شكراً لتحميلك هذا الملف من موقع المناهج العمانية

ملخص شامل للوحدة الأولى

تاريخ نشر الملف على موقع المناهج: 19-12-2023 05:56:50 | اسم المدرس: مصطفى محمود طه

التواصل الاجتماعي بحسب الصف الحادي عشر

روابط مواد الصف الحادي عشر على تلغرام

التربية الاسلامية	اللغة العربية	اللغة الانجليزية	الرياضيات

المزيد من الملفات بحسب الصف الحادي عشر والمادة رياضيات متقدمة في الفصل الأول

1	نماذج اختبارات قصيرة ثانية
2	اختبار قصير ثاني حديث نموذج خامس مع الإجابات
3	اختبار قصير ثاني حديث نموذج رابع مع الإجابة
4	اختبار قصير ثاني حديث نموذج ثالث مرفق بالقوانين
5	اختبار قصير ثاني حديث نموذج ثاني

يهدف الاكمال الى المربع الى إعادة صياغة العبارة التربيعية بحيث يكتب فيها المجهول مرة واحدة فقط

ص = س^{٢} +٤س -١

عبارة جبرية كتب بها المجهول (س) مرتين

ص = (س+٢) ^{٢} -٥

عبارة جبرية كتب بها المجهول (س) مرة واحدة

طريقة الاكمال الى المربع

س ^{٢} + ٤س

= (س+ نصف معامل س) ^{٢} – (نصف معامل س) ^{٢}

= (س+ ٢) ^{٢} – ٢ ^{٢}

= (س+٢)^{٢} -٤

تساعد طريقة الإكمال الى المربع في حل المعادلات التربيعية

إعادة تعلم

س ^{٢} -٢ س	**س ^{٢} +٨ س**
= (س- ١) ^{٢} – ١ ^{٢}	= (س+ ....) ^{٢} – .... ^{٢}
= (س- ١)^{٢} -١	= .....

س ^{٢} + ١٠ س - ٣	**س ^{٢} + ٤ س +٥**
= (س+٥) ^{٢} – ٥ ^{٢} -٣	= (س+....) ^{٢} – .... ^{٢} + ٥
= (س+٥) ^{٢} – ٢٥ -٣	= (س+....) ^{٢} – .... +٥
= (س+٥)^{٢} -٢٨	= .....

س ^{٢} - ٦ س - ٤	**س ^{٢} - ١٤ س +٣**
= (س-....) ^{٢} – .... ^{٢} -....	= (س-....) ^{٢} – .... ^{٢} + ...
= (س-....) ^{٢} – .... -....	= (س-....) ^{٢} – .... +....
=	= .....

مثال

اكتب العبارة الجبرية ٢س^{٢} -١٢س +٣ في صورة ل(س -ك)^{٢} + ر، حيث ل، ر، ك اعداد ثابتة

أولا فك القوس ل(س -ك)^{٢}

ل(س^{٢} – ٢ك س + ك^{٢})

ل س^{٢} – ٢ ل ك س + ل ك^{٢}

تعتمد فكرة الحل على

فك القوس المربع **ل(س -ك)^{٢}** ثم مساواة المعاملات

ثانياً مساواة المعاملات

٢س^{٢} -١٢س +٣ = ل س^{٢} – ٢ ل ك س + ل ك^{٢} + ر

ل س^{٢} = ٢ س^{٢} ∴ ل = ٢	-٢ ل ك س = – ١٢ س -٢(٢) ك = -١٢ -٤ ك = -١٢ ك = ٣	ل ك^{٢} + ر = ٣ ٢ × (٣)^{٢} + ر = ٣ ١٨ + ر = ٣ ر= ٣ – ١٨ = -١٥

∴ ٢س^{٢} -١٢س +٣ = ٢(س -٣)^{٢} -١٥

إعادة تعلم

اكتب العبارة الجبرية ٢س^{٢} -١٢س +١٩ في صورة ل(س -ك)^{٢} + ر، حيث ل، ر، ك اعداد ثابتة

أولا فك القوس ل(س -ك)^{٢}

ل(س^{٢} – ٢ك س + ك^{٢})

.... س^{٢} – ..... س + ...

ثانياً مساواة المعاملات

٢س^{٢} -١٢س +١٩ = ...

.... س^{٢} = ٢ س^{٢} ∴ ..... = ...	..... س = – ١٢ س .....(....) ك = -١٢ ..... ك = -١٢ ك = ...	ل ك^{٢} + ر = ... × (....)^{٢} + ر = ١٩ .... + ر = ... ر= ..... = ...

Math Show

اكتب العبارة الجبرية ٤س^{٢} +٢٠س +٥ في صورة (أس+ب)^{٢} + جـ، حيث أ، ب، جـ اعداد ثابتة

أولا فك القوس (أس+ب)^{٢}

أ^{٢} س^{٢} + ٢ أ ب س + ب^{٢}

ثانياً مساواة المعاملات

٤س^{٢} +٢٠س +٥ = أ^{٢} س^{٢} + ٢ أ ب س + ب^{٢} + جـ

أ^{٢} س^{٢} = ٤س^{٢}	٢ أ ب س = ٢٠ س	ب^{٢} + جـ = ٥
∴ أ^{٢} = ٤	٢ أ ب = ٢٠	(٥)^{٢} + جـ = ٥
أ = ∓ ٢	أ ب = ١٠	٢٥ +جـ = ٥
	عند أ = ٢	جـ = ٥ – ٢٥ = -٢٠
	٢ ب = ١٠	
	ب = ٥	
	عند أ = -٢	
	-٢ ب = ١٠	
	ب = -٥	

∴ ٤س^{٢} +٢٠س +٥ = (٢س+٥)^{٢} -٢٠

أو ٤س^{٢} +٢٠س +٥ = (-٢س-٥)^{٢} -٢٠

إعادة التعلم

اكتب العبارة الجبرية ٩س^{٢} +١٢ س -٤ في صورة (أس+ب)^{٢} + جـ، حيث أ، ب، جـ اعداد ثابتة

أولا فك القوس (أس+ب)^{٢}

.....

ثانياً مساواة المعاملات

.....

..... س^{٢} = ٩س^{٢}	..... س = ١٢ س	..... = -٤
∴ أ^{٢} =.....		
أ = ...		

Math Show

استخدم الاكمال الى المربع لتحل المعادلة $\frac{٥}{س+٢} + \frac{٣}{س-٥}$

تعتمد فكرة الحل على

التخلص من المقام ثم الاكمال الى المربع

للتخلص من المقام يضرب طرفي المعادلة × (س+٢) (س-٥)

$$\frac{٥(س+٢)(س-٥)}{س+٢} + \frac{٣(س+٢)(س-٥)}{س-٥} = (س+٢)(س-٥)$$

$٥(س-٥) + ٣(س+٢) = س^{٢}-٣س-١٠$

$٥س - ٢٥ + ٣س + ٦ = س^{٢}-٣س-١٠$

$٨س - ١٩ = س^{٢}-٣س-١٠$ ← اجعل هذه المعادلة معادلة صفرية

$س^{٢}-٣س-١٠-٨س+١٩ = ٠$ ← ضع هذه المعادلة في أبسط صورة

$س^{٢}-١١س+٩ = ٠$

$$(س - \frac{١١}{٢})^{٢} + ٩ - (\frac{١١}{٢})^{٢} = ٠$$

$$(س - \frac{١١}{٢})^{٢} + \frac{٣٦}{٤} - \frac{١٢١}{٤} = ٠$$

$$(س - \frac{١١}{٢})^{٢} = \frac{٨٥}{٤}$$ ← اخذ الجذر التربيعي للطرفين

$$س - \frac{١١}{٢} = \pm\frac{\sqrt{٨٥}}{٢}$$

$$س = \frac{١١}{٢} \pm \frac{\sqrt{٨٥}}{٢}$$

حل تمارين كتاب الطالب في
فيديوهات القناة على Youtube

تطبيق التعلم

(أ) اكتب $س^{٢} - ١٠ س + ٣٥$ في صورة $(س-ق)^{٢} + ك$

$= (س-٥)^{٢} + ٣٥ - ٢٥$

$= (س-٥)^{٢} + ١٠$

(ب) أوجد القيمة العظمى لـ $\frac{١}{(س^{٢} - ١٠ س + ٣٥)^{٢}}$

لإيجاد أكبر قيمة لكسر

يجب أن يكون المقام أصغر ما يمكن

$$\frac{١}{(س^{٢} - ١٠ س + ٣٥)^{٢}} = \frac{١}{((س-٥)^{٢} + ١٠)^{٢}}$$

عند س = ٥ **يكون المقام أصغر ما يمكن**

$$= \frac{١}{((٥-٥)^{٢} + ١٠)^{٢}} = \frac{١}{١٠٠}$$

إعادة التعلم

(أ) اكتب $س^{٢} - ١٦ س - ٢٣$ في صورة $(س-ق)^{٢} + ك$

= .....

= .....

(ب) أوجد القيمة العظمى لـ $\frac{١}{(س^{٢} - ١٦ س - ٢٣)^{٢}}$

Math Show

تمرين (٥) صفحة ٢٤ كتاب الطالب

أوجد الحلول الحقيقية للمعادلة $(٣س^{٢} + ٥س - ٧)^{٤} = ١$

بأخذ الجذر الرابع للطرفين

$٣س^{٢} + ٥س - ٧ = ١$

$٣س^{٢} + ٥س - ٧ = ١$	$٣س^{٢} + ٥س - ٧ = -١$
$٣س^{٢} + ٥س - ٧ - ١ = ٠$	$٣س^{٢} + ٥س - ٧ + ١ = ٠$
$٣س^{٢} + ٥س - ٨ = ٠$	$٣س^{٢} + ٥س - ٦ = ٠$
$(٣س + ٨)(س - ١) = ٠$	باستخدام الاكمال الى المربع
$٣س + ٨ = ٠$ ، $س - ١ = ٠$	$٣(س^{٢} + \frac{٥}{٣}) = ٦$ بالقسمة على ٢
$٣س = -٨$ ، $س = ١$	$(س^{٢} + \frac{٥}{٣}) = ٢$
$س = \frac{-٨}{٣}$	$(س + \frac{٥}{٦})^{٢} = ٢ + (\frac{٥}{٦})^{٢}$
	$(س + \frac{٥}{٦})^{٢} = \frac{٩٧}{٣٦}$ بأخذ الجذر
	$س + \frac{٥}{٦} = \mp \frac{\sqrt{٩٧}}{٦}$
	$س = \mp \frac{\sqrt{٩٧}}{٦} - \frac{٥}{٦}$

هناك ٤ حلول للمعادلة ($\frac{-٨}{٣}$ ، ١ ، $-\frac{٥}{٦} + \frac{\sqrt{٩٧}}{٦}$ ، $-\frac{٥}{٦} - \frac{\sqrt{٩٧}}{٦}$)

المعادلة التربيعية

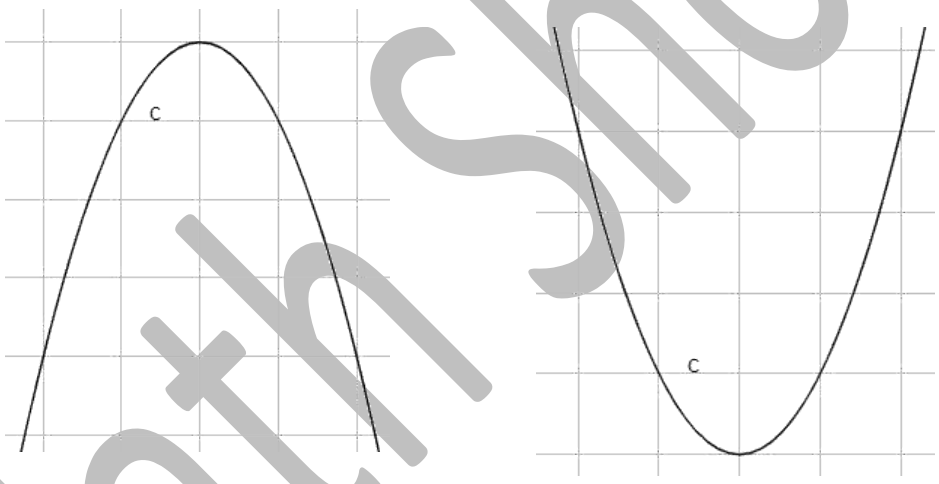
من المعادلات المُهمّة التي نجدها في المواقف الحياتية والتطبيقات الفيزيائية

$$د(س) = أ\ س^{٢} + ب\ س + جـ \quad ، أ \neq صفر$$

وسميت معادلة تربيعية لأنها تحتوي على $س^{٢}$ وهو الحد الأكبر قوى

رسم المعادلة التربيعية (رسم البيان التربيعي)

ترسم المعادلة التربيعية على شكل حرف U



معامل $س^{٢}$ موجب　　معامل $س^{٢}$ سالب

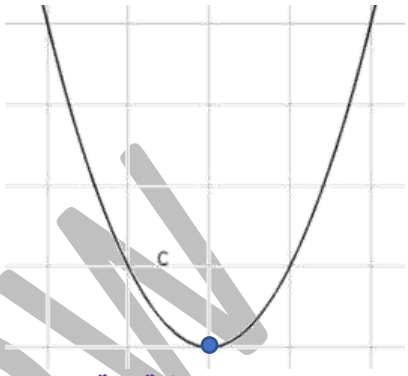
ولرسم بيان الدالة التربيعية يجب أن توضح عدة مميزات (خصائص) لبيان الدالة منها

- الشكل العام للبيان
- احداثيات الرأس
- نقط التقاطع مع المحورين
- معادلة محور التماثل

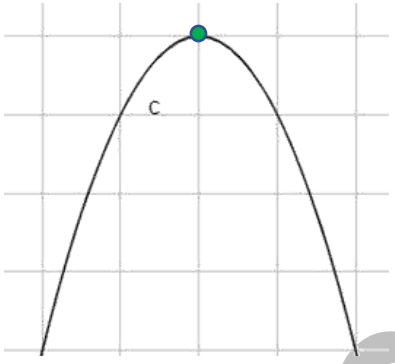
Math Show

رأس المنحنى

هي النقطة التي يتغير عندها اتجاه المنحنى في التمثيل البياني



توجد عندها قيمة صغرى لـ ص

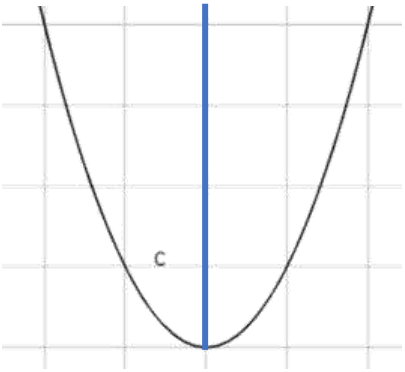


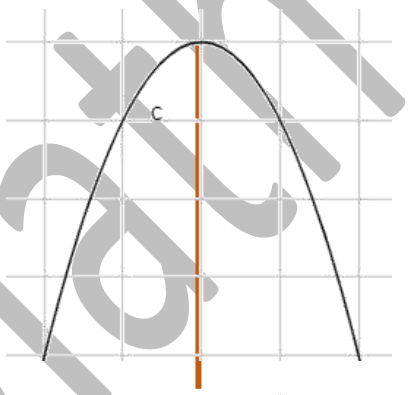
توجد عندها قيمة عظمى لـ ص

الاحداثي الصادي لنقطة الرأس

محور التماثل

مستقيم يقسم المعادلة التربيعية لنصفين





معادلة محور التماثل (خط رأسي) هي س= عدد

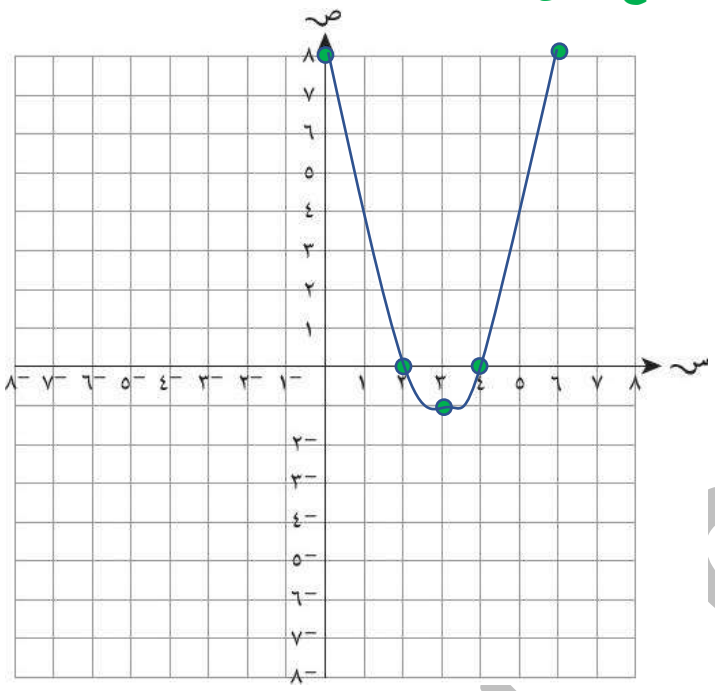
س= الاحداثي السيني لنقطة الرأس

Math Show

استخدم تماثل الدالة التربيعية ص= س^{٢} -٦س +٨ لتجد القيمة العظمى أو القيمة الصغرى. ارسم بيان الدالة مبيّنًا جميع نقاط التقاطع مع المحورَين:

أولاً: معامل س (موجب) ∴ المنحنى مفتوح لأعلى

ثانياً: نقطة التقاطع مع محور ص



عند س= ٠ ص = ٠ - ٠ + ٨ = ٨

يقطع بيان الدالة محور الصادات في النقطة (٠ ، ٨)

ثالثاً: نقط التقاطع مع محور س

عند ص= ٠ س^{٢} -٦س +٨ = ٠

(س-٢) (س-٤) = ٠

س=٢ ، س=٤

يقطع بيان الدالة محور السينات في (٢ ، ٠) (٤ ، ٠)

رابعاً: تحديد نقطة رأس المنحنى

الاحداثي السيني لنقطة للرأس = $\frac{-ب}{٢أ} = \frac{-(-٦)}{(١)٢} = ٣$

الاحداثي الصادي لنقطة للرأس = (٣)^{٢} – ٦(٣) +٨ = ٩ -١٨ + ٨ = -١

∴ احداثي نقطة الرأس (٣، -١)

يمر محور التماثل في منتصف القطعة المستقيمة الواصلة بين نقطتي المقطع السيني

وتكون معادلة مجور التماثل س= ٣

خامساً: القيمة الصغرى للمنحنى هي قيمة الاحداثي الصادي لنقطة الرأس

∴ القيمة الصغرى = -١

ضع جميع المعلومات السابقة على الشبكة التربيعية لتحصل على التمثيل البياني للدالة

Math Show

يمكن استخدام الاكمال الى المربع للحصول على بعض خصائص بيان الدالة التربيعية

ص= س^{٢} -٦س +٨ = (س-٣)^{٢} – ٩ + ٨

= (س-٣)^{٢} -١ ⟵ من هذه الصيغة رأس المنحنى (٣، -١)

للحصول على القيمة الصغرى ضع س = ٣

القيمة الصغرى = (٣-٣)^{٢} -١ = -١

وتكون معادلة محور التماثل س = ٣

اوجد احداثيات نقطة تحول (رأس بيان) الدالة ص = ٧ + ٥س -س^{٢}، وحدد ما اذا كانت قيمة عظمى أو قيمة صغرى.

الحل

ص= ٧ – س^{٢} + ٥س = ٧ – (س^{٢} – ٥س)

$= ٧ - (س - \frac{٥}{٢})^{٢} + (\frac{٥}{٢})^{٢}$

$= \frac{٥٣}{٤} - (س - \frac{٥}{٢})^{٢}$

رأس المنحنى ($\frac{٥}{٢}$ ، $\frac{٥٣}{٤}$) والمنحنى مفتوح لأسفل أي للمنحنى قيمة عظمى = $\frac{٥٣}{٤}$

إعادة تعلم

اوجد احداثيات نقطة تحول (رأس بيان) الدالة ص = ٢س^{٢} +٩س +٤، وحدد ما اذا كانت قيمة عظمى أو قيمة صغرى.

ص= ٢س^{٢} +٩س +٤= ٢(س+....)^{٢} +٤ – (....)^{٢}

=٢(س+....)^{٢} - .....

رأس المنحنى (....، ....) والمنحنى مفتوح ..... أي للمنحنى قيمة ..... = ...

Math Show

تمرين (أ) اكتب العبارة الجبريّة ١ + س - ٢س^{٢} في صورة ل – ٢(س - ك)^{٢}

أولاً: فك القوس

ل – ٢(س^{٢} – ٢ك س + ك^{٢}) = ١ + س - ٢س^{٢}

ل - ٢س^{٢} +٤ك س - ٢ك^{٢} = ١ + س - ٢س^{٢}

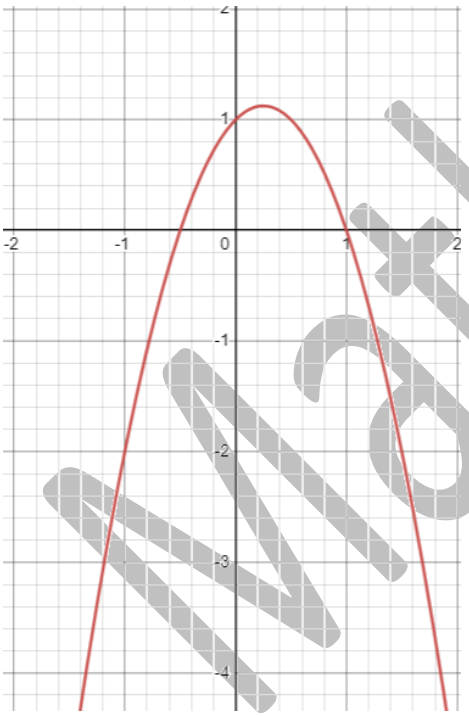
ثانياً: مساواة المعاملات

٤ ك س = س	ل – ٢ك^{٢} =١
٤ك = ١	ل – ٢ × $(\frac{١}{٤})^{٢}$ = ١
ك = $\frac{١}{٤}$	ل - $\frac{١}{٨}$ = ١
	ل = ١ + $\frac{١}{٨}$ = $\frac{٩}{٨}$

∴ ص = $\frac{٩}{٨}$-٢(س- $\frac{١}{٤}$)^{٢}

(ب) ارسم منحنى الدالّة ص = ١ + س - ٢س^{٢}

∴ ص = $\frac{٩}{٨}$-٢(س- $\frac{١}{٤}$)^{٢}



رأس المنحنى	نقطة التقاطع مع محور ص
($\frac{١}{٤}$ ، $\frac{٩}{٨}$)	(٠ ، ١)

لإيجاد نقط التقاطع مع محور س، نضع ص = ٠

$\frac{٩}{٨}$-٢(س- $\frac{١}{٤}$)^{٢} = ٠

-٢(س- $\frac{١}{٤}$)^{٢} = - $\frac{٩}{٨}$ ← القسمة على (-٢)

(س- $\frac{١}{٤}$)^{٢} = $\frac{٩}{١٦}$ ← بأخذ الجذر التربيعي للطرفين

س- $\frac{١}{٤}$ = $\mp\frac{٣}{٤}$ ← س = ١ ، س = $\frac{-١}{٢}$

نقط التقاطع مع محور س هي (١ ، ٠) ، ($\frac{-١}{٢}$ ، ٠)

ضع جميع المعلومات السابقة على الشبكة التربيعية لتحصل على التمثيل البياني للدالة، لا تنسى تماثل المنحنى حول محور التماثل للحصول على مزيد من النقاط تساعدك على دقة الرسم

Math Show

تمرين: بين أن منحنى الدالة ص= ٤س^{٢} + ٢س + ٥ لا يقطع محور السينات

الحل

نبحث نقط تقاطع المنحنى مع محور السينات

نضع ص = ٠ ونحل المعادلة ٤س^{٢} + ٢س + ٥ = ٠

ويمكن حل المعادلة اما باستخدام الصيغة التربيعية أو الاكمال الى المربع

باستخدام الاكمال الى المربع : (٤س^{٢}+٢س) + ٥ = ٠

٤(س^{٢} + $\frac{١}{٢}$س) +٥ = ٠

٤ (س+ $\frac{١}{٤}$)^{٢} + ٥ – ٤($\frac{١}{٤}$)^{٢} = ٠

٤ (س+ $\frac{١}{٤}$)^{٢} + $\frac{١٩}{٤}$ = ٠

٤ (س+ $\frac{١}{٤}$)^{٢} = -$\frac{١٩}{٤}$

ليس من الممكن أن تكون كمية مربعة سالبة

أي بيان الدالة لا يقطع محور السينات

ويمكن التحقق من ذلك بيانياً عن طريق استخدام أحد تطبيقات الرسومات مثل Desmos

الرابط التالي يوضح رسم المنحنى حيث لا يتقاطع مع محور السينات.

https://www.desmos.com/calculator/hbplrujsqg?embed

مفردة اختبارية

(١)	الدالة ص= س^{٢} -٧س +٨ (أ) **ضع دائرة** حول القيمة الصغرى لها ص= $\frac{-٧}{٢}$ ص= $\frac{٧}{٢}$ ص= $\frac{-١٧}{٤}$ ص= $\frac{-١٧}{٢}$ (ب) اكتب معادلة محور التماثل للدالة

لمزيد من الشرح والتوضيح يمكنك متابعة فيديو الدرس على قناة Math Show

Math Show

إذا كانت د(س) دالة تربيعية

فإن د(س) = ٠ تسمى معادلة تربيعية

هي معادلة من الدرجة الثانية

أكبر عدد من الجذور لها جذران حقيقيان

قيم س (حلول المعادلة) تسمى جذور المعادلة

طرق حل المعادلة التربيعية

التحليل	اكمال المربع	الصيغة التربيعية	الحل البياني

سوف نستخدم الصيغة التربيعية الان لحل مجموعة من المعادلات: **(من تمارين كتاب الطالب)**

$س^{٢} - ١٢ س + ٣٦ = ٠$	$س^{٢} + ٥ س - ٣٦ = ٠$	$٢س^{٢} - ٧ س + ٨ = ٠$
$س = \frac{-(-١٢) \pm \sqrt{(-١٢)^{٢} - ٤ \times ١ \times ٣٦}}{(١)٢}$	$س = \frac{-٥ \pm \sqrt{٥^{٢} - ٤ \times ١ \times (-٣٦)}}{(١)٢}$	$س = \frac{-(-٧) \pm \sqrt{(-٧)^{٢} - ٤ \times ٢ \times ٨}}{(٢)٢}$
$س = \frac{١٢ \pm \sqrt{٠}}{٢}$	$س = \frac{-٥ \pm \sqrt{١٦٩}}{٢} = \frac{-٥ \pm ١٣}{٢}$	$س = \frac{٧ \pm \sqrt{٤٩ - ٦٤}}{٤}$
$س = \frac{١٢ + ٠}{٢} = ٦$ ، $س = \frac{١٢ - ٠}{٢} = ٦$	$س = \frac{-٥ + ١٣}{٢} = ٤$ ، $س = \frac{-٥ - ١٣}{٢} = -٩$	$س = \frac{٧ \pm \sqrt{-١٥}}{٤}$
		لا يمكن إيجاد قيمة لجذر كمية سالبة، $\sqrt{-١٥}$ عدد غير حقيقي
جذران حقيقيان متساويان	جذران حقيقيان مختلفان	لا توجد جذور حقيقية

مميز المعادلة التربيعية

يسمى المقدار $ب^{٢} - ٤أجـ$ مميز الدالة التربيعية، ويستخدم لمعرفة عدد ونوع جذور المعادلات التربيعية

أنواع جذور المعادلات التربيعية

$ب^{٢} - ٤أجـ > ٠$	$ب^{٢} - ٤أجـ = ٠$	$ب^{٢} - ٤أجـ < ٠$
للمعادلة جذران حقيقيان مختلفان	للمعادلة جذران حقيقيان متساويان	ليس للمعادلة جذور حقيقة

Math Show

أوجد مميز كل من المعادلات التالية وبين عدد ونوع الجذور في كل معادلة

س^{٢} +٩س +٢=٠	٤س^{٢} -٤س +١=٠	٣س^{٢} +س +٢=٠
ب^{٢}-٤أجـ	ب^{٢}-٤أجـ	ب^{٢}-٤أجـ
أ= ١ ب = ٩ جـ = ٢	أ= ٤ ب = -٤ جـ = ١	أ= ٣ ب = ١ جـ = ٢
المميز = ٩^{٢} -٤ × ١ × ٢	المميز = (-٤)^{٢} -٤ × ٤ × ١	المميز = (١)^{٢} -٤ × ٣ × ٢
= ٨١ – ٨ = ٧٣ > ٠	= ١٦ – ١٦ = ٠	= ١ – ٢٤ = -٢٣ < ٠
∴ المعادلة لها جذران حقيقيان مختلفان	∴ المعادلة لها جذران حقيقيان متساويان	∴ المعادلة ليس لها جذور حقيقية

إعادة التعلم

أوجد مميز كل من المعادلات التالية وبين عدد ونوع الجذور في كل معادلة

٩س^{٢} -٦س +١=٠	٤س^{٢} -٦س -٨=٠	س^{٢} -٣س +١٠=٠
ب^{٢}-٤أجـ	ب^{٢}-٤أجـ	ب^{٢}-٤أجـ
أ= ٩ ب = -٦ جـ = ١	أ= .... ب =..... جـ = ...	.....
المميز = ... ^{٢} -٤ × ....×	المميز = ...	.....
=	=	.....
∴ المعادلة لها جذران حقيقيان	∴ المعادلة لها	∴ المعادلة .....

تطبيق التعلم

احسب قيمة ك التي تجعل للمعادلة
٢س^{٢} + ٣س +ك=٠
جذران حقيقيان متساويان
المميز = (٣)^{٢} -٤×٢×ك = ٠
٩ – ٨ ك = ٠
-٨ك = -٩
ك = $\frac{٩}{٨}$

احسب قيمة ك التي تجعل للمعادلة
٣س^{٢} + ٥س -٢ك=٠
جذران حقيقيان متساويان
.....
.....
.....
.....

Math Show

احسب قيمة ك التي تجعل للمعادلة
س^{٢} + ك س +٤=٠
جذران حقيقيان متساويان
المميز = ك^{٢} -٤×١×٤ = ٠
ك^{٢} -١٦ =٠
ك^{٢} =١٦
ك = ∓ ٤

احسب قيمة ك التي تجعل للمعادلة
٣س^{٢} + ك س +٣=٠
جذران حقيقيان متساويان
.....
.....
.....
.....

تمرين (٥) صفحة ٣١ من كتاب الطالب

للمعادلة ك س^{٢} + ل س + ٥ = ٠ جذر حقيقي مكرّر. أوجِد قيمة ك بدلالة ل.

ل^{٢} – ٤× ك × ٥ = ٠
ل^{٢} – ٢٠ ك = ٠
-٢٠ ك = - ل^{٢}
ك = $\frac{ل^{٢}}{٢٠}$

لمزيد من الشرح وحل تمارين كتاب الطالب والنشاط
تابع قناتي على اليوتيوب Math Show

سؤال قصير

(١)	المعادلة ٢س^{٢} – ٥س + ٣ = ٠ ضع دائرة حول قيمة المميز الخاص بها ٤٩ -٤٩ ١٩ ١
(٢)	**حدد** بالخطوات نوع جذري المعادلة ٣س^{٢} – ٤س +١ = ٠

Math Show

تمارين اثرائية

عين نوع جذرى المعادلة الاتية :

$$\text{س} - \frac{٢}{(\text{س}-١)} = ٤$$

بضرب حدود المعادلة في (س – ١)

س(س–١) –٢ = ٤(س–١)

س^{٢} –س –٢ = ٤س – ٤

س^{٢} –س –٢ –٤س + ٤ = صفر

س^{٢} –٥س + ٢ = صفر

هنحسب ميز المعادلة التربيعية

ب^{٢} – ٤×أ×جـ = ٢٥ –٤×٢ = ١٧

بما أن ميز المعادلة أكبر من الصفر

اذا للمعادلة التربيعية جذران حقيقيان مختلفان

عين نوع جذرى المعادلة الاتية :

$$\frac{\text{س}}{(\text{س}+١)} - \frac{\text{س}}{(\text{س}-١)} = ٣$$

بضرب حدود المعادلة في (س – ١)(س+١)

س(س–١) – س(س+١)=٣(س–١)(س+١)

.....

.....

.....

هنحسب ميز المعادلة التربيعية

ب^{٢} – ٤×أ×جـ =.....

بما أن ميز المعادلة ..... الصفر

اذا للمعادلة التربيعية جذران

.....

اذا كان جذرى المعادلة ٣س^{٢} –٦ س +ك=٠

حقيقيان متساويان أوجد قيم ك

إذا كان جذرى المعادلة التربيعية حقيقيان متساويان

إذا ميز المعادلة التربيعية = صفر

ب^{٢} –٤×أ×جـ = صفر

٣٦ – ٤×٣×ك = صفر

١٢ك = ٣٦ ك= ٣

اذا كان جذرى المعادلة س^{٢} –٣س +٢ +$\frac{١}{ك}$ =٠

حقيقيان متساويان أوجد قيمة ك

إذا كان جذرى المعادلة التربيعية حقيقيان متساويان

إذا ميز المعادلة التربيعية = صفر

ب^{٢} =٤×أ×جـ

$$(\frac{١}{ك}+٢)\times ٤ = ٩$$

$$\frac{٤}{ك} + ٨ = ٩$$

$$\frac{٤}{ك} = ١$$ ك = ٤

اذا كان جذرى المعادلة س^{٢} +(٢ك+٣)س+ك^{٢} =٠

حقيقيان متساويان أوجد قيمة ك

.....

.....

.....

.....

اذا كان جذرى المعادلة

س^{٢} +٢(ك−١)س+(٢ك+١)= صفر

حقيقيان متساويان أوجد قيمة ك

إذا كان جذرى المعادلة التربيعية حقيقيان متساويان

إذا مميز المعادلة التربيعية = صفر

ب^{٢} =٤×أ×جـ

٤(ك−١)^{٢} = ٤×(٢ك+١)

ك^{٢} + ١ −٢ك = ٢ك + ١

ك^{٢} −٢ك − ٢ك = ٠

ك(ك − ٤) = صفر

ك= صفر ، ك = ٤

اذا كان جذرى المعادلة س^{٢} +٤س + ك = ٠

حقيقيان مختلفان أوجد قيمة ك

إذا كان جذرى المعادلة التربيعية حقيقيان مختلفان

إذا مميز المعادلة التربيعية <صفر

ب^{٢} < ٤×أ×جـ

١٦ < ٤×ك

٤ك < ١٦

ك < ٤

ك تنتمى للفترة]−∞ ، ٤[

اذا كان جذرى المعادلةك س^{٢}−٨س +١٦= ٠

حقيقيان مختلفان أوجد قيمة ك

.....

.....

.....

أوجد قيم م التي تحقق أن المعادلة

(م − ١)س^{٢} −٢م س + م = صفر ليس لها جذور حقيقية

اذا كان للمعادلة ليس لها جذور حقيقية

إذا مميز المعادلة التربيعية<صفر

٤م^{٢}< ٤×(م−١)×م

٤م^{٢}< ٤م^{٢} −٤م

٤م^{٢} − ٤م^{٢} + ٤م< صفر

م < صفر

م تنتمى للفترة]−∞ ، صفر[

أوجد الفترة التي تنتمى لها م والتي تجعل جذرى المعادلة

(م+٢)س^{٢} +(٢م+٣)س + م − ١ = صفر

حقيقيان

اذا كان جذرى المعادلة حقيقيان

إذا مميز المعادلة التربيعية≤صفر

ب^{٢} ≤ ٤×أ×جـ

(٢م+٣)^{٢} ≤ ٤×(م+٢)(م−١)

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

تستخدم الصيغة التربيعية في معادلة من الدرجة الثانية أس٢ + ب س + جـ = ٠ ، أ ≠ ٠

$$س = \frac{-ب \pm \sqrt{ب^{٢} - ٤أجـ}}{٢أ}$$

حل المعادلات التالية باستخدام الصيغة التربيعية مقرباً الناتج لأقرب منزلتين عشريتين

(أ) $س^{٢} - ١٠س - ٣ = ٠$

أ = ١ ب = -١٠ جـ = -٣

$$س = \frac{-(-١٠) \pm \sqrt{(-١٠)^{٢} - ٤ \times ١ \times (-٣)}}{٢ \times ١}$$

$$س = \frac{١٠ \pm \sqrt{١١٢}}{٢} = \frac{١٠ \pm ١٠٫٥٨}{٢}$$

$$س = \frac{١٠ \pm ١٠٫٥٨}{٢}$$

$$س = \frac{١٠ + ١٠٫٥٨}{٢}$$

$$س = \frac{٢٠٫٥٨}{٢} = ١٠٫٢٩$$

$$س = \frac{١٠ - ١٠٫٥٨}{٢}$$

$$س = \frac{-٠٫٥٨}{٢} = -٠٫٢٩$$

(ب) $س^{٢} + ٦س + ٤ = ٠$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

تطبيق التعلم: تمرين (٢) صفحة ٣٣ كتاب الطالب

مستطيل أطوال أضلاعه (س) سم، (٣س – ٢) سم ومساحته ٦٣ سم٢. أوجد قيمة س مقربًا الناتج إلى أقرب عدد مكوّن من ٣ أرقام معنوية.

مساحة المستطيل = الطول × العرض = س (٣س-٢) = ٦٣

∴ $٣س^{٢} - ٢س = ٦٣$

$٣س^{٢} - ٢س - ٦٣ = ٠$

$$س = \frac{-(-٢) \pm \sqrt{(-٢)^{٢} - ٤ \times ٣ \times -٦٣}}{٣ \times ٢}$$

$$س = \frac{٢ \pm \sqrt{٧٦٠}}{٦} = \frac{٢ \pm ٢٧٫٥٦٨}{٦}$$

نستخدم القيمة الموجبة فقط لأن أطوال الاضلاع موجبة دائما

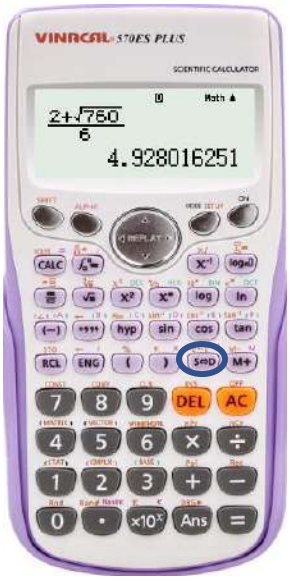
$$س = \frac{٢ + ٢٧٫٥٦٨}{٦} = \frac{٢٩٫٥٦٨}{٦} = ٤٫٩٢٨$$ سم = ٤٫٩٣ سم لأقرب ٣ أرقام معنوية

Math Show

استخدام الحاسبة:

لكتابة الناتج في صورة كسر عشري

نضغط على S⇔D



تمرين (٣) صفحة ٣٣ كتاب الطالب

المثلّث (أ) طول قاعدته (س) سم وارتفاعه (٢س – ٢) سم، والمثلّث (ب) طول قاعدته (س + ١) سم وارتفاعه (٥ – س) سم. إذا علمت أن مساحة المثلث (أ) تساوي مساحة المثلث (ب). فأوجد قيمة س مقرّبًا الناتج إلى أقرب عدد مكوّن من ٣ أرقام معنوية.

الحل

مساحة المثلث (أ) = $\frac{١}{٢}$ × س× (٢س-٢)

مساحة المثلث (ب) = $\frac{١}{٢}$ × (س+١)× (٥ - س)

∴ $\frac{١}{٢}$ × س× (٢س-٢) = $\frac{١}{٢}$ × (س+١)× (٥ - س) لأن مساحتي المثلثان متساويتان

٢س^{٢} -٢س = -س^{٢} +٤س+٥ تحويل المعادلة الى معادلة صفرية

٢س^{٢} -٢س +س^{٢} -٤س-٥ = ٠

٣س^{٢} -٦س -٥ = ٠ استخدام الصيغة التربيعية

$$س = \frac{-(-٦) \pm \sqrt{(-٦)^{٢} - ٤ \times ٣ \times (-٥)}}{٢ \times ٣}$$

$$س = \frac{٦ \pm \sqrt{٩٦}}{٦} = \frac{٦ \pm ٩,٧٩٧}{٦}$$ نستخدم القيمة الموجبة فقط

$$س = \frac{٦ + ٩,٧٩٧}{٦} = \frac{١٥,٧٩٧}{٦} = ٢,٦٣ \text{ سم}$$

تدريبات اضافية

المجموعة ١

١ أوجد بالقانون العام: مجموعة حل

$س^{٢} - ٥س + ٢ = ٠$ مقرباً الناتج لرقمين عشريين

الحل

$أ = ١$ ، $ب = -٥$ ، $حـ = ٢$

$$س = \frac{-ب \pm \sqrt{ب^{٢} - ٤أحـ}}{٢أ}$$

$$\therefore س = \frac{٥ \pm \sqrt{٢٥ - ٤ \times ١ \times ٢}}{١ \times ٢} = \frac{٥ \pm \sqrt{١٧}}{٢}$$

$$\therefore س = \frac{٥ + \sqrt{١٧}}{٢} \quad \text{أو} \quad س = \frac{٥ - \sqrt{١٧}}{٢}$$

$$\therefore س = ٤,٥٦ \quad \text{أو} \quad س = ٠,٤٤$$

$م.ع = \{ ٤,٥٦ ، ٠,٤٤ \}$

٢ أوجد بالقانون العام: مجموعة حل

$س^{٢} = ٣س - ١$ (علماً أن $\sqrt{٥} \simeq ٢,٢٤$)

الحل

$س^{٢} - ٣س + ١ = ٠$ $\quad أ = ١ ، ب = -٣ ، حـ = ١$

$$س = \frac{-ب \pm \sqrt{ب^{٢} - ٤أحـ}}{٢أ}$$

$$\therefore س = \frac{٣ \pm \sqrt{٩ - ٤ \times ١ \times ١}}{١ \times ٢} = \frac{٣ \pm \sqrt{٥}}{٢}$$

$$\therefore س = \frac{٣ + \sqrt{٥}}{٢} = \frac{٣ + ٢,٢٤}{٢} = ٢,٦٢$$

$$\text{أو } س = \frac{٣ - \sqrt{٥}}{٢} = \frac{٣ - ٢,٢٤}{٢} = ٠,٣٨$$

$م.ع = \{ ٢,٦٢ ، ٠,٣٨ \}$

المجموعة ٢

١ أوجد بالقانون العام: مجموعة حل

$س^{٢} = ٦س - ٩$

الحل

٢ أوجد بالقانون العام: مجموعة حل

$(٢س + ١)(س + ٣) + ٥ = ٠$

الحل

الواجب

المجموعة ١

أوجد مجموعة الحل للمعادلات الآتية:

١ $س^{٢} + ٣س + ١ = ٠$ مقرباً الناتج لأقرب رقمين عشريين

٢ $س^{٢} - ٥س + ٢ = ٠$ مقرباً الناتج لأقرب رقمين عشريين

٣ $س^{٢} - ٣س + ١ = ٠$ علماً أن $\sqrt{٥} \simeq ٢,٢٤$

٤ $س^{٢} + ٥س + ٣ = ٠$ علماً أن $\sqrt{١٣} \simeq ٣,٦$

٥ $٢س^{٢} - ٤س + ١ = ٠$ علماً أن $\sqrt{٨} \simeq ٢,٨٢$

٦ $س^{٢} - ٢(س + ٣) = ٠$ علماً أن $\sqrt{٧} \simeq ٢,٦٥$

المجموعة ٢

أوجد مجموعة الحل للمعادلات الآتية:

١ $(س - ٣)^{٢} - ٥س = ٠$ مقرباً الناتج لأقرب رقمين عشريين

٢ $(س - ٣)(س + ٣) - ٤ = ٠$ مقرباً الناتج لأقرب رقمين عشريين

٣ $س^{٢} = ٤س - ٤$

٤ $٤س^{٢} = ١٢س - ٩$

٥ $٩س^{٢} + ٢٥ = -٣٠س$

٦ $١٦س^{٢} = ٤٠س - ٢٥$

المجموعة ٣

أوجد مجموعة الحل للمعادلات الآتية:

١ $\frac{س}{٢} - \frac{٢}{س} = ١$ ، $س \neq ٠$

٢ $١ - \frac{٢}{س} = \frac{٢}{س^{٢}}$ ، $س \neq ٠$ علماً أن $\sqrt{٣} \simeq ٢,٧٣$

٣ $\frac{س}{س - ٣} = \frac{س - ٢}{٢س}$ ، $س \neq ٠$ مقرباً الناتج لأقرب رقمين عشريين

٤ $\frac{٢س - ١}{س + ٣} = \frac{س + ٢}{٢س + ١}$ ، $س \neq ٠$ مقرباً الناتج لأقرب رقمين عشريين

Math Show

سؤال قصير

(١) قطعة أرض مثلثة الشكل مساحتها ١٥٣ م^{٢}
طول قاعدتها ٢س وارتفاعها (٣س + ١)
احسب طول قاعدتها مقرباً الناتج لأقرب ٣ أرقام معنوية

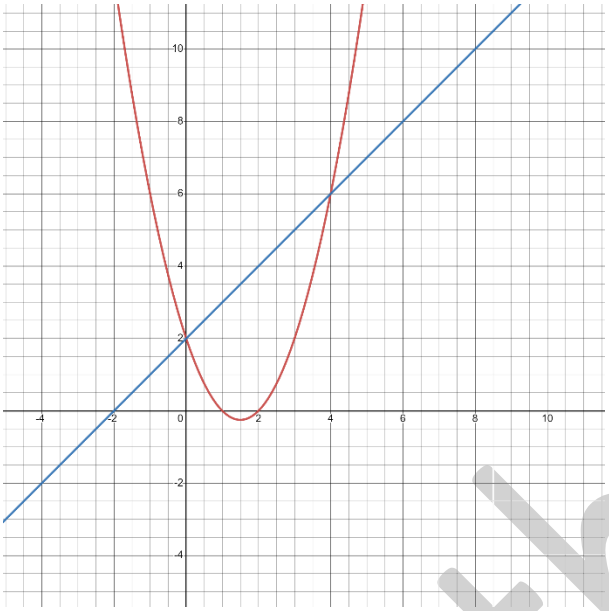
Math Show

عندما يطلب منك حل معادلتين كل منهم تحتوي على مجهولين

تسمى المعادلتين **معادلتين آنيتين**

الهدف من حل المعادلات الآنية **هو معرفة قيم المجاهيل (س، ص مثلاً)**

تكون قيم (س، ص) هما حل لكلا المعادلتين في نفس الوقت (آنياً)



في الشكل المقابل:

تقاطع المستقيم ص = س+ ٢ مع منحنى الدالة ص = س^{٢} - ٣س +٢ في النقطتين (٠ ، ٢) ، (٤ ، ٦)

فأن س = ٠ ، ص=٢ و س= ٤ ، ص= ٦

هما حلاً للمعادلتين: ص = س+ ٢ ، ص = س^{٢} -٣س +٢

الحل الجبري

حل المعادلتين الآنيتين ص = س+ ٢ ، ص = س^{٢} -٣س +٢

تستخدم طريقة الحل بالتعويض

ص = س+ ٢ ← (١)

ص = س^{٢} -٣س +٢ ← (٢)

بالتعويض عن قيمة ص من المعادلة (١) في المعادلة (٢)

∴ س^{٢} -٣س +٢ = س +٢ ← تحول الى معادلة صفرية

س^{٢} -٣س +٢ - س -٢= ٠

س^{٢}-٤س =٠

س (س-٤) = ٠ ← بأخذ س عامل مشترك

س = ٠ بالتعويض في المعادلة (١) لإيجاد قيمة ص ص= ٠ + ٢ = ٢	س-٤ = ٠ س= ٤ بالتعويض في المعادلة (١) لإيجاد قيمة ص ص =٤ +٢ = ٦

Math Show

تمرين (٣) صفحة ٣٦ كتاب الطالب

دائرتان مجموع محيطيهما ٣٦ π سم، ومجموع مساحتيهما ١٧٠ π سم^{٢}، أوجد نصف قطر كل دائرة

نفرض أن نصف قطر الدائرة الأولى س

نفرض أن نصف قطر الدائرة الثانية ص

محيط الدائرة = ٢ π نق

مساحة الدائرة = π نق ^{٢}

∴ ٢ π س + ٢ π ص = ٣٦ π ← بقسمة المعادلة على ٢ π

∴ س + ص = ١٨

∴ س = ١٨ - ص ← (١)

π س^{٢} + π ص^{٢} = ١٧٠ π ← بقسمة المعادلة على π

∴ س^{٢} + ص^{٢} = ١٧٠ ← (٢)

بالتعويض من المعادلة (١) في المعادلة (٢) ينتج

(١٨ – ص) ^{٢} + ص^{٢} = ١٧٠

٣٢٤ -٣٦ ص + ص^{٢} + ص^{٢} = ١٧٠ ← تحول المعادلة الى معادلة صفرية

٢ ص^{٢} -٣٦ ص + ٣٢٤ – ١٧٠ = ٠ ← بتجميع الحدود المتشابهة

٢ ص^{٢} -٣٦ ص + ١٥٤ = ٠ ← بقسمة المعادلة على ٢

∴ ص^{٢} -١٨ص + ٧٧ = ٠ ← بحل المعادلة بالتحليل أو الصيغة التربيعية

∴ (ص-٧) (ص- ١١) = ٠

ص – ٧ = ٠

ص = ٧

بالتعويض عن قيمة ص في المعادلة (١)

س= ١٨ – ٧ = ١١ سم

ص – ١١ = ٠

ص = ١١

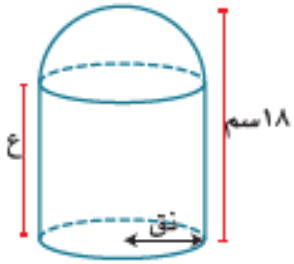
بالتعويض عن قيمة ص في المعادلة (١)

س= ١٨ – ١١ = ٧ سم

أي أن نصفي قطري الدائرتين هما : ٧سم ، ١١ سم

Math Show

تمرين (٤) صفحة ٣٦ كتاب الطالب



يُبيّن الشكل المجاور مجسَّمًا مكوّنًا من نصف كرة نصف قطرها(نق) سم، وأسطوانة نصف قطر قاعدتها (نق) سم وارتفاعها (ع) سم.
إذا علمت أن ارتفاع المجسّم الكلّي ١٨ سم ومساحته السطحية ٢٠٥ π سم^{٢}
فأوجد قيمة نق وقيمة ع

الحل

يتكون ارتفاع المجسم الكلي من ارتفاع الأسطوانة ونصف قطر الكرة = ع + نق

∴ ع + نق = ١٨ ← (١)

تتكون المساحة السطحية للمجسم من مساحة نصف كرة والمساحة السطحية للأسطوانة

∴ ٢ π نق^{٢} + π نق^{٢} + ٢ π نق ع = ٢٠٥ π

٣ π نق^{٢} + ٢ π نق ع = ٢٠٥ π ← (٢)

المساحة السطحية للأسطوانة =
٢ π نق^{٢} + ٢ π نق ع
في هذه المسألة تم تغطية إحدى قاعدتي الأسطوانة بنصف كرة
فتكون المساحة السطحية
π نق^{٢} + ٢ π نق ع

من المعادلة (١): ع = ١٨ – نق

بالتعويض عن قيمة ع في المعادلة (٢)

∴ ٣ π نق^{٢} + ٢ π نق (١٨-نق) = ٢٠٥ π ← القسمة على π

∴ ٣ نق^{٢} + ٢ نق (١٨-نق) = ٢٠٥

٣ نق^{٢} + ٣٦ نق -٢ نق^{٢} – ٢٠٥= ٠

نق^{٢} + ٣٦ نق– ٢٠٥= ٠ ← بالتحليل

(نق – ٥) (نق + ٤١) = ٠

نق – ٥ = ٠
نق = ٥
بالتعويض عن قيمة نق في المعادلة (١)
ع= ١٨ – ٥ = ١٣ سم

نق + ٤١ = ٠
نق = - ٤١
قيمة مرفوضة

Math Show

تمرين (٥) صفحة ٣٦ كتاب الطالب

يقطع المستقيم ص= ٢ -س منحنى المعادلة ٥س^{٢} – ص^{٢} = ٢٠ عند النقطتين أ ، ب

أوجد احداثيات النقطتين أ ، ب

الحل

ص= ٢ -س ⟵ (١)

٥س^{٢} – ص^{٢} = ٢٠ ⟵ (٢)

بالتعويض عن قيمة ص من المعادلة (١) في المعادلة (٢)

∴ ٥س^{٢} - ..... = ٢٠

∴ ٥س^{٢} - ..... + ... + س^{٢} = ٢٠

∴ ٦س^{٢} - ..... + ... -٢٠ = ...

∴ ٦س^{٢} + ... - ..... = ٠

∴ ٣س^{٢} + ... - ..... = ٠

(٣س – ....) (س+ ....) = ٠

٣س – .... = ٠ ⟵ س + ... = ٠

٣س = ... ⟵ س = ...

س= ....

بالتعويض عن قيمة س في المعادلة (١) ⟵ بالتعويض عن قيمة س في المعادلة (١)

ص= ..... ⟵ ص= .....

∴ النقطتان أ ، ب هما .....

تدريبات اضافية

المجموعة ١

أوجد مجموعة الحل لكل من المعادلتين الآنيتين في ح × ح :

١ س − ص = ١ ⇐ (١)
س٢ + ص٢ = ١٣ ⇐ (٢)

الحل

من معادلة الدرجة الأولى س = ص + ١ ⇐ (٣)
بالتعويض من (٣) في (٢) (ص + ١)٢ + ص٢ = ١٣
ص٢ + ٢ص + ١ + ص٢ = ١٣
٢ص٢ + ٢ص − ١٢ = ٠ ÷٢
ص٢ + ص − ٦ = ٠
(ص + ٣)(ص − ٢) = ٠

ص + ٣ = ٠	أو ص − ٢ = ٠
ص = −٣	ص = ٢
بالتعويض في (٣)	بالتعويض في (٣)
س = −٢	س = ٣

م.ح = {(−٢، −٣)، (٣، ٢)}

٢ س + ص = ٤ ⇐ (١)
س٢ + ص٢ = ١٠ ⇐ (٢)

الحل

المجموعة ٢

١ س + ص = ٣ ⇐ (١)
س ص = ٢ ⇐ (٢)

الحل

من معادلة الدرجة الأولى ص = ٣ − س ⇐ (٣)
بالتعويض من (٣) في (٢) س × (٣ − س) = ٢
٣س − س٢ − ٢ = ٠ ×−١
س٢ − ٣س + ٢ = ٠
(س − ١)(س − ٢) = ٠

س − ١ = ٠	أو س − ٢ = ٠
س = ١	س = ٢
بالتعويض في (٣)	بالتعويض في (٣)
ص = ٢	ص = ١

م.ح = {(١، ٢)، (٢، ١)}

٢ س + ص = ١٣ ⇐ (١)
س ص = ٣٦ ⇐ (٢)

الحل

المجموعة ٣

أوجد مجموعة الحل لكل من المعادلتين الآنيتين في ح × ح :

١ ص − س = ٢ ⇐ ١
س٢ + س ص − ٤ = ٠ ⇐ ٢

الحل

من معادلة الدرجة الأولى ص = س + ٢ ⇐ ٣
بالتعويض من ٣ في ٢ : س٢ + س(س + ٢) − ٤ = ٠
س٢ + س٢ + ٢س − ٤ = ٠
٢س٢ + ٢س − ٤ = ٠ ÷٢
س٢ + س − ٢ = ٠
(س + ٢)(س − ١) = ٠
س + ٢ = ٠ ، س − ١ = ٠
س = −٢ ، س = ١
بالتعويض في ٣ : ص = ٠ ، بالتعويض في ٣ : ص = ٣
م.ح = {(−٢، ٠) ، (١، ٣)}

٢ ص − س + ٥ = ٠ ⇐ ١
س٢ − ٢س ص = ١٦ ⇐ ٢

الحل

.....

المجموعة ٤

١ س + ص = ٢ ⇐ ١
١/س + ١/ص = ٢ ⇐ ٢

الحل

بضرب طرفي المعادلة ٢ × س ص
س + ص = ٢ س ص ⇐ ص − ٢ س ص + س = ٠ ⇐ ٢
من المعادلة ١ : س = ٢ − ص ⇐ ٣
بالتعويض من ٣ في ٢ : ص − ٢ ص(٢ − ص) + (٢ − ص) = ٠
ص − ٤ ص + ٢ ص٢ + ٢ − ص = ٠ ÷٢
ص٢ − ٢ ص + ١ = ٠
(ص − ١)(ص − ١) = ٠
ص = ١ ، ص = ١
بالتعويض في ٣ : س = ١ ، بالتعويض في ٣ : س = ١
م.ح = {(١، ١)}

٢ س = ٢ ⇐ ١
س٢ + ص٢ = ٥ ⇐ ٢

الحل

.....

Math Show

المجموعة ٥

١ عددين مجموعهما ٧ وحاصل ضربهما ١٢ .فما هما العددين؟

الحل

نفرض العددين س،ص س+ص=٧ ⇐ (١)

س ص=١٢ ⇐ (٢)

من المعادلة (١) ص=٧−س ⇐ (٣)

بالتعويض من (٣) في (٢) س(٧−س)−١٢=٠

×−١ ٧س−س٢−١٢=٠

س٢−٧س+١٢=٠

(س−٣)(س−٤)=٠

س−٣=٠ أو س−٤=٠

س=٣ | س=٤

بالتعويض في (٣) | بالتعويض في (٣)

ص=٤ | ص=٣

∴ العددان هما ٣، ٤

٢ عدد مكون من رقمين ، رقم الآحاد ضعف رقم العشرات ،إذا كان حاصل ضرب الرقمين يساوي نصف العدد الأصلي .فما هما العدد؟

الحل

نفرض الآحاد س ، العشرات ص

س=٢ص ⇐ (١)

العدد الأصلي س+١٠ص

×٢ س ص = ١/٢ (س+١٠ص)

٢س ص − س − ١٠ ص = ٠ ⇐ (٢)

أكمل الحل

.....

.....

.....

.....

.....

.....

المجموعة ٦

١ مثلث قائم الزاوية طول وتره ١٣سم ، محيطه=٣٠سم .أوجد طولا ضلعي القائمة؟

الحل

△ محيطه =٣٠ ⇐ ∴ س+ص+١٣=٣٠

س+ص=١٧ ⇐ (١)

من فيثاغورث س٢+ص٢=١٦٩ ⇐ (٢)

من المعادلة (١) ص=١٧−س ⇐ (٣)

بالتعويض من (٣) في (٢) س٢+(١٧−س)٢=١٦٩

س٢+٢٨٩−٣٤س+س٢−١٦٩=٠

÷٢ ٢س٢−٣٤س+١٢٠=٠

س٢−١٧س+٦٠=٠

(س−٥)(س−١٢)=٠

س=٥ أو س=١٢

ص=١٢ | ص=٥

∴ طولا القائمة ١٢سم ، ٥سم

٢ مستطيل يزيد طوله عن عرضه بمقدار٣سم، مساحته ٢٨سم٢ .أوجد محيطه؟

الحل

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

الواجب

المجموعة ١

أوجد مجموعة الحل للمعادلتين الآنيتين في ح × ح :

١ س − ص = ٢ ، س^{٢} − ص^{٢} = ٢٤

٢ س − ص = ٣ ، س^{٢} + ص^{٢} = ١٧

٣ س = ٥ص ، س^{٢} − ص^{٢} = ٢٤

٤ س − ٢ص = ٠ ، س^{٢} + ص^{٢} = ٢٠

٥ ص − س = ٣ ، س^{٢} − ص^{٢} + ٢١ = ٠

٦ س + ص = ٣ ، س^{٢} − ص^{٢} + ٣ = ٠

٧ ٣س − ص = ٧ ، س^{٢} + ٣ص^{٢} = ٧

المجموعة ٢

أوجد مجموعة الحل للمعادلتين الآنيتين في ح × ح :

١ س = ص ، س ص = ٤

٢ س + ص = ١٣ ، س ص = ٣٦

٣ س + ص = ٣ ، س ص = ٢

٤ ص − ٢س = ٠ ، س ص = ٨

٥ س + ص = ٥ ، $\frac{\text{س ص}}{٦}$ = ١

٦ س = ص + ١ ، س ص = ٠

٧ ص = س + ٢ ، س ص − ٣ = ٠

المجموعة ٣

أوجد مجموعة الحل للمعادلتين الآنيتين في ح × ح :

١ س − ص = ١ ، ٢س^{٢} − ٥س + ٢ص^{٢} = ٠

٢ ص + ٢س = ٧ ، ٢س^{٢} + س + ٣ص = ١٩

٣ س + ٢ص = ٣ ، ص^{٢} + س ص + ٤ = ٠

٤ ص = س − ٥ ، س^{٢} − ٢س ص = ١٦

٥ ص − س = ٢ ، س^{٢} + س ص − ٤ = ٠

٦ س + ٢ص = ٧ ، س^{٢} + ٢ص^{٢} − ٢س ص = ٥

٧ ٢س + ص = ٧ ، ٢س^{٢} + س + ٢ص = ١٩

Math Show

المجموعة ٤

أوجد مجموعة الحل للمعادلتين الآنيتين في ح × ح :

١ س = ١ ، س^{٢} + ص^{٢} = ٢

٢ س = ٢ ، س^{٢} + ص^{٢} = ٥

٣ ص = س ، س^{٢} + ص^{٢} = ٨

٤ س = ص ، س ص = ٤

٥ ص = ٠ ، س^{٢} + ص^{٢} + س + ٤ص − ٦ = ٠

٦ ص = $\frac{٣}{٥}$ س ، س^{٢} + ص^{٢} = ٣٤

٧ س + ٢ص = ١ ، $\frac{٣س}{ص} - \frac{٢ص}{س}$ = ١

المجموعة ٥

١ عددان موجبان الفرق بينهما ٢ ومجموع مربعهما ١٠ .أوجد العددين

٢ عددان طبيعيان مجموعهما ٧ وحاصل ضربهما يزيد عن مربع احدهما بمقدار ٣ .أوجد العددين

٣ الفرق بين عددين صحيحين موجبين هو ٣ وحاصل ضربهما ٤٠ .أوجد العددين

٤ عددان حقيقيان مجموعهما ٧ والفرق بين مربعيهما ٧ .أوجد العددين

٥ عدد مكون من رقمين رقم آحاده ضعف رقم عشراته فإذا كان حاصل ضرب الرقمين يساوي نصف العدد الأصلي .فما هو العدد؟

٦ إذا كان عُمر رجل يزيد عن ثلاثة أمثال عُمر ابنه بسنه واحدة ومجموع مربعيها يزيد عن ثلاثة أمثال حاصل ضرب العمرين بمقدار ١٨١سنه
.فما عُمر كل منهما الآن؟

٧ تتحرك نقطة على المستقيم ٥س − ٢ص = ١ حيث احداثيها الصادي ضعف مربع احداثيها السيني
.أوجد احداثي هذه النقطة

Math Show

سؤال قصير (١)

(١) عددين موجبين مجموعهما ١٠ والفرق بين مربعيهما ٦٠
احسب العددين.

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

سؤال قصير (٢)

(١) مربعان مجموع محيطيهما ٤٠سم، ومجموع مساحتيهما ٨٨,٤ سم^{٢}
احسب طول ضلع كل مربع.

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

MathShow

هي معادلات مكتوبة بصورة غير الصورة التربيعية، ولكن يمكن تحويلها الى معادلات تربيعية

أولاً معادلات من درجات أعلى

أوجد قيم س الحقيقية التي تحقق كل من المعادلات التالية:

(١) $س^{٤} - ١٣س^{٢} + ٣٦ = ٠$

الحل

بوضع ص = $س^{٢}$ ، $ص^{٢} = س^{٤}$

∴ $ص^{٢} - ١٣$ ص + ٣٦ = ٠

(ص – ٩) (ص – ٤) = ٠

ص- ٩ = ٠ | ص- ٤ = ٠

ص = ٩ | ص = ٤

$س^{٢}$ = ٩ | $س^{٢}$ = ٤

بأخذ الجذر التربيعي | بأخذ الجذر التربيعي

س = ±٣ | س = ±٢

(٢) $س^{٤} + ٢س^{٢} - ١٥ = ٠$

الحل

بوضع ص = ... ، $ص^{٢}$ = ...

∴ $....^{٢} + ٢$ ..... - ..... = ٠

(.... – ٥) (....+ ٣) = ٠

حاول بنفسك

(٣) $س^{٤} - ٦س^{٢} + ٥ = ٠$

الحل

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

(٤) $س^{٤} + ٩س^{٢} + ١٤ = ٠$

الحل

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Math Show

(٥) $س^{٦} - ٧ س^{٣} - ٨ = ٠$

الحل

بوضع ص = $س^{٣}$ ، $ص^{٢} = س^{٦}$

$\therefore ص^{٢} - ٧ ص - ٨ = ٠$

$(ص - ٨) (ص + ١) = ٠$

ص - ٨ = ٠	ص + ١ = ٠
ص = ٨	ص = - ١
$س^{٣} = ٨$	$س^{٣} = -١$
بأخذ الجذر التكعيبي	بأخذ الجذر التكعيبي
س = ٢	س = - ١

(٦) $س^{٨} - ١٥ س^{٤} - ١٦ = ٠$

الحل

بوضع ص = $س^{٤}$ ، $ص^{٢} = س^{٨}$

$\therefore ص^{٢} - ١٥ ص - ١٦ = ٠$

$(ص - ١٦) (ص + ١) = ٠$

ص - ١٦ = ٠	ص + ١ = ٠
ص = ١٦	ص = - ١
$س^{٤} = ١٦$	$س^{٤} = -١$
بأخذ الجذر الرابع	لا يمكن اخذ الجذر الرابع
س = ± ٢	لكمية سالبة (لا توجد حلول)

(٧) $٣٢ س^{١٠} - ٣١ س^{٥} - ١ = ٠$

الحل

بوضع ص = $س^{٥}$ ، $ص^{٢} = س^{١٠}$

$\therefore ٣٢ ص^{٢} - ٣١ ص - ١ = ٠$

$(ص - ١) (٣٢ ص + ١) = ٠$

ص - ١ = ٠	٣٢ص + ١ = ٠
ص = ١	٣٢ص = - ١
$س^{٥} = ١$	ص = $\frac{-١}{٣٢}$
بأخذ الجذر الخامس	$س^{٥} = \frac{-١}{٣٢}$
س = ١	بأخذ الجذر الخامس
	س = $\frac{-١}{٢}$

(٨) $\frac{٩}{س^{٤}} + \frac{٥}{س^{٢}} = ٤$

الحل

بضرب طرفي المعادلة × $س^{٤}$ للتخلص من المقام

$٩ + ٥ س^{٢} = ٤ س^{٤}$

$٤ س^{٤} - ٥ س^{٢} - ٩ = ٠$

بوضع ص = $س^{٢}$ ، $ص^{٢} = س^{٤}$

$\therefore ٤ ص^{٢} - ٥ ص - ٩ = ٠$

$(٤ ص - ٩) (ص + ١) = ٠$

٤ص - ٩ = ٠	ص + ١ = ٠
٤ص = ٩	ص = - ١
ص = $\frac{٩}{٤}$	$س^{٢} = -١$
$س^{٢} = \frac{٩}{٤}$	لا يمكن اخذ الجذر التربيعي
بأخذ الجذر التربيعي	لكمية سالبة (لا توجد حلول)
س = ± $\frac{٣}{٢}$	

ثانياً معادلات في الصورة الجذرية (س تحت الجذر)

أوجد قيم س الحقيقية التي تحقق كل من المعادلات التالية:

(١) ٢س - ٩ $\sqrt{س}$ + ١٠ = ٠

الحل

بوضع ص = $\sqrt{س}$ ، ص^{٢} = س

∴ ٢ص^{٢} – ٩ ص + ١٠ = ٠

(٢ص – ٥) (ص - ٢) = ٠

٢ص - ٥ = ٠

٢ص = ٥

ص = $\frac{٥}{٢}$

$\sqrt{س}$ = $\frac{٥}{٢}$

بتربيع الطرفين

س = $\frac{٢٥}{٤}$

ص - ٢ = ٠

ص = ٢

$\sqrt{س}$ = ٢

بتربيع الطرفين

س = ٤

(٢) ١٠س + $\sqrt{س}$ - ٢ = ٠

الحل

بوضع ص = ... ، ص^{٢} = ...

∴ ١٠ .... + ... - ٢ = ٠

(٥ص – ....) (٢ص +....) = ٠

٥ص - ..... = ٠

٥ص = ...

ص = ...

$\sqrt{س}$ = ...

بتربيع الطرفين

س = ...

٢ص + ١ = ٠

٢ص = -١

ص = $\frac{-١}{٢}$

$\sqrt{س}$ = $\frac{-١}{٢}$ مرفوض

$\sqrt{س}$ دائما له قيمة موجبة فقط

حاول بنفسك

(٣) ٦س - ١٧ $\sqrt{س}$ + ٥ = ٠

الحل

(٤) ٨س + ٥ = ١٤ $\sqrt{س}$

الحل

Math Show

(٥) $\sqrt{س}$ ($\sqrt{س}$ +١) = ٦

الحل

بوضع ص = $\sqrt{س}$ ص^{٢} = س

∴ ص (ص + ١) = ٦

بالحساب الذهني

حاصل ضرب عددين متتالين = ٦

اما ص = ٢ والتالي هو ٣ أو ص = -٣ والتالي هو -٢

ص= ٢

$\sqrt{س}$ = ٢

بتربيع الطرفين

س = ٤

ص= -٣

$\sqrt{س}$ = -٣ مرفوض

$\sqrt{س}$ دائما له قيمة موجبة فقط

(٦) ٣ $\sqrt{س}$ + $\frac{٥}{\sqrt{س}}$ =١٦

الحل

بوضع ص = $\sqrt{س}$ ص^{٢} = س

∴ ٣ص + $\frac{٥}{ص}$ = ١٦

بالضرب × ص للتخلص من المقام

∴ ٣ص^{٢} + ٥ -١٦ص = ٠

∴٣ص^{٢} -١٦ص + ٥ = ٠

(٣ص-١) (ص-٥) = ٠

٣ص- ١ = ٠

٣ص = ١

ص = $\frac{١}{٣}$

$\sqrt{س}$ = $\frac{١}{٣}$

بتربيع الطرفين

س = $\frac{١}{٩}$

ص-٥= ٠

ص = ٥

$\sqrt{س}$ = ٥

بتربيع الطرفين

س= ٢٥

ثالثاً: معادلات في الصورة الأسية

تذكر الحقائق التالية

س م = س ن	س م = س^{٢}	٣ س = ٣ ٤	٤ س = ٤ ٣
∴ م = ن	∴ م = ٢	∴س =٤	∴س =٣

في أي معادلة في الصورة الأسية (المجهول موجود في الأس) **يجب أن تكون الاساسات متساوية** حتى يمكن حساب قيمة المجهول (الأس)

٢ س = ١٦	٣ س = ٩	٥ س = ١٢٥	٤ س = ١
∴ ٢ س = ٢ ٤	∴ ٣ س = ٣ ٢	∴ ٥ س = ٥ ٣	∴ ٤ س = ٤ ٠
س =٤	س =٢	س =٣	س = ٠

Math Show

أوجد قيم س الحقيقية التي تحقق كل من المعادلات التالية:

(١) $٤ س^{٢} - ٢(٢س) - ٨ = ٠$

الحل

بوضع ص = ٢ س ص^{٢} = ٤ س

∴ ص^{٢} – ٢ص - ٨ = ٠

(ص – ٤) (ص +٢) = ٠

ص- ٤= ٠	ص+ ٢= ٠
ص = ٤	ص = -٢
٢ س= ٤	٢ س= -٢
٢ س^{٢}= ٢ ^{٢}	مرفوض
س = ٢	

(٢) $٩ س^{٢} - ١٢(٣س) + ٢٧ = ٠$

الحل

بوضع ص = ... ص^{٢} = ...

∴ ....^{٢} – ١٢ .... +٢٧ = ٠

(ص – ٣) (ص -٩) = ٠

ص- ٣= ٠	ص- ٩= ٠
.....	.....
.....	.....
.....	.....
.....	.....

سؤال قصير

(١) اذا كانت $\sqrt{س}$ + س = ٠

ضع دائرة حول قيم س الحقيقية التي تحقق هذه المعادلة

س=١ س= ٠ ، ١ س= ٠ ، -١ س = ٠

(٢) حل المعادلة $س^{٦} - ٢٨ س^{٣} + ٢٧ = ٠$

Math Show

تذكر الحقائق التالية لحل المتباينات من الدرجة الأولى (الخطية)

حل المتباينات التالية

(١) ٣س – ١١ > ١
∴ ٣س > ١ + ١١
∴ ٣س > ١٢ بالقسمة على ٣
س> ٤
جميع الأعداد الحقيقية التي أقل من ٤

(٢) ٢س + ٣ < -٥
.....
.....
.....
.....

(٣) ١ - ٥س ≤ ٧
∴ -٥س ≤ ١-٧
∴-٥س ≤ ٦ بالقسمة على -٥
س≥ $\frac{-٦}{٥}$
جميع الأعداد الحقيقية التي أقل من أو تساوي $\frac{-٦}{٥}$

(٤) ٣-٤س > -١٢
.....
.....
.....
.....

لاحظ أن

عند ضرب أو قسمة المتباينات على عدد سالب تعكس علامة التباين

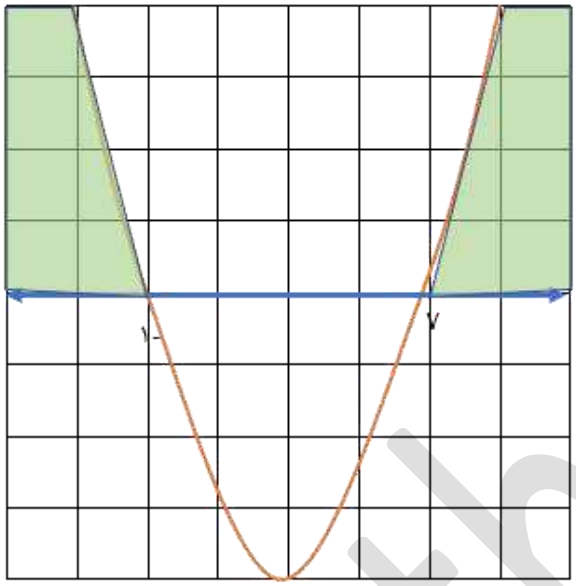
تأمل المتباينات التالية:

(١) س^{٢} -٦س-٧ > ٠
متباينة تربيعية (من الدرجة الثانية)
المنحنى المناظر لها هو الدالة التربيعية ص= س^{٢} - ٦س-٧
ولحل المتباينة س^{٢} -٦س-٧ > ٠ نحدد المناطق (الفترات) التي يكون فيها منحنى الدالة أعلى محور السينات

(٢) س^{٢} +٧س+١٠ ≥ ٠
متباينة تربيعية (من الدرجة الثانية)
المنحنى المناظر لها هو الدالة التربيعية ص= س^{٢} +٧س+١٠
ولحل المتباينة س^{٢} +٧س+١٠≥ ٠ نحدد المناطق (الفترات) التي يكون فيها منحنى الدالة أسفل محور السينات

خطوات حل المتباينات التربيعية

١) تحديد اتجاه فتحة المنحنى (مفتوح لأعلى أو لأسفل)
٢) تحديد نقط تقاطع المنحنى مع محور السينات
٣) رسم منحنى الدالة رسماً تقديرياً
٤) إذا كانت علامة التباين < او ≤ يكون حل المتباينة هو قيم س التي يكون عندها المنحنى أعلى محور س
٥) إذا كانت علامة التباين > او ≥ يكون حل المتباينة هو قيم س التي يكون عندها المنحنى أسفل محور س



مثال (١): حل المتباينة س^{٢} -٦س-٧ < ٠

المنحنى مفتوح لأعلى

س^{٢} –٦س -٧ = ٠

(س-٧) (س+١) = ٠

س-٧ = ٠ س+١= ٠

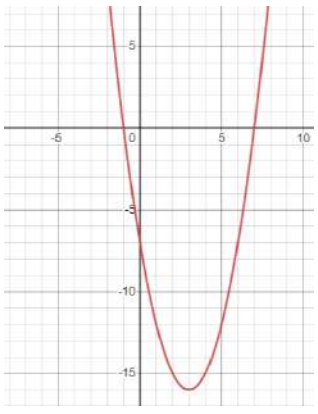
س =٧ س =-١

نقط التقاطع مع محور السينات (٧، ٠) و (-١، ٠)

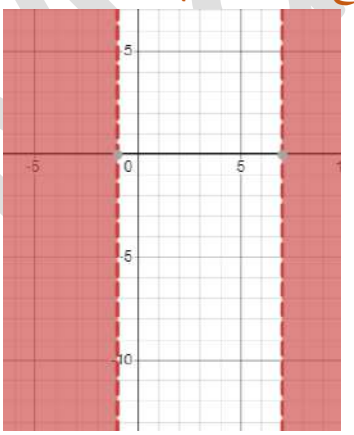
الشكل المقابل يوضح المناطق التي يكون فيها منحنى الدالة ص= س^{٢} -٦س-٧ أعلى محور س

حل المتباينة هو: س > ٧ ، س< -١

ويمكن الرجوع للتطبيقات الرقمية للتحقق من صحة الحل (موقع desmos)

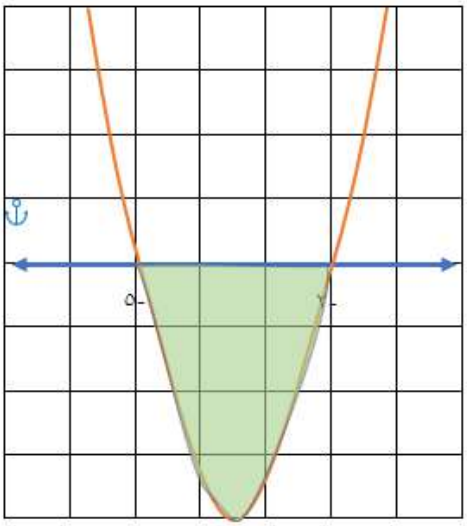


منحنى الدالة ص= س^{٢}-٦س +٧



حل المتباينة س^{٢}-٦س +٧ > ٠

مثال (٢): حل المتباينة س^{٢} +٧س+ ١٠ ≥ ٠



المنحنى مفتوح لأعلى

س^{٢}+٧س +١٠ = ٠

(س+٢) (س+٥) = ٠

س+٢ = ٠ س+٥= ٠

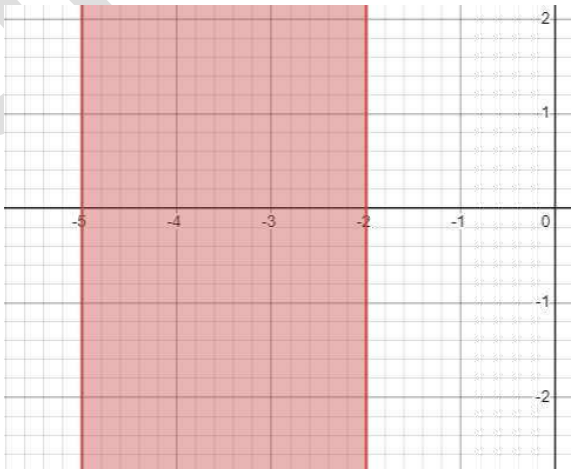
س =-٢ س =-٥

نقط التقاطع مع محور السينات (-٢، ٠) و (-٥، ٠)

الشكل المقابل يوضح المناطق التي يكون فيها منحنى الدالة ص= س^{٢} +٧س +١٠ أسفل محور س

حل المتباينة هو: -٥ ≤ س ≤ -٢

ويمكن الرجوع للتطبيقات الرقمية للتحقق من صحة الحل



تلاحظ أن :

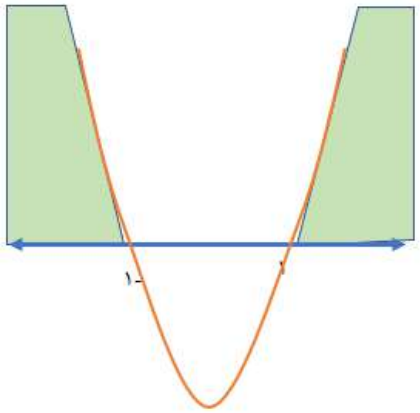
- اذا كان الحل على جانبي زراعي المنحنى يكون لدينا منطقتين للحل هما وتمثلهما متباينتان **(س > العدد الكبير، س < العدد الصغير)**
- اذا كان الحل عند راس المنحنى يكون لدينا منطقة واحدة للحل وتمثلها متباينة واحدة **(العدد الصغير < س < العدد الكبير)**
- اذا احتوت المتباينة الخطية على علامة ≥ أو ≤ **يجب أن يحتوي الحل أحد علامات التباين معها علامة التساوي**

ملخص

الأمثلة التالية توضح ملخص لحل جميع أفكار المتباينات التربيعية

(١) $س^{٢}-١ > ٠$

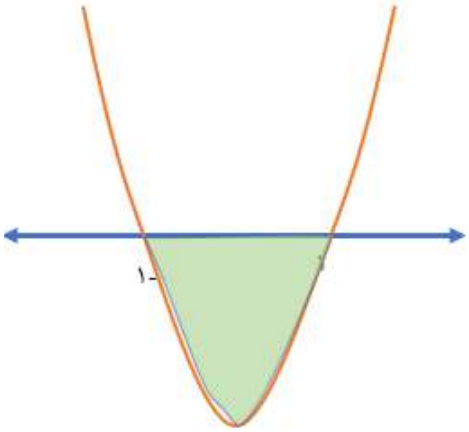
منحنى مفتوح لأعلى يقطع محور س عند ١ ، -١



الحل هو س > ١ ، س < -١

(٢) $س^{٢}-١ \geq ٠$

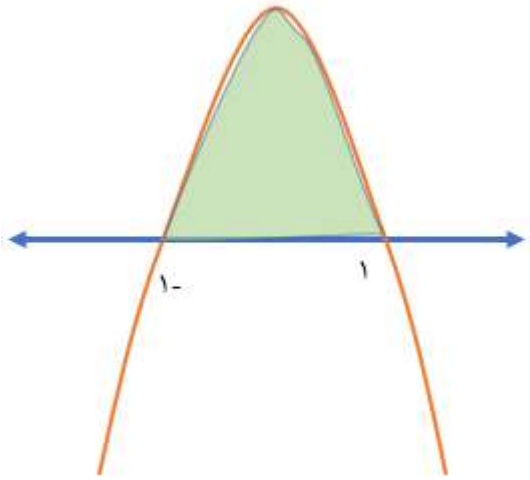
منحنى مفتوح لأعلى يقطع محور س عند ١ ، -١



الحل هو -١ ≥ س ≥ ١

(٣) $١- س^{٢} \leq ٠$

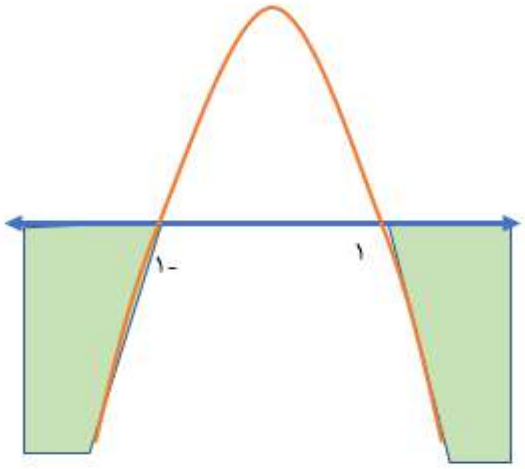
منحنى مفتوح لأسفل يقطع محور س عند ١ ، -١



الحل هو -١ ≥ س ≥ ١

(٣) $١- س^{٢} \geq ٠$

منحنى مفتوح لأسفل يقطع محور س عند ١ ، -١



الحل هو س ≤ ١ ، س ≥ -١

حل تمارين كتاب الطالب:

المجموعة الأولى: حل كل من المتباينات التالية

(١) (س-٦) (س-٤) ≥ ٠

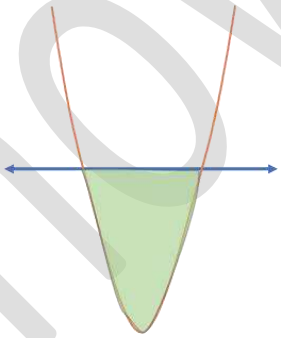
بضرب معامل س في كل قوس ١ × ١ = ١

كمية موجبة أي المنحنى مفتوح لأعلى

نقط التقاطع مع محور س هي

س-٦ = ٠ س -٤ =٠

س= ٦ س = ٤



الحل هو ٤ ≥ س ≥ ٦

(١) (٥-س) (س+٦) ≤ ٠

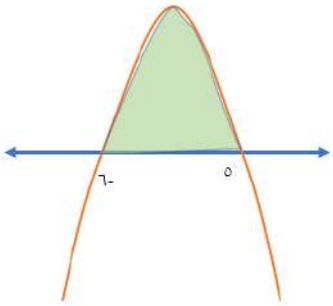
بضرب معامل س في كل قوس -١ × ١ = -١

كمية سالبة أي المنحنى مفتوح لأسفل

نقط التقاطع مع محور س هي

س+٦ = ٠ ٥-س =٠

س= - ٦ س = ٥



الحل هو -٦ ≤ س ≤ ٥

(٣) (٢س+٣) (س-٢) > ٠

بضرب معامل س في كل قوس .... × ....= ....

كمية ..... أي المنحنى مفتوح .....

الحل هو .....

(٤) (١-٣س) (٢س+١) < ٠

بضرب معامل س في كل قوس -٣ × ٢= -٦

كمية سالبة أي المنحنى مفتوح لأسفل

نقط التقاطع مع محور س هي

١-٣س = ٠ ٢س + ١ =٠

-٣س= - ١ ٢س = -١

س = $\frac{١}{٣}$ س = $\frac{-١}{٢}$

الحل هو .....

Math Show

المجموعة الثانية: حل كل من المتباينات التالية

(١) ١٤ س^{٢} + ١٧ س - ٦ ≥ ٠

المنحنى مفتوح لأعلى

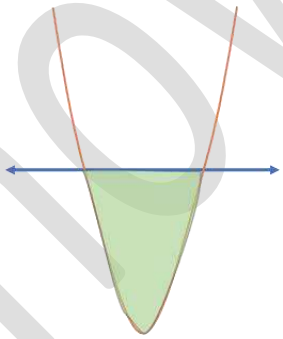
نقط التقاطع مع محور س

(٧س -٢) (٢س +٣) = ٠

٧س- ٢ = ٠ ٢س +٣ = ٠

٧س= ٢ ٢س = -٣

س = $\frac{٢}{٧}$ س = $\frac{-٣}{٢}$



الحل هو $\frac{-٣}{٢}$ ≥ س ≥ $\frac{٢}{٧}$

(١) ٦ س^{٢} - ٢٣ س + ٢٠ > ٠

المنحنى مفتوح .....

نقط التقاطع مع محور س هي

(٣س -٤) (٢س -٥) = ٠

٣س- ٤ = ٠ ٢س -٥ = ٠

.....

.....

الحل هو ..... ≥ س ≥ .....

المجموعة الثالثة: حل كل من المتباينات التالية

(١) س^{٢} < ٣٦ – ٥س

يجب إعادة كتابة المتباينة بحيث يكون أحد الطرفين صفر

س^{٢} + ٥س – ٣٦ > ٠

المنحنى مفتوح لأعلى

نقط التقاطع مع محور س

(س -٤) (س +٩) = ٠

س- ٤ = ٠ س +٩ = ٠

س= ٤ س = -٩

المنحنى مفتوح لأعلى والمتباينة اقل من صفر

∴ الحل هو -٩< س < ٤

(١) ١٥س≥ س^{٢} +٥٦

تجميع الحدود في الطرف الذي يجعل معامل س^{٢} موجباً

س^{٢} - ١٥س+٥٦≤ ٠

المنحنى مفتوح .....

نقط التقاطع مع محور س هي

(س -.....) (س -.....) = ٠

س- ..... = ٠ س - ..... = ٠

.....

المنحنى مفتوح لأعلى والمتباينة أكبر من صفر

الحل هو س ≤ .... ، س≥.....

Math Show

(٣) (س+٣) (١ - س) < س -١

- س^{٢} – ٢ س + ٣ < س -١
- س^{٢} – ٢ س + ٣ – س + ١ < ٠
- س^{٢} – ٣ س + ٤ < ٠

المنحنى مفتوح لأسفل

نقط التقاطع مع محور س هي

- س^{٢} – ٣ س + ٤ = ٠ بالضرب × -١

س^{٢} +٣ س -٤ = ٠

(س +٤) (س-١) = ٠

س+٤ = ٠ س -١ =٠

س= -٤ س = ١

المنحنى مفتوح لأسفل والمتباينة أقل من الصفر

الحل هو س > ١ ، س< -٤

(٤) (٤س+٣) (٣س-١) < ٢س (س +٣)

١٢ س^{٢} + ٩س -٤س – ٣ < ٢س^{٢} + ٦س

١٢ س^{٢} – ٢ س^{٢}+ ٥س -٦س – ٣ < ٠

١٠ س^{٢} - س – ٣ < ٠

المنحنى مفتوح لأعلى

نقط التقاطع مع محور س هي

(٥س -٣) (٢س +١) = ٠

٥س- ٣ = ٠ ٢س +١ =٠

٥س= ٣ ٢س = -١

س = $\frac{٣}{٥}$ س = $\frac{-١}{٢}$

المنحنى مفتوح لأعلى والمتباينة أقل من الصفر

الحل هو $\frac{-١}{٢}$ < س < $\frac{٣}{٥}$

المجموعة الرابعة: حل كل من المتباينات التالية

(١) $\frac{س(س-١)}{س+١}$ < س

لاحظ أن : في المتباينات لا يمكن ضرب الطرفين والوسطين إذا كان المقام يحتوي على رموز بتحويل س للطرف الآخر بعكس الإشارة

∴ $\frac{س(س-١)}{س+١}$ - س < ٠ بتوحيد المقامات في الطرف الأيمن على س +١

∴ $\frac{س(س-١)}{س+١}$ - $\frac{س(س+١)}{س+١}$ < ٠

∴ $\frac{س^{٢}-س-س^{٢}}{س+١}$ < ٠ ← $\frac{-٢س}{س+١}$ < ٠

يحل البسط -٢س < ٠ و المقام س+١ < ٠ كل منهم كمتباينة مستقلة

-٢س < ٠ القسمة على -٢

س> ٠

أي عند قيم س أقل من صفر تكون -٢س موجبة

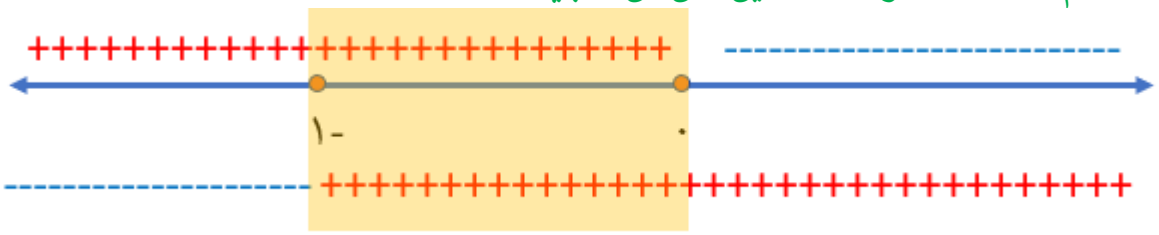
س+١ < ٠

س< -١

أي عند قيم س أكبر من -١ تكون س +١ موجبة

Math Show

يستخدم خط أعداد واحد لتمثيل حل كل متباينة

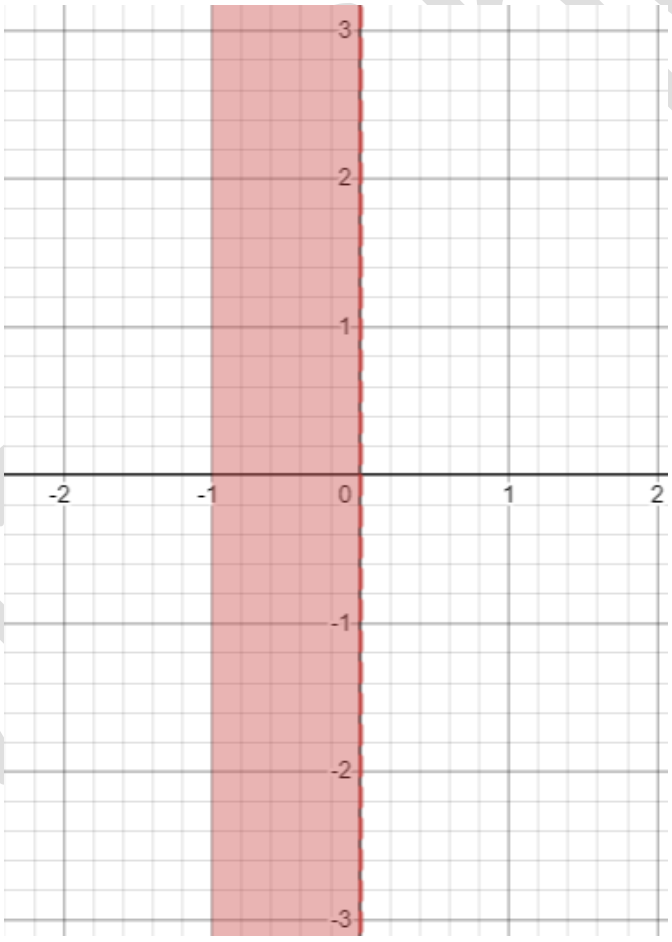


ويكون حل المتباينة $\frac{س(س-١)}{س+١} > س$ هو الحل المشترك بين للمتباينتين -٢س> ٠ ، س+١>٠

المظلل في الشكل السابق

حل المتباينة هو -١ < س < ٠

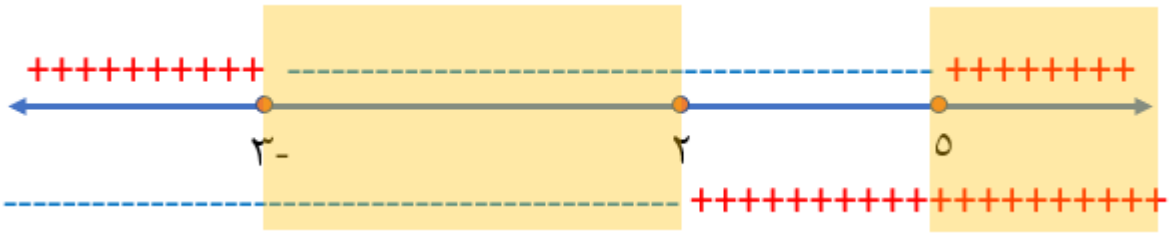
ويمكن التحقق من صحة الحل باستخدام التطبيقات الرقمية



(٢) $\frac{س^{٢}-٢س-١٥}{س-٢} \leq ٠$

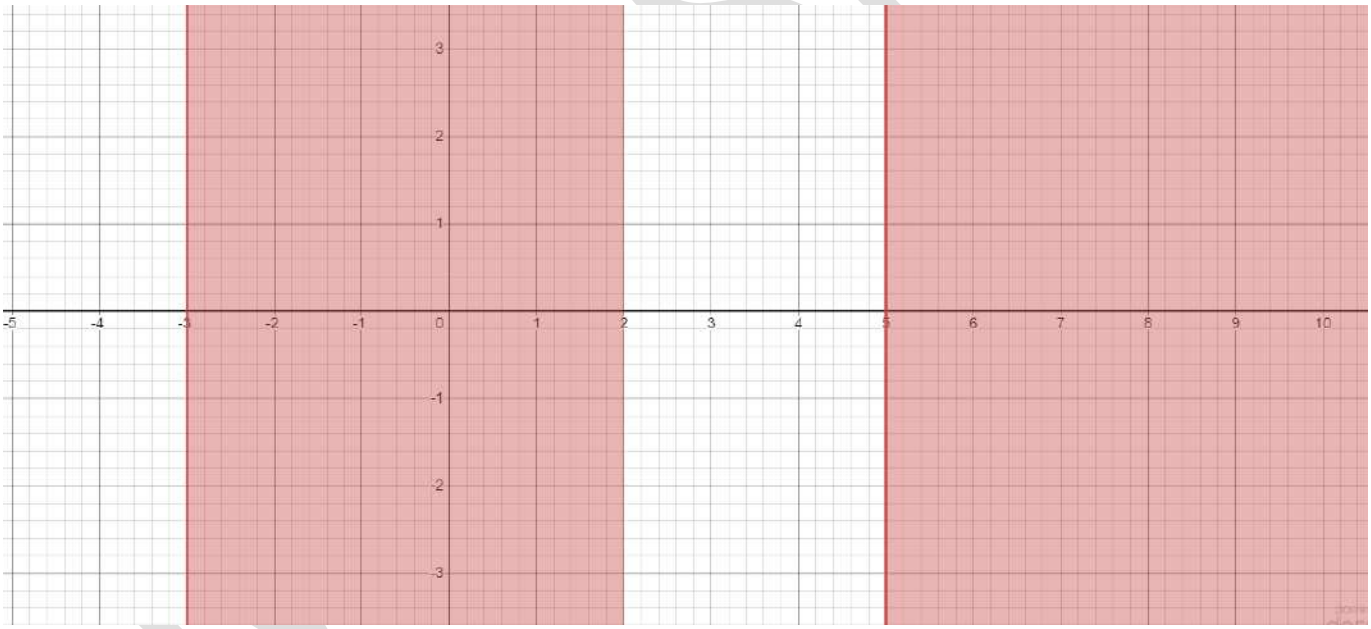
يحل البسط $س^{٢} - ٢س - ١٥ \leq ٠$ و المقام $س - ٢ \leq ٠$ كل منهم كمتباينة مستقلة

$س^{٢} - ٢س - ١٥ \leq ٠$	$س - ٢ \leq ٠$
المنحنى مفتوح لأعلى	$س \leq ٢$
المنحنى يقطع محور س عند س= ٥ ، س =-٣	
حل المتباينة س≤ ٥ ، س≥ -٣	



ويكون حل المتباينة هو س ≤ ٥ ، -٣ ≤ س <٢

ويمكن التحقق من صحة الحل باستخدام التطبيقات الرقمية



في هذا الدرس سوف نوظف جميع المهارات التي تعلمنها في هذه الوحدة لمعرفة حالات تقاطع مستقيم مع منحنى الدالة التربيعية

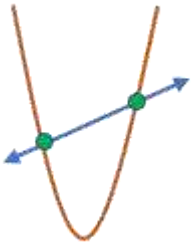
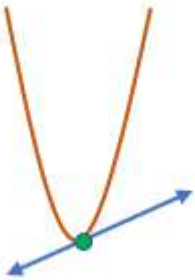
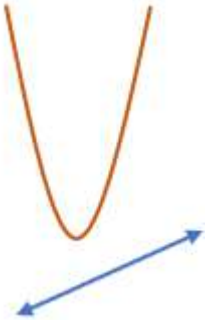
المستقيم يمثله معادلة من الدرجة الأولى بين متغيرين على الصورة

ص = م س + جـ

منحنى الدالة التربيعية يمثله معادلة من الدرجة الثانية على الصورة

ص = أ س^{٢} + ب س + جـ ، أ ≠ ٠

علاقة المستقيم بمنحنى الدالة التربيعية تتلخص في ثلاث حالات

الحالة الأولى	الحالة الثانية	الحالة الثالثة
عندما يقطع المستقيم المنحنى في نقطتين	عندما يمس المستقيم المنحنى في نقطة واحدة	المستقيم لا يقطع المنحنى (لا توجد نقط تقاطع)
		
في هذه الحالة عند حل معادلتي المستقيم والمنحنى آنيا نحصل على معادلة تربيعية مميزها > ٠ ∴ ب^{٢} – ٤ أ جـ > ٠	في هذه الحالة عند حل معادلتي المستقيم والمنحنى آنيا نحصل على معادلة تربيعية مميزها = ٠ ∴ ب^{٢} – ٤ أ جـ = ٠	في هذه الحالة عند حل معادلتي المستقيم والمنحنى آنيا نحصل على معادلة تربيعية مميزها < ٠ ∴ ب^{٢} – ٤ أ جـ < ٠

خطوات إيجاد قيمة المجهول:

١) حل معادلتي المستقيم والمنحنى آنياً.
٢) التعويض في صيغة المميز طبقاً للحالات الثلاث السابقة

حل تمارين كتاب الطالب صفحة ٤٥

أوجد قيمة ك بحيث يكون المستقيم ص = ك س + ١ مماساً لمنحنى الدالة ص = س^{٢}-٧س +٢

الحل

بحل المعادلتين آنياً ← مساواة المعادلتين

س^{٢} -٧س +٢ = ك س +١ ← تحول الى معادلة صفرية

س^{٢} -٧س +٢ -ك س -١ = ٠

س^{٢} –(٧ + ك) س +١ = ٠ ← تجميع س بأخذ (-س) عامل مشترك

أ = ١ ب = (٧+ك) جـ = ١ ← تركنا الإشارة (-) في ب لأنها ستربع

بالتعويض في صيغة المميز

(٧+ك)^{٢} – ٤ × ١ × ١ = ٠ ← لأن المستقيم مماس للمنحنى

٤٩ + ك^{٢} + ١٤ك – ٤ = ٠

ك^{٢} + ١٤ ك + ٤٥ = ٠ ← استخدم التحليل أو الصيغة التربيعية

(ك+٥) (ك+٩)= ٠

ك = -٥ ك = -٩

أوجد قيمة ك بحيث يكون المحور السيني مماساً لمنحنى الدالة ص = س^{٢}-(ك +٣) س +(٣ك +٤)

الحل

معادلة المحور السيني : ص = ٠

بحل المعادلتين آنيا

س^{٢}-(ك +٣) س +(٣ك +٤) = ٠

أ = ١ ب = ك + ٣ جـ = ٣ك + ٤

بالتعويض في صيغة المميز

(ك+٣)^{٢} – ٤ × ١ × (٣ك+٤) = ٠

ك^{٢} + ٩ + ٦ك -١٢ك -١٦ = ٠

ك^{٢} + -٦ك -٧= ٠

(ك-٧) (ك+١)= ٠

ك = ٧ ك = -١

Math Show

المستقيم ص= ك – ٣س مماس لمنحنى الدالة س^{٢} + ٢س ص -٢٠ = ٠

(أ) أوجد قيم ك الممكنة

(ب) لكل قيمة من قيم ك أوجد احداثيات التقاطع مع المنحنى

الحل

بحل المعادلتين آنيا بالتعويض عن ص = ك -٣س في معادلة المنحنى

س^{٢} + ٢س(ك -٣س) -٢٠ = ٠

س^{٢} + ٢ ك س – ٦س^{٢} -٢٠ = ٠ ضرب ٢س × القوس

-٥ س^{٢} +٢ ك س -٢٠ = ٠

أ = -٥ ب = ٢ك جـ = -٢٠

بالتعويض في صيغة المميز

(٢ك)^{٢} – ٤ × -٥ × -٢٠ = ٠

٤ك ^{٢} – ٤٠٠ = ٠ بالقسمة على ٤

ك ^{٢} – ١٠٠ = ٠

ك ^{٢} = ١٠٠ بأخذ الجذر التربيعي

ك = ± ١٠

للحصول على احداثيات نقط التقاطع نعوض عن قيم ك في المعادلة

عند ك = ١٠

تكون معادلة المنحنى التربيعي

-٥س^{٢} + ٢٠ س -٢٠ = ٠ بالقسمة على (-٥)

س^{٢} -٤س +٤ = ٠ مقدار مربع كامل

(س -٢)^{٢} = ٠ بأخذ الجذر التربيعي

س-٢ = ٠

س=٢

بالتعويض في معادلة المستقيم لإيجاد الاحداثي ص

ص = ١٠ – ٢×٣ = ٤

نقطة التقاطع هي (٢، ٤)

عند ك = - ١٠

تكون معادلة المنحنى التربيعي

-٥س^{٢} -٢٠ س -٢٠ = ٠ بالقسمة على (-٥)

س^{٢} +٤س +٤ = ٠ مقدار مربع كامل

(س +٢)^{٢} = ٠ بأخذ الجذر التربيعي

س+٢ = ٠

س=-٢

بالتعويض في معادلة المستقيم لإيجاد الاحداثي ص

ص = -١٠ – (-٢) × ٣= ٤

نقطة التقاطع هي (-٢، -٤)

Math Show

أوجد قيم م بحيث يكون المستقيم ص = م س + ٦ مماساً لمنحنى الدالة ص = س^{٢}-٤س +٧، أوجد احداثيات نقطة تماس المستقيم مع المنحنى لكل قيمة من قيم م.

الحل

بحل المعادلتين آنيا

س^{٢} -٤س +٧ =م س +٦ تحويلها الى معادلة صفرية

س^{٢} -٤س – م س + ٧ - ٦=٠

س^{٢} – (٤ + م) س +١ =٠

أ = ١ ب = ٤+م جـ = ١

بالتعويض في صيغة المميز

(٤ + م)^{٢} – ٤ ×١×١ =٠

١٦ + م^{٢} + ٨م -٤ = ٠

م^{٢} + ٨م +١٢= ٠

(م +٦) (م+ ٢) = ٠

م = -٦ م =-٢

للحصول على احداثيات نقط التماس نعوض عن قيم م في المعادلة

عند م= -٦

تكون معادلة المنحنى التربيعي

س^{٢}-(٤-٦)س+١ = ٠

س^{٢} +٢س +١ = ٠ مقدار مربع كامل

(س +١)^{٢} = ٠ بأخذ الجذر التربيعي

س+١ =٠

س=-١

بالتعويض في معادلة المستقيم لإيجاد الاحداثي ص

ص = -٦ × -١ + ٦ = ١٢

نقطة التقاطع هي (-١، ١٢)

عند م= -٢

تكون معادلة المنحنى التربيعي

س^{٢}-(٤-٢)س+١ = ٠

س^{٢} -٢س +١ = ٠ مقدار مربع كامل

(س -١)^{٢} = ٠ بأخذ الجذر التربيعي

س-١ =٠

س= ١

بالتعويض في معادلة المستقيم لإيجاد الاحداثي ص

ص = -٢ × ١ + ٦ = ٠

نقطة التقاطع هي (١ ، ٤)

Math Show

أوجد قيمة ك عندما يتقاطع المستقيم ص = ٢س -١ مع منحنى الدالة ص = س^{٢}+ ك س +٣ في نقطتين مختلفتين

الحل

بحل المعادلتين آنيا

س^{٢}+ك س +٣ = ٢س -١

س^{٢}+ك س -٢ س+٣ +١= ٠

س^{٢} +(ك -٢) س +٤ =٠

أ = ١ ب = ك -٢ جـ = ٤

بالتعويض في صيغة المميز

(ك-٢)^{٢} – ٤ × ١× ٤ < ٠

ك^{٢} + ٤ -٤ك -١٦ < ٠

ك^{٢} -٤ك -١٢ < ٠

لحل المتباينة التربيعية نحدد اتجاه فتحة المنحنى (مفتوح لأعلى) لان معامل ك^{٢} موجب

تحديد نقط تقاطع المنحنى مع محور س

(ك-٦)(ك+٢) =٠

ك = ٦ ، ك = -٢

المنحنى مفتوح لأعلى والمتباينة أعلى محور س

ك> ٦ ، ك<-٢

Math Show

أوجد قيمة ك عندما يتقاطع المستقيم ص = ك -س مع منحنى الدالة ص = ٥ -٣س- س^{٢} في نقطتين مختلفتين

الحل

بحل المعادلتين آنيا

٥ -٣س -س^{٢} = ك -س

٥ -٣س -س^{٢} – ك +س = ٠

-س^{٢} -٢ س +٥-ك = ٠

أ = -١ ب = -٢ جـ = ٥-ك

بالتعويض في صيغة المميز

(-٢)^{٢} – ٤ × -١ × (٥-ك) > ٠

٤ +٢٠ -٤ك > ٠

٢٤ -٤ك > ٠

-٤ك > -٢٤

ك < ٦

أوجد قيم ع بحيث لا يتقاطع المستقيم ص = ع س +٥ مع منحنى الدالة ص= س^{٢}-س+٦

بحل المعادلتين آنيا

س^{٢} -س +٦ = ع س +٥

س^{٢} -س +٦ - ع س -٥=٠

س^{٢} –(١+ع)س +١ = ٠

أ = ١ ب = ١+ع جـ = ١

بالتعويض في صيغة المميز

(١+ع)^{٢} -٤×١×١ > ٠

١+٢ع +ع^{٢} -٤>٠

ع^{٢}+٢ع -٣>٠

لحل المتباينة التربيعية نحدد اتجاه فتحة المنحنى (مفتوح لأعلى) لان معامل ع^{٢} موجب

تحديد نقط تقاطع المنحنى مع محور س

(ع-١)(ك+٣) = ٠

ك = ١ ، ك = -٣

المنحنى مفتوح لأعلى والمتباينة أسفل محور س

-٣<ع<١

أوجد قيم ك بحيث لا يتقاطع المستقيم ص = ٢س - ١٠ مع منحنى الدالة ص= س^{٢}-٦س+ك

بحل المعادلتين آنيا

س^{٢} -٦س +ك = ٢ س -١٠

س^{٢} -٦س +ك - ٢ س +١٠=٠

س^{٢} -٨س +ك + ١٠ = ٠

أ = ١ ب = -٨ جـ = ك +١٠

بالتعويض في صيغة المميز

(-٨)^{٢} -٤×١×(ك+١٠) > ٠

٦٤ -٤ك -٤٠>٠

-٤ك+٢٤ > ٠

-٤ك > -٢٤ بالقسمة على -٤

ك < ٦

اوجد قيم ك بحيث يكون المستقيم ص = ك س + ٦ مماساً للمنحنى س^{٢} + ص^{٢} - ١٠ س +٨ص=٨٤

الحل

بحل المعادلتين آنيا

س^{٢} +(ك س+٦)^{٢} - ١٠ س+٨ (ك س+٦) -٨٤ =٠

س^{٢} +ك^{٢}س^{٢} +٣٦+١٢ك س -١٠س+٨ك س +٤٨ -٨٤ =٠

(١+ك^{٢}) س^{٢} + (٢٠ك -١٠) س =٠

أ = ١+ك^{٢} ب = ٢٠ك -١٠ جـ = ٠

المميز = (٢٠ك -١٠)^{٢} – ٤ × (١+ك^{٢}) × ٠ = ٠

(٢٠ك -١٠)^{٢} = ٠ بأخذ الجذر التربيعي

٢٠ ك -١٠ = ٠

٢٠ ك = ١٠

ك = $\frac{١}{٢}$

Math Show

المستقيم ص = م س + جـ مماس لمنحنى الدالة ص = س^{٢} -٤س +٤

بين أن م^{٢} + ٨م + جـ = ٠

الحل

بحل المعادلتين آنيا

س^{٢} -٤س +٤ = م س + جـ

س^{٢} -٤س +٤ – م س – جـ = ٠

س^{٢} – (٤+م) س +٤ – جـ = ٠

أ = ١ ب = ٤+م ج = ٤ – جـ

المميز = (٤+م) ^{٢} – ٤ ×١ × (٤-جـ) = ٠

١٦ + م^{٢} + ٨م -١٦ + ٤ جـ = ٠ ∴ م^{٢} +٨ م + ٤جـ = ٠

المستقيم ص = م س + جـ مماس لمنحنى الدالة ﻫ س^{٢} + ب ص^{٢} = جـ

بين أن م^{٢} = $\frac{ﻫ ب جـ - ﻫ}{ب}$

الحل

ﻫ س^{٢} + ب (م س + جـ)^{٢} = جـ

ﻫ س^{٢} + ب (م^{٢}س^{٢} +جـ^{٢} +٢م س جـ) = جـ

ﻫ س^{٢} + ب م^{٢}س^{٢} + ب جـ^{٢} + ٢م ب جـ س = جـ

س^{٢} (أ + ب م^{٢}) + ٢م ب جـ س + ب جـ^{٢} -جـ = ٠

المميز = (٢م ب جـ)^{٢} – ٤ × (أ + ب م^{٢}) × (ب جـ^{٢} -جـ) = ٠

٤ م^{٢} ب^{٢}جـ^{٢} -٤ (أ ب جـ^{٢} – أ جـ + ب^{٢} م^{٢} جـ^{٢} – ب م^{٢}جـ) = ٠ بالقسمة على ٤

م^{٢} ب^{٢}جـ^{٢} - أ ب جـ^{٢} +أ جـ - ب^{٢} م^{٢} جـ^{٢} + ب م^{٢}جـ = ٠

- أ ب جـ^{٢} +أ جـ + ب م^{٢}جـ = ٠ بالقسمة على جـ

- أ ب جـ + أ + ب م^{٢} = ٠

ب م^{٢} = أ ب جـ -أ

∴ م^{٢} = $\frac{ﻫ ب جـ - ﻫ}{ب}$

Math Show