تم تحميل هذا الملف من موقع المناهج العمانية

ملخص شرح درس محدد المصفوفة

موقع فايلاتي ⇦ المناهج العمانية ⇦ الصف الحادي عشر ⇦ رياضيات متقدمة ⇦ الفصل الأول ⇦ ملخصات وتقارير ⇦ الملف

تاريخ إضافة الملف على موقع المناهج: 2024-11-11 23:16:48

المزيد من مادة رياضيات متقدمة:	ملفات ا كتب للمعلم ا كتب للطالب ا اختبارات الكترونية ا اختبارات ا حلول ا عروض بوربوينت ا أوراق عمل منهج انجليزي ا ملخصات وتقارير ا مذكرات وبنوك ا الامتحان النهائي ا للمدرس

التواصل الاجتماعي بحسب الصف الحادي عشر

صفحة المناهج العمانية على فيسبوك					
المواد على تلغرام	التربية الاسلامية	اللغة العربية	اللغة الانجليزية	الرياضيات	

المزيد من الملفات بحسب الصف الحادي عشر والمادة رياضيات متقدمة في الفصل الأول

1	حل تمارين درس محدد المصفوفة
2	حل تمارين درس معكوس المصفوفة
3	حل تمارين درس استخدام المصفوفات في حل أنظمة المعادلات
4	تطبيقات على الاختبار القصير الأول
5	دفتر تمارين كتاب الطالب

٦-٢ محدّد المصفوفة

أ / لبنى الرجيبي

محدد المصفوفة التي رتبتها ٢ × ٢

نتيجة ٦

إذا كانت $\underline{أ} = \begin{pmatrix} أ & ب \\ ج & د \end{pmatrix}$، فإن $\Delta = \begin{vmatrix} أ & ب \\ ج & د \end{vmatrix}$ = أد − ب ج

نتيجة ٧

إذا كان $\Delta = ٠$، فإن المصفوفة منفردة.

إذا كان $\Delta \neq ٠$، فإن المصفوفة غير منفردة.

محدد المصفوفة التي رتبتها ٣ × ٣

لتكن $\underline{أ} = \begin{pmatrix} ١ & ٦ & ٣ \\ ١ & ٤ & ٨ \\ ٥ & ٢٠ & ٤ \end{pmatrix}$، فإن $\Delta = \begin{vmatrix} ١ & ٦ & ٣ \\ ١ & ٤ & ٨ \\ ٥ & ٢٠ & ٤ \end{vmatrix}$

يمكن إيجاد قيمة المحدد، وذلك بضرب كل عدد في الصف الأول في المحدد من الرتبة (٢ × ٢) المناظر له. يتشكل المحدّد من ثلاثة محدّدات أصغر

بحيث $\Delta = ١ \begin{vmatrix} ٤ & ١ \\ ٢٠ & ٥ \end{vmatrix} - ٦ \begin{vmatrix} ٨ & ١ \\ ٤ & ٥ \end{vmatrix} + ٣ \begin{vmatrix} ٨ & ٤ \\ ٤ & ٢٠ \end{vmatrix}$

$= ١(١٦٠ - ١٦) - ٦(٤٠ - ٤) + ٣(٢٠ - ٢٠) = ٧٢$

إذا كانت المصفوفة $\underline{ب} = \begin{pmatrix} ١ & ٢ & ١- \\ ٢ & ١ & ٤ \\ ٣ & ٢- & ٢ \end{pmatrix}$، فإن محدّدتها

$\Delta = ١ \begin{vmatrix} ١ & ١- \\ ٢ & ٢- \end{vmatrix} - ٢ \begin{vmatrix} ٤ & ٢ \\ ٢ & ٣ \end{vmatrix} + (١-) \begin{vmatrix} ٢ & ١ \\ ٣ & ٢- \end{vmatrix} = ٣٣$

مُساعَدة

$$\begin{vmatrix} ٣ & ٦ & ١ \\ ٨ & ٤ & ١ \\ ٤ & ٢٠ & ٥ \end{vmatrix} \quad ١ \times \begin{vmatrix} ٨ & ٤ \\ ٤ & ٢٠ \end{vmatrix} \quad ٦- \times \begin{vmatrix} ٨ & ١ \\ ٤ & ٥ \end{vmatrix} \quad ٣ \times \begin{vmatrix} ٤ & ١ \\ ٢٠ & ٥ \end{vmatrix}$$

مُساعَدة

عند إيجاد محدد المصفوفة من الرتبة ٣ × ٣ يمكنك اختيار أي صف أو أي عمود مع مراعاة الإشارات.

نتيجة ٨

إذا كانت $\underline{أ}$، $\underline{ب}$ مصفوفتين من الرتبة ن × ن فإن:

$|\underline{أ} \times \underline{ب}| = |\underline{ب}| \times |\underline{أ}| = |\underline{ب} \times \underline{أ}|$

١) أيّ مصفوفة من المصفوفات الآتية غير منفردة؟

أ $\begin{bmatrix} ٥ & ٨ \\ ٤ & ٢ \end{bmatrix}$ ب $\begin{bmatrix} ٣ & ٧ \\ -٦ & -١٤ \end{bmatrix}$ ج $\begin{bmatrix} ١ & ٤ \\ -١ & ٠ \end{bmatrix}$

أ $\Delta = \begin{vmatrix} ٥ & ٨ \\ ٤ & ٢ \end{vmatrix} = (٥ \times ٢) - (٨ \times ٤) = ١٠ - ٣٢ = -٢٢$

$\because \Delta \neq ٠$

$\therefore$ المصفوفة غير منفردة

ب $\Delta = \begin{vmatrix} ٣ & ٧ \\ -٦ & -١٤ \end{vmatrix} = (٣ \times -١٤) - (-٦ \times ٧) = -٤٢ + ٤٢ = ٠$

$\because \Delta = ٠$

$\therefore$ المصفوفة منفردة

ج $\Delta = \begin{vmatrix} ١ & ٤ \\ -١ & ٠ \end{vmatrix} = (١ \times ٠) - (-١ \times ٤) = ٠ + ٤ = ٤$

$\because \Delta \neq ٠$

$\therefore$ المصفوفة غير منفردة

fileae.com
2025 2024
فايلاتي العمانية

٢) أوجِد قيم س التي تجعل المصفوفة $\begin{bmatrix} س & ٤ \\ ١ & س - ٣ \end{bmatrix}$ منفردة.

∵ منفردة

∴ $\Delta = ٠$

$$\begin{vmatrix} س & ٤ \\ ١ & س-٣ \end{vmatrix} = ٠$$

$س(س-٣) - (١ \times ٤) = ٠$

$س^{٢} - ٣س - ٤ = ٠$

$(س - ٤)(س + ١) = ٠$

إما $س = ٤$ أو $س = -١$

filea.com 2025 2024 موقع فايلاتي العمانية

٣) بيّن أن المصفوفة $\begin{bmatrix} س & -٢ \\ ٥ & س+١ \end{bmatrix}$ ليست منفردة لجميع قيم س الحقيقية.

$$\Delta = \begin{vmatrix} س & -٢ \\ ٥ & س+١ \end{vmatrix}$$

$$= س(س+١) - (-٢ \times ٥)$$

$$= س^{٢} + س + ١٠$$

$$= (س + \frac{١}{٢})^{٢} - \frac{١}{٤} + ١٠$$

(بالإكمال إلى مربع)

$$= (س + \frac{١}{٢})^{٢} + \frac{٣٩}{٤}$$

$$\therefore \Delta \geq \frac{٣٩}{٤}$$

$$\therefore \Delta \neq ٠$$ لأي قيمة للمتغير س

∴ المصفوفة غير منفردة

fileae.com 2025 موقع فايلاتي العمانية

٤) إذا علمت أن $\underline{أ} = \begin{pmatrix} ٣ & ١ \\ ٤ & ٥ \end{pmatrix}$، $\underline{ب} = \begin{pmatrix} -١ & ٢ \\ ٦ & -٣ \end{pmatrix}$، فأثبت أن:

أ $|\underline{أ} \times \underline{ب}| = |\underline{أ}| \times |\underline{ب}|$

$|\underline{أ}| = (٣ \times ٥) - (١ \times ٤) = ١١$

$|\underline{ب}| = (-١ \times -٣) - (٢ \times ٦) = -٩$

$|\underline{أ}| \times |\underline{ب}| = ١١ \times -٩ = -٩٩$ ← ①

$\underline{أ} \times \underline{ب} = \begin{bmatrix} ٣ & ١ \\ ٤ & ٥ \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} -١ & ٢ \\ ٦ & -٣ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ٢١ & -٦ \\ ٢٩ & -١٣ \end{bmatrix}$

$|\underline{أ} \times \underline{ب}| = (٢١ \times -١٣) - (٢٩ \times -٦) = -٩٩$ ← ②

من ① و ②:

$|\underline{أ} \times \underline{ب}| = |\underline{أ}| \times |\underline{ب}|$

ب $|\underline{ب} \times \underline{أ}| = |\underline{أ}| \times |\underline{ب}|$

$|\underline{أ}| \times |\underline{ب}| = ١١ \times -٩ = -٩٩$ ← ①

$\underline{ب} \times \underline{أ} = \begin{bmatrix} -١ & ٢ \\ ٦ & -٣ \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} ٣ & ١ \\ ٤ & ٥ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ٥ & ١ \\ ١٥ & ٩ \end{bmatrix}$

$|\underline{ب} \times \underline{أ}| = (٥ \times ١٥) - (١ \times ٩) = -٩٩$ ← ②

من ① و ②:

$|\underline{ب} \times \underline{أ}| = |\underline{أ}| \times |\underline{ب}|$

∴ من ① و ②: $|\underline{أ} \times \underline{ب}| = |\underline{ب} \times \underline{أ}| = |\underline{أ}| \times |\underline{ب}|$

fileae.com

٥) أوجِد محدّد كل مصفوفة من المصفوفات الآتية:

أ $\begin{pmatrix} ٣ & ٣ & ٥ \\ ٣ & ١ & ٤ \\ ٣ & ٥- & ٣ \end{pmatrix}$ ب $\begin{pmatrix} ١ & ٢ & ٧ \\ ٣- & ٠ & ١٣- \\ ٤ & ١١ & ٣٢ \end{pmatrix}$ ج $\begin{pmatrix} ١ & ٨ & ٦ \\ ٠ & ٨- & ٤ \\ ٠ & ٠ & ١٢ \end{pmatrix}$

أ) $\Delta = \begin{vmatrix} ٣ & ٣ & ٥ \\ ٣ & ١ & ٤ \\ ٣ & ٥- & ٣ \end{vmatrix} = ٣\begin{vmatrix} ١ & ٥- \\ ٣ & ٣ \end{vmatrix} - ٣\begin{vmatrix} ٤ & ٣ \\ ٣ & ٣ \end{vmatrix} + ٥\begin{vmatrix} ٤ & ١ \\ ٣ & ٥- \end{vmatrix}$

$= ٣(٣+٢٠) - ٣(٩-١٢) + ٥(-١٥-٣)$

$= -١٢$

ب) $\Delta = \begin{vmatrix} ١ & ٢ & ٧ \\ ٣- & ٠ & ١٣- \\ ٤ & ١١ & ٣٢ \end{vmatrix} = ١\begin{vmatrix} ٠ & ١٣- \\ ١١ & ٣٢ \end{vmatrix} + ٣\begin{vmatrix} ٢ & ٧ \\ ١١ & ٣٢ \end{vmatrix} + ٤\begin{vmatrix} ٢ & ٧ \\ ٠ & ١٣- \end{vmatrix}$

$= (٠+١٤٣) + ٣(٦٤-٧٧) + ٤(-٢٦-٠)$

$= ٠$

ج) $\Delta = \begin{vmatrix} ١ & ٨ & ٦ \\ ٠ & ٨- & ٤ \\ ٠ & ٠ & ١٢ \end{vmatrix} = ١\begin{vmatrix} ٨- & ٤ \\ ٠ & ١٢ \end{vmatrix} - ٠\begin{vmatrix} ٨ & ٦ \\ ٠ & ١٢ \end{vmatrix} + ٠\begin{vmatrix} ٨ & ٦ \\ ٨- & ٤ \end{vmatrix}$

$= -٩٦ - ٠ + ٠$

$= -٩٦$

٦) إذا علمت أن $\begin{vmatrix} أ & أ & أ٢ \\ أ٣ & -أ & ٠ \\ أ٤ & أ٢ & أ \end{vmatrix}$ = ٢، فأوجِد قيمة أ .

$$\Delta = ٢$$

$$= \begin{vmatrix} ٢ب & ب & ب \\ ٠ & -ب & ٣ب \\ ب & ٢ب & ٤ب \end{vmatrix} = ٢$$

$$= ٢ب \begin{vmatrix} ب & ٣ب \\ ٢ب & ٤ب \end{vmatrix} + ٠ - \begin{vmatrix} -ب & ٣ب \\ ٢ب & ٤ب \end{vmatrix} ب = ٢$$

$$= ٢ب(-ب(-٣ب^٢) + ب(٤ب^٢ + ٦ب^٢)$$

$$= ٢ب(١٠ب^٢) + ب(-٤ب^٢) = ٢$$

$$= ٢٠ب^٣ - ٤ب^٣ = ٢$$

$$= ١٦ب^٣ = ٢$$

$$ب^٣ = \frac{٢}{١٦}$$

$$ب^٣ = \frac{١}{٨}$$

$$ب = \sqrt[٣]{\frac{١}{٨}}$$

$$ب = \frac{١}{٢}$$

filae.com 2025 2024 موقع فيلاتي العمانية

٧) إذا علمت أن $\underline{أ} = \begin{pmatrix} ١ & ٢ & ٣ \\ ٠ & ١ & ٤ \\ ١ & ٢ & ٠ \end{pmatrix}$، $\underline{ب} = \begin{pmatrix} ١ & ٥ & ٢ \\ ٢ & ٣ & ٠ \\ ١ & -١ & ٠ \end{pmatrix}$، فأوجِد $|\underline{أ} \times \underline{ب}|$.

$|\underline{أ} \times \underline{ب}| = |\underline{أ}| \times |\underline{ب}|$

$|\underline{أ}| = \begin{vmatrix} ١ & ٢ & ٣ \\ ٠ & ١ & ٤ \\ ١ & ٢ & ٠ \end{vmatrix} = ١ \begin{vmatrix} ١ & ٤ \\ ٢ & ٠ \end{vmatrix} - ٠ + ١ \begin{vmatrix} ٢ & ٣ \\ ١ & ٤ \end{vmatrix}$

$= (٠ - ٨) + (٨ - ٣)$

$= -٣$

$|\underline{ب}| = \begin{vmatrix} ١ & ٥ & ٢ \\ ٢ & ٣ & ٠ \\ ١ & -١ & ٠ \end{vmatrix} = ٢ \begin{vmatrix} ٢ & ٣ \\ ١ & -١ \end{vmatrix} - ٠ + ٠$

$= ٢(-٢ - ٣) = -١٠$

$\therefore |\underline{أ} \times \underline{ب}| = -٣ \times -١٠ = ٣٠$