تم تحميل هذا الملف من موقع المناهج العُمانية

*للحصول على أوراق عمل لجميع الصفوف وجميع المواد اضغط هنا

https://almanahj.com/om

* للحصول على أوراق عمل لجميع مواد الصف العاشر اضغط هنا

https://almanahj.com/om/10

* للحصول على جميع أوراق الصف العاشر في مادة رياضيات ولجميع الفصول, اضغط هنا

https://almanahj.com/om/10math

* للحصول على أوراق عمل لجميع مواد الصف العاشر في مادة رياضيات الخاصة بـ الفصل الثاني اضغط هنا

https://almanahj.com/om/10math2

* لتحميل كتب جميع المواد في جميع الفصول للـ الصف العاشر اضغط هنا

https://almanahj.com/om/grade10

* لتحميل جميع ملفات المدرس بدرية الحراصي، وولاء محمد عبد الحكم، وأرزاق محمد الحوسني، وفاطمة الزهراء السيدة عبد الوهاب اضغط هنا

للتحدث إلى بوت على تلغرام: اضغط هنا

https://t.me/omcourse_bot

almanahj.com/om موقع المناهج العُمانية

وزارة التربية والتعليم

المديرية العامة للتربية والتعليم بمحافظة شمال الباطنة

دائرة تنمية الموارد البشرية - قسم العلوم التطبيقية - وحدة الرياضيات

كراسة تدريبية

الصف : العاشر

الوحدة: الدوال المثلثية

فريق العمل :

بدرية بنت سالم الحراصي مشرفة رياضيات

ولاء محمد عبد الحكم معلمة رياضيات(أسماء بنت عمرو)

أرزاق محمد الحوسني معلمة رياضيات(قباء)

فاطمة الزهراء السيد عبدالوهاب معلمة رياضيات(عين جالوت)

٢٠١٦-٢٠١٧م

almanahj.com/om

الفهرس

الموضوع	الصفحة
المقدمة	٢
الدرس الأول: الزاوية في الوضع القياسي	٣-٧
الدرس الثاني: النسب المثلثية ومقلوباتها	٨-١١
الدرس الثالث: دائرة الوحدة	١٢-١٦
الدرس الرابع: النسب المثلثية للزوايا الخاصة	١٧-٢١
الدرس الخامس : زوايا الارتفاع والانخفاض	٢٢-٣٣
الدرس السادس : المتطابقات والمعادلات المثلثية	٣٤-٣٦
اختبار الوحدة	٣٧-٣٩

almanahj.com/om

المقدمة

الحمد لله الذي علم بالقلم، علم الإنسان مالم يعلم والصلاة والسلام على النبي الأكرم الذي لم يكتب بقلم وقاد الأمة لأعلى المراتب والقمم.

يعتبر التدريب من الطرق الفاعلة في تحسين ورفع التحصيل الدراسي للطلبة، فهو الوسيلة الرئيسة لتعلم المهارة واكتسابها وتطويرها، كما أن التدريب الموزع على فترات والمتواصل يساعد على بقاء جزء كبير من المعلومات السابقة ويساعد الطالب على فهم الأفكار والمفاهيم فهما واعيا مما يحقق الدقة ويزيد الكفاءة ويجنب الأخطاء، فمثلا يمكن أن يتعلم الطالب كيفية إجراء القسمة المطولة عن طريق تقليد أستاذة ولكن من خلال التدريب والممارسة يمكنه أن يحسن من قدرته على إجراء القسمة المطولة ويصبح قادرا على إيجاد الحل الصحيح بسرعة ودقة وإتقان. لذا فإن التدريب يعزز من ثقة الطالب بنفسه ويزيد الدافعية لديه ويطور اتجاهاته الإيجابية نحو التعلم.

وتأكيدا على ما سبق تم اعداد كراسة الطالب التدريبية بحيث تشتمل على ما يلي:

١-ملخص لكل موضوع من مواضيع الوحدة

٢-جميع أسئلة الاختبارات الموضوعية والمقالية المتوفرة في البوابة التعليمية (زاويتي).

٣-دليل لإجابة الأسئلة الموضوعية والمقالية

٤- اختبار الوحده

سائلين الله تعالى أن ينفعنا بما علمنا وأن يعلمنا ما ينفعنا، والله من وراء القصد وهو يهدي السبيل.

مشرفة المادة : الأستاذة بدرية الحراصي

almanahj.com/om

الدرس الأول : الزاوية في الوضع القياسي

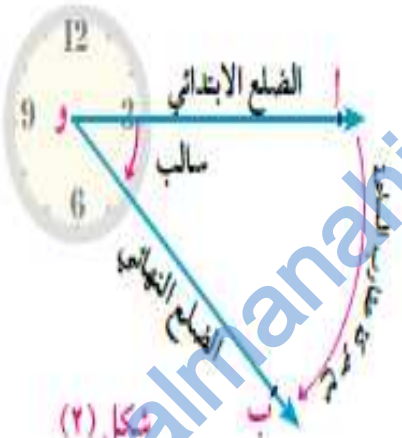
أولا: ملخص الدرس

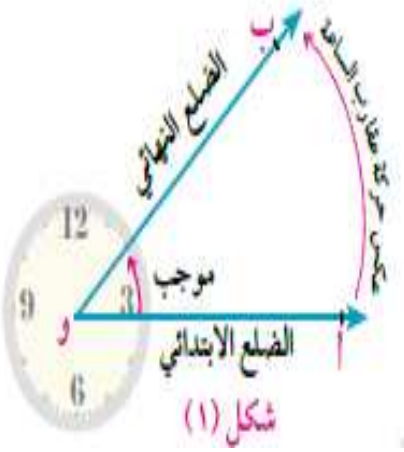
الأهداف :

عزيزي الطالب يتوقع منك بعد دراسة هذا الدرس أن ترسم الزاوية في وضعها القياسي.

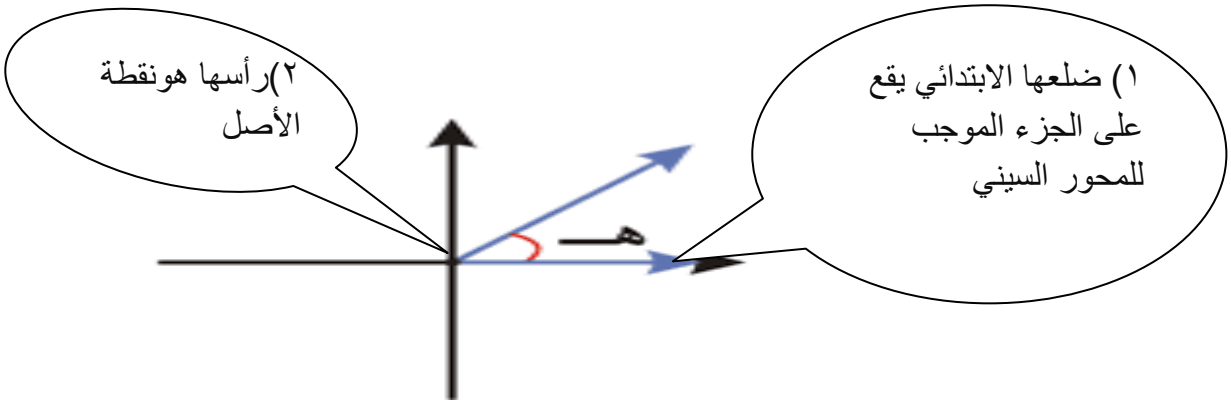
الزاوية:هي زوج من الأشعة لهما نقطة البداية نفسها، وتسمى هذه النقطة رأس الزاوية، ويسمى أحد الشعاعين الضلع الابتدائي ويسمى الشعاع الثاني الضلع النهائى للزاوية

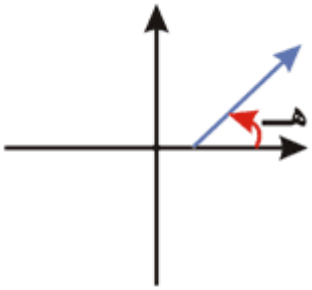
قياس الزاوية هو عبارة عن مقدار دوران ضلع الابتداء حتى ينطبق على الضلع النهائى. ويكون القياس موجباً إذا دار ضلع الابتداء باتجاه يعاكس دوران عقارب الساعة، ويكون سالباً عندما يكون الدوران مع عقارب الساعة كما في الشكلين



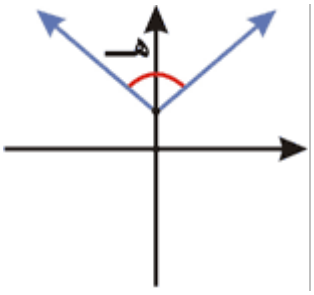


تكون الزاوية فى الوضع القياسى اذا تحقق الشرطان الأتيان :

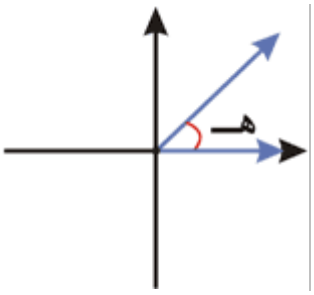




ليست في الوضع القياسى



ليست في الوضع القياسى

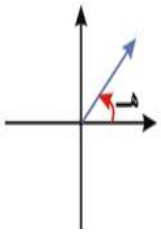


في الوضع القياسى

**الزاوية في الوضع القياسى يحدد موقعها بموقع الضلع النهائى

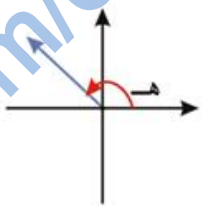
الضلع النهائى قد يقع فى احد الارباع كما يلى

الربع الأول



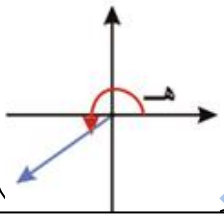
صفر° < هْ < ٩٠°

الربع الثانى



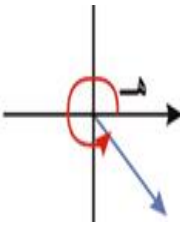
٩٠° < هْ < ١٨٠

الربع الثالث



١٨٠° < هْ < ٢٧٠

الربع الرابع



٢٧٠° < هْ < ٣٦٠°

اذاوقع الضلع النهائى للزاوية على أحد محورى الاحداثيات فان الزاوية تسمى زاوية ربعية

الزوايا التى قياساتها ٠° ، ٩٠° ، ١٨٠° ، ٢٧٠° ، ٣٦٠° هى زوايا ربعية

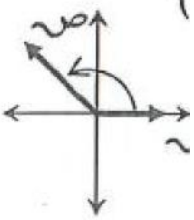
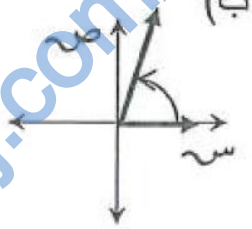
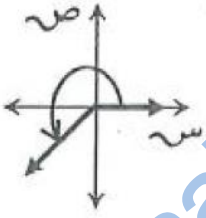
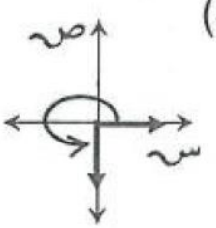
نتيجة هامة

لكل موقع للضلع النهائى توجد زاوية لها قياسانأحدهما موجب والاخر سالب

- **|القياس الموجب للزاوية| + |القياس السالب للزاوية| = ٣٦٠°**

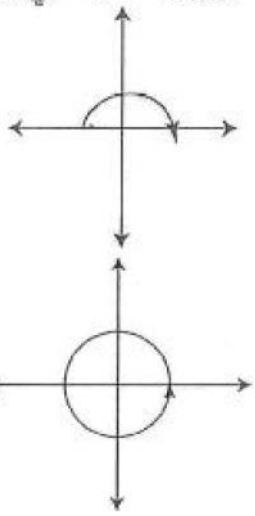
almanahj.com/om

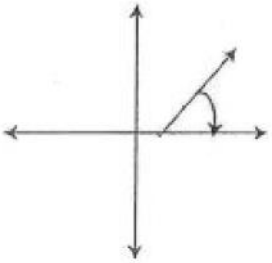
ثانيا الأسئلة الموضوعية

م	السؤال
١	في اي ربع تقع الزاوية ـ ٢٧٥° ؟ أ)الأول ب) الثاني ج) الثالث د) الرابع
٢	إذا كان قياس الزاوية هـ في الوضع القياسي يساوي ـ ١٨٠° ، فما القياس الاخر لها ؟ أ) ـ ١٨٠° ب) ١٢٠° ج) ١٨٠° د) ٣٦٠°
٣	أي الزوايا الآتية زاوية ربعية ؟ أ)  ب)  ج)  د) 
٤	إذا كان قياس الزاوية هـ في الوضع القياسي يساوي (ـ ١٦٠°)، فما القياس الآخر لها؟ أ) ١٦٠° ب) ٢٠٠° ج) ٣٠٠° د) ٣٦٠°
٥	إذا قطع ضلع انتهاء الزاوية هـ في الوضع القياسي دائرة الوحدة في النقطة (٠ ، ـ١) فإن قياس هـ يساوي : أ) ٠° ب) ٩٠° ج) ١٨٠° د) ٢٧٠°

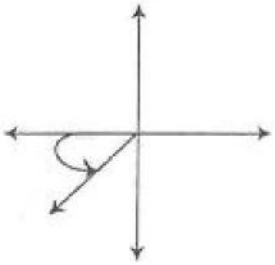
almanahj.com/om

٦ أي من الزوايا الآتية في وضع قياسي؟

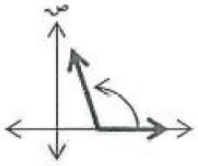
أ) 

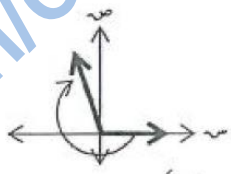
ب) 

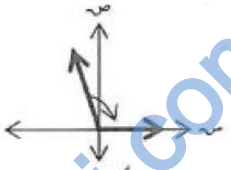
ج)

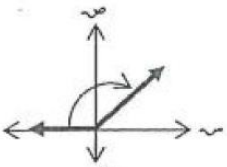
د) 

٧ أي الزوايا التالية في الوضع القياسي.

أ) 

ب) 

ج) 

د) 

٨ اذا كان قياس الزاوية هـ في الوضع القياسي يساوي ٩٠ فإن الضلع النهائي للقياس الاخر للزاوية ينطبق على الجزء

أ) الموجب للمحور السيني.
ب) السالب للمحور السيني.
ج) الموجب للمحور الصادي.
د) السالب للمحور الصادي.

٩ في أي ربع يقع الضلع النهائي للزاوية -١٣٠°؟

أ) الربع الأول
ب) الربع الثاني
ج) الربع الثالث
د) الربع الرابع

almanahj.com/om

ثالثا : نموذج الإجابة

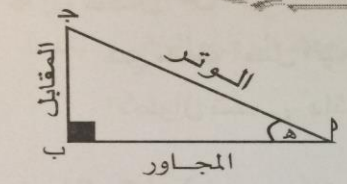
رقم السؤال	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩
البديل الصحيح	أ	ج	د	ب	د	ج	ب	ج	ج

almanahj.com/om

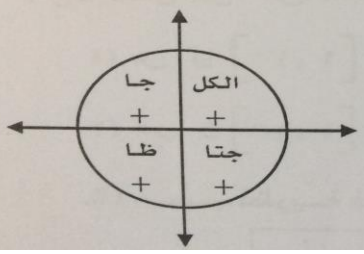
الدرس الثاني :النسب المثلثية ومشتقاتها

أولا: ملخص الدرس:

النسب المثلثية



جا هـ = المقابل / الوتر	قتا هـ = الوتر / المقابل
جتا هـ = المجاور / الوتر	قا هـ = الوتر / المجاور
ظا هـ = المقابل / المجاور	ظتا هـ = المجاور / المقابل



استخدام الآلة الحاسبة في إيجاد قيم النسب المثلثية

في حاسبة الجيب توجد ثلاثة مفاتيح sin cos tan

الأول مكتوب عليه الرمز *sin* ويعني الجيب (جا)

الثاني مكتوب عليه الرمز *cos* ويعني جيب التمام (جتا)

والثالث مكتوب عليه الرمز *tan* ويعني الظل (ظا)

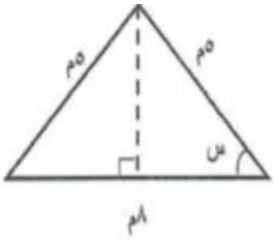
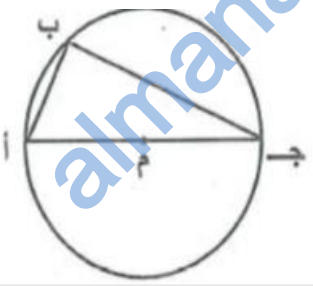
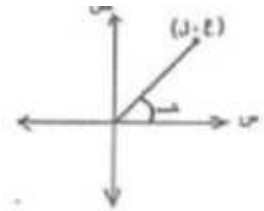
واستخدام هذه المفاتيح يعطينا النسب المثلثية الرئيسية لأي زاوية معلوم قياسها بالدرجات، فإذا كتبنا على شاشة الحاسبة أي زاوية.

وضغطنا على مفتاح sin فيظهر لنا على الشاشة جيب هذه الزاوية.

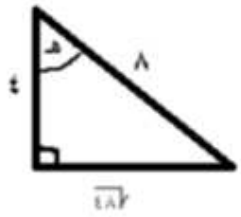
ولو ضغطنا على مفتاح cos فإنه يظهر على الشاشة جيب تمام الزاوية.

almanahj.com/om

ثانيا الأسئلة الموضوعية

١	من الشكل المقابل ، ما قيمة ظـا س ؟  أ) $\frac{٣}{٨}$ ب) $\frac{٣}{٥}$ ج) $\frac{٣}{٤}$ د) $\frac{٤}{٣}$
٢	إذا كان ١٣ جتاهـ = ٥ ، حيث ٠° ≤ هـ ≤ ٩٠° فما قيمة قاهـ ؟ أ) $\frac{١٣}{٥}$ ب) $\frac{١٢}{٥}$ ج) $\frac{٥}{١٢}$ د) $\frac{٥}{١٣}$
٣	من خلال الشكل المجاور، ما قيمة قتا ا ؟  أ) $\frac{ب جـ}{أ جـ}$ ب) $\frac{أ ب}{أ جـ}$ ج) $\frac{ب جـ}{أ ب}$ د) $\frac{أ جـ}{ب جـ}$
٤	من خلال الشكل المقابل : ظا هـ يساوي :  أ) $\frac{ل}{ع}$ ب) $\frac{ع}{ل}$ ج) ع ل د) $\sqrt{ل^٢ + ع^٢}$

almanahj.com/om

٥	إذا كانت ٢جا س = $\frac{٢}{٣}$ ، حيث ٠° < س < ٩٠° ، فإن جتا س تساوي: أ) $\frac{\sqrt{٥}}{٣}$ ب) $\frac{-٢\sqrt{٢}}{٣}$ جـ) $\frac{٢\sqrt{٢}}{٣}$ د) $\frac{٢}{٣}$
٦	إذا كانت قتا هـ = ٢ حيث ٠° ≤ هـ ≤ ٩٠° فما قيمة الزاوية هـ؟ أ) ٣٠° ب) ٤٥° ج) ٦٠° د) ٩٠°
٧	إذا كان $\frac{١}{\sqrt{٢}}$ قتا هـ = $\sqrt{\frac{٢}{٣}}$ حيث ٠° ≤ هـ ≤ ٩٠° فما قياس الزاوية هـ. أ) ٣٠° ب) ٤٥° ج) ٦٠° د) ٩٠°
٨	من الشكل المجاور ، ماذا تساوي ظتا هـ؟  أ) $\frac{١}{\sqrt{١٢}}$ ب) $\frac{١}{\sqrt{٣}}$ ج) ٢ د) $\sqrt{٤٨}$
٩	قيمة المقدار: ٤ ظا ٧٥° ظتا ٧٥° ـ ٢ جا^{٢} هـ ـ ٢ جتا^{٢} هـ تساوي: أ) ٢ ب) ١ ج) صفر د) ـ ١
١٠	إذا كانت ٣ قا هـ = ٦ حيث ٠° ≤ هـ ≤ ٩٠° فإن جتا هـ يساوي : أ) $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$ ب) $\frac{١}{٦}$ ج) $\frac{١}{\sqrt{٢}}$ د) $\frac{١}{٢}$

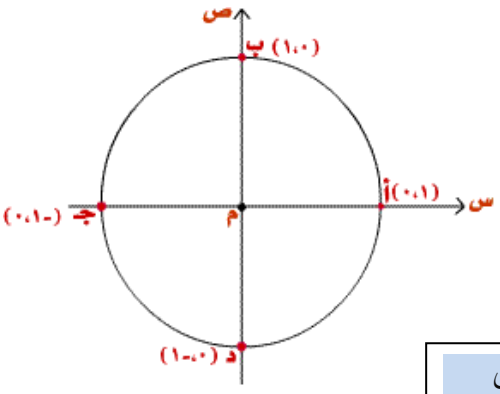
almanahj.com/om

ثالثا: نموذج الاجابة الموضوعية

رقم السؤال	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠
البديل الصحيح	ج	أ	د	أ	ج	أ	أ	ب	أ	د

almanahj.com/om

الدرس الثالث :دائرة الوحدة



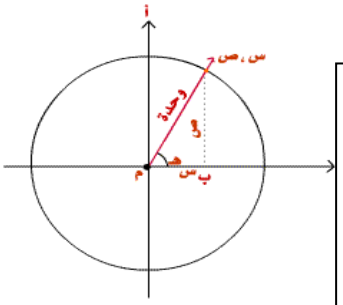
أولا: ملخص الدرس

دائرة الوحدة :هى دائرة

- نصف قطرها وحدة واحدة (١سم ، ١مم ، ١كم)
- مركزها نقطة الأصل

ملاحظات هامة

- *دائره الوحدة تقطع محور السينات فى نقطتين هما* (١ ، ٠) ، (-١ ، ٠)
- *دائره الوحدة تقطع محور الصادات فى نقطتين هما* (٠ ، ١) ، (٠ ، -١)
- أي زاوية في الوضع القياسي يقطع ضلعها النهائى دائرة الوحدة فى نقطة ما إحداثياها (س، ص) كما بالشكل فان :



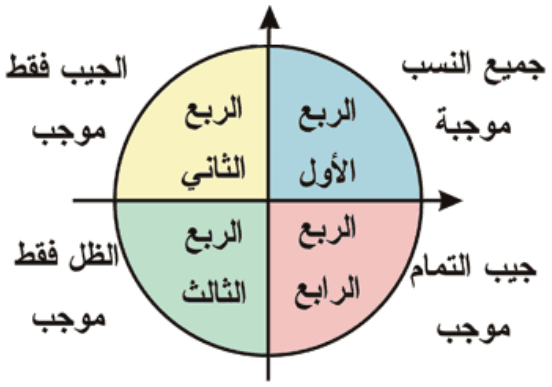
أ) جيب تمام الزاوية هـ = الإحداثي السيني للنقطة ← جتا هـ = س

ب) جيب تمام الزاوية هـ = الإحداثي الصادي للنقطة ← جا هـ = ص

ت) أي أن (جتا هـ ، جا هـ) = (س ، ص)

ث) من نظرية فيثاغورث يكون $س^{٢} + ص^{٢} = ١$ اذن $جا^{٢} هـ + جتا^{٢} هـ = ١$

علاقة الأرباع بإشارة النسب المثلثية :



almanahj.com/om

ثانيا الأسئلة الموضوعية

١	إذا كانت النقطة (س ، $\frac{١}{٣}$)، نقطة مثلثية للزاوية التي قياسها هـ حيث ٩٠° < هـ < ١٨٠°. ما جيب تمام هذه الزاوية ؟ أ) $\frac{\sqrt{٢}}{٣}$ ب) $\frac{١}{٣}$ ج) $-\frac{١}{٣}$ د) $-\frac{\sqrt{٢}}{٣}$
٢	) ما النقطة المثلثية للزاوية التي قياسها ١٣٥° ؟) ($\frac{١}{\sqrt{٢}}$ ، $\frac{١}{\sqrt{٢}}$) ب) ($-\frac{١}{\sqrt{٢}}$ ، $-\frac{١}{\sqrt{٢}}$)) ($\frac{١}{\sqrt{٢}}$ ، $-\frac{١}{\sqrt{٢}}$) د) ($-\frac{١}{\sqrt{٢}}$ ، $\frac{١}{\sqrt{٢}}$)
٣	(جا^{٢} ٣س + جتا^{٢} ٣س)٧ = ... أ ٢٧ ب) ١٤ جـ) ٧ د) ١
٤	) اذا كانت ٢جا^{٢} (٩٠– س) – جا (٩٠–س) = ٠، حيث ٢٧٠° < س < ٣٦٠° فما قيمة جتا س؟ أ) صفر ب) $\frac{١}{٢}$ ج) $\frac{١}{\sqrt{٢}}$ د) ١
٥	) اذا كانت النقطة $\left(\frac{١}{\sqrt{٢}} ، \frac{-١}{\sqrt{٢}}\right)$ هي النقطة المثلثية للزاوية هـ حيث ٠° ≤ هـ ≤ ٣٦٠° فما قياس اوية هـ ؟ ٤٥° ب) ١٣٥° ج) ٣٠٠° د) ٣١٥°

almanahj.com/om

ثالثا الأسئلة المقالية

١	إذا كانت النقطة $(\frac{١}{٢\sqrt{٢}}، -\frac{١}{٢\sqrt{٢}})$ هي النقطة المثلثية للزاوية التي قياسها هـ . فأوجد : جـا هـ ، ظتـا هـ ، وقياس الزاوية هـ .
٢	إذا كانت النقطة (س ، $\frac{١}{٣}$) هي النقطة المثلثية للزاوية التي قياسها هـ حيث $٠^\circ \leq$ هـ $\leq ٩٠^\circ$. فأوجد : جـاهـ ، جتـاهـ ، قياس الزاوية هـ.
٣	إذا كان ($-\frac{\sqrt{٣}}{٢}$ ، $\frac{١}{٢}$) هي النقطة المثلثية للزاوية التي قياسها هـ، حيث $٠^\circ \leq$ هـ $< ٣٦٠^\circ$. فأوجد: ١) الربع الذي تقع فيه الزاوية هـ. ٢) ظاهـ.
٤	إذا كان جا هـ $= -\frac{٣}{٥}$ ، جتا هـ $= -\frac{٤}{٥}$ فأوجد: ١) ظا هـ. ٢) النقطة المثلثية للزاوية هـ.

almanahj.com/om

رابعا :نموذج الاجابة للأسئلة الموضوعية والمقالية

رقم السؤال	١	٢	٣	٤	٥
البديل الصحيح	د	د	د	ا	د

دليل الأسئلة المقاليه

م	الإجابة
١	جاهـ = $-\frac{١}{\sqrt{٢}}$ ظتا هـ = ـ ١ قياس الزاوية هـ = ٣١٥° أو = ـ ٤٥°
٢	جاهـ = $\frac{١}{٢}$ $(\frac{١}{٢})^{٢}$ + جتا^{٢}هـ = ١ ∴ جتاهـ = $\pm\frac{\sqrt{٣}}{٢}$ ∵ ٠° ≤ هـ ≤ ٩٠° ∴ قياس الزاوية هـ = ٣٠°
٣	الربع الثاني ظا هـ = $\frac{جا هـ}{جتا هـ}$ $-\frac{١}{٢} \div -\frac{\sqrt{٣}}{٢} = \frac{١}{\sqrt{٣}}$
٤	

almanahj.com/om

ظا هـ = $\frac{\text{جا هـ}}{\text{١}}$

$\frac{٣}{٥} \div ١ =$

$\frac{٥}{٣} =$

ملاحظة : إذا أجاب الطالب مباشرة $\frac{٥}{٣}$ يحصل على الدرجة كاملة

٢- (٤ / ٥ ، ٣ / ٥)

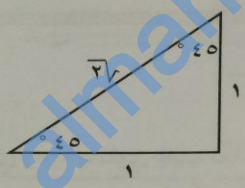
almanahj.com/om

الدرس الرابع :النسب المثلثية للزوايا الخاصة

الدوال المثلثية / قياس الزاوية	٠، ٣٦٠°	٩٠°	١٨٠°	٢٧٠°	٣٠°	٤٥°	٦٠°
جا	صفر	١	صفر	-١	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
جتا	١	صفر	-١	صفر	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$
ظا	صفر	غير معرف	صفر	غير معرف	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	١	$\sqrt{3}$

الدوال المثلثية / قياس الزاوية	٣٠°	٤٥°	٦٠°	١٢٠°	١٣٥°	١٥٠°
جا	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{2}$
جتا	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{\sqrt{2}}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$
ظا	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	١	$\sqrt{3}$	$-\sqrt{3}$	-١	$-\frac{1}{\sqrt{3}}$

مثـــال (١):



جـــا ٤٥° = $\frac{1}{\sqrt{2}}$

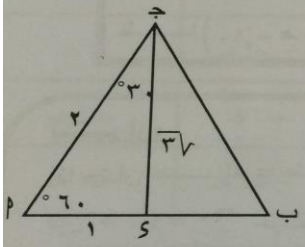
جتـــا ٤٥° = $\frac{1}{\sqrt{2}}$

ظـــا ٤٥° = ١

مثـــال (٢):

احسب قيم الدوال المثلثية للزاوية ٣٠° والزاوية ٦٠°.

الحـــل:



جـــا ٣٠° = $\frac{1}{2}$ ، جـــا ٦٠° = $\frac{\sqrt{3}}{2}$

جتـــا ٣٠° = $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ، جتـــا ٦٠° = $\frac{1}{2}$

ظـــا ٣٠° = $\frac{1}{\sqrt{3}}$ ، ظـــا ٦٠° = $\sqrt{3}$

almanahj.com/om

العلاقة بين النسب المثلثية للزاويتين المتتامتين :

نتيجة:

١) جيب أي زاوية يساوي جيب تمام متممتها والعكس صحيح جا س = جتا (٩٠° − س)

٢) ظل أي زاوية يساوي ظل تمام متممتها والعكس صحيح ظا س = ظتا (٩٠° − س)

❖ **العلاقة بين النسب المثلثية للزاويتين المتتامتين هـ ، (٩٠° − هـ) :**

جا (٩٠° − هـ) = جتا هـ	،	قتا (٩٠° − هـ) = قا هـ
جتا (٩٠° − هـ) = جا هـ	،	قا (٩٠° − هـ) = قتا هـ
ظا (٩٠° − هـ) = ظتا هـ	،	ظتا (٩٠° − هـ) = ظا هـ

almanahj.com/om

ثانيا :الاسئلة الموضوعية

١	إذا كان جتا س = جا ٢ س ، حيث $0^\circ \leq$ س $\leq 90^\circ$. فما قياس الزاوية س؟ أ) 60° ب) 45° ج) 40° د) 30°
٢	ما قيمة المقدار ٢ جا^{2}هـ + ٢ جتا^2 هـ ؟ أ) $\frac{1}{2}$ ب) ١ ج) ٢ د) ٤
٣	إذا كانت جتا س = $\frac{3}{5}$ حيث $0^\circ \leq$ س $\leq 90^\circ$ فما قيمة جتا (90° – س)؟ أ) $\frac{4}{5}$ ب) $\frac{3}{4}$ ج) $\frac{3}{5}$ د) $\frac{2}{3}$
٤	ما قيمة المقدار ٣جا^2 هـ + ٣ جتا^2 هـ ؟ أ) $\frac{1}{3}$ ب) ١ ج) ٣ د) ٦

almanahj.com/om

ثالثا :الاسئلة المقالية:

م	السؤال
١	إذا كان جا(٣س − ٢٥°) = جتا (٢س − ٣٥°) ، فأوجد: ١) قيمة الزواية س قيمة المقدار $\frac{\text{جا}٥١^\circ}{\text{جتا}٧٥^\circ}$ + جا^{٢} س + جتا٢س ٣) إذا كان جتا ٤هـ = جا ٢هـ ، حيث ٠° ≤ هـ ≤ ١٨٠° أوجد قياس الزاوية هـ.

almanahj.com/om

رابعا :نموذج الاجابة الموضوعية والمقالية

رقم السؤال	١	٢	٣	٤
البديل الصحيح	د	ج	أ	ج

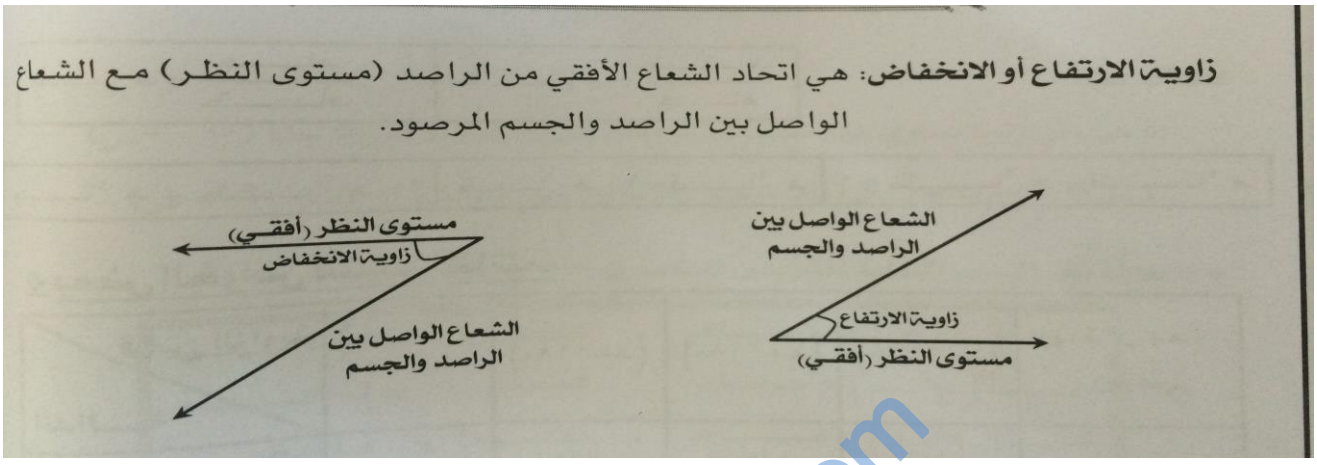
دليل الاسئلة المقالية

رقم السؤال		الإجابة
١	١	٣س – ٢٥ + ٢س – ٣٥ = ٩٠° ٥ س – ٦٠° = ٩٠° ٥ س = ١٥٠° س = ٣٠°
	٢	$\frac{\text{جا}١٥^\circ}{\text{جتا}٧٥^\circ}$ + جا ٣٠° + جتا ٦٠° $\frac{١}{٢}+\frac{١}{٤}+١=$ $\frac{٧}{٤}=$
	٣-	٤ هـ + ٢ هـ = ٩٠° ٦ هـ = ٩٠° ق ($\hat{هـ}$) = ١٥°

almanahj.com/om

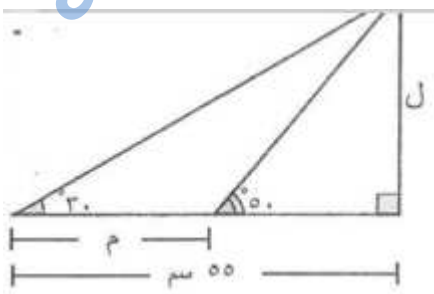
الدرس الخامس : زوايا الارتفاع والانخفاض

ملخص الدرس



almanahj.com/om

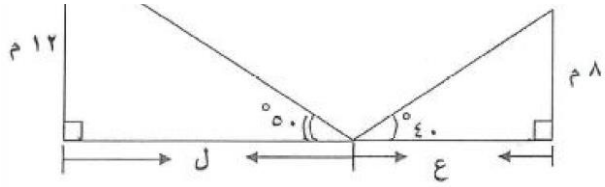
ثانيا: الأسئلة المقالية

١	) يقف محمد على سطح مبنى بارتفاع ١٢ متر من سطح الأرض ، وهو ينظر إلى سيف الذي يقف على بعد ٥ متر من قاعدة المبنى . أوجد زاوية انخفاض محمد عن قمة المبنى .ثم أوجد بُعد محمد عن سيف.
٢	) تبعد أروى عن مبنى المدرسة بمقدار ١٥ متر وهي ترصد قمة المبنى. فإذا كان ارتفاع المبنى١٠ متر. أوجد زاوية ارتفاع قمة المبنى ، وبُعد أروى عن قمة المبنى.
٣	) من قمة بناية ارتفاعها ٣٥ متر عن سطح الأرض، رصد رجل سيارة متوقفه، فوجد أن قياس زاوية انخفاضها تساوي ٥٥°. أوجد بعد السيارة عن البناية.
٤	رصد شخص قياس زاوية ارتفاع مبنى من على سطح الأرض فوجد أن قياسها ٣٥°، فإذا كان بعد الشخص عن المبنى ١٠ أمتار، أوجد ارتفاع المبنى.
٥	ما طول كلا من ل، م في الشكل المقابل؟ 

almanahj.com/om

٦

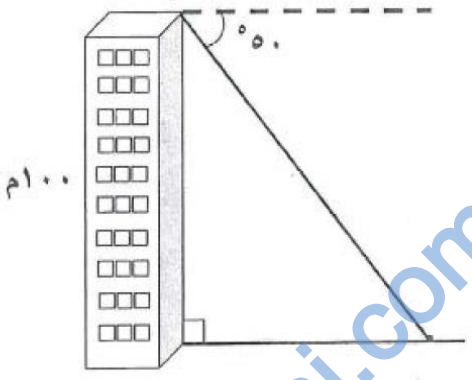
١) أوجد ع + ل في الشكل التالي:



٢) أثبت أن ١ + ظا٢هـ = قا٢هـ

٧

(١) من قمة مبنى ارتفاعه ١٠٠م وُجـد أن قياس زاوية انخفاض نقطة على سطح الأرض تساوي ٥٠° أوجد بعد النقطة عن قاعدة المبنى.

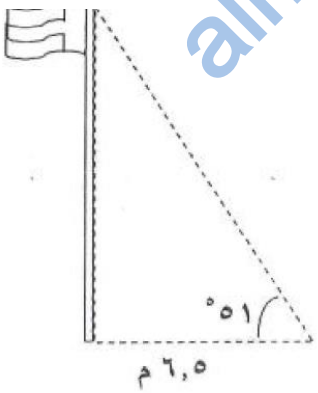


(٢) إذا كان جتا ٤هـ = جا ٢هـ ، حيث ٠° ≤ هـ ≤ ١٨٠° أوجد قياس الزاوية هـ.

٨

أ)

١) أراد طالب قياس ارتفاع سارية العلم بمدرسته من بعد ٦,٥ م على سطح الأرض، فوجد أن قياس زاوية ارتفاع قمة السارية ٥١°، أوجد ارتفاع سارية العلم.



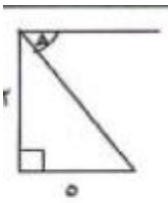
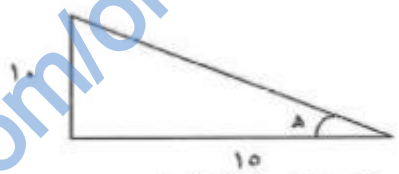
٢) أثبت أن جا٢هـ - جتا٢هـ = ٢ جا٢هـ - ١

almanahj.com/om

٩	بدون استخدام الآلة الحاسبة اوجد قيمة المقدار : (جا ٣٠°)^{٢} + (جتا ٣٠°)^{٢} ؟) من قمة منارة ارتفاعها ١٥ م عن سطح البحر رصد رجل سفينة راسية في البحر فوجد أن زاوية انخفاضها ٢٠° ، اوجد بعد السفينة عن قاعدة المنارة ؟
١٠	من نقطة أ على سطح مبنى وُجد أن قياس زاوية انخفاض قمة شجرة يساوي ٢٥° ، ومن نقطة ب أسفل المبنى وُجد أن قياس زاوية ارتفاع قمة نفس الشجرة يساوي ١٥° . أوجد ارتفاع المبنى إذا علم أن المسافة الأفقية بين قاعدتي المبنى والشجرة يساوي ١٥٠ متراً .
١١	) تسير سيارة بسرعة ثابتة مقتربة من مبنى ارتفاعه ١٨٠ م فإذا كان قياس زاوية ارتفاع المبنى في لحظة ا ٤٧° وكان قياس زاوية ارتفاع المبنى نفسه بعد مرور ٣ ثوان يساوي ٥٧° فاحسب سرعة السيارة؟
١٢	) من أعلى نقطة في قمة برج رصد محمد زاوية انخفاض موقع دراجته على الأرض فوجدها تساوي ٧٠° ، ورصد أيضا موقع دراجة صديقه أسامه التي تبعد عن دراجته ١٠متر فوجدها تساوي ٥٠° فإذا كانت الدراجتان في جهة واحده من البرج وعلى نفس الاستقامة، فأوجد ارتفاع البرج ن سطح الأرض؟

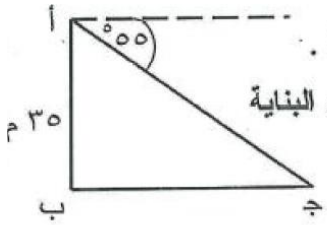
almanahj.com/om

ثالثا دليل الاجابة للأسئلة المقالية

١	 زاوية الانخفاض = هـ ظاهـ = $\frac{١٢}{٥}$ اذن هـ = ٦٧,٣٨° بُعد محمد عن سيف = $\sqrt{[١٤٤ + ٢٥]}$ = ١٣ متر
٢	 زاوية ارتفاع قمة المبنى = هـ ظاهـ = $\frac{١٠}{١٥}$ اذن هـ ≃ ٣٣,٧° بُعد أروى عن قمة المبنى = $\sqrt{١٠٠+٢٢٥}$ = $\sqrt{٣٢٥}$ ≃ ١٨ متر

almanahj.com/om

٣



$\overline{أ ب}$: ارتفاع البناية .

$\overline{ب جـ}$: بعد السيارة عن البناية

ق ($\overset{\wedge}{جـ}$) = ٥٥°

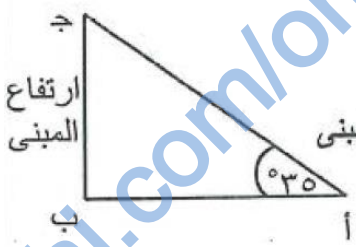
ظا ٥٥° = $\frac{أ ب}{ب جـ}$

ظا ٥٥° = $\frac{٣٥}{ب جـ}$

$ب جـ = \frac{٣٥}{ظا ٥٥}$

$ب جـ \simeq$ ٢٤,٥ متر

٤



$\overline{ب جـ}$: ارتفاع المبنى

$\overline{أ ب}$: بعد الشخص عن المبنى

ظا ٣٥° = $\frac{ب جـ}{أ ب}$

ظا ٣٥° = $\frac{ب جـ}{١٠}$

∴ ب جـ = ١٠ × ظا ٣٥°

$ب جـ \simeq$ ٧ متر

almanahj.com/om

٥

$$\text{ظا } ٣٠^\circ = \frac{\text{ل}}{٥٥}$$

$$\text{ل} = ٥٥ \times \text{ظا } ٣٠^\circ$$
$$\simeq ٣١,٧٥ \text{ سم}$$

$$\text{ظا } ٥٠^\circ = \frac{\text{ل}}{٥٥ - \text{م}}$$

$$٥٥ - \text{م} = \frac{٣١,٧٥}{\text{ظا } ٥٠^\circ}$$

$$٥٥ - \text{م} \simeq ٢٦,٦٤$$
$$\text{م} = ٥٥ - ٢٦,٦٤$$
$$= ٢٨,٣٦ \text{ سم}$$

$$\text{الطرف الأيسر} = \frac{١ - \text{جتا}^٢ \text{س}}{\text{جتا س}}$$

$$= \frac{\text{جا}^٢ \text{س}}{\text{جتا س}}$$

$$= \text{جا س} \times \frac{\text{جا س}}{\text{جتا س}}$$

$$= \text{جا س ظا س}$$

$$= \text{الطرف الأيمن}$$

---

almanahj.com/om

٦

$$\text{ظا}٥٤^{\circ}٠ = \frac{٨}{\text{ع}}$$

$$\text{ع} = \frac{٨}{\text{ظا}٥٤^{\circ}٠}$$

$$\text{ع} \simeq ٩,٥ \text{ م}$$

$$\text{ل} = \frac{١٢}{\text{ظا}٥٥^{\circ}٠}$$

$$\text{ل} \simeq ١٠,١ \text{ م}$$

$$\text{ع} + \text{ل} = ٩,٥ + ١٠,١$$
$$= ١٩,٦ \text{ م}$$

الطرف الأيمن $= ١ + \frac{\text{جا}^{٢}\text{هـ}}{\text{جتا}^{٢}\text{هـ}}$

$$= \frac{\text{جتا}^{٢}\text{هـ} + \text{جا}^{٢}\text{هـ}}{\text{جتا}^{٢}\text{هـ}}$$

$$= \frac{١}{\text{جتا}^{٢}\text{هـ}}$$

$= \text{قا}^{٢}\text{هـ}$ = الطرف الأيسر

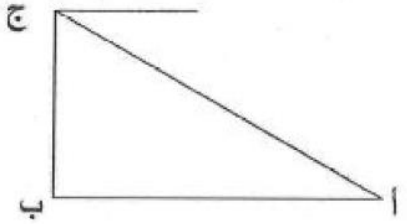
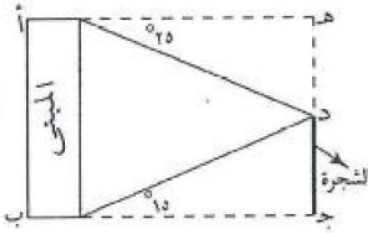
ملاحظة : إذا بدأ الطالب من الطرف الأيسر بنفس الخطوات توزع الدرجات بنفس الطريقة

---

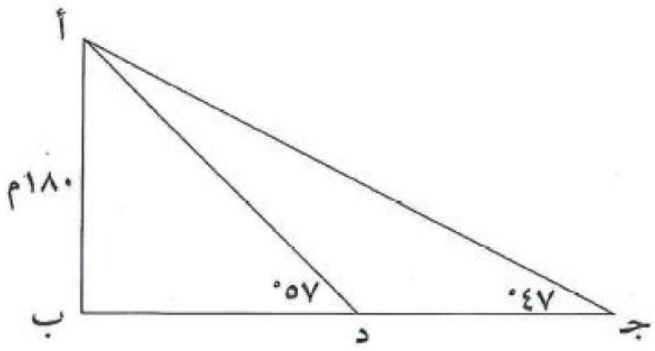
almanahj.com/om

٧	ظا ٥٠° = ارتفاع المبنى / بعد النقطة عن قاعدة المبنى بعد النقطة عن قاعدة المبنى = ١٠٠ / ظا ٥٠° ≃ ٨٤ م --- ٤ هـ + ٢ هـ = ٩٠° ٦ هـ = ٩٠° ق ($\hat{هـ}$) = ١٥°
٨	ظا ٥١° = ارتفاع السارية / ٦,٥ ارتفاع السارية = ٦,٥ × ظا ٥١° ≈ ٨ م --- جتا ٢ هـ + جا ٢ هـ = ١ الطرف الأيمن = جا٢هـ − (١ − جا٢هـ) = جا٢هـ − ١ + جا٢هـ = ٢ جا٢هـ − ١ = الطرف الأيسر
٩	

almanahj.com/om

	بالتعويض المباشر: $(\frac{1}{2})^2 + (\frac{\sqrt{3}}{2})^2 = \frac{1}{4} + \frac{3}{4} = 1$
	ب ج ارتفاع المنارة = ١٥م أ ب بعد السفينة عن قاعدة المنارة  ق(أ) = ٢٠° ظا ٢٠° = $\frac{\text{ب ج}}{\text{أ ب}}$ أ ب = $\frac{١٥}{\text{ظا ٢٠°}}$ = ٤١,٢ م أ ب = ٤١,٢م
١٠	 ارتفاع المبنى (أ ب) = جـ د + د هـ في Δ د ب جـ ظا ١٥° = $\frac{\text{جـ د}}{١٥٠}$ ← ∴ جـ د ≃ ٤٠ في Δ د أ هـ ظا ٢٥° = $\frac{\text{د هـ}}{١٥٠}$ ← ∴ د هـ ≃ ٧٠ ∴ ارتفاع المبنى = ٤٠ + ٧٠ = ١١٠م
١١	

almanahj.com/om



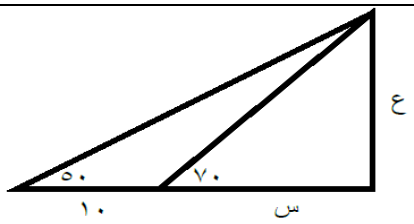
ظا ٤٧° = $\frac{١٨٠}{\text{ب جـ}}$ ← ب جـ = ١٦٧,٨٥ م

ظا ٤٧° = $\frac{١٨٠}{\text{ب د}}$ ← ب جـ = ١١١,٨٩ م

∴ جـ د = ١٦٧,٨٥ − ١١١,٨٩ = ٥٠,٩٦ م

السرعة = $\frac{\text{المسافة}}{\text{الزمن}}$ = $\frac{٥٠,٩٦}{٣}$ ≈ ١٧

almanahj.com/om



ظا ٥٠ = $\frac{ع}{س+١٠}$

ع = ١٢ + س ١,٢ ← [١]

ظا ٧٠ = $\frac{ع}{س}$

س = $\frac{ع}{٢,٧٥}$ ← [٢]

بالتعويض من [٢] في [١]

ع = ١٢ + $\frac{ع}{٢,٧٥}$ × ١,٢

ع = $\frac{٣٣ + ع\ ١,٢}{٢,٧٥}$

ع ١,٥٥ = ٣٣

∴ ارتفاع البرج = ع ≃ ٢١,٣ متر

almanahj.com/om

الدرس السادس : المتطابقات والمعادلات المثلثية

أولا: ملخص الدرس

المتطابقة : هي عبارة رياضية صحيحة لجميع قيم المتغير الحقيقية

المعادلة : هي عبارة رياضية صحيحة لبعض قيم المتغير وغير صحيحة لقيم اخرى وتسمى مجموعة القيم التي تجعل العبارة صحيحة مجموعه حل المعادلة

ثانيا :الاسئلة المقالية

١	أثبت أن جاس ظاس = $\frac{١ - جتا^{٢}س}{جتا\ س}$
٢	أثبت أن ١ + ظا^{٢}هـ = قا^{٢}هـ
٣	أثبت أن جا^{٢}هـ - جتا^{٢}هـ = ٢ جا^{٢}هـ - ١
٤	حل المعادلة المثلثية : جتا^{٢}س + ٤ جتا س + ٤ = ٠ حيث س تقع في الربع الأول
٥	اثبت صحة المتطابقة: جتا جـ + جا جـ ظا جـ = $\frac{١}{جتا\ جـ}$
٦	اثبت صحة المتطابقة حيث أن ٠ ≤ هـ ≤ $\frac{\pi}{٢}$: جاهـجتاهـ $\sqrt{قا^{٢}هـ + قتا^{٢}هـ}$ = ١
٧	أثبت صحة المتطابقة الآتية: جاهـ ظا هـ = قا هـ - $\frac{١}{قا\ هـ}$

almanahj.com/om

ثالثا :دليل الاجابة للأسئلة المقالية

١	طرف الأيسر = $\frac{١ - جتا^{٢} س}{جتا س}$ = $\frac{جا^{٢} س}{جتا س}$ = جا س × $\frac{جا س}{جتا س}$ = جا س ظا س = الطرف الأيمن حل آخر : لطرف الأيمن = جا س × ظا س = جا س × $\frac{جا س}{جتا س}$ = $\frac{جا^{٢} س}{جتا س}$ = $\frac{١ - جتا^{٢} س}{جتا س}$ = الطرف الأيسر
٢	لطرف الأيمن = ١ + $\frac{جا^{٢} هـ}{جتا^{٢} هـ}$ = $\frac{جتا^{٢} هـ + جا^{٢} هـ}{جتا^{٢} هـ}$ = $\frac{١}{جتا^{٢} هـ}$ = قا^{٢} هـ = الطرف الأيسر ملاحظة : إذا بدأ الطالب من الطرف الأيسر بنفس الخطوات توزع الدرجات بنفس الطريقة
٣	جتا^{٢} هـ + جا^{٢} هـ = ١ لطرف الأيمن = جا^{٢} هـ − (١ − جا^{٢} هـ) = جا^{٢} هـ − ١ + جا^{٢} هـ = ٢ جا^{٢} هـ − ١ = الطرف الأيسر

almanahj.com/om

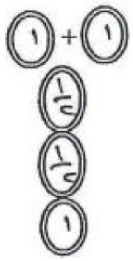
٤

(جتاس + ٢)^{٢} = $\frac{٢٥}{٤}$ ، جتاس + ٢ = ± $\frac{٥}{٢}$

الزاوية في الربع الأول جتاس + ٢ = $\frac{٥}{٢}$

جتاس = $\frac{٥}{٢}$ − ٢ = $\frac{١}{٢}$

س = ٦٠°



٥

الطرف الأيمن = جتا جـ + جا جـ × ظا جـ

= جتا جـ + جا جـ $\frac{\text{جاجـ}}{\text{جتاجـ}}$

= $\frac{\text{جتا}^{٢}\text{جـ} + \text{جا}^{٢}\text{جـ}}{\text{جتاجـ}}$

= $\frac{١}{\text{جتاجـ}}$ = الطرف الأيسر

٦

جاهـ جتاهـ ٧ قا هـ+قتا هـ = ١

بتربيع الطرفين

جا^{٢}هـ جتا^{٢}هـ (قا^{٢}هـ+قتا^{٢}هـ) = ١

الطرف الأيمن

= جا^{٢}هـ جتا^{٢}هـ ($\frac{١}{\text{جتا}^{٢}\text{هـ}}$ + $\frac{١}{\text{جا}^{٢}\text{هـ}}$)

= $\frac{\text{جا}^{٢}\text{هـ جتا}^{٢}\text{هـ}}{\text{جتا}^{٢}\text{هـ}}$ + $\frac{\text{جا}^{٢}\text{هـ جتا}^{٢}\text{هـ}}{\text{جا}^{٢}\text{هـ}}$

= جا^{٢}هـ + جتا^{٢}هـ = ١ الطرف الايسر

٧

الطرف الأيسر = $\frac{١}{\text{جتاهـ}}$ − جتاهـ

= $\frac{١ - \text{جتا}^{٢}\text{هـ}}{\text{جتاهـ}}$

= $\frac{\text{جا}^{٢}\text{هـ}}{\text{جتاهـ}}$

= جاهـ × $\frac{\text{جاهـ}}{\text{جتاهـ}}$

= جاهـ ظاهـ = الطرف الأيمن

almanahj.com/om

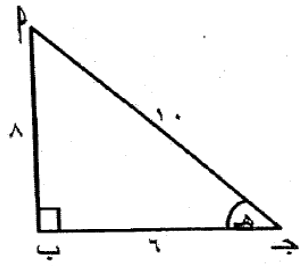
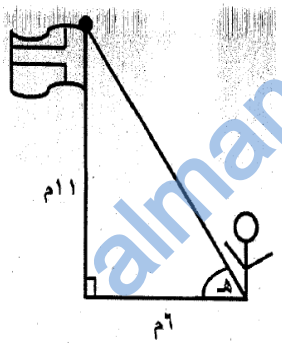
اختبار نهاية الوحدة

الاسئلة الموضوعية

م	السؤال
١	ما القياس الآخر للزاوية القياسية (-١٦٠°) ؟ أ) ١٦٠° ب) ٢٠٠° ج) ٣٦٠° د) ٥٢٠°
٢	إذا كانت ($\frac{٥}{١٣}$ ، $\frac{١٢}{١٣}$) نقطة منتهية للزاوية هـ ، فما قيمة ظتا س ؟ أ) $\frac{٥}{١٣}$ ب) $\frac{١٢}{١٣}$ ج) $\frac{١٣}{١٢}$ د) $\frac{١٣}{٥}$
٣	إذا كانت جاس = $-\frac{١}{٢}$ ، جتاص = $\frac{١}{٣}$ ، ما قيمة: ٢جتا(٩٠° − س) − جا(٩٠° − ص) ؟ أ) $\frac{-٤}{٣}$ ب) $\frac{-٢}{٣}$ ج) $\frac{٢}{٣}$ د) $\frac{٤}{٣}$

almanahj.com/om

الاسئلة المقالية:

١	أثبت صحة المتطابقة : ظاه + ظتاه = قاه قتاه
٢	ا مستعينًا بالبيانات في الشكل المقابل أوجد :  قاه. ظتاه.
٣	ترصد مريم قمة سارية علم المدرسة وهي على بُعد ٦ متر من قاعدة السارية، فإذا كان ارتفاع السارية ١١متر أوجد: أ) زاوية ارتفاع السارية .  ب) بُعد مريم عن قمة السارية .

almanahj.com/om

نموذج الاجابة الموضوعية والمقالية

رقم السؤال	١	٢	٣
البديل الصحيح	ب	ج	أ

دليل الاجابة للأسئلة المقالية

١	الطرف الأيمن = ظاهـ + ظتاهـ $= \frac{\text{جاهـ}}{\text{جتاهـ}} + \frac{\text{جتاهـ}}{\text{جاهـ}}$ $= \frac{\text{جا}^2\text{هـ} + \text{جتا}^2\text{هـ}}{\text{جتاهـ جاهـ}} = \frac{١}{\text{جتاهـ جاهـ}}$ $= \frac{١}{\text{جتاهـ}} \times \frac{١}{\text{جاهـ}} = \text{قاهـ} \times \text{قتاهـ} =$ الطرف الإيسر
٢	$\text{قا هـ} = \frac{١٠}{٦}$ $\text{ظتا هـ} = \frac{٦}{٨}$
٣	أ) $\text{ظاهـ} = \frac{١١}{٦} \approx ١,٨$ $\therefore$ هـ $\approx ٦١,٤^\circ$ ب) بُعد مريم عن سارية العلم = $\sqrt{(١١)^2 + (٦)^2} = \sqrt{١٢١ + ٣٦}$ $= \sqrt{١٥٧} \approx ١٢,٥$ متر

almanahj.com/om