

شكراً لتحميلك هذا الملف من موقع المناهج العمانية



كراسة الطالب في الوحدة الثامنة التباديل والتوافيق

[موقع المناهج](#) ⇨ [المناهج العمانية](#) ⇨ [الصف الحادي عشر](#) ⇨ [رياضيات أساسية](#) ⇨ [الفصل الثاني](#) ⇨ [الملف](#)

تاريخ نشر الملف على موقع المناهج: 22:33:33 2023-05-05 | اسم المدرس: نصر حسنين

التواصل الاجتماعي بحسب الصف الحادي عشر



روابط مواد الصف الحادي عشر على تلغرام

[الرياضيات](#)

[اللغة الانجليزية](#)

[اللغة العربية](#)

[التربية الاسلامية](#)

المزيد من الملفات بحسب الصف الحادي عشر والمادة رياضيات أساسية في الفصل الثاني

امتحان تحريبي نهائي حديد بمحافظة جنوب الباطنة	1
امتحان تحريبي نهائي مع الحل	2
امتحان تحريبي نهائي حديد مع الحل بمحافظة جنوب الشرقية	3
نموذج إجابة الامتحان التحريبي النهائي	4
امتحان تحريبي نهائي حديد	5



كراسة الطالب

الوحدة الثامنة

المختصر المفيد

التباديل و التوافيق



إعداد : نصر حسنين

ماذا نتعلم ؟

ستتعلم في هذه الوحدة كيف:

- ٨-١ تحسب مضروب العدد باستخدام الحاسبة وبدون استخدامها.
- ٨-٢ تبسّط عبارات تتضمن مضروب العدد.
- ٨-٣ تحسب عدد التباديل لـ r من العناصر من أصل n من العناصر (حيث $r \geq n$).
- ٨-٤ تحسب عدد التباديل لـ n من العناصر المختلفة، مع أو بدون عناصر متكررة (متشابهة).
- ٨-٥ تحسب عدد التوافيق لـ r من العناصر من أصل n من العناصر المختلفة.
- ٨-٦ تستخدم التباديل والتوافيق كتمثيلات لأمثلة من الحياة الواقعية وتفسرها.



١-٨ مضروب العدد

نتيجة ١

$n! = n \times (n-1) \times (n-2) \times \dots \times 2 \times 1$ ، حيث n عدد صحيح موجب.

$$720 = 1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 \times 6 = 6!$$

مُسَاعَدَة

بشكل عام:

$$n! = n \times (n-1) \times \dots \times 1$$

أو

$$n! = n \times (n-1) \times (n-2) \times \dots \times 1$$

وهكذا.

$$6! = 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1$$

$$= 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1$$

$$= 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1$$

مُسَاعَدَة

يمكن استخدام مضروب

العدد فقط للأعداد

الصحيحة الموجبة أو

الصفر.

$$\left(\frac{1}{3}\right)!, (0, 2)!, (-4)!$$

ليس لها معنى وهي غير

موجودة.

مُسَاعَدَة

إذا أمكن القيام بعملية

كاملة في أربع خطوات،

وكانت الطرق الممكنة

للخطوات الأولى، الثانية،

الثالثة، والرابعة هي n_1 ،

n_2 ، n_3 ، n_4 ، إذا العدد

الكلي للطرق الممكنة

للعلمية الكاملة هو

$$n_1 \times n_2 \times n_3 \times n_4$$

أمثلة توضيحية

١ بدون استخدام الحاسبة أوجد قيمة كل مما يأتي:

ب $14 \times \frac{1}{13 \times 12}$

أ $16 \times \frac{1}{13}$

د $\frac{19}{17} + \frac{110}{18}$

ج $3! \times 21 + 4! \times 7$

٢ بدون استخدام الحاسبة، بيّن أن $\frac{10}{16} = \frac{17}{19}$

٣ مستطيل مساحته (١٥ - ١٣) سم^٢ وعرضه ١٣ سم. أوجد طول المستطيل.

٤ طول ضلعي الزاوية القائمة في مثلث قائم الزاوية $\angle 4$ سم، $\angle 5$ سم. أوجد طول الضلع الأطول (الوتر).

درب نفسك

١ بدون استخدام الحاسبة، أوجد قيمة: أ $\frac{15}{13}$

ب $13 - \frac{14}{12}$

٢ بدون استخدام الحاسبة، بيّن أن $\frac{10}{16} = \frac{17}{19}$

٣ مستطيل مساحته (١٦ - ١٢ × ٤) سم^٢ وطوله ٤ سم. أوجد عرضه بدون استخدام الحاسبة.

٨-٢ التباديل:

٨-٢ أ تباديل ن من العناصر المختلفة

عدد تباديل ن من العناصر المختلفة هو $n! = n(n-1)(n-2) \times \dots \times 2 \times 1$ ، حيث ن عدد صحيح موجب.

أمثلة توضيحية

١ بكم طريقة مختلفة يمكن ترتيب خمسة أولاد في صف؟

٢ كم عددًا مكونًا من ٧ أرقام يمكن كتابته باستخدام كل الأرقام ١، ٢، ٣، ٤، ٥، ٦، ٧، ٨، ٩؟

٣ بكم طريقة مختلفة يمكن ترتيب تسعة كتب رياضيات مختلفة وأربعة كتب فيزياء مختلفة في رف؟

تسعة كتب رياضيات وأربعة كتب فيزياء كلها مختلفة لذلك نعتبرها ١٣ عنصرًا مختلفًا.

درب نفسك

أوجد عدد تباديل:

- أ ١١ صحنًا جميع مقاساتها مختلفة.
- ب ١٣ قلم رصاص، جميعها بأطوال مختلفة.
- ج ٩ مثلثات و ٣ مستطيلات، جميعها بألوان مختلفة.

٨-٢ ب تباديل ن من العناصر بعضها متشابه

عدد تباديل ن من العناصر تحوي ر من العناصر المتشابهة فيما بينها، م من العناصر الأخرى المتشابهة فيما بينها، هـ من العناصر الأخرى المتشابهة فيما بينها، ... يساوي:

$$\frac{n!}{r! \times m! \times h! \times \dots} = \frac{n!}{r! \times m! \times h! \times \dots} \text{ حيث } n = \dots + h + m + r$$

أمثلة توضيحية

١ أوجد عدد التباديل المختلفة لحروف العبارتين الآتيتين:

أ افتح يا سمسم (ا ف ت ح ي ا س م س م)

ب الريال العماني (ا ل ر ي ا ل ا ل ع م ا ن ي)

٢ كم عددًا مكوّنًا من خمسة أرقام يمكن كتابته باستخدام الأرقام ٣، ٣، ٤، ٤، ٥

درب نفسك

١ عاصمة بوركينا فاسو هي واغادوغو. أوجد عدد التباديل المختلفة لجميع حروف الكلمة.

٢ كم عددًا مكوّنًا من ستة أرقام يمكن تكوينه باستخدام الأرقام الآتية

أ ١، ١، ١، ١، ١، ٣ ب ٢، ٢، ٢، ٧، ٧، ٧

مزيد من الأسئلة

١ تحضر عائلة وجبة من ستة أطباق احتفاءً باستقبال ابنها العائد إلى الوطن. بكم ترتيب مختلف يمكن للعائلة أن تقدم أطباقها؟

٢ بكم طريقة مختلفة يمكن ترتيب الآتي:

أ ستّ ورود حمراء؟
ب أربع ورود صفراء؟

ج ستّ ورود حمراء وأربع ورود صفراء؟

٣ بكم طريقة مختلفة يمكن ترتيب ست شتلات (برتقال، ليمون، جوافة، مانجو، عنب، مشمش) في صف بحديقة المنزل؟

بكم طريقة مختلفة يمكن أن يقف هؤلاء الأشخاص في صف؟

أ امرأتان
ب ستة رجال
ج ثمانية أشخاص

٤ أوجد عدد الأعداد المكوّنة من عشرة أرقام والتي يمكن تكوينها من مجموعة الأرقام العشرة ١، ١، ٢، ٢، ٣، ٣، ٤، ٤، ٥، ٥.

٥ كتبت زهرة أربع قصائد وخمس قصص قصيرة، وسيتم نشرها جميعاً في كتاب واحد. بكم طريقة مختلفة يمكن وضع هذه القطع الأدبية في الكتاب؟

٦ لدى معلمة رياضيات ٢٠ مربعاً بلاستيكيّاً متطابقاً، خمسة مربعات منها حمراء اللون، سبعة مربعات زرقاء اللون، ثمانية مربعات خضراء اللون. إذا تم وضعها متلاصقة في صف، فكم تبديلاً يمكن أن تكون باستخدام:

أ مربع واحد من كل لون
ب خمسة مربعات حمراء فقط
ج جميع المربعات الزرقاء والخضراء
د المربعات الـ ٢٠ جميعها

٢-٨ ج تبادل ن من العناصر المختلفة بوجود القيود

ينقص عدد التباديل الممكنة للعناصر عندما توضع عليها قيود

كقاعدة عامة يجب استقصاء عدد التباديل الممكنة للمواقع المقيدة أولاً، ثم للمواقع غير المقيدة.

أمثلة توضيحية

١ كم عددًا مكوّنًا من خمسة أرقام يمكن تكوينه من ٢، ٣، ٤، ٥، ٦ بدون تكرار في الحالات الآتية:

أ بدون قيود أخرى

ب الأعداد الناتجة يجب أن تكون:

(١) فردية

(٢) زوجية

٢ أوجد عدد الأعداد المكوّنة من أربعة أرقام ويمكن تكوينها من الأرقام ١، ٢، ٣، ٤، لمرة واحدة في الحالات الآتية:

أ لا توجد قيود.

ب الأعداد الناتجة المكوّنة من ٤ أرقام يجب أن تكون:

(١) أقل من ٤٠٠٠

(٢) زوجية

٣

بكم طريقة يمكن ترتيب ٩ لعب في خط مستقيم، إذا وجب أن تكون اللعبة الكبرى في منتصف الترتيب؟

٤

ستذهب مجموعة من الكشافة المؤلفة من عشرة أولاد مع قائديهم في مسير بحيث يمشون في خطّ الواحد خلف الآخر. بكم طريقة يستطيعون فعل ذلك، إذا وجب أن يمشي القائدان أحدهما في أول الخط والثاني في آخره؟

درب نفسك

١

أوجد عدد التباديل المختلفة التي يمكن تكوينها من أحرف كلمة الأناناس (ا ل ا ن ا ن ا س) إذا:
 أ لا توجد قيود.

ب وجب أن يبدأ الترتيب بحرفي ن وينتهي بثلاثة أحرف ا.

٢

أوجد عدد التباديل المختلفة التي يمكن كتابتها باستخدام الحروف (ا ل ا ن ت ه ا ك ا ت)، إذا كان التبدل:

أ يبدأ وينتهي بحرف ت. ب يبدأ وينتهي بالحرف نفسه.

٨-٢ د تبادل ن من العناصر مأخوذة ر في كل مرة

حتى الآن، تعاملنا فقط مع التباديل حيث يتم ترتيب جميع العناصر.
يمكننا الآن أن نأخذ خطوة إلى الأمام ونتعامل مع التباديل حيث يتم ترتيب بعض العناصر فقط.

$$\frac{n!}{r!} = {}^n P_r$$
$$\text{أو } {}^n P_r = n \times (n-1) \times (n-2) \times \dots \times (n-r+1)$$

أمثلة توضيحية

١ كم عددًا يمكن تكوينه من ثلاثة أرقام مختلفة من الأرقام ٣، ٤، ٥، ٦، ٧، ٨، ٩

٢ أوجد عدد التباديل في كل مما يأتي:

ب ١٧ عنصر من ١٩ عنصرًا متميزًا.

أ ٣ عناصر من ١٣ عنصرًا متميزًا.

درب نفسك

١ أوجد باستخدام الأرقام ٤، ٥، ٦، ٧، ٨، مرة واحدة فقط، عدد الأعداد التي يمكن كتابتها والتي تتألف من:

أ ثلاثة أرقام.

ب أربعة أرقام.

ج ثلاثة أرقام أو أربعة أرقام.

٢ كم عددًا زوجيًا مكونًا من أربعة أرقام مختلفة يمكن تكوينه من الأرقام ١، ٢، ٣، ٤، ٥، ٦، ٧، ٨، ٩

مزيد من الأسئلة

١ ما عدد تباديل:

- أ خمسة عناصر من ٧ عناصر مختلفة؟
- ب أربعة عناصر من ٩ عناصر مختلفة؟

٢ بكم طريقة يمكن أن تمنح الميداليات الذهبية والفضية والبرونزية للمراكز الثلاثة الأولى في سباق بين ٢٠ رياضياً؟ يمكنك أن تفترض أن أيًا من المراكز الثلاثة لا يمكن أن تعطى لأكثر من شخص.

٣ بكم طريقة يمكن ترتيب أربعة أحرف مختلفة من الأحرف أ، ب، ج، د، هـ، ز بحيث:

- أ تبدأ بالحرف أ؟
- ب تتضمن الحرف أ؟

٤ بكم طريقة يمكن أن تجلس ٤ فتيات من أصل ١٨ فتاة على أربعة مقاعد، وتعطى أكبر الفتيات سناً أحد المقاعد.

$${}^4P_4 = {}^4P_1 \times {}^3P_1 \times {}^2P_1 \times {}^1P_1 = 1 \times 2 \times 3 \times 4 = 24$$

٥ بكم طريقة يمكن أن يقف أربعة أخوة وثلاث أخوات من أسرة واحدة في صف، بحيث لا يُسمح لأختين أن تقفا متجاورتين؟

$${}^4P_4 \times {}^3P_1 = 24 \times 3 = 72$$

٦ باستخدام الأرقام ٢، ٤، ٦، ٧، ٨ مرة واحدة على الأكثر، أوجد:

- أ عدد الأعداد الفردية المكوّنة من ثلاثة أرقام. $1 \times 2 \times 3$
- ب عدد الأعداد الفردية بين ٣٠٠٠، ٥٠٠٠ $1 \times 2 \times 3 \times 4$

٣-٨ التوافيق

التوافيق هي اختيارات بحيث يكون الترتيب غير مهم. فاختيار فراولة وآيس كريم من قائمة، ما هي إلا الاختيار نفسه للآيس كريم والفراولة.

عندما نختار r عنصراً بدون ترتيب من أصل n عنصراً مختلفاً نُسَمي هذا **توافيق**.

ويمكن الإشارة إلى القواعد الآتية حيث $0 \leq r \leq n$:

- $\binom{n}{r} = \binom{n}{n-r}$
- $\binom{n}{r} \geq \binom{n}{r+1}$
- $\binom{n}{0} = \binom{n}{n} = 1$
- $\binom{n}{1} = n$

$$\binom{n}{r} \text{ ويقرأ 'نون فوق راء'}$$

$$\text{حيث } \binom{n}{r} = \frac{n!}{r!(n-r)!}$$



أمثلة توضيحية

١ بكم طريقة مختلفة يمكن أن نختار ٣ سمكات من وعاء يحتوي على ٧ سمكات؟

على الحاسبة، اضغط على

المفاتيح الآتية $\boxed{=}\boxed{3}\boxed{C_r}\boxed{7}$

بالتتالي للحصول على الإجابة ٣٥

٢ بكم طريقة مختلفة يمكن اختيار ٥ كتب و ٣ صُحف من ٨ كتب و ٦ صُحف؟

١ أوجد عدد الطرق الممكنة لاختيار ٥ تفاحات من بين:

أ ٨ تفاحات.

ب ٩ تفاحات، و ١٢ برتقالة.

٢ بكم طريقة يمكن اختيار خمسة كتب وثلاث صُحف من ثمانية كتب وست صُحف؟

٣

يُراد اختيار فريق مكوّن من ٥ أشخاص من بين ٦ نساء و ٥ رجال. أوجد عدد الطرق الممكنة لاختيار الفريق بحيث يكون عدد النساء في الفريق أكثر من عدد الرجال.

٤

من بين ٧ رجال و ٨ نساء، أوجد عدد الطرق الممكنة لاختيار:

- أ ٤ رجال و ٥ نساء.
- ب ثلاثة رجال و ٦ نساء.
- ج على الأقل ١٣ شخصًا.

٥

ما هو عدد التوافيق الناتجة من اختيار حرفين من بين الأحرف أ، ب، ج؟

$$٤ = ١ + ٢ + ١ \text{ طرائق مختلفة}$$

٦

من بين ستة أولاد وسبع فتيات، أوجد عدد طرائق اختيار مجموعة مكوّنة من ثلاثة أطفال يكون فيها عدد الأولاد أكثر.

مزيد من الأسئلة

١

١ ا لدى ولد ٥ قطع نقدية و ٦ أزرار. بكم طريقة مختلفة يمكنه اختيار:

(١) قطعة نقدية واحدة.

(٢) ٦ أزرار.

ب لدى مزارع ٨ دجاجات و ٦ عنزات و ٥ بقرات. بكم طريقة مختلفة يمكنه اختيار:

(١) ٣ عنزات أو بقرتين.

(٢) دجاجة واحدة أو عنزة واحدة أو بقرة واحدة.

ج لدى امرأة ٩ أكواب و ٨ أطباق و ٧ أوعية. بكم طريقة مختلفة يمكنها اختيار:

(١) ٣ أطباق و ٤ أوعية.

(٢) كوبين و ٤ أطباق و ٦ أوعية.

٢

من بين سبعة رجال وثمانين نساء أوجد عدد طرائق اختيار:

أ أربعة رجال وخمس نساء

ب ثلاثة رجال وست نساء

ج على الأقل ١٣ شخصاً

أ بكم طريقة يمكن اختيار ٥ أوراق من مجموعة أوراق عددها ٥٢؟

ب الأوراق من الجزء أ مقسمة إلى قسمين كل قسم ٢٦ ورقة، قسم أحمر وقسم أسود. كم خياراً

لخمس أوراق في الجزء أ يتألف من ٣ أوراق حمراء و ٢ أوراق سوداء؟

٣

تم استئجار سيارتين لنقل ثمانية أصدقاء إلى المطار. تتسع إحدى السيارتين لخمس أشخاص والسيارة الأخرى لثلاثة أشخاص.

ما المعلومة المُعطاة في هذا الموقف من خلال الحقيقة $\binom{8}{3} = \binom{8}{5}$ ؟

٤

أ كم اختياراً مختلفاً ممكناً لثلاثة أحرف من الأحرف أ، ب، ج، د، هـ؟

٥ يتألف الجزء أ من ورقة اختبار من ٦ أسئلة، والجزء ب من ٨ أسئلة. أوجد عدد الخيارات الممكنة لمرشح يريد الإجابة عن:

أ سؤالين من الجزء أ أو ثلاثة أسئلة من الجزء ب.

ب سؤالين من الجزء أ و ثلاثة أسئلة من الجزء ب.

ج أي من الأسئلة الثلاثة.

٦ من بين ٢٠ رسالة و ١٠ طرود، أوجد عدد الطرائق التي يمكننا بها اختيار:

أ ٩ رسائل. ب ٥ طرود.

٧ من أصل مجموعة مكونة من ٥ رجال و ٦ نساء.

أ بكم طريقة يمكننا اختيار لجنة مؤلفة من ٥ أشخاص؟

ب أوجد عدد هذه اللجان التي تتألف من:

(١) ٣ رجال و ٣ نساء. (٢) عدد الرجال أقل من عدد النساء.

٨ تمّ عرض ٣ مشاريع استثمار على مستثمر لديه مبلغ ٣٠٠٠٠ ريال عُمانى للاستثمار. يجب أن يكون أيّ استثمار يقوم به من مضاعفات ١٠٠٠٠. بكم طريقة مختلفة يمكن للمستثمر أن يوزع أمواله إذا استخدمها كلها للاستثمار في مشروعين من هذه المشاريع الثلاثة على الأقل؟

٩ توظف شركة بناء ٢٠ شخصاً للعمل في ٣ مشاريع، تتطلب مجموعات من ٨، ٧، ٥ عمال. بكم طريقة يمكن تعيين العمال العشرين في المجموعات الثلاث؟

١٠ أوجد عدد التباديل المتميزة التي يمكن تكوينها من أحرف كلمة متلابسات (م ت ل ا ب س ا ت) إذا:

أ لم توجد قيود.

ب وجب أن لا يبدأ الترتيب بالحرفين نفسيهما.