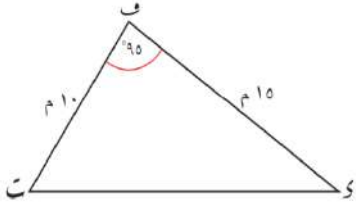
ضع دائرة حول جيب تمام أصغر زوايا المثلث

$\frac{1}{11}$ $\frac{14}{11}$ $\frac{3-}{7}$ $\frac{11}{14}$

نشاط فردي: رقم (٢ / أ) + (ب) كتاب النشاط صفحة ٨٢

نشاط ثنائي: رقم (٤) كتاب الطالب صفحة ١٣٣

في المثلث ف ت د ، ق (ف) = ٩٥° ، وطول الضلع ف ت = ١٠ م ،
وطول الضلع ف د = ١٥ م احسب :



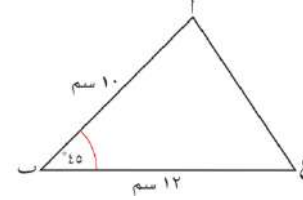
أ) طول الضلع ت د

ب) ق (د)

ج) ق (ت)

الحل

مثال ١- رقم (١) كتاب الطالب صفحة ١٣٣



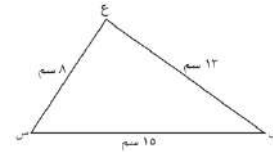
في المثلث أ ب ج ، ق (ب) = ٤٥°
طول الضلع ب ج = ١٢ سم
تقول مني أن طول الضلع أ ج = ٨,٦٢ سم



وضح أن إجابة مني صحيحة.

نشاط فردي: رقم (٣ / أ) + (ب) كتاب النشاط صفحة ٨٣

مثال ٢- رقم (٥) كتاب الطالب صفحة ١٣٣



في المثلث س ص ع ، طول الضلع س ص = ١٥ سم
وطول الضلع ص ع = ١٣ سم ، وطول الضلع ع س = ٨ سم
قام كل من محمد وعلي بإيجاد قياسات زوايا المثلث كالتالي:

علي

محمد

ق (س) = ٦٠°

ق (ص) = ٨٧,٨°

ق (ع) = ٣٢,٢°

ق (س) = ٦٠°

ق (ص) = ٣٢,٢°

ق (ع) = ٨٧,٨°

أي منهما اجابته صحيحة محمد علي ؟ فسر اجابتك.

تابع نشاط جماعي :

(٢) في Δ أ ب ج إذا كان $\hat{أ} = \hat{ب}$ ، $\hat{ج} = ١٢٠^\circ$ ، $س = ٢$ سم

ضع دائرة حول ق (ج)

٥٣. ٥٦. ٥١٢. ٥١٥.

(٣) في المثلث س ص ع إذا كان $\hat{س} = \hat{ص}$

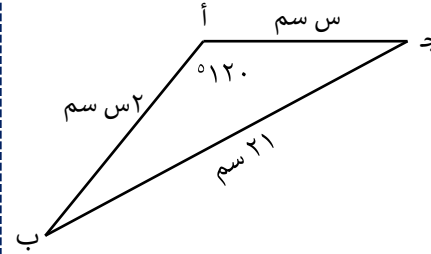
ضع دائرة حول جتا (س)

$\frac{٢(\hat{ص})}{٤}$ $\frac{٤}{٢\hat{ص}}$ $\frac{٤}{٢\hat{ص}}$ $\frac{\hat{ص}}{٢(\hat{س})}$

نشاط اثرائي:

في المثلث أ ب ج المقابل

احسب قيمة س



الحل

نشاط جماعي:

(١) مثلث أطوال أضلاعه ٣ سم ، ٥ سم ، ٧ سم
ضع دائرة حول قياس أكبر زاوية من زوايا المثلث

٥٣. ٥٦. ٥١٢. ٥١٥.

نشاط ختامي:

١) أكمل

إذا كان طول ضلعين في مثلث هي ٤ سم ، ٥ سم وقياس الزاوية بينهما تساوي ٨٠° فإن طول الضلع الثالث لأقرب سم يساوي _____

٢) أ ب ج مثلث فيه ب ج = ٨ سم ، أ ج = ١٠ سم ، جتا ج = $\frac{2}{5}$ ، وضح أن المثلث أ ب ج متطابق الضلعين .

النشاط البيتي : رقم (١) كتاب النشاط صفحة ٨٢ + رقم (٢/د) كتاب النشاط صفحة ٨٣

انتهى ملخص الدرس

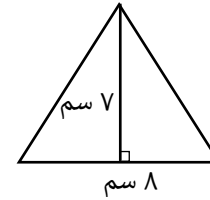
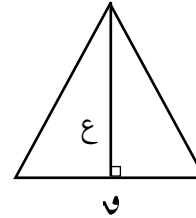
(١٣-٤) مساحة المثلث

تذكر أن:

مساحة المثلث إذا علم طول القاعدة والارتفاع يمكن حسابها من القانون:

$$\text{مساحة المثلث} = \frac{1}{2} \times \text{ع} \times \text{ق}$$

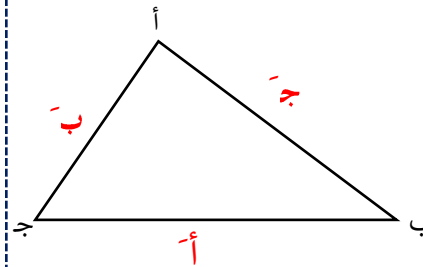
تدريب: أحسب مساحة الشكل المقابل



سؤال: كيف نحسب مساحة المثلث إذا كان الارتفاع أو القاعدة مجهول؟

مساحة المثلث بمعلومية ضلعين وزاوية محصورة بينهما

مساحة المثلث = $\frac{1}{2}$ حاصل ضرب أي ضلعين \times جيب الزاوية المحصورة بينهما



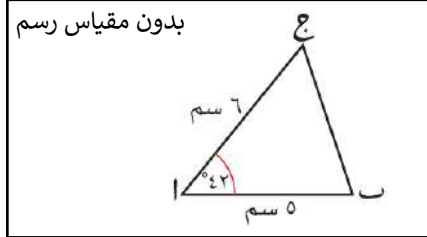
$$= \frac{1}{2} \text{أ-ب} \times \text{ج-أ} \text{ (ج)}$$

$$= \frac{1}{2} \text{ب-ج} \times \text{أ-ب} \text{ (ب)}$$

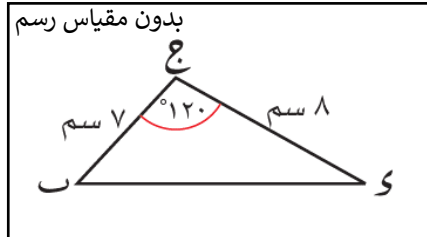
$$= \frac{1}{2} \text{ج-أ} \times \text{ب-ج} \text{ (أ)}$$

مثال: صل كل مثلث بمساحته لأقرب عدد صحيح

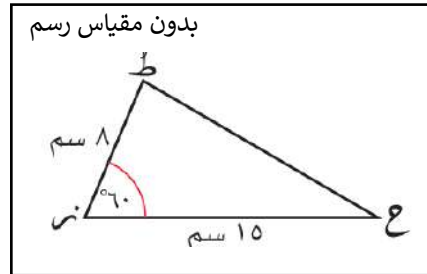
٢٤ سم^٢



٥٢ سم^٢



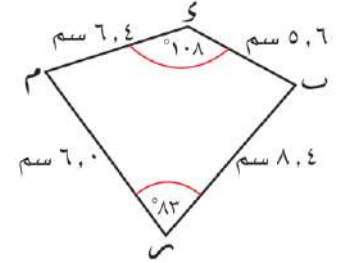
١٠ سم^٢



نشاط فردي (١): رقم ١ أ، ج ص ٨٥ كتاب النشاط

مثال: رقم (٤) كتاب الطالب صفحة ١٣٧

تنبيه: لإيجاد مساحة المضلعات المختلفة تقسم المضلع إلى مثلثات ونوجد مساحة كل منهما ثم نوجد مجموعهما.



تقول لى أن مساحة الشكل المجاور ≈ ٤٢ سم^٢

وضح أن إجابة لى صحيحة.

ملاحظة: لإيجاد مساحة المثلث:

○ إذا كان المعطى قياس زاويتين وطول ضلع واحد تستخدم قانون الجيب لإيجاد طول الضلع الأخر.

○ إذا كان المعطى أطوال الأضلاع الثلاثة نستخدم قانون جيب التمام لإيجاد قياس الزاوية المحصورة بين ضلعين .

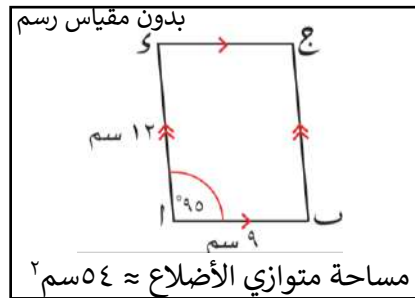
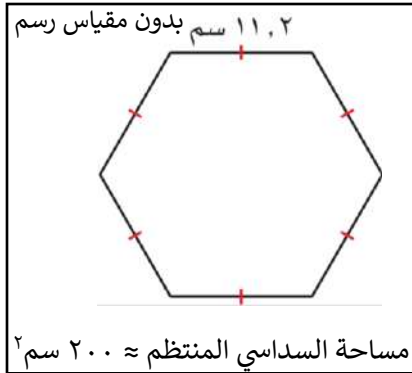
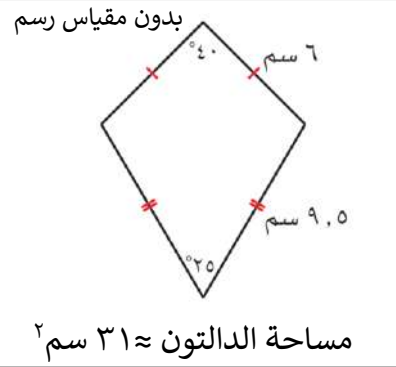
ملاحظة: من خواص متوازي الأضلاع:

- كل ضلعين متقابلين متساويين في الطول

- كل زاويتين متقابلتين متساويتين - كل زاويتين متتاليتين متكاملتين

نشاط فردي (٢): رقم ٥ ص ١٣٧
ضع $\sqrt{}$ في المكان المناسب مع التبرير

صحيح خطأ التبرير



نشاط ثنائي:

المثلث (أ): أطوال أضلاعه ٦ سم، ٦ سم، ٦ سم
المثلث (ب): أطوال أضلاعه ٥ سم، ٦ سم، ٧ سم
أي من هذين المثلثين مساحته أكبر.

محمد



مساحة المثلث (ب)

أحمد



مساحة المثلث (أ)

أي منهما إجابته صحيحة أحمد محمد؟ فسر إجابتك.

نشاط ثنائي: مثلث ٢ ب ج فيه طول أب=٧ سم، طول ب ج = ٨ سم،
طول ٢ ب = ٩ سم، ق(أ) = ٣٠° أرادت جنى إيجاد مساحة المثلث فكان حلها كالتالي:

$$\text{مساحة المثلث} = \frac{1}{2} \times 8 \times 9 \times \text{جا}(٣٠)$$

$$= ١٨ \text{ سم}^2$$



وضح أن حل جنى خاطئ.

نشاط جماعي: مثلث ٢ ب ج فيه أ = ١٣ سم، ق(ج) = ٦٠°

ومساحة سطحه ٨٤ سم^٢

(١) ضع دائرة حول طول بَ مقرباً لأقرب سم

١٥ ١٣ ٧ ٤

(٢) ضع دائرة حول طول جَ مقرباً لأقرب سم

١٥ ١٤ ١٣ ٧

(٣) ضع دائرة حول ق(أ)

٥٣° ٦٨° ١١٢° ١٢٧°

نشاط تعريزي:

(١) مساحة مثلث س ص ع = $\frac{1}{2}$ س ع \times

ضع دائرة حول قيمة المربع المناسبة

جا(ص) جتا(س) جا(س) جتا(ص)

(٢) في المثلث أ ب ج، أ = ٨ سم، ب = ٧ سم، جتا(ج) = $\frac{1}{2}$

ضع دائرة حول مساحة المثلث لأقرب سم^٢

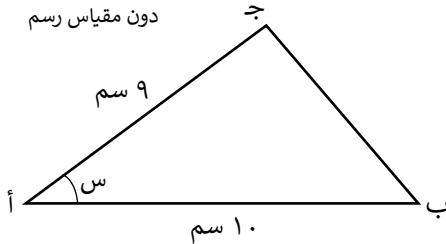
٤٨ ٢٤ ٢٨ ١٤

(٣) ضع دائرة حول الصيغة التي تستخدم لإيجاد مساحة المثلث أ ب ج

$\frac{1}{2}$ أ ج جتا(ج) $\frac{1}{2}$ أ ب جتا(أ) $\frac{1}{2}$ أ ب جتا(ج) $\frac{1}{2}$ أ ب جتا(ب)

نشاط إثرائي:

دون مقياس رسم



مساحة المثلث أ ب ج = ٣٨,٥ سم^٢

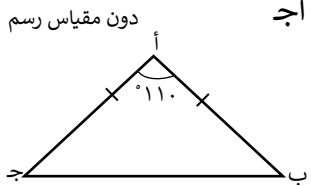
(١) وضح أن هناك قيمتين لـ س.

(٢) احسب قيمة ب ج.

(٢) المثلث أ ب ج متطابق الضلعين، طول أ ب = طول أ ج

مساحته ٨٥ سم^٢

ضع دائرة حول طول أ ج مقربا الناتج لأقرب عدد صحيح



١٨٠ ٩٠ ١٧ ١٣

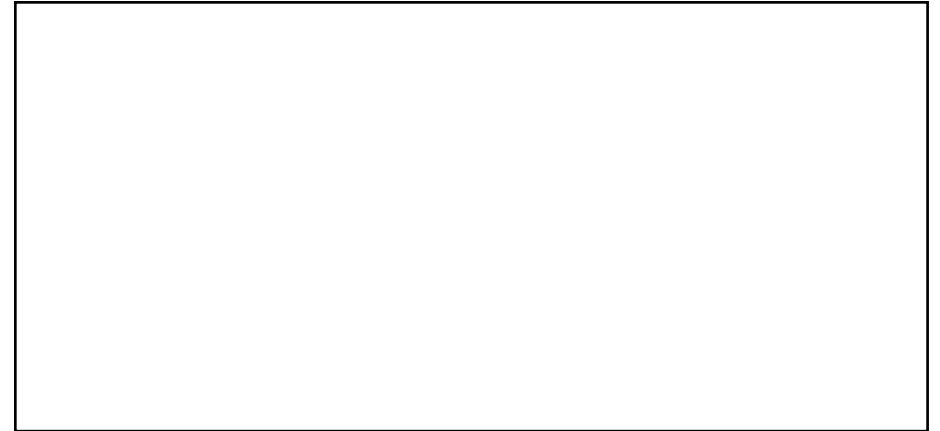
نشاط ختامي:

ينصف قطرا متوازي أضلاع أحدهما الآخر، ويشكلان زاوية قياسها ٤٢° إذا كان طول القطين ٢٦ سم، و ٢٠ سم فأوجد ما يلي:

أ) مساحة متوازي الأضلاع



ب) أطوال الأضلاع



الواجب المنزلي: رقم (٣/ج) كتاب النشاط صفحة ٨٦

انتهى ملخص الدرس

انتهى ملخص الوحدة

فريق العمل

أ. حسن بن أحمد آل سنان

أ. فاطمة الزهراء السيد عبد الوهاب

محافظة شمال الباطنة-مدرسة وادي الحواسنة (١-١٢)

أ. مروة بنت راشد الغنوصية

محافظة جنوب الشرقية - مدرسة السويح (١-١٠)

فريق عطاء بلا حدود

أ. حسن بن أحمد آل سنان
أ. فاطمة الزهراء السيد عبد الوهاب
محافظة شمال الباطنة-مدرسة وادي الحواسنة (١-١٢)

أ. مروة بنت راشد الغبوصية
محافظة جنوب الشرقية - مدرسة السويح (١-١٠)

الصف العاشر

ملخص الوحدة الرابعة عشر

هندسة المتجهات

الفصل الدراسي الثاني

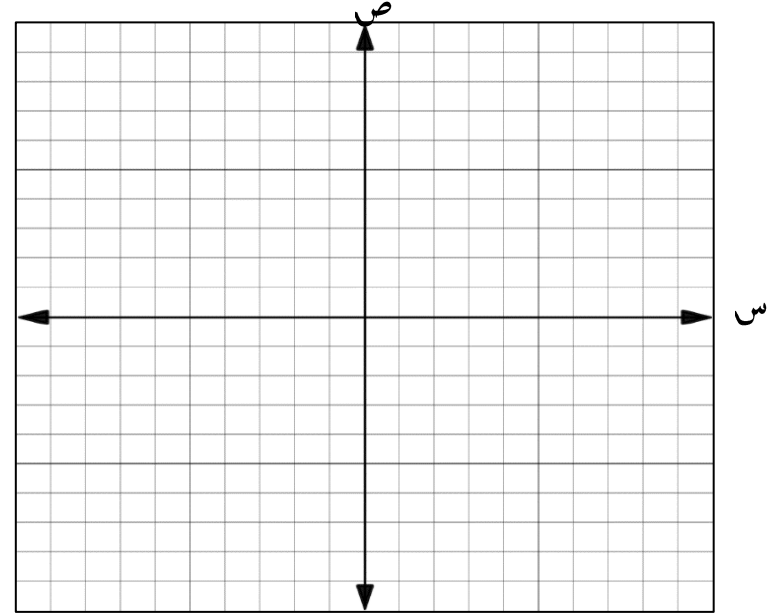
النسخة الأولى: ٢٠٢١/٢٠٢٢م

(١-١٤) المتجهات

التعلم القبلي:

مثل النقاط الآتية على ورقة الرسم البياني التالية:

أ (٤، ٥) ، ب (٣، ٢) ، ج (٢، ١) ، د (٤، ٠) ، هـ (٠، ٤)



التمهيد:

الكميات المتجهة هي كميات توصف بمقدارها واتجاهها

كأن تقول سرعة الرياح القادمة من الجنوب الشرقي (الاتجاه) تبلغ ٣٥ كم/ساعة (المقدار)

أمثلة على كميات متجهة: (السرعة - القوة - الإزاحة - التسارع)

الكميات العددية هي كميات توصف بمقدارها العددي فقط

أمثلة على كميات عددية: (الزمن - درجة الحرارة - المسافة - الكتلة)

اختبر فهمك:

(١) ضع دائرة حول الكمية المتجهة

القوة الحجم المساحة الكتلة

(٢) ضع دائرة حول الكمية العددية

السرعة الإزاحة القوة الطول

صيغة المتجه:

المتجه هو كمية لها مقدارها واتجاهها

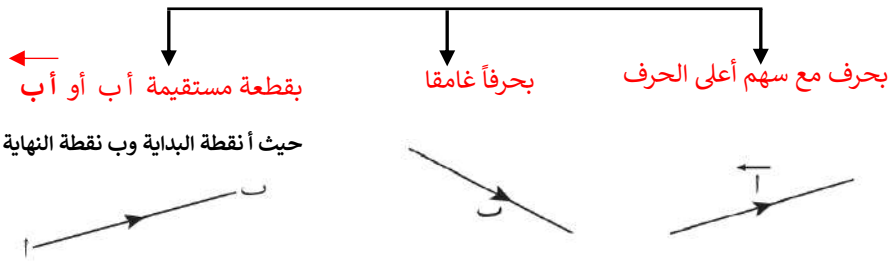
يمثل المتجه بقطعة مستقيمة متجهة

طول القطعة يمثل: مقدار المتجه

والسهم يمثل: اتجاه المتجه

(من نقطة البداية إلى نقطة النهاية)

يمكن أن يمثل المتجه



ملاحظة:

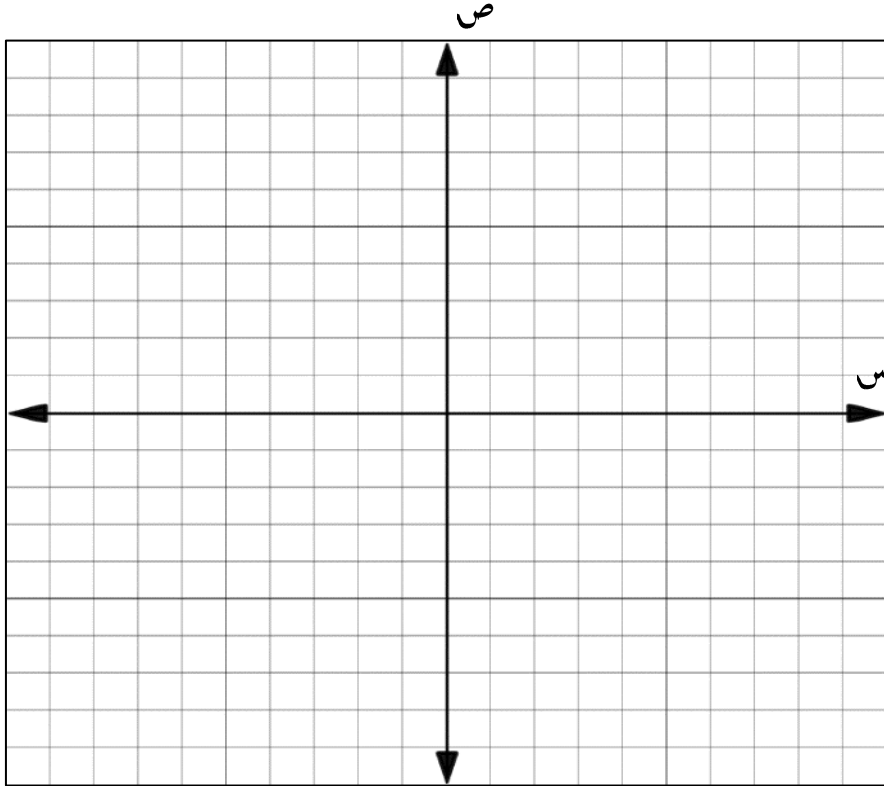
ترتيب الحروف مهم عند كتابة المتجه بقطعة مستقيمة

حيث أ ب يختلف عن ب أ

مثال: مثل كل متجه من المتجهات الآتية على ورقة الرسم البياني:

$$(1) \vec{AB} = \begin{pmatrix} 5 \\ 2 \end{pmatrix} \quad (2) \vec{HO} = \begin{pmatrix} 2 \\ -4 \end{pmatrix} \quad (3) \vec{SE} = \begin{pmatrix} 1 \\ -3 \end{pmatrix}$$

$$(4) \vec{ZC} = \begin{pmatrix} 0 \\ -5 \end{pmatrix} \quad (5) \vec{MR} = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix} \quad (6) \vec{KL} = \begin{pmatrix} 2 \\ -4 \end{pmatrix}$$



نشاط فردي: رقم (١) كتاب النشاط صفحة ٩٣

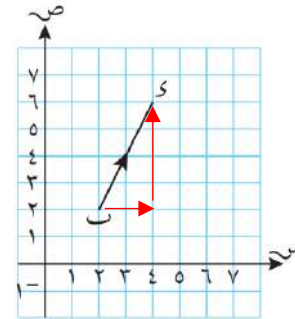
كتابة المتجه في صورة زوج مرتب (متجه رأسي)

يمكن كتابة المتجه \vec{AB} في الصورة الرأسية (س) وهذا يعني حركة مقدارها س وحدة باتجاه المحور السيني (يمين أو يسار) من النقطة أ ثم حركة مقدارها ص وحدة باتجاه المحور الصادي (أعلى أو أسفل) لنصل للنقطة ب

مثال توضيحي:

لتمثيل المتجه $\vec{BD} = \begin{pmatrix} 2 \\ -4 \end{pmatrix}$ نتبع الخطوات الآتية:

(١) نبدأ من النقطة ب ونتحرك بمقدار وحدتين في الاتجاه الموجب لمحور السينات ثم ٤ وحدات في الاتجاه الموجب المحور الصادات لنصل للنقطة د.



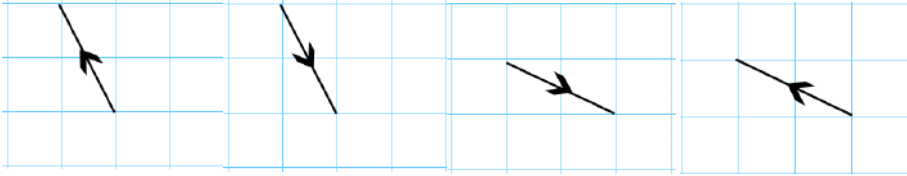
(٢) نصل بين النقطتين ب د
(٣) نحدد اتجاه السهم

ملاحظات هامة:

- يمكن أن تختار أي نقطة على الورقة كنقطة بداية للمتجه
- الإشارة الموجب (+) تعني الحركة لليمن أو للأعلى
- الإشارة السالب (-) تعني الحركة لليساار أو للأسفل

نشاط جماعي :

ضع دائرة حول التمثيل الصحيح للمتجه $\vec{a} = (-2, 1)$

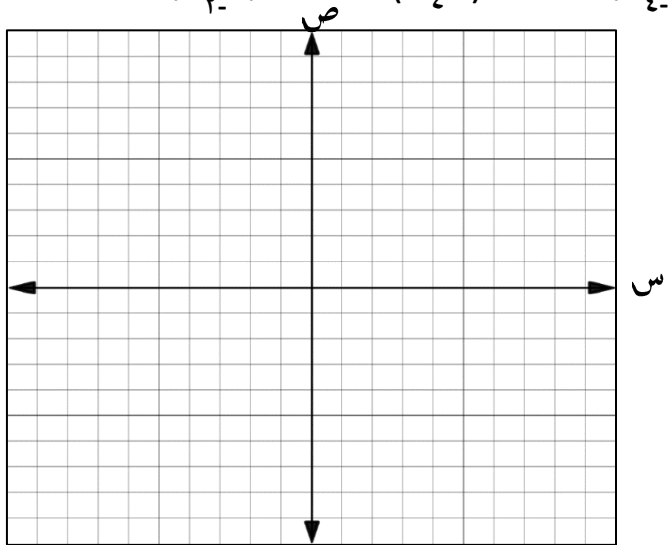


نشاط إثرائي:

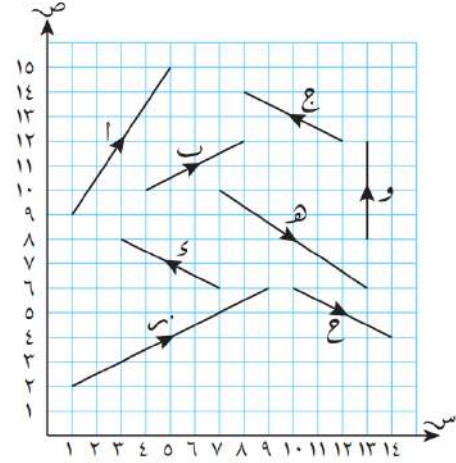
١) إذا كانت النقطة أ (٤، -١) ، ب (٠، -٣)

ضع دائرة حول المتجه الرأسي للمتجه \vec{AB}

(٤، -٤) (٤، -٢) (٤، -٤) (٤، -٢)



نشاط ثنائي: استخدم الشكل المقابل للإجابة عن الأسئلة التالية :



١) صل كل متجه بالمتجه الرأسي المساوي له

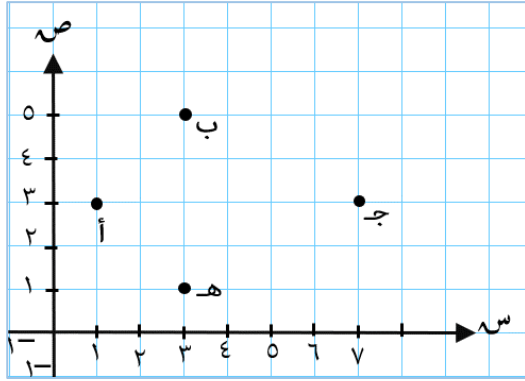
(٤، -٢)	$\vec{ج}$
(٠، ٤)	$\vec{ب}$
(٤، ٢)	$\vec{أ}$
(٤، ٦)	$\vec{ح}$
(٤، -٢)	$\vec{و}$

٢) ضع دائرة حول المتجه الرأسي للمتجه $\vec{ز}$

(٨، -٤) (٨، -٤) (٤، ٨) (٨، ٤)

تقويم ختامي:

أ، ب، ج، هـ نقاط على المستوى الإحداثي
أكتب متجه رأسي لكل متجه من المتجهات الآتية:



(١) أ ب = \leftarrow

(٢) أ ج = \leftarrow

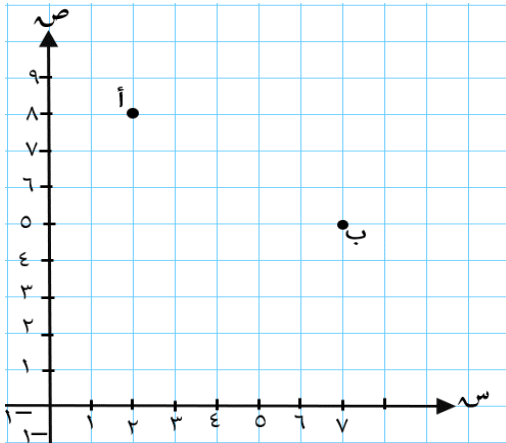
(٣) أ هـ = \leftarrow

(٤) هـ ج = \leftarrow

(٥) ب هـ = \leftarrow

النشاط البيتي:

أ، ب نقاط في المستوى الإحداثي ب ج = \leftarrow (٤-)



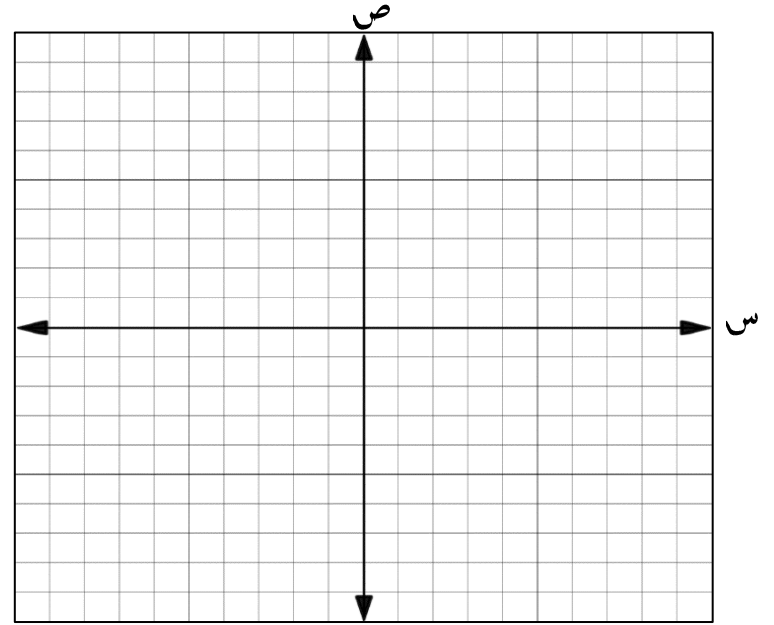
(١) حدد موقع النقطة ج
على المستوى الإحداثي

(٢) أكتب المتجه الرأسي
للمتجه أ ج

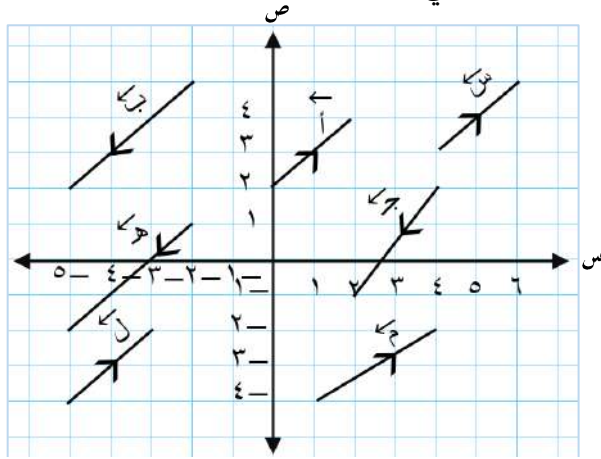
تابع النشاط الإثرائي:

(٢) المتجه الرأسي للمتجه أ ب = \leftarrow (٣ ٤) ، أ (٢-، ١)
ضع دائرة حول احداثيات النقطة ب

(٢-، ٤) (٢، ٤) (٣، ٤) (٤، ٢)



مثال: من خلال الشكل التالي



(١) حدد كل المتجهات المساوية أ.

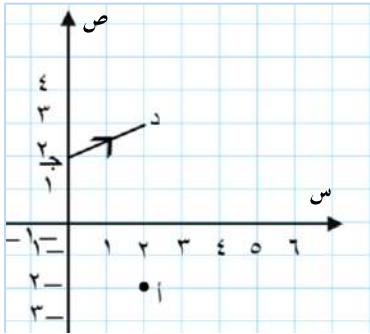
(٢) ضع دائرة حول المتجه الذي يساوي ب.

جـ هـ م ل هـ م ل هـ م ل

نشاط فردي:

ج د = أ ب

عين موقع النقطة ب على الرسم البياني

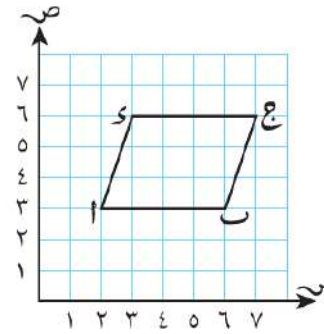


(٢-١٤) المتجهات المتوازية

التعلم القبلي: تمرين رقم (٣) كتاب الطالب صفحة ١٤٩

في الرسم البياني المجاور أ ب ج د، متوازي أضلاع.

اكتب المتجهات الرأسية لكل من:



أ ا ب، د ج

ب ب ج، ا د

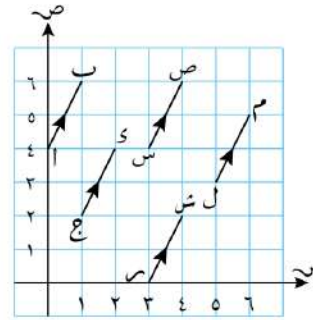
ج ماذا تقول عن زوجي المتجهات في الجزئيتين أ، ب؟

المتجهات المتساوية: هي متجهات لها نفس الطول والاتجاه وغير مهم أن يكون لها نفس نقطة البداية.

ففي الشكل المقابل:

أ ب، ج د، س ص، ل م، ر ش متجهات متساوية.

أ ب = ج د = س ص = ل م = ر ش = (١)



نشاط ثنائي:

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 5 \\ 12 \end{pmatrix}, \vec{b} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} + \vec{c}$$

$$\vec{a} = \vec{b}$$

وضح أن: $\vec{c} = \vec{a} + \vec{b}$

الحل

ضرب المتجه في مقدار عددي

إذا ضرب $\vec{a} = \begin{pmatrix} s \\ v \end{pmatrix}$ في المقدار العددي ك فإنه ينتج متجه موازي للمتجه \vec{a} ($\vec{a} // \vec{ka}$)

$$\vec{ka} = \begin{pmatrix} ks \\ kv \end{pmatrix}$$

إذا كانت ك سالبة
يكون للمتجهين \vec{a} ، \vec{ka}
اتجاهان متعاكسان
مثل: $\vec{a} = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix}$

إذا كانت ك موجبة
يكون للمتجهين \vec{a} ، \vec{ka}
نفس الاتجاه
مثل: $\vec{a} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$

مثال: رقم (١) كتاب الطالب صفحة ١٥١.

إذا كان $\vec{a} = \begin{pmatrix} 3 \\ -7 \end{pmatrix}$ ، فاحسب:

- أ $\vec{a} = \begin{pmatrix} 3 \\ -7 \end{pmatrix}$ ب $\vec{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ 7 \end{pmatrix}$ ج $\vec{a} = \begin{pmatrix} -2 \\ -7 \end{pmatrix}$
- د $\vec{a} = \begin{pmatrix} -3 \\ -7 \end{pmatrix}$ هـ $\vec{a} = \begin{pmatrix} -3 \\ 7 \end{pmatrix}$ و $\vec{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ 7 \end{pmatrix}$

نشاط فردي:

إذا كان $\vec{a} = \begin{pmatrix} 2 \\ -4 \end{pmatrix}$ ، $\vec{b} = \begin{pmatrix} 2 \\ -4 \end{pmatrix}$

صل كل متجه بصورته الرأسية الصحيحة .

$$\begin{pmatrix} 3 \\ -7 \end{pmatrix}$$

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 2 \\ -4 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1,5 \\ 3 \end{pmatrix}$$

$$\vec{b} = \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 4 \\ -8 \end{pmatrix}$$

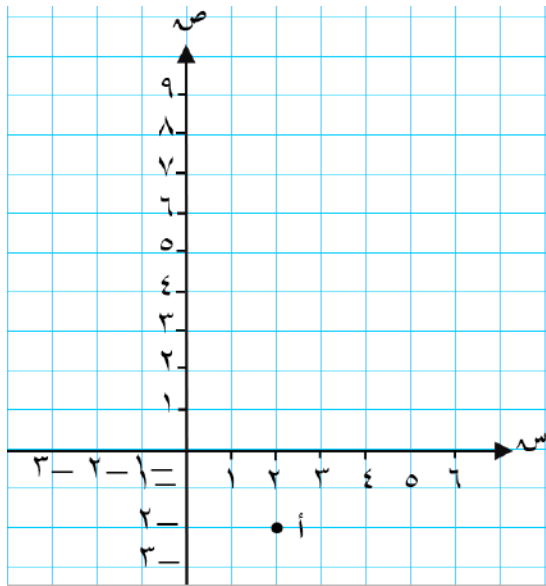
$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 1,5 \\ -4 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 3 \\ -7 \end{pmatrix}$$

$$\vec{b} = \begin{pmatrix} 3 \\ -4 \end{pmatrix}$$

نشاط ختامي:

باستخدام التمثيل البياني المقابل.



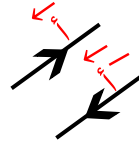
(١) ارسم المتجهين $\vec{أب} = (٢)$ ، $\vec{أج} = (٢-)$

(٢) أ ب ج د متوازي أضلاع اكتب إحداثيات النقطة د .

الواجب المنزلي: رقم (٢) كتاب الطالب صفحة ١٥١

ملاحظات مهمة:

- (١) لا يمكن ضرب المتجهات بعضها في بعض.
- (٢) معكوس (سالب) المتجه $\vec{أ}$ هو متجه له نفس مقدار المتجه $\vec{أ}$ ولكنه في اتجاه معاكس له.



أ معكوسة - $\vec{أ}$ ينتج من ضرب المتجه $\vec{أ}$ في (-١)

$$\vec{أب} = - \vec{بأ}.$$

نشاط ثنائي:

أكمل:

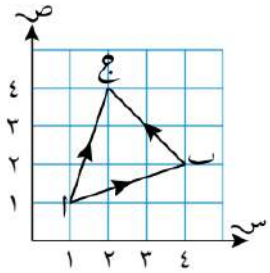
(١) $\vec{أ} = (٢-)$ ، $\vec{ج} = (١+)$ ، $\vec{أ} ، \vec{ج}$ متوازيان .
قيمة ك = _____

(٢) $\vec{أ} = (٢)$ ، $\vec{ب} = (٢)$ ، $\vec{أ} = ٢ \vec{ب}$
قيمة ك = _____

قيمة م = _____

(٣) $\vec{أ} = (٤-)$ ، $\vec{ب} = (١٦-)$ ، $\vec{ب} = ك \vec{أ}$
قيمة ك = _____

جمع المتجهات:

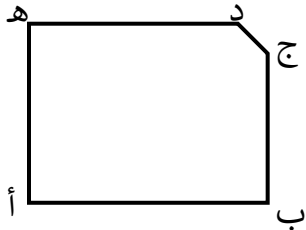


سحب النقطة أ إلى ب ثم سحبها مرة أخرى لينتهي عند النقطة ج تكافئ (تساوي) سحب أ إلى ج مباشرة أي أن:

$$\vec{أب} + \vec{بج} = \vec{أج}$$

مثال: مناقشة مثال (٥) كتاب الطالب صفحة ١٥٣

مثال:



(١) اعتماداً على الشكل المجاور

اكتب المتجه الذي يمثل ناتج الجمع:

(١) $\vec{بج} + \vec{أج} =$ _____

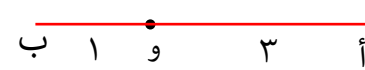
(٢) $\vec{أب} + \vec{بج} =$ _____

(٣) $\vec{بأ} + \vec{أه} + \vec{هج} =$ _____

(٣-١٤) حساب المتجهات.

التعلم القبلي:

(١) إذا كانت (و) تقسم القطعة المستقيمة أب بنسبة ١ : ٣ فإن:



أو $\frac{٢}{٣} = \vec{أب}$

وب $\frac{١}{٣} = \vec{أب}$

وب $\frac{١}{٣} = \vec{أب}$ أو $\frac{١}{٣} = \vec{أب}$ أو $\frac{١}{٣} = \vec{أب}$

(٢) إذا كان:

$\vec{أ} = \begin{pmatrix} ١ \\ ١ \end{pmatrix}$ ، $\vec{ج} = \begin{pmatrix} ٤ \\ ٢ \end{pmatrix}$ أوجد متجه رأسيا يساوي:

(٢) $\frac{١}{٢} \vec{ج}$

(١) $\frac{١}{٤} \vec{أ}$

(٤) $\vec{أ}$

(٣) $٢ \vec{ج}$

طرح المتجهات:

طرح متجه (ب) من متجه آخر (أ) هو جمع المتجه أ مع سالب المتجه ب

$$\vec{a} - \vec{b} = \vec{a} + (-\vec{b})$$

انتبه:

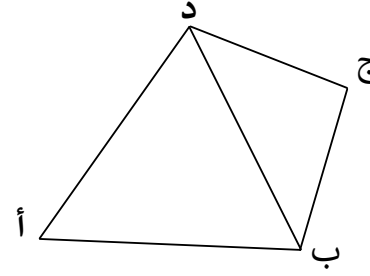
$$\vec{a} - \vec{b} = \vec{a} + \vec{c} = \vec{a} + \vec{b} = \vec{a} + \vec{c} = \vec{a} - \vec{b}$$

ترتيب

(٢) من الشكل المجاور

ضع دائرة حول ناتج جمع

$$\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} + \vec{d}$$



أد

دأ

دب

بأ

قاعدة جمع المتجهات: (طريقة القمة - القاع أو قانون المثلث):

لكي توجد ناتج جمع المتجهات

اجمع قيم س المتناظرة واجمع قيم ص المتناظرة.

$$\begin{pmatrix} 2س + 1س \\ 2ص + 1ص \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2س \\ 2ص \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1س \\ 1ص \end{pmatrix}$$

$$(ح) \frac{1}{3} \vec{ج} + \frac{1}{3} (\vec{أ} - \vec{ب})$$

$$(ز) \frac{1}{3} (\vec{أ} - \vec{ب})$$

مثال: رقم (٣) كتاب الطالب صفحة ١٥٥

$$\vec{أ} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \vec{ب} = \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \end{pmatrix}, \vec{ج} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}, \text{ احسب:}$$

$$(ب) \vec{أ} - \vec{ب}$$

$$(أ) \vec{أ} + \vec{ب}$$

نشاط فردي:

$$\vec{أ} = \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \end{pmatrix}, \vec{ب} = \begin{pmatrix} -4 \\ 3 \end{pmatrix}$$

يقول محمد: أن $\vec{أ} - \vec{ب}$ في صورة
متجه رأسي يساوي $\begin{pmatrix} 12 \\ 7 \end{pmatrix}$



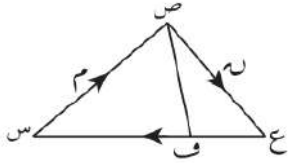
وضح أن إجابة محمد صحيحة.

الحل

$$(و) \vec{أ} - \vec{ج}$$

$$(هـ) \frac{1}{2} \vec{ب} - \vec{ج}$$

نشاط فردي : رقم (٥) كتاب الطالب صفحة ١٥٥



في المثلث المجاور: س ص ع
 $\vec{ص} = \vec{م}$ ، $\vec{ص} = \vec{ع}$ ، $\vec{ع} = \frac{1}{4} \vec{س}$ (س ع)

ضع علامة (✓) في المكان المناسب مع التبرير

العبارة صح خطأ التبرير

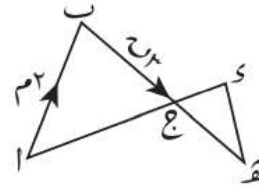
$\vec{س} = \vec{ع}$ بدلالة م ، ن تساوي م + ن

$\vec{س} = \frac{3}{4}(\vec{م} + \vec{ن})$ بدلالة م ، ن تساوي

$\vec{ص} = \frac{3}{4}\vec{م} + \frac{1}{4}\vec{ن}$ بدلالة م ، ن تساوي

مثال : مناقشة مثال (٧) الكتاب المدرسي صفحة ١٥٤

مثال: رقم (٤) كتاب الطالب صفحة ١٥٥



في الشكل المجاور: ب هـ ، أ د قطعتان مستقيمتان
 تتقاطعان عند النقطة ج ، $\vec{أب} = 2\vec{م}$ ، $\vec{بج} = 3\vec{ن}$
 تقسم النقطة ج القطعة المستقيمة أ د بنسبة ١ : ٢
 وتقسم القطعة المستقيمة ب هـ بنسبة ١ : ٣
 أكتب بدلالة م ، ن كل متجه من المتجهات التالية:

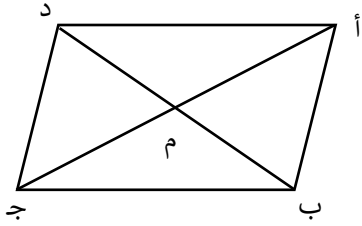
(ب) $\vec{ج} = \vec{د}$

(أ) $\vec{أ} = \vec{ج}$

(د) $\vec{هـ} = \vec{د}$

(ج) $\vec{ج} = \vec{هـ}$

نشاط تعريزي:



أ ب ج د متوازي أضلاع ، م نقطة تقاطع قطرية

أكمل:

(١) $\vec{أب} =$ _____

(٢) $\vec{بج} =$ _____

(٣) $\vec{أب} + \vec{بج} =$ _____

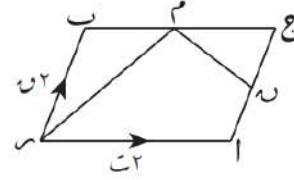
(٤) $\vec{أج} + \vec{جأ} =$ _____

(٥) $\vec{أب} - \vec{أم} =$ _____

(٦) $\vec{أب} + ٢\vec{بم} =$ _____

سجل ملاحظاتك

نشاط جماعي: رقم (٦) كتاب الطالب صفحة ١٥٥



في الشكل المجاور: رأ ج ب متوازي أضلاع

حيث $\vec{أ} = ٢\vec{ت}$ ، $\vec{ب} = ٢\vec{ق}$ ، م منتصف ب ج

ن منتصف أ ج .

صل كل عبارة بما يناسبها

ت - ق

أ ب بدلالة ت ، ق

٢ ق - ٢ ت

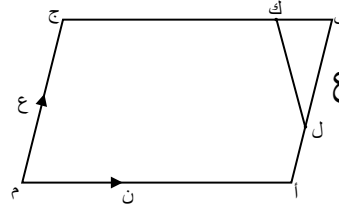
ر ن بدلالة ت ، ق

٢ ت + ق

م ن بدلالة ت ، ق

سجل ملاحظاتك

نشاط إثرائي:



(١) الشكل المجاور: م أ ب ج متوازي أضلاع
أ ل = ب ج ك = ٣ ك ف ، م ج = ع ، م أ = ن
أوجد ك ل بدلالة ن ، ع في أبسط صورة

الحل

(٢) إذا كان $\vec{أ} = (-٤, ٤)$ ، $\vec{ب} = (٣, ٢)$ ، $\vec{ج} = (-٤, ٤)$
ل أ - م ب = ج ، وضح أن ل + م = ٣

الحل

التقويم الختامي : رقم (٢) كتاب النشاط صفحة ٩٦

النشاط البيتي : رقم (١) كتاب النشاط صفحة ٩٦

انتهى ملخص الوحدة

فريق العمل

أ. حسن بن أحمد آل سنان

أ. فاطمة الزهراء السيد عبد الوهاب

محافظة شمال الباطنة-مدرسة وادي الحواسنة (١-١٢)

أ. مروة بنت راشد الغنبوصية

محافظة جنوب الشرقية - مدرسة السويح (١-١٠)