

## ملخص الوحدة التاسعة: المزيد من المعادلات



### تم تحميل هذا الملف من موقع المناهج العمانية

موقع فايلاتي ← المناهج العمانية ← الصف العاشر ← رياضيات ← الفصل الثاني ← ملفات متنوعة ← الملف

تاريخ إضافة الملف على موقع المناهج: 22:49:13 2026-06-07

ملفات اكتب للمعلم اكتب للطالب | الاختبارات الالكترونية | اختبارات | حلول | عروض بوربوينت | أوراق عمل  
منهج انجليزي | ملخصات وتقارير | مذكرات وبنوك | الامتحان النهائي للمدرس

المزيد من مادة  
رياضيات:

إعداد: حسن بن أحمد آل سنان، فاطمة الزهراء السيد عبد الوهاب، مروة بنت راشد الغنوصرية

### التواصل الاجتماعي بحسب الصف العاشر



صفحة المناهج  
العمانية على  
فيسبوك

### المزيد من الملفات بحسب الصف العاشر والمادة رياضيات في الفصل الثاني

مراجعة على الوحدة التاسعة (المزيد من المعادلات)	1
تدريبات على الإكمال إلى مربع وحل المعادلات آنياً ورسم الدوال التربيعية	2
سؤال قصير (1-9) الإكمال إلى مربع	3
سؤال قصير (1) في الرياضيات	4
سؤال قصير (1) لمادة الرياضيات	5

# فريق عطاء بلا حدود

أ. حسن بن أحمد آل سنان  
أ. فاطمة الزهراء السيد عبد الوهاب

محافظة شمال الباطنة-مدرسة وادي الحواسنة (١-١٢)

أ. مروة بنت راشد الغنوصية

محافظة جنوب الشرقية - مدرسة السويح (١-١٠)

# الصف العاشر

ملخص الوحدة التاسعة

المزيد من المعادلات

الفصل الدراسي الثاني

النسخة الأولى: ٢٠٢١/٢٠٢٢م

٤) أوجد حل المعادلات التربيعية الآتية بإخذ الجذر التربيعي



(٢)  $٩س^٢ + ١٦ = ٠$

(١)  $س^٢ - ٤ = ٠$

(٤)  $٩ = (س-٢)^٢$

(٣)  $٢٠ = ٥ - س^٢$

٥) أوجد ناتج الضرب في أبسط صورة



(٢)  $(٣+س)(٣-س)$

(١)  $س(١+س)$

(٣)  $(٣-س)(١-س)$

(٣)  $(٥-س)(١+س)$

١) المعادلة التربيعية هي معادلة من الدرجة الثانية على الصورة:

$أس^٢ + ب س + ج = ٠$  ، حيث  $أ \neq ٠$

✓ حل المعادلة التربيعية هو إيجاد قيمة س التي تحقق طرفي المعادلة.  
 ✓ المعادلة التربيعية يمكن أن يكون لها حلان (جذران) مختلفان أو متساويان ويمكن أن لا يكون لها حلول.

٢) تذكر أن: إذا كان  $أ \times ب = ٠$  فإن  $أ = ٠$  أو  $ب = ٠$

إذا كان  $س(س-٢) = ٠$  فإن  $س = ٢$  أو  $س = ٠$

فإن  $س = ٢$  أو  $س = ٣$

$س = ٢$  أو  $س = ٣$

مثال توضيحي



٣) أوجد حل المعادلات التربيعية

الآتية بالتحليل إلى عوامل:

تذكر: أن تعيد كتابة المعادلة لتكون معادلة صفرية إذا لم تكن كذلك

(٢)  $س^٢ - ٤س - ٤ = ٠$

(١)  $س^٢ + ٧س + ١٢ = ٠$

(٤)  $س^٢ - ٩ = ٠$

(٣)  $س^٢ - ٥س + ٢ = ٠$

اختبر فهمك:

(١) إذا كانت كل عبارة جبرية مما يلي تمثل مربع كامل ، فأكمل :

$$(أ) \quad ١٤س + ٤٩ = ٢( \square + \square )$$

$$(ب) \quad ٦س - ٩ = ٢( \square - \square )$$

$$(ج) \quad ١٠أب - ٢٥ب = ٢( \square )$$

(٢) أوجد قيمة ك التي تجعل العبارة مربعا كاملا :

$$(أ) \quad ٨س + ك$$

$$(ب) \quad ٤س + ك + ٢٥$$



(٦) تذكر أن :  $(أ + ب) = ٢ + ٢أ + ٢ب$

$(أ - ب) = ٢ - ٢أ + ٢ب$

فك وبسط :



$$(٢) \quad ٢(٢-س)$$

$$(١) \quad ٢(٦+س)$$

(٧) العبارة الجبرية  $٢س + ٢ص + ص$  تسمى مربع كامل

إذا تحققت الشروط التالية :

✓ الحد الأول والثالث مكتوبين في صورة مربع كامل.

✓ الحد الأوسط =  $\sqrt{\text{الحد الأول}} \times \sqrt{\text{الحد الثالث}}$

✓ يمكن تحليل المربع الكامل بالصورة الآتية :

$$\left( \sqrt{\text{الحد الأول}} \pm \sqrt{\text{الحد الثالث}} \right)^2$$

$$٢س \pm ٢ص + ص = ٢(س \pm ص)$$

نفس إشارة الحد الأوسط

## الإكمال إلى مربع (١-٩)

الإكمال إلى مربع هي طريقة لكتابة العبارة التربيعية  $أس^٢ + ب س + ج$  على الصورة  $أ (س + ك)^٢ + د$

مثال توضيحي

أكتب العبارة الجبرية  $س^٢ + ٦س + ٥$  في صورة  $(س + أ)^٢ + ب$



الحل:

(١) نوجد قيمة المقدار  
معامل  $س$   $= \frac{٦}{٢} = ٣$

$$س^٢ + ٦س + ٥ = (س + ٣)^٢ - ٤$$

$$= (س + ٣)^٢ - ٤$$

(٢) نضيف ونطرح ٩ من العبارة الجبرية

$$= (س + ٣)^٢ - ٤ = ٥ - ٩ + ٩ + ٦س + ٥$$

ملاحظة: إذا كانت  $س^٢ + ك س + ج = (س + أ)^٢ + ب$

$$أ = \frac{\text{معامل } س \text{ بإشارته}}{٢} = \frac{ك}{٢} = \frac{٦}{٢} = ٣$$

$$ب = ج - (\text{معامل } س)^٢ = ٥ - ٩ = -٤$$

## نشاط فردي:

حوط الصورة  $(س + أ)^٢ + ب$  ، المناسبة للعبارة الجبرية  $س^٢ - ٢س - ١٧$

$١٦ - (١ + س)^٢$

$١٨ - (١ - س)^٢$

$١٦ + (١ - س)^٢$

$١٨ - (١ + س)^٢$

نشاط جماعي: صل كل عبارة جبرية بالصورة  $(س + أ)^٢ + ب$  المناسبة لها

$$٣٠٠ - (١٠ + س)^٢$$

$$س^٢ - ٣س - ٣$$

$$٥ + (٣ + س)^٢$$

$$س^٢ - ٢٠س + ٤٠٠$$

$$٣٠٠ + (١٠ - س)^٢$$

$$س^٢ + ٦س + ١٤$$

$$\frac{٢١}{٤} - (س - \frac{٣}{٢})^٢$$



## حل المعادلات التربيعية بالإكمال إلى مربع :

تستخدم طريقة الإكمال إلى مربع لحل المعادلات التربيعية التي لا يمكن حلها باستخدام التحليل إلى عوامل

**مثال:** حل كل معادلة من المعادلات التربيعية التالية بالإكمال إلى مربع وأكتب الناتج مقربا إلى أقرب منزلتين عشريتين

$$(١) \text{ س } ١٢ - ٢ = ١ - ٠$$

**حل توضيحي:**

$$(١) \text{ ننقل الحد الثابت إلى الطرف الأيسر } \text{س } ١٢ - ٢ = ١ - ٠$$

$$(٢) \text{ نضيف } (١٢) = ٣٦ \text{ (لطرفين)}$$

$$\text{س } ١٢ - ٢ + ٣٦ = ١ - ٠ + ٣٦$$

$$(٣) \text{ الطرف الأيمن أصبح مربع كامل نحله } (٦ - \text{س}) = ٣٥$$

(٤) نأخذ الجذر التربيعي للطرفين ونحل

$$\sqrt{\text{س} - ٦} = \sqrt{٣٥}$$

$$\sqrt{\text{س} - ٦} = \sqrt{٣٥}$$

$$\sqrt{\text{س} - ٦} = \sqrt{٣٥} \quad \text{أو} \quad \sqrt{\text{س} + ٦} = \sqrt{٣٥}$$

$$\text{س} = ٠,٠٨$$

أو

$$\text{س} = ١١,٩٢$$

**ملاحظة:**

يمكن كتابة العبارة الجبرية  $\text{س}^٢ + ٦\text{س} + ٩$  في صورة  $(\text{س} + \frac{٣}{٢})^٢ - (\frac{٣}{٢})^٢$

$$\text{مثال: (١) س } ٦ + ٢ = ٩ + ٢(٣ + \text{س})$$

$$(٢) \text{ س } ٣ - ٢ = (\text{س} - \frac{٣}{٢})^٢ + \frac{٩}{٤}$$

**نشاط فردي:** إذا كان  $\text{س}^٢ - ٩ = ١٢ + (\text{س} - ٢)$  ، أوجد قيمة كلا من أ ، ب

**الحل:**



**نشاط إثرائي:**

(١) إذا كان  $\text{س}^٢ + ٦\text{س} + ٩ = (\text{س} + ٢)^٢ + ج$  ، وكان أ + ج = ٧ حو ط قيمة ج

$$٣ \quad \circ \quad ٨ - \quad \circ \quad ١ \quad \circ \quad ٢ - \quad \circ$$

(٢) ضع العبارة التربيعية  $\text{س}^٢ - ١٦ = ٣٠ + (\text{س} + ٢)^٢$  على الصورة  $(\text{س} + ٢)^٢ + ج$

**الحل:**



- نضع المعادلة على الصورة  
أس<sup>٢</sup> + ب س + ج = ٠
- نقسم المعادلة على ٣  
نضيف ونطرح  $(\frac{٢}{٣})^2 = ١$

$$(٣) \quad ٣س^٢ = ٢(٣س+٢)$$

الحل:  $٣س^٢ = ٦س + ٤$

أكمل الحل ...



$$(٢) \quad ٢س - ٥ = \frac{٢}{س}$$

- \* نضع المعادلة على الصورة  
أس<sup>٢</sup> + ب س + ج = ٠
- \* بضرب الطرفين  $\times س$

الحل:  $س \times (س - ٥) = ٢$

$$س^٢ - ٥س = ٢$$

أكمل الحل ...



### نشاط ختامي :

قام كل من أحمد وهبة بحل المعادلة التربيعية  
س<sup>٢</sup> + ٨س - ٢٠ = ٠ باستخدام الاكمال إلى مربع كما يأتي أيهما  
قام بالحل بطريقة صحيحة؟ أحمد  هبة

#### حل هبة

$$س^٢ + ٨س - ٢٠ = ٠$$

$$س^٢ + ٨س = ٢٠$$

$$س^٢ + ٨س + ١٦ = ٢٠ + ١٦$$

$$٢٠ = (س + ٤)^٢$$

$$\sqrt{٢٠} \pm = س + ٤$$

$$\sqrt{٢٠} \pm = س - ٤$$

$$س \approx ٧,٤٧ ، س \approx -٧,٤٧$$

#### حل أحمد

$$س^٢ + ٨س - ٢٠ = ٠$$

$$س^٢ + ٨س = ٢٠$$

$$س^٢ + ٨س + ١٦ = ٢٠ + ١٦$$

$$٣٦ = (س + ٤)^٢$$

$$٦ \pm = س + ٤$$

$$٦ \pm = س - ٤$$

$$س = ٢ ، س = -١٠$$

### الواجب المنزلي

رقم (٣) { أ ، ب ، ج } كتاب النشاط صفحة ١٦



نشاط فردي: إذا كانت العبارة الجبرية س<sup>٢</sup> - ٤س + ٢ يمكن وضعها على  
الصورة (س + أ)<sup>٢</sup> + ب

أ =  ب =

٢) استخدم إجابتك في السؤال (١) لحل المعادلة س<sup>٢</sup> + ٤س - ٦ = ٠

وأكتب الناتج مقرباً إلى أقرب منزلتين عشريتين

#### الحل:



### نشاط جماعي :

تقول فاطمة



حل المعادلة التربيعية (س - ٤)(س + ٢) = ٥ -  
بالإكمال إلى مربع هو  $\sqrt{١٢} \pm ١$

هل ما تقوله فاطمة  صح  خطأ ، فسر إجابتك

#### الحل:



مثال (١): حل كل معادلة من المعادلات التالية بالتحليل إلى عوامل والصيغة التربيعية

(ب)  $s^2 + 9s + 36 = 0$

(أ)  $s^2 + 7s + 12 = 0$

مثال (٢): حل كل معادلة من المعادلات التالية باستخدام الصيغة التربيعية قَرِّب إجابتك إلى عدد مكوّن من ٣ أرقام معنوية عند الضرورة.

(ب)  $s^2 - 2s - 1 = 0$

(أ)  $s^2 + 6s - 1 = 0$

(د)  $\gamma = s + \frac{1}{s}$

(ج)  $9 = (s+5)(s+7)$

## الصيغة التربيعية (٢ - ٩)

تذكر أن: المعادلة التربيعية هي معادلة على الصورة  $أس^٢ + ب س + ج = ٠$  ،  $أ \neq ٠$

التعلم القبلي:

(١) عين المعاملات أ، ب، ج للمعادلات الآتية:

(أ)  $s^2 + 3s + 2 = 0$       (ب)  $(s+7)(s-5) = 9$

(٢) إذا كان  $أس^٢ + ب س + ج = ٠$  ،  $٨ - ٣(س+٤)$  حوط قيمة أ - ب - ج

$٧ \circ$        $١ \circ$        $٧ \circ$        $٢٣ - \circ$

تعريف: يمكن حل المعادلة التربيعية  $أس^٢ + ب س + ج = ٠$  حيث  $أ \neq ٠$ .

بالصيغة التربيعية على النحو:

حيث  $s = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$        $b^2 - 4ac \geq 0$

ملاحظات مهمة

يجب وضع المعادلة التربيعية على صورة  $أس^٢ + ب س + ج = ٠$

الرمز  $\pm$  في الصيغة يدل على ضرورة إيجاد قيمتين

يمكن استخدام الصيغة التربيعية لحل المعادلة التربيعية في كل الحالات

### نشاط فردي:

بين خطأ مني أثناء حل المعادلة التربيعية  $س^٣ + ٩س = ٤$  بالصيغة التربيعية

اكتب خطواتك:

$$\begin{aligned} ٣ = أ \quad ٩ = ب \quad ٤ = ج \\ \frac{ب\sqrt{٣-أ} + ٣}{١٢} = س \\ \frac{٤-٩\sqrt{٣-٤}}{٣ \times ٢} = س \\ \frac{٣\sqrt{٣-٤}}{٦} = س \\ س = -٤,٥ \end{aligned}$$

### نشاط إثرائي:

(١) افترض أن للمعادلة التربيعية  $س^٢ + بس + ج$  حلين مختلفين بين أن الفرق بينهما هو  $\frac{ب\sqrt{٤-أ}}{٢}$

اكتب خطواتك:



(٢) إذا كانت  $ج = ٤ - أ$  ، حوّل حل المعادلة  $س^٢ + بس + أ = ٠$

$$\frac{ب}{٣} \quad \frac{ج}{٣} \quad \text{صفر} \quad \frac{ج}{٣}$$

**تدريب:** قامت زينب بحل المعادلة  $س(٦س - ٣) - ٢ = ٠$  باستخدام الصيغة التربيعية وكتابة الناتج في صورة جذر تربيعي حوّل قيمة س الصحيحة التي توصلت إليها زينب:

$$\frac{٣٩\sqrt{٣-٣}}{١٢} \quad \frac{٣٩\sqrt{٣+٣}}{١٢} \quad \frac{٥\sqrt{٣-٣}}{١٢} \quad \frac{٥\sqrt{٣+٣}}{١٢}$$

اكتب خطواتك:



**نشاط جماعي:** للمعادلة التربيعية  $س^٢ - ٥س - ٣ = ٠$  حلان هما أ، ب

أوجد قيمة: (أ) أ + ب

(ب) أ - ب

اكتب خطواتك:



### نشاط ختامي: رقم (١) كتاب الطالب صفحة ٤٠

حل المعادلة التربيعية  $س^2 + ٦س - ٧ = ٠$

أ) بالتحليل إلى عوامل مبيّنًا حلّك كاملاً.

ب) بالإكمال إلى مُربّع مبيّنًا حلّك كاملاً.

ج) باستخدام الصيغة التربيعية مبيّنًا حلّك كاملاً.

وضح خطوات الحل



### الواجب المنزلي

رقم (٣) {ج، ط} كتاب النشاط صفحة ١٠



### معلومات سريعة



- مساحة المربع = طول الضلع  $\times$  نفسه
- مساحة المستطيل = الطول  $\times$  العرض
- مساحة المثلث =  $\frac{1}{2}$  طول القاعدة  $\times$  الارتفاع =  $\frac{1}{2} \times ق \times ع$
- محيط المستطيل =  $٢(\text{الطول} + \text{العرض})$
- نصف محيط المستطيل = الطول + العرض
- إذا كان عدد ما يساوي س فإن:
  - (مثلي العدد) ضعفه =  $٢س$  ، مربعه =  $س^2$  ، ثلاثة أمثاله =  $٣س$
  - نصف العدد =  $\frac{1}{٢}س$  ، ثلث العدد =  $\frac{1}{٣}س$  ، ثلثي العدد =  $\frac{٢}{٣}س$
- عدد يزيد عنه بمقدار ٣  $\leftarrow ٣+س$
- عدد يقل عنه بمقدار ٢  $\leftarrow ٢-س$
- عددين متتاليين فإن العددين هما س ، س + ١
- عددين زوجيين (أو فرديين) متتاليين فإن العددين س ، س + ٢

**تذكر أن:**  $س \frac{٤}{ن} = س^٢ \times \frac{1}{ن} = س \left(\frac{1}{ن}\right)^٢$

**امثلة:**  $س \frac{٢}{٣} = \left(\frac{1}{٣}\right)^٢$  ،  $ص \frac{٣}{٤} = \left(\frac{1}{٤}\right)^٣$

**مثال:** مستطيل مساحته ١٢ سم<sup>٢</sup>، إذا كان عرضه (س + ١) سم

وطوله (س + ٣) سم، فأوجد القيم الممكنة للمتغير س.

وضح خطوات الحل

الصف: العاشر الوحدة: المزيد من المعادلات الموضوع: (٩-٢) الصيغة التربيعية الفصل الدراسي الثاني

### نشاط جماعي: رقم (٦) كتاب الطالب صفحة ٢١

كتب عالم بيولوجي نموذجًا يبين أن متوسط ارتفاع نوع من الأشجار (ع) مترًا بعد مرور زمن مقداره (ن) شهرًا، يُعطى بالدالة  $E = \frac{1}{3}n + \frac{2}{3}$

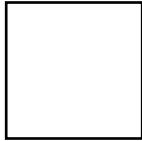
أوجد: أ) متوسط ارتفاع هذا النوع من الأشجار بعد ٦٤ شهرًا

ب) عدد الشهور التي يصبح عندها متوسط ارتفاع الأشجار ١٠ أمتار، مُقربًا الناتج إلى أقرب عدد مكوّن من ٣ أرقام معنوية.

وضح خطوات الحل



نشاط إثرائي: إذا كانت مساحة المربع تزيد عن مساحة المستطيل بمقدار ٢ أوجد قيمة س



(س+٥) سم



(س) سم

(٢س) سم

وضح خطوات الحل



الصف: العاشر الوحدة: المزيد من المعادلات الموضوع: (٩-٢) الصيغة التربيعية الفصل الدراسي الثاني

تدريب: مثلث طول قاعدته (س-٢) سم وارتفاعه (س+٢) سم إذا كانت مساحته تساوي ١٦ سم<sup>٢</sup> فحوظ قيمة س

$$\sqrt{12} \sqrt{0}$$

$$40$$

$$60$$

$$\sqrt{20} \sqrt{0}$$

وضح خطوات الحل



نشاط فردي: عرضت المعلمة السؤال الآتي على الطالبات عدنان متتالين ناتج ضربهما يساوي ٣٣٠٦ فما هما العددان؟



منى

العددان هما:

٥٧- ، ٥٨-

العددان هما:

٥٧ ، ٥٨

زينب



أيا منهما على صواب؟  زينب  منى ، فسر إجابتك

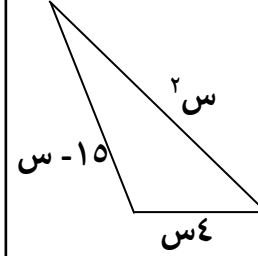
وضح خطوات الحل



### نشاط ختامي:

(١) تقول ميثاء إذا كان محيط المثلث المقابل يساوي ٣٠ فإن قيمة  $s = ٤$  هل ميثاء على صواب؟ نعم  لا  ، فسر اجابتك.

وضح خطوات الحل



(٢) طابع بريدي عرضه يساوي ثلثي طوله، وأردت تكبيره ليصبح لوحة فنية مساحتها ٢١٦ سم<sup>٢</sup>، فكم سيكون بُعدها؟

وضح خطوات الحل



### الواجب المنزلي

رقم (٦) كتاب النشاط صفحة ٢٠

### (٩-٣) حل المعادلات الآتية

التعلم القبلي: تذكر أن:

$$٢٠ = س + ص$$

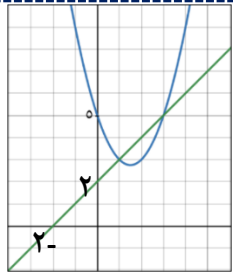
$$٥ + س = ص$$

$$٢ + س = ص$$

تمثل معادلات خطية تمثل بيانيا بخط مستقيم

\*أخذنا سابقا كيفية استخدام التمثيل البياني لحل معادلة خطية ومعادل غير خطية (تربيعية)

\*حل المعادلتين آنيا بيانيا هو الإحداثي السيني لنقاط التقاطع بين التمثيلات البيانية



مثال: استخدم التمثيل البياني

المقابل لحل المعادلتين آنيا:

$$ص = س + ٢ ، ص = س - ٢ - ٣ + ٥ ، فكر كيف يمكن$$

إيجاد حل المعادلتين آنيا بدون رسم بياني؟!

خطوات حل معادلتين آنيتين أحدهما تربيعية والأخرى خطية:



- يجب التأكد من أن المعادلتين تبدأ ب ص
- جمع المعادلتين لتحذف ص
- أعد كتابة المعادلة الناتجة بحيث تصبح مساوية للصفر ثم أوجد ناتج الحل باستخدام التحليل إلى عوامل أو استخدام الاكمال إلى المربع أو الصيغة التربيعية.

مثال: حل المعادلتين فيما يلي:

$$(٢) ص - ٢س = ٢ ، ٣س + ١ = ص ، ص = س + ٤$$

$$(١) ص = س + ٢ ، ص = س - ٢ - ٣ + ٥$$

**نشاط جماعي:** قام مازن بحل زوج المعادلات الآتية آنيا:

$$ص = ٢س + ٣ ، ص = ٣س + ٢$$

أكتشف الخطأ الذي قع فيه مازن وصرحه.

**تصحيح الخطأ**

**حل مازن**

$$٢س + ٣ = ٣س + ٢$$

$$٢س - ٣س = ٢ - ٣$$

$$س = ١ \text{ (بأخذ الجذر التربيعي)}$$

$$س = ١ ، س = ١ -$$

$$ص = ٥ ، ص = ١ -$$

$$(١ ، ١) (٥ ، ١ -)$$

**نشاط فردي:** عندما ترسم التمثيل البياني لـ  $ص = ٢س + ٣$  و التمثيل البياني لـ  $ص = ٣س + ٢$  على نفس المستوى الإحداثي، فإنهما يتقاطعان في نقطتين. دون أن ترسم التمثيلين، أوجد إحداثيات نقطتي التقاطع هاتين

وضح خطوات حلك



**نشاط ثنائي:** تقول منى أن مجموعتي المعادلات الآتية لها نفس الحلول لـ  $ص = ٢س + ٣$  هل منى على صواب  صح  خطأ فسر إجابتك

$$ص = ٢س$$

$$ص - ٥ = ٣س$$



$$ص - ٢س + ٦ = ٠$$

$$ص = ٢س + ٨ + ٣$$

وضح خطوات حلك

وضح خطوات حلك

وضح خطوات حلك



### نشاط ختامي:

(١) حوِّط الإجابة الصحيحة: أي من النقاط الآتية تمثل إحدى نقاط تقاطع المنحنى  $ص = س^2 + ٣س$  والمستقيم  $ص = س$

(٠، ٣) ○ (٣، ٠) ○ (٢، -٢) ○ (٢، -٢) ○

سجل ملاحظاتك

(٢) أكمل: حل المعادلتين  $ص = س^2 + ٤س + ٢$  ،  $ص = س - ١$  =  
(..... ، ..... ) ، (..... ، ..... )

سجل ملاحظاتك



الواجب المنزلي  
رقم (٢) كتاب النشاط صفحة ٢٣

### نشاط فردي:

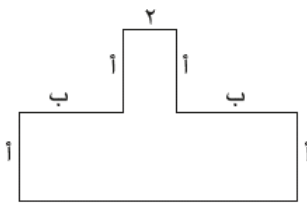
إذا علمت أن مساحة الشكل المقابل  $٤٨ سم^2$

(أ) أكتب معادلة تمثل المساحة.

(ب) إذا كانت قيمة  $ب$  تساوي مثلي قيمة  $أ$ ، فاكتب معادلة تمثل ذلك.

(ج) حل المعادلتين في الجزئيتين (أ)، (ب) آنياً.

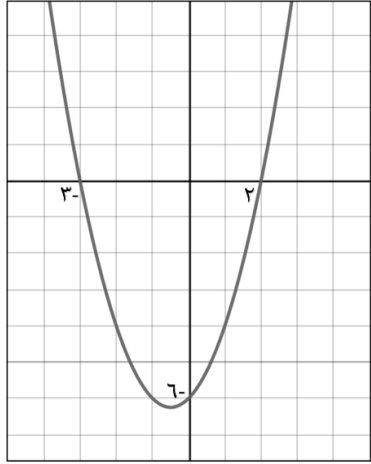
(د) ما قيمة  $ب$  المبيّنة على الشكل؟



وضح خطوات حلك



**مثال:** أنظر إلى التمثيل البياني التالي ثم حوّل المربعات التي تحوي المعلومات الصحيحة للتمثيل البياني للدالة:



معامل  $s^2$  موجب وللمنحنى قيمة صغرى

معامل  $s^2$  سالب وللمنحنى قيمة عظمى

نقطة رأس المنحنى (٠، ٦)

معادلة محور التماثل  $s = ٦$

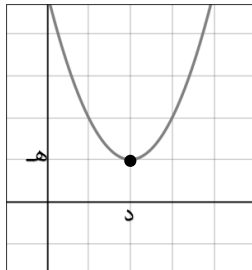
نقاط تقاطع المنحنى مع المحور السيني (٢، ٠)، (٣، ٠)

نقطة تقاطع المنحنى مع محور الصادات (٠، ٦)

**ملاحظات هامة:** هناك ثلاث حالات لتقاطع المنحنى مع المحور السيني:

المنحنى لا يتقاطع مع المحور السيني

فإنه لا يوجد له جذور

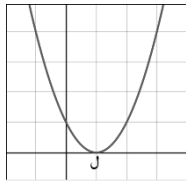


نقطة رأس المنحنى (د، هـ)

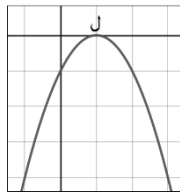
المنحنى يمس المحور السيني

يكون للمعادلة جذر واحد

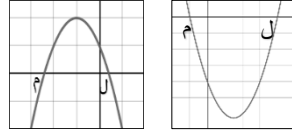
$$ص = (س-ل)^2$$



$$ص = -(س-ل)^2$$



المنحنى يقطع المحور السيني في نقطتين



فيكون للمعادلة جذرين

إذا كان المنحنى مفتوح لأعلى.

فتكون معادلة الدالة هي:

$$ص = (س-ل)(س-م) \text{ أو } ص = (س+ل)^2 - م^2$$

إذا كان المنحنى مفتوح لأسفل.

فتكون معادلة الدالة:

$$ص = -(س-ل)(س-م) \text{ أو } ص = -[س^2 - (ل+م)س + ل \times م]$$

معلومة سريعة الإحداثي السيني

$$\text{نقطة رأس المنحنى} = \frac{ل+م}{٢}$$

رسم الدوال التربيعية

التعلم القبلي (١): تذكر أن:

محور التماثل: هو مستقيم يقسم منحنى الدالة التربيعية إلى نصفين متماثلين  $س = \frac{ب-ا}{٢}$

لقطة رأس المنحنى هي النقطة التي يتغير عندها اتجاه المنحنى الإحداثي لنقطة رأس المنحنى

$$\text{معامل } س = \frac{ب-ا}{٢}$$

**عناصر هامة**  
تميز منحنى الدالة التربيعية على صورة  $ص = أس^٢ + ب س + ج$

إذا كانت  $أ$  سالبة فإن المنحنى مفتوح لأسفل (شكل الجبل) وتكون قيمة الإحداثي الصادي لنقطة رأس المنحنى هي القيمة العظمى للدالة

إذا كانت  $أ$  موجبة فإن المنحنى مفتوح لأعلى (شكل الوادي) وتكون قيمة الإحداثي الصادي لنقطة رأس المنحنى هي القيمة الصغرى للدالة

لإيجاد نقاط تقاطع المنحنى مع محور السينات نضع  $ص = ٠$  ونوجد قيم  $س$  التي تمثل جذور المعادلة التربيعية  $أس^٢ + ب س + ج = ٠$

نقطة تقاطع المنحنى مع المحور الصادي هي (٠، ج) لإيجادها نضع  $س = ٠$  ونوجد قيمة  $ص$

## رسم الدوال التربيعية جبريا

لاحظ أنه :

- لن يكون الرسم مثاليا ولكن يبين معلومات مهمة عند التمثيل البياني.
- لا يبين الرسم أعدادا على المحورين بل يعرض بعض النقاط المحددة.

لتمثيل الدالة التربيعية جبريا يجب معرفة أربعة عناصر مهمة

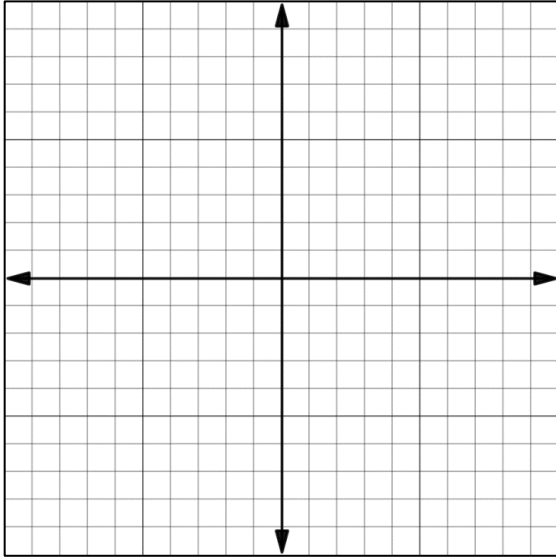
نقطة رأس المنحنى

نقاط تقاطع المحنى مع المحور السيني

نقطة تقاطع المحنى مع المحور الصادي

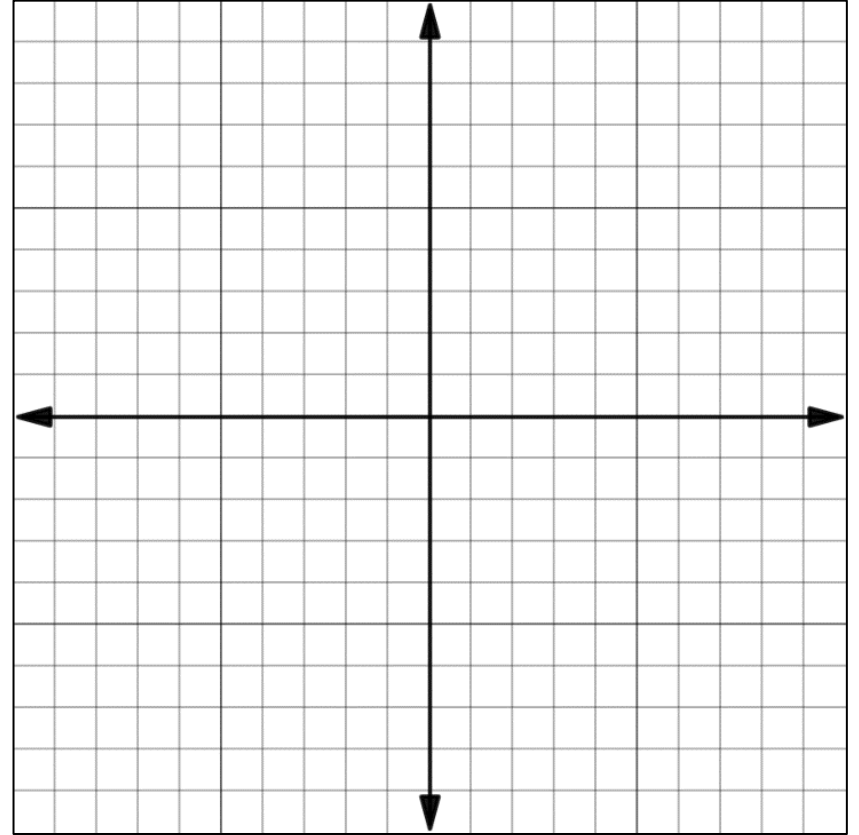
شكل التمثيل البياني

**مثال:** ارسم التمثيل البياني للدالة التربيعية التالية :  $ص = س^2 - ٣س - ٤$



**تعلم قبلي (٢) :** أكمل الجدول الاتي لرسم الدالة التربيعية  $ص = س^2 - ٦س - ٦$  بيانيا

س	٣-	٢-	١-	٠	١	٢	٣	٤
ص								



ثم أكمل ما يلي :

(١) نقطة رأس المنحنى هي : (.....،.....)

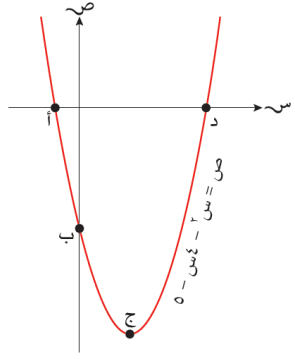
(٢) نقطة تقاطع المنحنى مع محور الصادات .....

(٣) نقاط تقاطع المحنى مع المحور السيني .....

### نشاط إثرائي: أكمل ما يلي :

(١) إذا قطع منحنى الدالة التربيعية المحور السيني في النقطتين (٠، ١)، (٠، ٣)، فإن معادلة محور التماثل هي .....

(٢) إذا كانت النقطة (-٣، ٤) هي نقطة راس المنحنى للدالة التربيعية وكان المنحنى يقطع المحور السيني عند نقطتين ..... فإن د = (٠، ٥-)، (٠، ٥) =



### نشاط ثنائي:

يمثل الرسم المجاور التمثيل البياني للدالة

$$ص = س^2 - ٤س - ٥$$

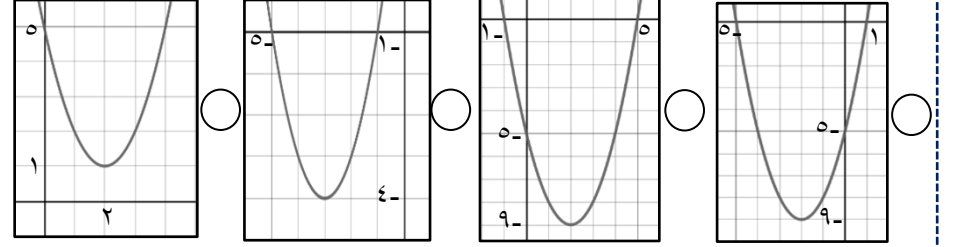
ظلل احداثيات النقاط المشار إليها في الأحرف

أ ، ب ، ج ، د

	(٩-،٢)	(٠، ١-)	(٥-،٠)	(٠، ٥)	
أ	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	
ب	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	
ج	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	
د	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	



### تدريب: حوّل التمثيل البياني الذي يمثل الدالة د(س) = س<sup>٢</sup> + ٤س - ٥



### نشاط فردي: صل كل تمثيل بياني من العمود الأول بمعادلته في العمود الثاني:

$$ص = س^2 + ٢س - ٤$$

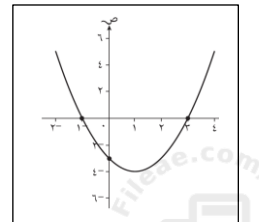
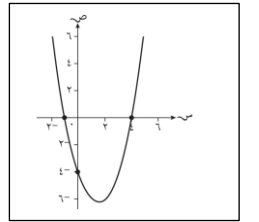
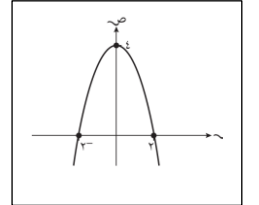
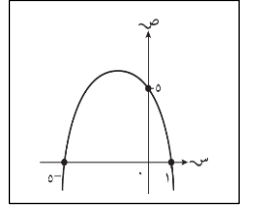
$$ص = -س^2 - ٢س + ٥$$

$$ص = س^2 - ٣س - ٤$$

$$ص = -س^2 + ٢س - ٤$$

$$ص = س^2 - ٢س - ٣$$

$$ص = س^2 + ٢س - ٦$$



تعلم قبلي (٣) : ضع العبارة التربيعية  $س^٢ - ٢س - ٧$  على صورة  $(س + أ)^٢ + ب$  بالإكمال إلى المربع .

وضح خطوات حلك:

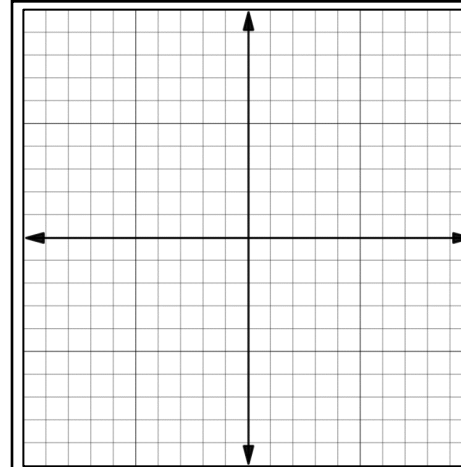
إيجاد نقطة رأس المنحنى بالإكمال إلى المربع:

لقد سبق لنا معرفة الصورة القياسية للدالة التربيعية وهي:  $ص = أس^٢ + ب س + ج$  يمكن إعادة كتابة الصورة القياسية إلى صورة أخرى وهي:  $أ(س + د)^٢ + ك$  (بالإكمال إلى مربع)

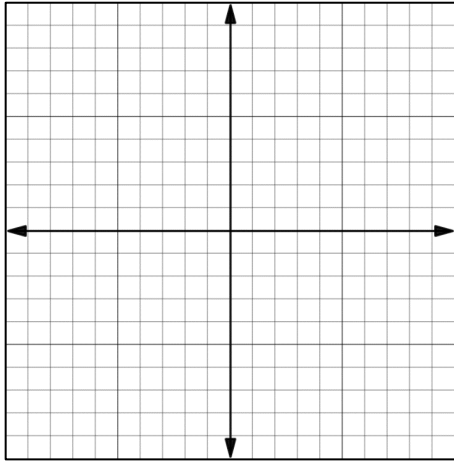
- إحداثيات نقطة رأس المنحنى =  $(- د، ك)$
- معادلة محور التماثل هي:  $س = - د$

مثال : حدد معادلة محور التماثل وإحداثيات نقطة رأس المنحنى للدالة  $ص = ٨س^٢ + ١٢س$  بالإكمال إلى المربع ثم أرسم التمثيل البياني للدالة :

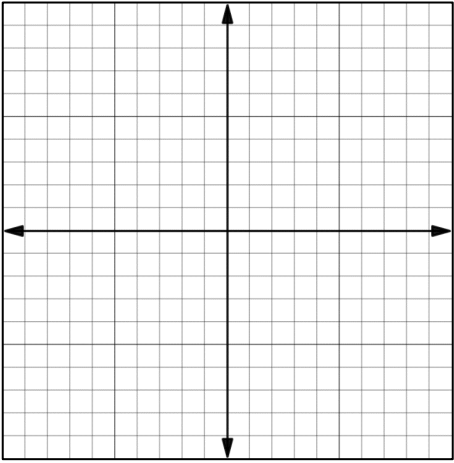
$$(١) \quad ١٢س + ٨س^٢ = ص$$



$$(٢) \quad ٢٤ - ص = س^٢ + ١٠س$$



$$(٣) \quad ١٧ + ص = ٢س^٢ + ١٢س$$

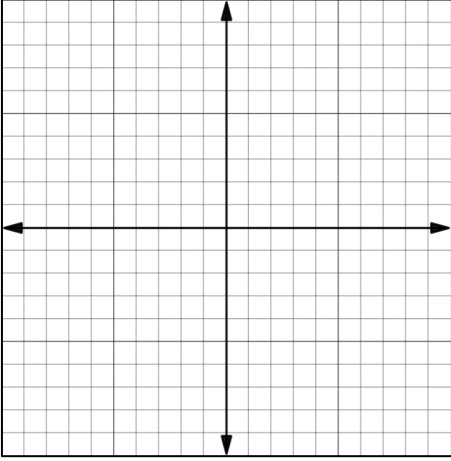


نشاط فردي: حدد نقطة رأس المنحنى للدوال الآتية :

$$(أ) \quad ١ + (٣ - س)^٢ = ص \quad (ب) \quad ص = (س + ٢)^٢$$

$$(ج) \quad ١ - ٢س = ص \quad (د) \quad ص = ٤ - (س + ٤)^٢ + ٣$$

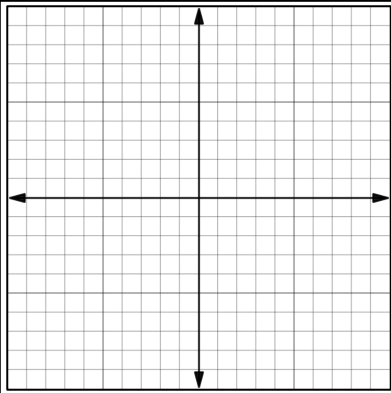
الحل:



التقويم الختامي: رقم (١) كتاب النشاط صفحة ٢٤

- (أ) أعد كتابة الدالة  $ص = ٣س^٢ + ٦س + ٣$  في صورة  $ص = أ(س + د) + هـ$   
(ب) أوجد إحداثيات نقطة تقاطع المنحنى مع المحور الصادي.  
(ت) أوجد معادلة محور التماثل وإحداثيات نقطة رأس المنحنى.  
(ث) أوجد إحداثيات نقطتي تقاطع مع المنحنى مع المحور السيني (إن وجدت)  
(ج) ارسم التمثيل البياني للدالة، واذكر ميزاته الأساسية.

وضح خطوات حلك



الواجب المنزلي: رقم (٣) كتاب النشاط صفحة ٢٩

نشاط إثرائي:

(١) إذا كانت نقطة رأس المنحنى  $ص = س^٢ - أ$  هي  $(٠, ٤)$  فحوظ قيمة أ

○ صفر ○ ٤ ○ ٤- ○ ٢

(٢) إذا كانت  $(٢, ٠)$  هي نقطة تقاطع الدالة  $ص = س^٢ - ٢س + ٢أ$  مع محور السينات فإن قيمة أ تساوي:

○ ٢ ○ ٢- ○ ٤ ○ ٤-

طبق مهارتك: رقم (٤) كتاب الطالب صفحة ٣٠

تتمثل معادلة منحنى القوس الداعم للجسر (المُلَوَّن باللون الأحمر في المخطط أدناه) في الدالة  $ع = \frac{١-}{٤.} (س - ٢٠)^٢$  حيث  $ع$  متر هي المسافة الرأسية، و  $س$  متر هي الأفقية

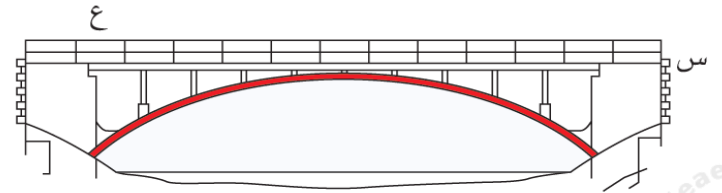
أ) حدّد نقطة رأس المنحنى للدالة

ب) ما هي قيم  $س$  الممكنة؟

ج) حدّد مجال قيم  $ع$

د) ارسم تمثيلًا بيانيًا للمعادلة ضمن القيم الممكنة

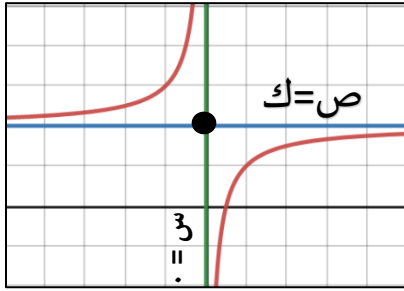
هـ) ما عرض القوس؟ و) ما أعلى ارتفاع للقوس؟



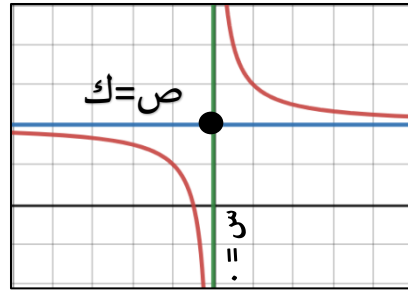
نستنتج أن: خصائص التمثيل البياني للدالة في الصورة  $ص = \frac{أ}{س} + ك$

(١) يتكون التمثيل البياني من جزئين منفصلين للمنحنى لهما نفس الشكل والقياس وفي ربعين متقابلين .

قيمة  $أ$  سالبة ( $أ > صفر$ )  
يقع التمثيل البياني  
في الربع الثاني والرابع



قيمة  $أ$  موجبة ( $أ < صفر$ )  
يقع التمثيل البياني  
في الربع الأول والثالث



(٢) التمثيل البياني لا يتقاطع مع المحور الصادي.

(٣) خط التقارب هو مستقيم يقترب إليه التمثيل البياني ولا يتقاطع معه أبدا

(٤) خطي التقارب أحدهما أفقي ومعادلته  $ص = ك$  والآخر رأسي ومعادلته  $س =$

(٥) الجزء المقطوع من المحور السيني  $= \frac{أ-}{ك}$  أي أن المنحنى يمر بالنقطة  $(\frac{أ-}{ك}, ٠)$

**انتبه!!**

لرسم التمثيل البياني للدالة  $ص = \frac{أ}{س} + ك$  نحدد موقع المنحنى ونوجد خطي التقارب والجزء المقطوع من المحور السيني.

## (٥-٩) التمثيلات البيانية لدوال أخرى

التمثيل البياني لدوال في صورة  $ص = \frac{أ}{س} + ك$  ، حيث  $س \neq صفر$

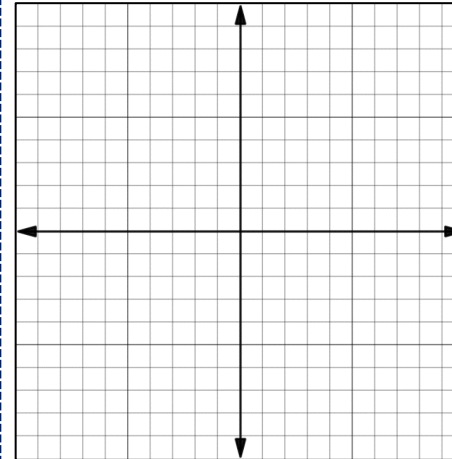
التمهيد:

(١) أكمل الجدول الآتي ثم ارسم التمثيل البياني للدالة  $ص = \frac{١}{س} + ٣$

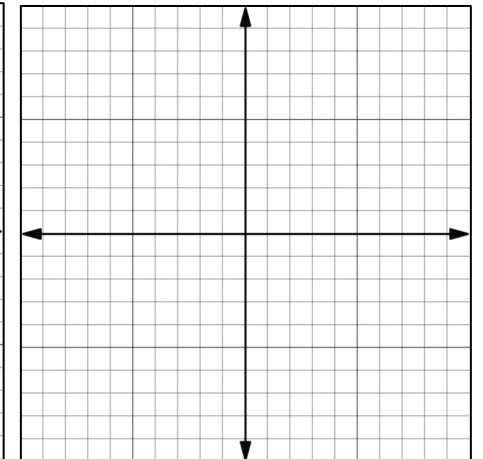
س	٣-	٢-	١-	١	٢	٣	٤
$ص = \frac{١}{س} + ٣$							

(٢) أكمل الجدول الآتي ثم ارسم التمثيل البياني للدالة  $ص = \frac{١}{س} + ٣$

س	٣-	٢-	١-	١	٢	٣	٤
$ص = \frac{١}{س} + ٣$							

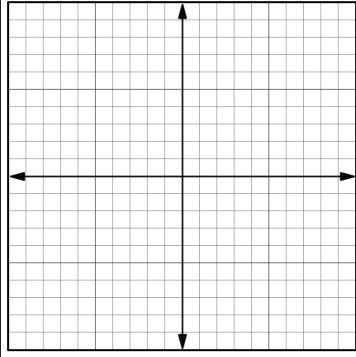


بيان الدالة  $ص = \frac{١}{س} + ٣$

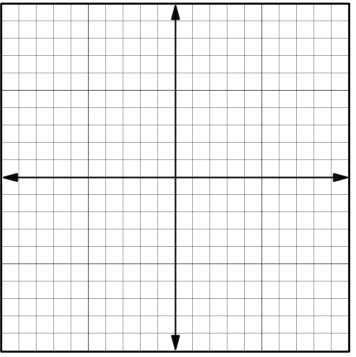


بيان الدالة  $ص = \frac{١}{س} + ٣$

$$ج) ٧ + \frac{٤}{س} = ص$$



تدريب: ارسم التمثيل البياني للدالة  $س = ٤ - ص$



نشاط فردي:

(١) أكمل: خطي التقارب للدالة  $ص = \frac{٣}{س} - ٥$  هما:

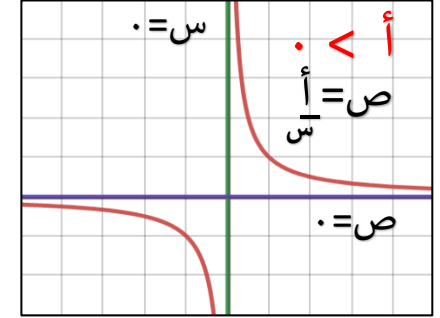
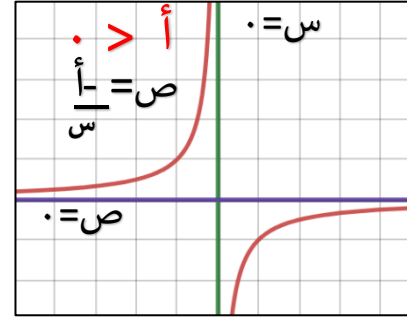
(٢) إذا كان خطي التقارب للدالة  $ص = \frac{١}{س} + ب$  هما  $ص = ٦$  و  $ص = ٣$  والجزء المقطوع من المحور السيني  $= -٣$

أكمل: أ =

ب =



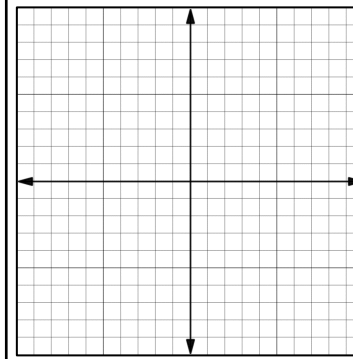
حالة خاصة: عندك  $٠ = ص = \frac{١}{س}$  ←  $ص = س$  ←  $ص = س = أ$   
خطي التقارب هما المحورين (أي أن المنحنى لا يقطعهما أبدا)



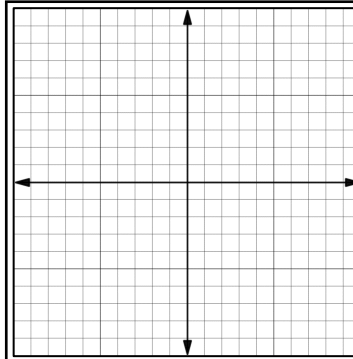
ملاحظة: لا توجد قيمة ل  $ص$  عند  $س = ٠$  ، ولا توجد قيمة ل  $س$  عند  $ص = ٠$ .

مثال: ارسم التمثيل البياني لكل دالة فيما يلي:

$$أ) ص = \frac{٣}{س}$$



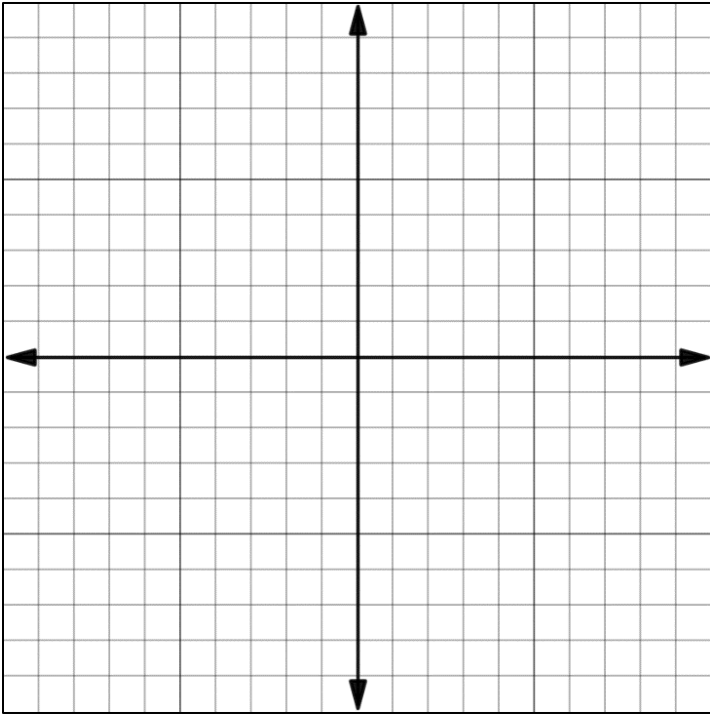
$$ب) ص = \frac{٩}{س} - ٣$$



### نشاط فردي :

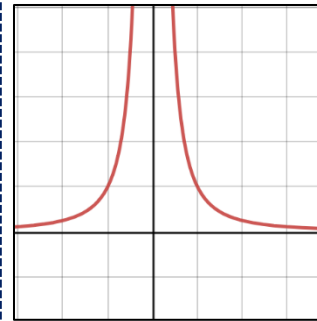
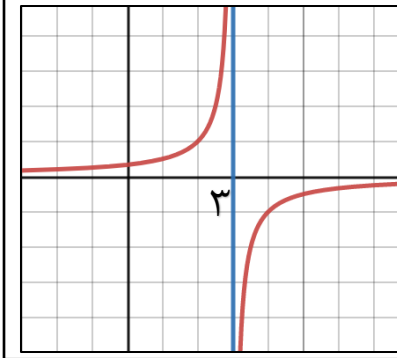
ارسم الدوال الآتية على نفس المستوى :

$$ص = \frac{1}{س} ، ص = ٣ + \frac{1}{س} ، ص = \frac{٣}{س}$$



### نشاط جماعي :

مثل أحمد الدالة  $ص = \frac{1}{س} + ٣$  كما هو مبين بالتمثيل المقابل هل تمثيله صحيح ؟ نعم  لا  ، برر إجابتك.



خصائص التمثيل البياني للدالة  $ص = \frac{1}{س}$

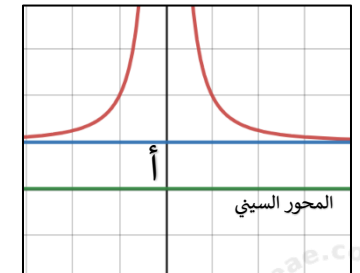
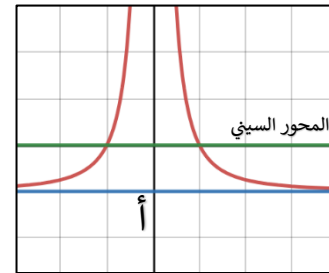
- (١) التمثيل البياني بأكمله يقع فوق المحور السيني.
- (٢) التمثيل البياني يشبه جزئياً التمثيل البياني للدالة  $ص = \frac{1}{س}$  يتكون من جزئين منفصلين.
- (٣) عند  $س = ٠$  ← ص (غير معرف).

### \*ملاحظات:

(١) التمثيل البياني للدالة  $ص = \frac{1}{س} + أ$  هو نفسه التمثيل البياني للدالة  $ص = \frac{1}{س}$  مع سحبه إلى:

أسفل إذا كانت أ سالبة

أعلى إذا كانت أ موجبة

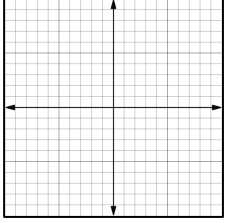


(٢) التمثيل البياني للدالة  $ص = \frac{ب}{س}$  هو نفسه التمثيل البياني للدالة  $ص = \frac{1}{س}$  مع تمدد للأعلى

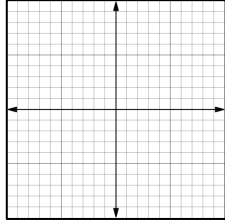
### ملاحظة:

لإيجاد نقطة تقاطع المستقيم الممثل للدالة  $v = m \cdot s + j$  مع المحور السيني نضع  $v = 0$  ونوجد قيمة  $s$ .

مثال: ارسم التمثيل البياني للدالة  $v = -s + 2$



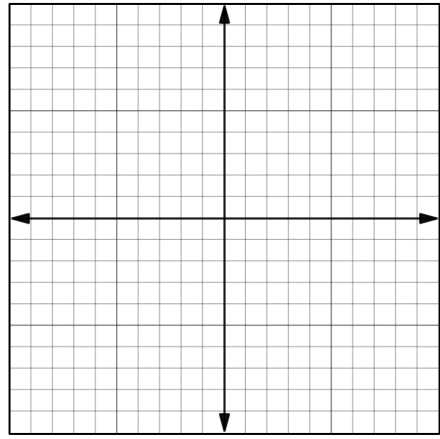
أ) بإيجاد نقاط التقاطع



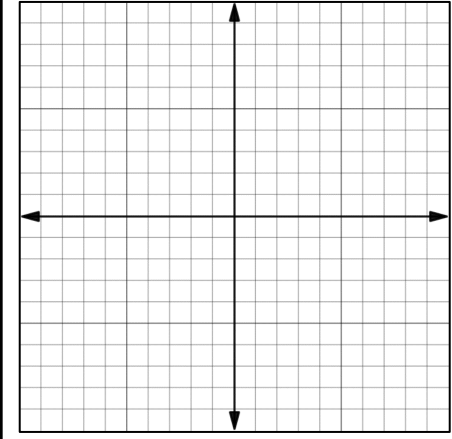
ب) باستخدام الميل والجزء المقطوع من المحور الصادي

تمرين: مثل كل من الدوال بيانياً:

ب)  $v = -4 - s$



أ)  $v = 3s + 6$



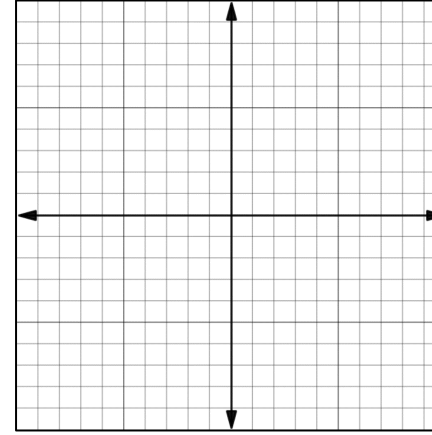
### الدوال الخطية

التعلم القبلي:

ارسم الدوال الآتية:

$v = 4$  ،  $v = -2$

$s = 1$  ،  $s = 3$



الدالة الخطية: الصورة العامة للدالة الخطية هي:

$$v = m \cdot s + j$$

تمثل الجزء المقطوع  
محور الصادات  
نقطة تقاطع المستقيم مع  
المحور الصادي (0, j)

تمثل ميل المستقيم  
الميل =  $\frac{\text{التغير الرأسى}}{\text{التغير لأفقى}}$

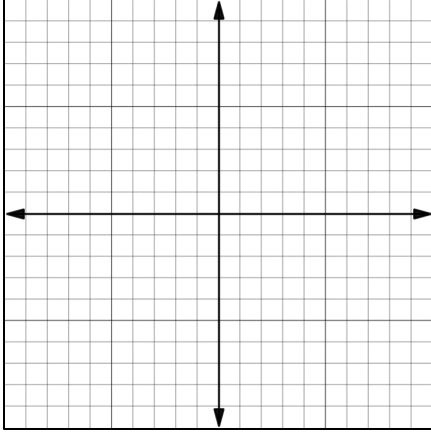
اختبر فهمك:

١) أكمل: ميل الخط المستقيم  $v = 2s - 3$  هو:

٢) حوّل نقطة تقاطع المستقيم  $v = 2$  مع المحور الصادي

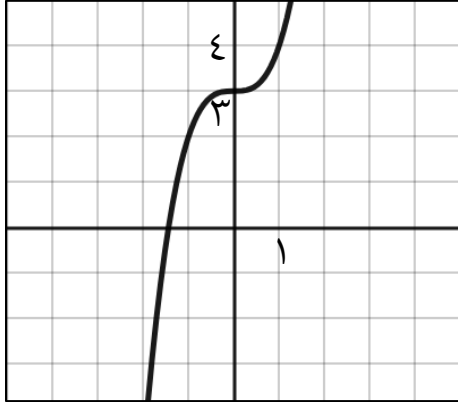
$(1, 0)$   $(0, 1)$   $(0, 2)$   $(2, 0)$

تمرين: ارسم التمثيل البياني للدالة  
ص = ٢س<sup>٣</sup> + ١



نشاط اثرائي:

حوظ قيمة أ+ ب إذا كان الشكل المقابل هو التمثيل  
البياني للدالة ص = أس<sup>٣</sup> - ب



- ٣      ○ ٣  
○ ٤      ○ ٢-



## الدوال التكعيبية

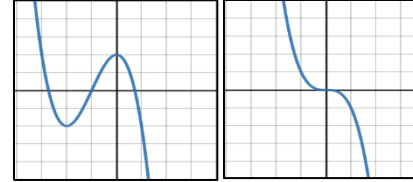
الدالة التكعيبية: تتضمن حدا مرفوعا إلى الأس ثلاثة  
(الحد ذو القوى الأكبر للدالة هو ثلاثة)

أمثلة لدوال تكعيبية: ص = ٣س<sup>٣</sup> ، ص = ٢س<sup>٣</sup> - ٤س  
ص = ٢س<sup>٣</sup> - ٢س<sup>٢</sup> ، ص = ٣س<sup>٣</sup> + ٢س<sup>٢</sup> + ٢

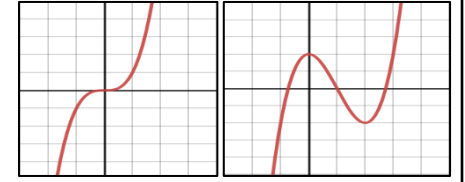
ملاحظات هامة:

١) يسمى التمثيل البياني للدالة التكعيبية بالمنحنى التكعبي  
ويتخذ شكلين أساسيين:

إذا كان معامل س<sup>٣</sup> سالبا (-)

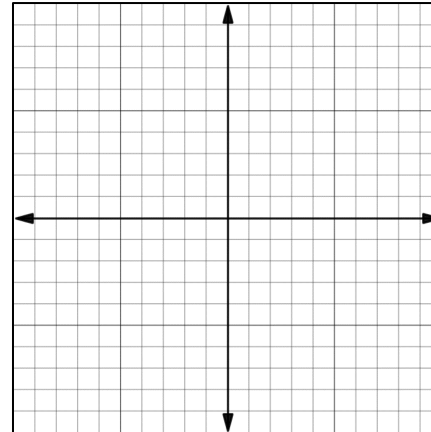


إذا كان معامل س<sup>٣</sup> موجبا (+)

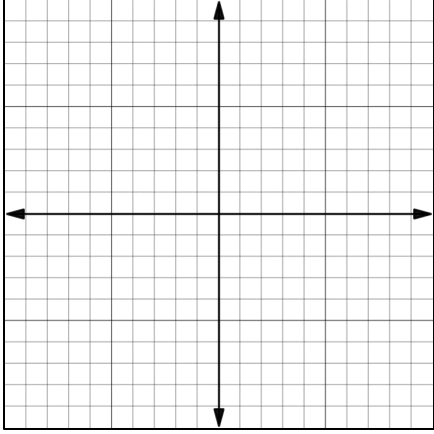


٢) نوجد الجزء المقطوع من المحور الصادي بوضع س = ٠ في الدالة .

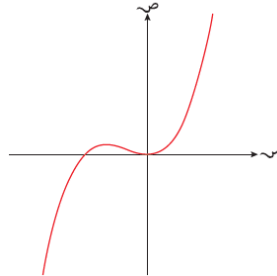
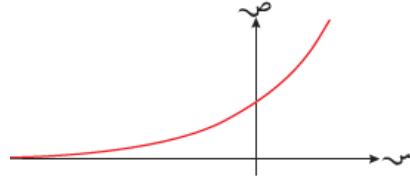
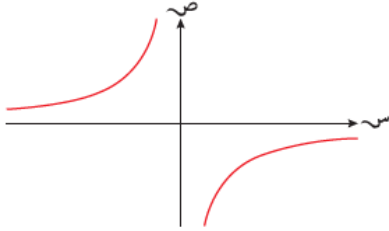
مثال: ارسم التمثيل البياني للدالة  
ص = ٣س<sup>٣</sup>



## تمرين: ارسم التمثيل البياني للدالة ص = ٢س



## نشاط فردي: أكتب الدالة الممكنة لكل تمثيل من التمثيلات البيانية



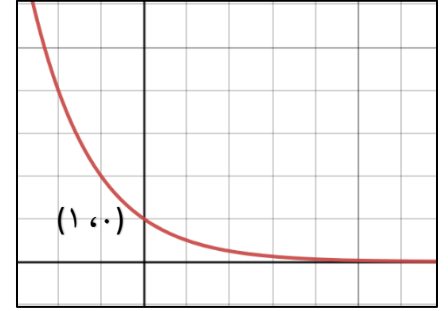
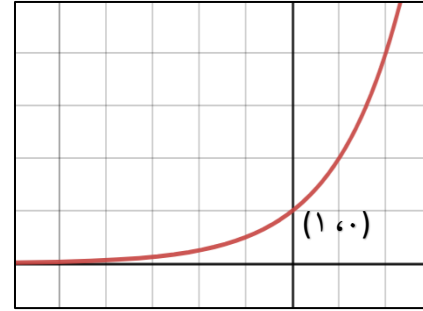
## الدوال الأسية

الصورة العامة للدالة الأسية هي:  $v = أ^س$  حيث  $أ > ٠$ .

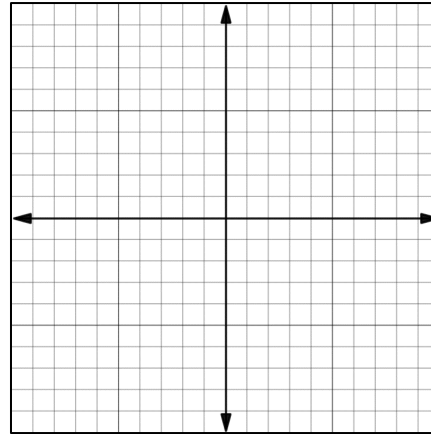
ملاحظات:

(١) التمثيل البياني للدالة الأسية يقطع المحور الصادي عند النقطة  $(١, ٠)$

(٢) المحور السيني يمثل خط تقارب للتمثيل البياني (لأن الدالة لا يمكن أن تكون سالبة)

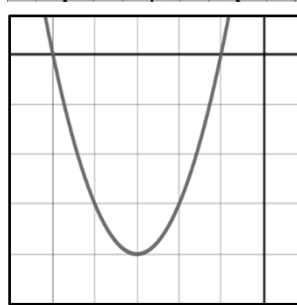
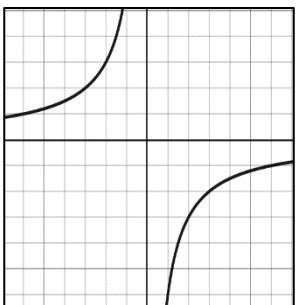
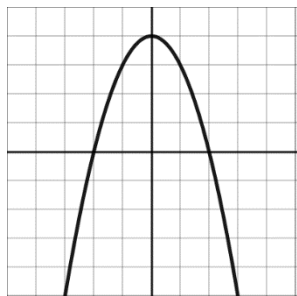
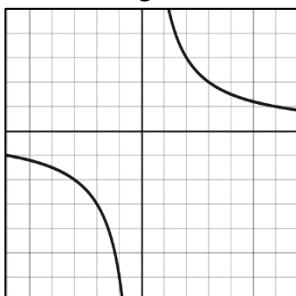


## مثال: ارسم التمثيل البياني للدالة ص = ٣س

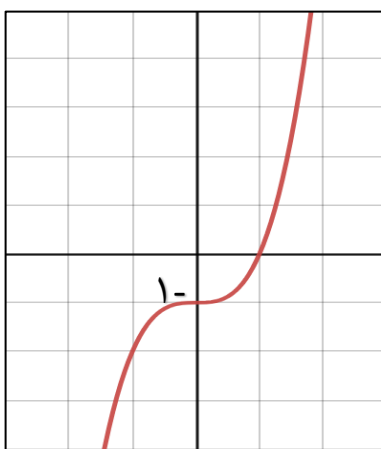


### تقويم ختامي:

(١) حوط التمثيل البياني المناسب للدالة  $v = \frac{7}{s}$



(٢) من التمثيل البياني المقابل أكمل :



(أ) نقطة تقاطع الدالة مع محور الصادات هي (.....، .....)

(ب) يمثل التمثيل البياني الدالة .....

(ج) إشارة معامل الحد ذو القوى الأكبر في الدالة هو .....

### نشاط جماعي: ظلل الدالة الممكنة لكل تمثيل بياني

$v = s^3 + 2s + 1$	$v = 2s^3$	$v = 1 - s - s^2$	$v = \frac{16}{s}$	$v = \frac{16}{s^2}$	
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	

# انتهى ملخص الوحدة

## فريق العمل

أ. حسن بن أحمد آل سنان  
أ. فاطمة الزهراء السيد عبد الوهاب  
محافظة شمال الباطنة-مدرسة وادي الحواسنة (١-١٢)

أ. مروة بنت راشد الغنوصية  
محافظة جنوب الشرقية - مدرسة السويح (١-١٠)

## تابع التقويم الختامي:

٣) إذا كانت الدالة  $v = 5 - 3s$ ، أجب عن الأسئلة التالية:

أ) أسم الدالة

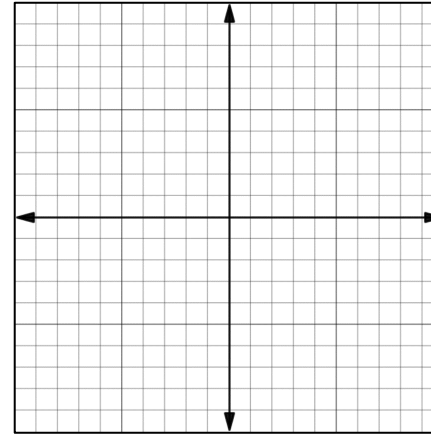
ب) الميل =

ج) نقطة تقاطع الدالة مع المحور السيني ( ، )

د) حوط نقطة تقاطع الدالة مع المحور الصادي

$(3, 0) \circ (3, 0) \circ (3, 0) \circ (5, 0) \circ (5, 0)$

هـ) ارسم التمثيل البياني للدالة



الواجب المنزلي: رقم (٢) كتاب النشاط صفحة ٢٨

ملحق (١) ملخص التمثيلات البيانية للدوال

شكل التمثيل البياني	الصورة العامة للدالة / الوصف	نوع التمثيل البياني
	$ص = م س + ج$ <p>أكبر قوى ل س هو ١ المستقيم يقطع محوري الإحداثيات.</p>	المستقيم
	$ص = أ$ <p>أو <math>ص = أس^٢ + ب س + ج</math> أو <math>ص = أ(س + د)^٢ + ك</math></p> <p>أعلى قوى ل س = ٢</p>	
	$ص = \frac{أ}{س}$ <p>أو <math>ص = أ</math> أو <math>ص = \frac{أ}{س} + ك</math></p> <p>يتكون من جزئين منفصلين وفي ربعين متقابلين</p>	الدالة في صورة $\frac{أ}{س}$
	$ص = \frac{أ}{س^٢}$ <p>أو <math>ص = \frac{أ}{س} + ك</math> ، <math>أ &lt; ٠</math></p> <p>يتكون من جزئين منفصلين كلاهما يقع فوق المحور السيني وفي ربعين متجاورين</p>	الدالة في صورة $\frac{أ}{س^٢}$
	$ص = أس^٣$ <p>أو <math>ص = أس^٣ + ب س^٢ + ج س + د</math> ، <math>أ \neq ٠</math></p> <p>أعلى قوى ل س = ٣</p>	الدوال التكعيبية
	$ص = أس$ <p>حيث <math>أ &lt; ٠</math></p> <p>تقطع المحور الصادي في النقطة (٠ ، ١) والمحور السيني يمثل خط تقارب لها</p>	الدالة الأسية